

Redakcja Prac Mat. Fiz.

7641/1

**DODATEK DO ROCZNIKA
POLSKIEGO TOWARZYSTWA
MATEMATYCZNEGO**

TOM I

WYDANO Z ZASILKU MINISTERSTWA WYZNAŃ RELIGIJNYCH
I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO

KRAKÓW 1922

SKŁAD GŁÓWNY GEBETHNER I WOLFF
WARSZAWA — KRAKÓW — POZNAŃ — LUBLIN — ŁÓDŹ

DODATEK DO ROCZNIKA
POLSKIEGO TOWARZYSTWA
MATEMATYCZNEGO

TOM I

WYDANO Z ZASIŁKU MINISTERSTWA WYZNAŃ RELIGIJNYCH
I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO

TOWARZYSTWO NAUKOWE WARSZAWSKIE

KRAKÓW 1922

SKŁAD GŁÓWNY GEBETHNER I WOLFF
WARSZAWA — KRAKÓW — POZNAŃ — LUBLIN — ŁÓDŹ

Uwaga. Pierwszy zeszyt czasopisma Polskiego Towarzystwa Matematycznego ukazał się w roku 1921 p. t. *Rozprawy Polskiego Towarzystwa Matematycznego*; wobec tego zeszyt niniejszy stanowi drugi tom publikacji rzeczono-
go Towarzystwa.



7641/1

bron.

Kraków — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego pod zarządem J. Filipowskiego.

TEORJA WZGLĘDNOŚCI

wobec faktów stwierdzonych doświadczeniem i spostrzeżeniem ¹⁾.

Napisał

Stanisław Zaremba.

§ 1. Teoria względności p. Einsteina ²⁾ nęci fantazję naukową przez nieograniczony niemal zakres nadziei przez siebie wzbudzanych. Ale, trudno nie wyznać, że teoria ta obiecuje zbyt wiele, ażeby nie skłonić nas do pewnej nieufności, a to tem bardziej, że przyjęcie rzeczonyj teorii wymagałoby ogromnych ofiar.

Należy tedy dokładnie zbadać, czy tezy, wysnute z doświadczenia, a podawane przez relatywistów, jako następstwa logiczne przesłanek teorii względności rzeczywiście z tych przesłanek wynikają. Temu właśnie przedmiotowi poświęcamy niniejszą rozprawę.

Cel niniejszej pracy jest tedy zgoła odmienny od celu przyświecającego często pracom twórczym z zakresu fizyki, a polegającego na tem, żeby odkryć jakąś ciekawą tezę, na tyle prawdopodobną, iżby zasługiwała później na głębsze zbadanie. My mamy tylko na względzie rozwiązanie zagadnienia o charakterze wybitnie logicznym, w którym chodzi o sprawdzenie czy pewne tezy rzeczywiście należą do następstw logicznych pewnych przesłanek. Żeby więc celu nie chybić, winniśmy wszelkich dolożyć usiłowań, ażeby

¹⁾ Francuski tekst niniejszej pracy wychodzi obecnie w czasopiśmie: *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

²⁾ Zob. w szczególności szereg artykułów ogłoszonych przez p. Einsteina w czasopiśmie *Sitzungsberichte der Berliner Akademie* od r. 1914.

dosięgnąć jaknajwiększej precyzji przy wysławianiu się i jaknajwiększej ścisłości przy dowodach.

Stwierdzimy, że we wszystkich przypadkach, w których relatywiści rzekomo udowodnili, iż pewne tezy, potwierdzone przez doświadczenia lub spostrzeżenia, należą do następstw logicznych przesłanek teorii względności, opierali się oni nietylko na przesłankach tej teorii, ale jeszcze, albo na pewnych przesłankach dodatkowych, logicznie sprzecznych z przesłankami teorii względności, albo na zdaniach, wypowiedzianych bez żadnego już uzasadnienia, a wyrażających sądy, odnoszące się do przypadków zbyt szczegółowych, ażeby mogły być zaliczonemi do przesłanek teorii względności. Upewnimy się nadto, że przesłanki teorii względności nie wystarczają do ustanowienia jakiegokolwiek odpowiedniości wzajemnej pomiędzy liczbowymi wartościami symbolów, występujących w rzeczonyj teorii, a jakimiś pomiarami.

Wobec powyższego stanu rzeczy mowy być obecnie nie może o potwierdzeniu, albo o obaleniu teorii względności na podstawie faktów, stwierdzonych przez jakieś doświadczenia lub spostrzeżenia. Żeby taka kontrola teorii względności stała się możliwą, należałyby uprzednio uzupełnić stosownie zespół jej przesłanek. Śmiem myśleć, że praca niniejsza przekona czytelnika, iż tego rodzaju uzupełnienie teorii względności bynajmniej łatwem nie jest. Ponieważ jednak nie wykazałem, że rzeczony uzupełnienie teorii względności jest niemożliwe, przeto kwestja utrzymania się tej teorii w Nauce pozostaje na razie otwartą i każdy badacz może, nie narażając się na konflikt z logiką, taką w tym względzie wyznawać opinię, która najlepiej dogadza jego umysłowości. W każdym razie należy zaznaczyć, że bez względu na ostateczny los teorii względności, teoria ta wyrządziła pewne usługi Nauce, jużto przez to, iż natchnęła niektórych badaczy do znakomitych prac z zakresu ogólnej geometrii¹⁾, prac, których wartość naukowa nie zależy od losu teorii względności, jużto przez to, że spowodowała, jak się zdaje²⁾, odkrycie nie znanych jeszcze zjawisk.

§ 2. Jakie są podstawy teorii względności? Takie jest zapytanie, na które winniśmy przedewszystkiem odpowiedzieć. Zapyta-

1) Jedną z takich prac jest niewątpliwie świetna rozprawa p. Levi-Civity o pojęciu równoległości w czasopiśmie *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* anno 1917 fascicolo II e III, p. 173.

2) Odnośne spostrzeżenia nie są jeszcze rozstrzygającami.

nie to jest trochę kłopotliwe, a to nietylko z tego powodu, że nie wszyscy autorowie przyjmują te same przesłanki, ale jeszcze i przede wszystkim wskutek tego, iż niektórzy relatywiści świadomie gardzą precyzją języka i ścisłością dowodów, jak to wynika w szczególności z następującego ustępu pierwszego rozdziału dzieła p. Eddingtona¹⁾, rozdziału, w którym autor podaje swoje poglądy w postaci rozmowy pomiędzy „fizykiem, eksperymentalistą, matematykiem i relatywistą, obrońcą najnowszych koncepcji czasu i przestrzeni w fizyce“.

„*Fizyk*... Czy pan sam ma pewność logiczności określeń wszystkich terminów, które pan się posługuje?“

„*Relatywista*. Broń Panie Boże! Ja z natury nie jestem skłonny być wymagającym w tym względzie!...“

Wobec takich warunków trudno jest nieraz stwierdzić na czym właściwie polega myśl autora.

Ponieważ jednak możemy pozostawić na uboczu ostatnie uogólnienia teorii względności, podane kolejno przez p. Weyla²⁾ i p. Eddingtona³⁾, bo nie poczyniono jeszcze żadnych prób kontroli doświadczalnej tych uogólnień; ponieważ z drugiej strony we wszystkich przypadkach, w których próbowano poddać teorię względności kontroli doświadczalnej, przyjmowano przesłanki, na których p. Hilbert oparł teorię względności, a które przez tego wybitnego matematyka zostały jasno sformułowane, przeto podamy podstawy teorii względności według p. Hilberta, przy czym pozwolimy sobie jednak wypowiedzieć wyraźnie niejedną z rzeczy, zaznaczonych tylko w różnych ustępach obu rozpraw p. Hilberta.

W teorii względności, jak i w każdej innej teorii dedukcyjnej, niepodobna obejść się bez terminów *prymitywnych*⁴⁾ t. j. takich

1) Eddington. *Espace, Temps et Gravitation*. Traduit de l'anglais par M. J. Russignol. Paris, Hermann 1921, p. 5.

2) H. Weyl. *Raum, Zeit, Materie*. Berlin, Springer, 1921.

3) Eddington. l. c. p. 124, § 50.

4) W zagadnieniach z zakresu logiki, które jedynie nas zajmować będą, wyrażenie *termin prymitywny* bynajmniej nie oznacza terminu, będącego nazwą pojęcia pierwotnego zo stanowiska psychologii, t. j. pojęcia wcześniej pojawiającego się w ewolucji umysłu od jakichś innych pojęć. W rzeczywistości nawet prawdziwy stan rzeczy jest zwykle wręcz przeciwny. Więc n. p. w geometrii wyraz *punkt* należy zwykle do terminów prymitywnych, chociaż niewątpliwą jest rzeczą, iż odnośne pojęcie powstaje dopiero w stadium względnie zaawansowanym

których znaczenie nie jest sprecyzowane zapomocą definicji. Oczywiście jest rzeczą, że, aby jakąś teorię dedukcyjną wyłożyć ściśle, koniecznie należy wyszczególnić terminy prymitywne tej teorii. Winniśmy jeszcze dodać, że jeśli prawdą jest, że terminy prymitywne nie mogą być określone zapomocą definicji, to prawdą jest również, że można, a w interesie ścisłości i należy, w pewnej mierze sprecyzować znaczenie terminów prymitywnych przez wypowiedzenie wszystkich tych zdań, uważanych za sprawdzane przez terminy prymitywne, na których dowody twierdzeń teorii mają być oparte; rzeczony zdania niezem innym nie są, jak *postulatami* odnośnej teorii.

Przy formułowaniu podstaw teorii względności uważać będziemy całą logikę i analizę matematyczną za rzeczy znane, gdyż w tym względzie niema różnic zdań pomiędzy relatywistami a nierelatywistami. Wobec tego poprzestaniemy na podaniu tych tylko postulatów i tych terminów prymitywnych, które nie należą do postulatów i do terminów prymitywnych logiki lub analizy matematycznej, a które nazywać będziemy postulatami i terminami prymitywnymi teorii względności. Zaznaczamy jeszcze, że nie jesteśmy obowiązani do wyszczególnienia wszystkich terminów prymitywnych i wszystkich postulatów teorii względności, lecz, jak też rzeczywiście uczynimy, winniśmy tylko podać te terminy prymitywne, którymi będziemy się posługiwać, oraz te postulaty i definicje, na których nasze rozważania oprzemy.

Uderzy zapewne czytelnika wysoki stopień abstrakcyjności i charakter wybitnie matematyczny postulatów teorii względności. Te właściwości przesłanek teorii względności wynikają ze swoistości struktury rzeczony teorii. Zamiast rozpoczynania budową teorii względności od dokładnego określenia fizycznego znaczenia symbolów matematycznych mających w naszym ciągu występować, podobnie jak się to czyni we wszystkich innych teoriach fizyki, p. Einstein i jego zwolennicy przyjmują odwrotny porządek wykładu: budują oni teorię, nie sprecyzownwszy uprzednio znaczenia fizycznego symbolów matematycznych, którymi się posługują, odkładając na później sprawę dokładnej interpretacji fizycznej powyższych symbolów; przekonamy się zresztą, że sprawa ta oczekuje dopiero swojego załatwienia.

rozwoju umysłowego. Przy wyborze terminów prymitywnych do wykładu jakiejś teorii kierujemy się wyłącznie względami jasności i prostoty wykładu.

Zaznaczamy mimochodem, że ten właśnie stan rzeczy to sprawia, iż niepodobieństwem jest nabyć należyte wyobrażenie o teorii względności bez korzystania w szerokim zakresie z pomocy analizy matematycznej.

§ 3. Jedyne temi terminami prymitywnymi teorii względności, któremi nam wypadnie posługiwać się, są wyrażenia następujące:

punkt geometryczny, epoka czyli chwila, punkt fizyczny oraz wyraz *poprzedza* w zdaniach postaci „taka a taka chwila poprzedza taką a taką chwilę“.

Powyższe wyrażenia uważać będziemy za terminy prymitywne wspólne teorii względności i innym teorjom fizyki, ale naturalnie w każdej teorii rzeczony terminy sprawdzać będą postulaty właściwe tej teorii.

Przystępując do podania wykazu tych przesłanek teorii względności, na które wypadnie się nam powoływać, zaznaczamy raz na zawsze, iż rozważać będziemy *wyłącznie* liczby *rzeczywiste*.

Wypowiemy najpierw postulaty i definicje wspólne teorii względności i wszystkim innym teorjom fizyki.

I. Postulat. Każdy punkt geometryczny można skojarzyć z jakąkolwiek epoką.

II. Definicja. Wyrażenie *punktochwila* oznacza wynik skojarzenia jakiegoś punktu geometrycznego z jakąś chwilą.

III. Definicja. Zbiór wszystkich punkto-chwil zowie się *hyperprzestrzenią fizyczną*, a wyrażenie *punktochwila* uważać będziemy za równoważne wyrażeniu *punkt hyperprzestrzeni fizycznej*.

IV. Postulat. Można określić taki zbiór (E) dziedzin w hyperprzestrzeni fizycznej, ażeby uczynić zadość warunkom następującym:

1° Każdy punkt hyperprzestrzeni fizycznej należy przynajmniej do jednej z dziedzin zbioru (E).

2° Jeżeli dwie dziedziny (R) i (R') należą obie do zbioru (E), to dziedziny te stanowią skrajne wyrazy takiego skończonego ciągu dziedzin, należących do zbioru (E), że każda para dziedzin, stanowiących parę wyrazów sąsiednich w powyższym ciągu, posiada przynajmniej jeden punkt wspólny.

3° Jeżeli jakaś dziedzina (R) należy do zbioru (E), to można ustanowić jedno-jednoznaczną odpowiedniość wzajemną pomiędzy punktami dziedziny (R), a temi układami wartości na cztery zmienne

x_1, x_2, x_3, x_4 , które stanowią łącznie pewien zbiór punktów (X_r) w przestrzeni arytmetycznej czterowymiarowej.

V. Definicja. Żeby wyrazić, iż jakaś dziedzina hyperprzestrzeni fizycznej jest elementem jakiegoś zbioru (E) o własnościach wyszczególnionych wyżej, mówić będziemy, że ta dziedzina jest *elementarną* dziedziną, położoną w hyperprzestrzeni fizycznej, a sam zbiór (E) nazywać będziemy *pełnym* zbiorem dziedzin elementarnych; przy powyżej określonym znaczeniu symbolów (R), x_1, x_2, x_3, x_4 i (X_r) układ zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 nazywać będziemy *układem spólrzędnych* punktu dziedziny (R), a zbiorowi (X_r) punktów arytmetycznych nadamy miano *obrazu arytmetycznego* dziedziny (R).

VI. Postulat. Pełny zbiór dziedzin elementarnych, położonych w hyperprzestrzeni fizycznej można tak określić, żeby każda z tych dziedzin elementarnych mogła być odniesioną do układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t spełniającego warunki następujące:

1° Zbiór wszystkich wartości zmiennej t , odpowiadających poszczególnym punktom odnośnej dziedziny elementarnej (R), stanowi jakiś przedział otwarty¹⁾ (J).

2° Przedziałowi (J) odpowiada taki zbiór chwil (C), że pomiędzy wartościami na t , należącymi do przedziału (J), a chwilami, należącymi do zbioru (C), zachodzi jedno-jednoznaczna odpowiedniość wzajemna.

3° Jeżeli z dwóch wartości t_1 i t_2 na t , należących do przedziału (J) pierwsza jest mniejsza od drugiej, to któraś jedna z chwil, odpowiadających wartościom t_1 i t_2 na t , a mianowicie chwila, odpowiadająca wartości t_1 na t , poprzedza chwilę, odpowiadającą wartości t_2 na t , przynajmniej w odniesieniu do układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t .

VII. Definicja. W razie przyjęcia oznaczeń, określonych przy wypowiedzianiu postulatów poprzedniego, mówić będziemy, że zbiór wszystkich chwil, należących do przedziału (J) i odpowiadających wartościom na t , spełniającym związek

$$t \leq t'$$

gdzie t' oznacza jakąś liczbę, należącą do przedziału (J), stanowi czas, odpowiadający dziedzinie (R) i układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , mierzony przez liczbę t' ; żeby wyrazić, iż spólrzędna t punktu

¹⁾ Przedziałem otwartym zwiemy przedział, którego granice już do tego przedziału nie należą.

dziedziny (R) spełnia warunki, wypowiedziane w postulacie VI mówimy, że ta spólrzędna przedstawia czas dziedziny (R) w układzie spólrzędnych x_1, x_2, x_4, t .

VIII. Postulat. Jeżeli w odniesieniu do jakiegoś układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t punktu jakiejś dziedziny elementarnej (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, zmienna t przedstawia czas w myśl def. VII, a układami wartości $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, t_0$ na zmienne x_1, x_2, x_3, t odpowiada jakiś punkt P dziedziny (R), to układowi wartości $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}$ na zmienne x_1, x_2, x_3 odpowiada oznaczony punkt geometryczny, a wynikiem skojarzenia tego punktu geometrycznego z chwilą, określoną przez wartość t_0 zmiennej t , jest punkt P hyperprzestrzeni fizycznej.

IX. Definicja. Zachowawszy oznaczenia, określone w postulacie poprzednim, oznaczony jeszcze przez (X_0) zbiór wszystkich tych układów wartości na zmienne x_1, x_2, x_3 , z których każdy, po skojarzeniu go z wartością t_0 na t , określa jakiś punkt dziedziny (R); w takim razie mówić będziemy, że zbiór punktów geometrycznych, odpowiadających tym układom wartości na x_1, x_2, x_3 , z których każdy należy do zbioru (X_0), stanowi część przestrzeni, odpowiadającej układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , zawartej w dziedzinie (R) w chwili t_0 .

X. Postulat. Każdy punkt fizyczny M zachowuje niezmiennie swoją indywidualność i znajduje się w każdej danej chwili E w jakimś punkcie geometrycznym A ; żeby wyrazić powyższy związek pomiędzy elementami M, E i A mówić będziemy, że w chwili E punkt fizyczny M znajduje się w tym punkcie P hyperprzestrzeni fizycznej, który jest wynikiem skojarzenia punktu geometrycznego A z chwilą E .

XI. Postulat. Jeżeli oznaczony punkt fizyczny M znajduje się w dwóch różnych chwilach E_1 i E_2 w dwóch punktach hyperprzestrzeni fizycznej należących do tej samej dziedziny elementarnej (R), jeżeli prócz tego dziedzina (R) jest jedna z tych, których istnienie zapewnione jest przez postulat VI, to któraś pewna z chwil E_1 i E_2 poprzedza drugą, bez względu na układ spólrzędnych, do których dziedzina (R) jest odniesioną, byle w tym układzie spólrzędnych jedna z tychże oznaczała czas.

Do powyższych postulatów i definicji wspólnych wszystkim koncepcjom fizyki, dołączymy jeszcze postulat następujący, charakterystyczny dla teorii względności.

XII. Postulat charaterystyczny teorii względności¹⁾. Istnieje taki pełny układ dziedzin elementarnych (def. V), położonych w hyperprzestrzeni fizycznej, a którym damy nazwę *dziedzin regularnych*, że każda z tych dziedzin odniesioną być może do układu spólrzędnych, zwanego *regularnym* układem, scharakteryzowanego przez własności następujące:

1° Jeżeli jakaś dziedzina regularna (R) hyperprzestrzeni fizycznej odniesiona jest do regularnego układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 , to odnośnym obrazem arytmetycznym (def. V) dziedziny (R) jest jakaś dziedzina jednorodna otwarta²⁾ (X) położona w przestrzeni arytmetycznej czterowymiarowej.

2° Każdemu regularnemu układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 punktu regularnej dziedziny (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, odpowiada pewien układ dziesięciu funkcji

$$g_{ik} = g_{ki} \quad (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 , określonych w obrębie odnośnego obrazu arytmetycznego (X_r) dziedziny (R) jako funkcje jednowartościowe rozważanych zmiennych; p. Einstein nadał funkcjom g_{ik} nawet *potencjałów grawitacyjnych*.

¹⁾ W postulacie tym wypowiemy wiele rzeczy oznaczonych tylko przez napomknienia w rozprawach p. Hilberta, ale nie sądzę, ażeby w czymkolwiek zmienił myśl tego autora. Zwrócić się w szczególności do następujących ustępów prac p. Hilberta *Göttinger Nachrichten* 1915, Heft 3, p. 395, oraz w tymże czasopiśmie 1917 Heft 1, p. 57.

²⁾ Orzeczenie, że dziedzina (X), położona w przestrzeni arytmetycznej n -wymiarowej, jest dziedziną jednorodną otwartą, wyraża, że istnieje taki układ n funkcji

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

kreślonych w obrębie dziedziny (X) jako funkcje jednowartościowe i ciągłe zmiennych x_1, x_2, \dots, x_n , że równania

$$y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ustanawiają jedno-jednoznaczność odpowiedniość wzajemną pomiędzy punktami dziedziny (X) a punktami dziedziny, określonej przez nierówność

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 < 1.$$

3^o Potencjały grawitacyjne g_{ik} spełniają w każdym punkcie dziedziny (X_r) nierówność

$$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} \neq 0$$

i posiadają pochodne cząstkowe ciągle aż do pewnego rzędu p włącznie; przyjmiemy, że $p = 3$, bo jest to najmniejsza wartość, jaką przypisać należy liczbie p , ażeby uzasadnić rachunki, jakie zwykle napotykamy w teorii względności.

4^o Jeżeli zespół zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 przedstawia regularny układ spólrzędnych punktu regularnej dziedziny (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, to warunki konieczne i wystarczające, ażeby wzory

$$(1) \quad x'_i = f_i(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

określały zespół zmiennych x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 , jako nowy regularny układ spólrzędnych punktu dziedziny (R) są następujące:

a) Funkcje $f_i(x_1, x_2, x_3, x_4)$ określone są w obrębie obrazu arytmetycznego dziedziny (X_r) (R), odpowiadającego układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 jako funkcje jednowartościowe i ciągle, posiadające pochodne cząstkowe ciągle aż do rzędu 4 włącznie.

b) Jeżeli oznaczymy przez (X'_r) wynik przekształcenia dziedziny (X_r) przez podstawienie (1), to wzory (1) przyporządkowują punktowi dziedziny (X'_r) jeden tylke punkt dziedziny (X_r).

c) W obrębie całej dziedziny (X_r) mamy

$$\frac{D(f_1, f_2, f_3, f_4)}{D(x_1, x_2, x_3, x_4)} \neq 0$$

5) Jeżeli wzory (1) są wzorami na przejście od jakiegoś jednego regularnego układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 punktu jakiejś dziedziny regularnej (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, do jakiegoś drugiego regularnego układu spólrzędnych x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 punktu tejże dziedziny, to równania (1) pociągają za sobą równość

$$\sum_{i,k=1}^4 g_{ik} dx_i dx_k = \sum_{i,k=1}^4 g'_{ik} dx'_i dx'_k,$$

gdzie funkcje g_{ik} i g'_{ik} przedstawiają potencjały grawitacyjne, należące odpowiednio do układów spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 , i x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 .

6) Niech (R) oznacza jakąś regularną dziedzinę, położoną w hyperprzestrzeni fizycznej, a (X_r) niech oznacza obraz arytmetyczny dziedziny (R) , odpowiadający jakiemuś regularnemu układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 punkta rozważanej dziedziny.

Jeżeli tedy oznaczymy przez $(X_r^{(1)})$ jakąś dziedzinę jednospójną i otwartą położoną w obrębie dziedziny (X_r) , a przez $(R^{(1)})$ tę część dziedziny (R) , którą układ spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 przyporządkowuje dziedzinie $(X_r^{(1)})$, to w takim razie przez dołączenie dziedziny $(R^{(1)})$ do tego pełnego układu (E) regularnych dziedzin elementarnych, do którego należy dziedzina (R) , uzyskamy nowy pełny układ dziedzin regularnych elementarnych, położonych w hyperprzestrzeni fizycznej.

7° Oznaczmy przez (R_1) i (R_2) dwie dziedziny regularne elementarne, położone w hyperprzestrzeni fizycznej, a przez (E_1) i (E_2) te pełne układy dziedzin regularnych elementarnych, do których należą odpowiednie dziedziny (R_1) i (R_2) . Nie zakładając, ażeby układy (E_1) i (E_2) były koniecznie jeden od drugiego odmienne, przyjmijmy tylko, że dziedziny (R_1) i (R_2) mają jakiś punkt wspólny A . W takim razie istnieje będzie w hyperprzestrzeni fizycznej pewna dziedzina (R_0) , zawierająca punkt A , zawarta w każdej z dziedzin (R_1) i (R_2) , a nadto taka, że przez jej dołączenie do któregośkolwiek z układów (E_1) albo (E_2) otrzymamy jakiś nowy pełny układ dziedzin regularnych elementarnych, położonych w hyperprzestrzeni fizycznej.

8) Jeżeli dwie dziedziny (R) i (R') , położone w hyperprzestrzeni fizycznej należą do tego samego pełnego układu dziedzin regularnych elementarnych, jeżeli nadto dziedzina (R') jest zawarta w dziedzinie (R) , a układ zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 i układ

$$g_{ik} = g_k \quad (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

funkeji tych zmiennych stanowią odpowiednio jakiś regularny układ spólrzędnych punktu dziedziny (R) i odnośny układ potencjałów grawitacyjnych, to układ zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 i układ funkeji g_{ik} stanowiąc będą odpowiednio jakiś regularny układ spólrzędnych punktu dziedziny (R') i odnośny układ potencjałów grawitacyjnych, jeżeli tylko za zakres punktu arytmetycznego x_1, x_2, x_3, x_4 przyjmujemy tę część obrazu arytmetycznego dziedziny (R) , odpowiadającego układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 , którą ten układ spólrzędnych przyporządkowuje części (R) dziedziny (R) .

9° Pośród różnych regularnych układów spólrzędnych punktu regularnej elementarnej dziedziny hyperprzestrzeni fizycznej, istnieją pewne szczególne układy spólrzędnych, którym nadamy miano *normalnych* układów spólrzędnych, a których własności charakterystyczne są następujące:

A) Jedna z czterech zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 , które łącznie stanowią normalny układ spólrzędnych punktu regularnej dziedziny elementarnej (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, przedstawia czas w myśl def. VII.

B) Jeżeli funkcje

$$g_{ik} = g_{ki} \quad (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

przedstawiają potencjały grawitacyjne, odpowiadające normalnemu układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 punktu dziedziny (R), a oznaczenia tak są dobrane, że zmienna x_4 przedstawia czas, to w takim razie, w obrębie odnośnego obrazu arytmetycznego (X) dziedziny (R), zachodzą nierówności następujące¹⁾:

$$g_{11} > 0, \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} > 0, g_{44} < 0.$$

Ze względu na ogólne zasady geometrii metrycznej przestrzeni arytmetycznej wielowymiarowej i na własności, przysługujące na podstawie powyższego postulatu potencjałom grawitacyjnym, nadamy formie różniczkowej

$$\sum_{i,k=1}^4 g_{ik} dx_i dx_k,$$

której spółczynniki przedstawiają potencjały grawitacyjne, odpowiadające spólrzędnym x_1, x_2, x_3, x_4 punktu jakiejś regularnej elementarnej dziedziny (R), położonej w hyperprzestrzeni fizycznej, nazwę *formy metrycznej* tej dziedziny, formy odpowiadającej układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 .

Zespół 12-tu powyższych postulatów i definicji charakteryzuje relatywistyczną koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej. Prócz rzeczonych postulatów wypadnie nam uwzględnić jeszcze tylko dwa po-

¹⁾ Hilbert, Zweite Mittheilung, *Göttinger Nachrichten*, 1914, Heft 1, p. 57.

stulaty, charakteryzujące tak zwaną małą teorię względności, a mające być podanymi później.

Oczywistą jest rzeczą, że jednym z koniecznych warunków możliwości eksperymentalnej kontroli teorii względności jest istnienie przypadków, w którychby pomiary spólrzędnych jakichś punktów fizycznych mogły być dokonane zapomocą stosownych narzędzi. Winniśmy tedy zbadać, czy relatywiści ustanowili w sposób logicznie poprawny, przynajmniej w niektórych przypadkach, odpowiedniość wzajemną pomiędzy jakimiś pomiarami a liczbami wartościami spólrzędnych jakichś punktów fizycznych.

§ 4. Zanim zwrócimy się do zbadania powyższej kwestji, konieczną jest rzeczą, żebyśmy zanalizowali teoretyczne podstawy pomiarów spólrzędnych w fizyce nierelatywistycznej, a to nie tylko w tym celu, żeby ułatwić zrozumienie dalszych wywodów, lecz jeszcze i z tej przyczyny, że, jak to stwierdzimy niżej, relatywiści zastosowują do kontroli teorii względności metody pomiarów fizyki nierelatywistycznej. Należy więc przedewszystkiem sformułować podstawy nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej.

Zaznaczyliśmy już wyżej, że obie koncepcje hyperprzestrzeni fizycznej można sformułować zapomocą tych samych terminów prymitywnych i podnieśliśmy już, że zespół pierwszych 11-tu postulatów i definicji, podanych w paragrafie poprzednim, stanowi wspólną część podstaw obu koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej. Wystarczy więc podać postulat, przez który należy zastąpić postulat XII-ty, ażeby przejść od relatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej do koncepcji nierelatywistycznej.

Żeby uniknąć komplikacji, które w niczem nie przyczyniłyby się do wyjaśnienia rzeczy, nie będziemy się kusić o to, ażeby osiągnąć jaknajwiększy stopień ogólności przy podaniu nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej. Z drugiej jednak strony, aby należycie uwydatnić teoretyczne podstawy pomiarów spólrzędnych w fizyce nierelatywistycznej, wzniesiemy się ponad tradycyjne stanowisko, z którego przyjmuje się z góry ważność geometrii euklidesowej. Ostatecznie przyjmujemy charakterystyczny postulat nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej w postaci następującej:

XII a. Postulat charakterystyczny nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej. Cała hyperprzestrzeń fizyczna

uważaną być może za jedną dziedzinę elementarną w myśl def. V, a pośród różnych układów spólrzędnych, do których hyperprze- strzeń fizyczną można odnieść, istnieją układy spólrzędnych, któ- rym nadamy miano *normalnych* układów, a które secharakteryzo- wane są przez własności następujące:

1° Obraz arytmetyczny {def. V p. 6} hyperprze- strzeni fizy- cznej, odniesionej do normalnego układu spólrzędnych, zlewa się z całą przestrzenią arytmetyczną czwórwymiarową.

2° Jedna z czterech zmiennych, tworzących łącznie jakiś nor- malny układ spólrzędnych (S) punktu hyperprze- strzeni fizycznej, powiedzmy zmienna t , przedstawia, w myśl def. VII, czas, odp- wiadający układowi (S).

3° Trzem pozostałym zmiennym, x_1, x_2, x_3 , tworzącym ze zmien- ną t normalny układ spólrzędnych (S), odpowiada forma różnicz- kowa

$$(1) \quad \sum_{i,k=1}^3 h_{ik} dx_i dx_k, \quad h_{ik} = h_{ki}$$

której spółczynniki h_{ik} są jednowartościowemi funkcjami samych tylko zmiennych x_1, x_2, x_3 , a więc funkcjami niezależnemi od zmien- nej t ; funkcje h_{ik} posiadają pochodne cząstkowe ciągłe przynajmniej aż do pewnego rzędu p włącznie; założymy, że $p = 3$, bo jest to najmniejsza wartość na p , przy której łatwo jest uzasadnić twier- dzenia, na których wypadnie nam się opierać:

4° Forma (1) uważaną być może za formę metryczną prze- strzeni arytmetycznej trójwymiarowej o krzywiznie stałej; formie tej nadamy miano *formy metrycznej*, odpowiadającej układowi spólr- zędnych (S).

5° Przy powyższem znaczeniu symbolów x_1, x_2, x_3, t , warunki konieczne i wystarczające, ażeby jakieś wzory, wyrażające jakieś zmienne x'_1, x'_2, x'_3, t' w postaci funkcji zmiennych x_1, x_2, x_3, t , stano- wiły wzory na przejście od normalnego układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t do jakiegoś drugiego normalnego układu spólrzędnych x'_1, x'_2, x'_3, t' punktu hyperprze- strzeni fizycznej, w którymby zmienna t' przedstawiała czas, są następujące:

a) Wspomniane wzory winny być postaci następującej:

$$(2) \quad \begin{cases} x'_i = f_i(x_1, x_2, x_3, t) \\ t' = at + b \end{cases} \quad i = 1, 2, 3$$

gdzie a i b są liczby stałe, z których a jest dodatnią, a funkcje $f_i(x_1, x_2, x_3, t)$, funkcjami jednowartościowymi o pochodnych cząstkowych ciągłych przynajmniej aż do czwartego rzędu włącznie w obrębie całej przestrzeni arytmetycznej czterowymiarowej.

b) Równania (2) przyporządkowują każdemu układowi wartości na zmienne x'_1, x'_2, x'_3, t' dokładnie jeden układ wartości na zmienne x_1, x_2, x_3, t .

c) Przy każdym układzie wartości na zmienne x_1, x_2, x_3, t , zachodzi nierówność

$$\frac{D(f_1, f_2, f_3)}{D(x_1, x_2, x_3)} \neq 0.$$

d) Wynikiem przekształcenia formy (1) przez podstawienie (2) w razie przyjęcia

$$dt = 0$$

jest forma różniczkowa postaci

$$\sum_{i, k=1}^3 f_{ik} dx'_i dx'_k,$$

której współczynniki zależą jedynie od zmiennych x'_1, x'_2, x'_3 , a nie od zmiennej t' .

5^o Jeżeli powyższe warunki są spełnione, to współczynniki formy metrycznej

$$\sum_{i, k=1}^3 h'_{ik} dx'_i dx'_k,$$

odpowiadającej nowemu normalnemu układowi współrzędnych x'_1, x'_2, x'_3, t' , spełniają równania

$$(x) \quad h'_{ik} = \lambda f_{ik}, \quad (i, k = 1, 2, 3),$$

gdzie λ przedstawia liczbę dodatnią¹⁾, której wartość można ozna-

¹⁾ Przez wprowadzenie liczby dodatniej dowolnej λ osiągamy to, że określwszy już w zupełności odpowiedniość wzajemną pomiędzy punktami hiperprzestrzeni fizycznej a układami wartości czterech zmiennych, mających stanowić normalny układ współrzędnych punktu hiperprzestrzeni fizycznej, można jeszcze będzie oznaczyć dowolnie ten element, który określony zostanie niżej jako *jednostka długości*, odpowiadająca rozważanemu układowi współrzędnych.

czyć dowolnie, a która, po oznaczeniu jej wartości, określa w zupełności, łącznie ze wzorami (2) naturę układu spólrzędnych x'_1, x'_2, x'_3, t' .

Postulat poprzedni wraz z jedenastoma pierwszymi z postulatami i definicjami, wyszczególnionymi w paragrafie poprzednim, określa w zupełności nierelatywistyczną koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej. Układ 12-tu przesłanek w ten sposób uzyskanych nie stanowi układu przesłanek logicznie niezależnych, ale okoliczność ta jest obojętną wobec celu, jaki mamy na względzie.

§ 5. Przyjmijmy nierelatywistyczną koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej i zbadajmy w jakich warunkach i w jaki sposób możnaby w takim razie dokonywać pomiarów spólrzędnych punktu fizycznego.

Sądźmy, że możemy, tytułem prawdy oczywistej, przyjąć aksjomat następujący:

(A). Aksjomat. Jakąkolwiek koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej przyjętoby, dokonywanie pomiarów spólrzędnych punktów fizycznych stanie się możliwem tylko po uprzednim rozwiązaniu zagadnień następujących:

1^o Podać teoretyczną definicję narzędzi mierniczych do pomiarów spólrzędnych; innemi słowy określić te układy punktów fizycznych, które, o ileby istniały, byłyby rzeczonymi narzędziami w postaci doskonałej.

2^o Oznaczyć takie rzeczywiście istniejące układy punktów fizycznych, które miałyby być uważane za nadające się do zastępowania powyższych narzędzi teoretycznych z dostatecznym stopniem przybliżenia przynajmniej w pewnych przypadkach i, ewentualnie, w razie wykonania pewnych poprawek wyników uzyskanych za ich pomocą.

Żeby wyjaśnić, w jaki sposób fizyka nierelatywistyczna spełnia warunki powyższego aksjomatu, załóżmy, że hyperprzestrzeń fizyczna została odniesiona do jakiegoś normalnego układu spólrzędnych (postulat XII a) x_1, x_2, x_3, t , w którym zmienna t oznaczałaby czas.

Na podstawie postulatu VIII (str. 6) układ trzech zmiennych x_1, x_2, x_3 będzie stanowić układ spólrzędnych, do którego odniesiony być może zbiór wszystkich punktów geometrycznych czyli przestrzeń odpowiadająca układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t punktu hyperprzestrzeni fizycznej. Z uwagi na tę okoliczność mówić będziemy,

że te trzy z czterech spólrzędnych punktu fizycznego, które przedstawiają wartości zmiennych x_1, x_2, x_3 i określają punkt geometryczny, w którym rozważany punkt fizyczny znajduje się w chwili, określonej przez czwartą spólrzrędną, stanowią *przestrzenne spólrzędne* rzeczonoego punktu fizycznego. Punkt geometryczny, w którym w jakiejś chwili jakiś punkt fizyczny się znajduje, nazywać będziemy *położeniem* rzeczonoego punktu fizycznego w rozważanej chwili.

Przez wyrażenie *regularny łuk geometryczny* oznaczać będziemy taki zbiór (\mathcal{L}) punktów geometrycznych, któremu przyporządkować można układ równań postaci

$$(1) \quad x_i = f_i(\lambda), \quad (i = 1, 2, 3)$$

spełniający warunki następujące:

1^o Funkcje $f_i(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) parametru λ są określone w obrębie pewnego przedziału właściwego zamkniętego¹⁾ (λ_1, λ_2) , ($\lambda_1 < \lambda_2$) jako funkcje jednowartościowe i ciągłe, posiadające w całym tym przedziale pochodne ciągłe²⁾, nie obracające się wszystkie trzy w zero przy żadnej wartości na λ , należącej do przedziału (λ_1, λ_2) .

2^o Przy każdej wartości na λ w obrębie przedziału zamkniętego (λ_1, λ_2) wzory (1) określają spólrzędne jakiegoś punktu zbioru (\mathcal{L}).

3^o Każdemu punktowi zbioru (\mathcal{L}) odpowiada w obrębie przedziału (λ_1, λ_2) dokładnie jedna wartość na λ , przy której wzory (1) określają spólrzędne tego punktu.

W razie spełnienia warunków powyższej definicji przez równania (1) mówić będziemy, że są to *normalne równania łuku* (\mathcal{L}); punkty odpowiadające wartościom λ_1 i λ_2 na λ , zowie się końcami łuku (\mathcal{L}).

¹⁾ Wyrażenie przedział właściwy zamknięty (λ_1, λ_2) , ($\lambda_1 < \lambda_2$) oznacza zbiór wszystkich liczb λ spełniających związek

$$\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2,$$

przyczem λ_1 i λ_2 są jakieś dwie liczby rzeczywiste.

²⁾ Jeżeli a jest jedną z granic jakiegoś przedziału (p) w obrębie którego jakaś funkcja $f(\lambda)$ jest określona, to w takim razie, przy $x=a$, funkcja $f(\lambda)$ nie może mieć właściwej pochodnej, a tylko pochodną jednostronną, przedstawiającą granicę wyrażenia $\frac{f(\lambda) - f(a)}{\lambda - a}$ gdy λ zmierza do a , pozostając *wewnątrz* przedziału (p). Jednakowoż, dla skrócenia, nazywać będziemy ową pochodną jednostronną pochodną funkcji $f(\lambda)$ przy $\lambda=a$.

Założywszy, że forma różniczkowa

$$\sum_{i,k=1}^3 h_{ik} dx_i dx_k$$

przedstawia formę metryczną (postulat XII a) odpowiadającą układami spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , uważać będziemy za długość, szacowaną w tym układzie spólrzędnych, regularnego łuku geometrycznego, którego równaniami normalnemi, przy zakresie (λ_1, λ_2) na parametra λ , są równania (1), liczbę s , określoną przez wzór

$$s = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \sqrt{\sum_{i,k=1}^3 h_{ik} f'_i(\lambda) f'_k(\lambda)} d\lambda$$

gdzie na pierwiastek należy przyjąć wartość dodatnią.

Zwykła terminologja nastęrcza następującą skróconą postać powyższej definicji: przestrzeń, odpowiadająca normalnemu układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , posiada oznaczoną formę metryczną, a mianowicie

$$\sum_{i,k=1}^3 h_{ik} dx_i dx_k.$$

Z uwagi na tę samą terminologję uważać będziemy za geodetyki przestrzeni, odpowiadającej normalnemu układowi spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , zbiory punktów, spełniające dobrze znane równania różniczkowe następujące:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial x'_i} - \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3)$$

gdzie

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^3 h_{ik} x'_i x'_k.$$

Przez wyrażenie *odległość* dwóch punktów geometrycznych A i B , szacowaną w normalnym układzie spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , oznaczać będziemy minimum długości, szacowanej w tym układzie, łuku geometrycznego regularnego o końcach A i B .

Jeżeli oznaczymy przez P i Q dwa punkty fizyczne, zachowując przytem poprzednie znaczenia na symbole x_1, x_2, x_3, t , to *od-*

ległością ich w chwili $t = t^0$, szacowaną w układzie spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , nazywać będziemy odległość szacowaną w tymże układzie, tych dwóch punktów geometrycznych, które przedstawiają odpowiednio położenia punktów P i Q w chwili $t = t_0$.

Uważajmy obok normalnego układu spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t jakiś drugi normalny układ spólrzędnych x'_1, x'_2, x'_3, t' punktu hyperprzestrzeni fizycznej, zakładając przytem, że t' przedstawia czas, odpowiadający układowi x'_1, x'_2, x'_3, t' .

Oznaczmy jeszcze przez t_0 jakąś wartość na t , a przez t'_0 odpowiadającą jej wartość na t' . Opierając się tedy na postulacie XII a łatwo uzasadnimy twierdzenie następujące:

(B) Twierdzenie. Jeżeli oznaczymy przez s odległość punktów fizycznych P i Q , w chwili $t = t_0$, szacowaną w układzie spólrzędnych x_1, x_2, x_3, t , a przez s' odległość tychże punktów, szacowaną w układzie x'_1, x'_2, x'_3, t' , w chwili t'_0 , to mieć będziemy

$$s' = \mu s,$$

gdzie μ oznacza jakąś liczbę dodatnią, której wartość zależy jedynie od wzorów na przejście od układu x_1, x_2, x_3, t do układu x'_1, x'_2, x'_3, t' i od stałej λ , występującej w równaniach (α) (str. 14), nie zaś od wyboru punktów P i Q i od wartości liczby t_0 .

Podajemy obecnie definicję, mającą podstawę znaczenie przy dalszych rozważaniach.

(C) Definicja. Orzeczenie, że jakiś układ (S) punktów fizycznych stanowi układ sztywny czyli ciało *sztywne* wyraża, że odległości wzajemne punktów fizycznych układu (S), szacowane w jakimkolwiek normalnym układzie spólrzędnych, są niezależne od chwili, której odpowiadają.

Z brzmienia powyższej definicji wynika, że ewentualna własność sztywności jakiegoś układu punktów fizycznych (S) jest *bezwzględną* własnością tego układu w tym sensie, że wykluczoną jest rzeczą, ażeby odpowiedź na zapytanie czy jakiś oznaczony układ punktów fizycznych jest sztywny różnie mogła wypaść zależnie od bliższego sprecyzowania jakichś okoliczności w powyższej definicji nie oznaczonych; krótko mówiąc, ewentualna własność sztywności jakiegoś układu punktów fizycznych jest *wewnętrzną* jego własnością.

Opierając się na twierdzeniu (B) łatwo uzasadnić twierdzenie następujące: żeby jakiś układ punktów fizycznych był sztywny, wystarcza, ażeby warunek sztywności, podany w definicji (C), był speł-

niony chociażby tylko odnośnie do jakiegoś jednego normalnego układu spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej.

Sądzymy, że, nie narażając się na nieporozumienia, możemy wypuścić definicje wyrażen następujących; *łuk regularny sztywny* i *długość łuku regularnego sztywnego*, szacowana w jakimś oznaczonym normalnym układzie spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej. Podajemy tedy bezpośrednio, bardzo łatwe do uzasadnienia twierdzenia następujące:

(D) **Twierdzenie.** Każdej parze dwóch normalnych układów spólrzędnych (X) i (X') punktu hyperprzestrzeni fizycznej odpowiada oznaczona liczba dodatnia μ (równa tej, którą oznaczyliśmy przez tenże symbol w tw. (B)) taka, że jeśli symbol s oznacza długość jakiegoś regularnego łuku sztywnego, szacowaną na układzie (X), a s' — długość tegoż łuku szacowaną w układzie (X'), to w takim razie mamy

$$s' = \mu s.$$

(E) **Twierdzenie.** Dowolnie danemu łukowi regularnemu sztywnemu (\mathcal{L}) i dowolnie danej liczbie dodatniej s_0 odpowiada taka klasa (K) normalnych układów spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej, że długość łuku (\mathcal{L}), szacowana w jakimkolwiek układzie spólrzędnych klasy (K) równa się dokładnie liczbie s_0 . Zaznaczamy jeszcze, że na podstawie klasycznej teorii przestrzeni arytmetycznych o krzywiźnie stałej, mamy twierdzenie następujące:

(F) **Twierdzenie.** Ilość stopni swobody ciała sztywnego dosięga (ze względu na część 4^o postulatu XII a) największej wartości możliwej ze względu na definicję (C), a więc liczby 6 w przypadku, kiedy w żadnej chwili wszystkie punkty rozważanego ciała fizycznego nie znajdują się na tej samej geodetyce przestrzeni, odpowiadającej jakiemuś normalnemu układowi spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej.

Żeby, przyjąwszy nierelatywistyczną koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej, mózż wykonywać pomiary normalnych spólrzędnych punktu tejże, potrzeba rozporządzać jednostką długości goniometrem i zegarem. Spełnimy oczywiście pierwszy warunek aksjomatu (A) odnośnie do jednostki długości przez przyjęcie definicji następującej:

(G) **Definicja.** Wyrażenie *jednostka długości* oznacza łuk regularny sztywny w warunkach następujących:

¹o Jeżeli hyperprzestrzeń fizyczna zostanie odniesioną do jakiegokolwiek normalnego układu spólrzędnych, to w każdej chwili zbiór położeń poszczególnych punktów fizycznych rozważanego łuku sztywnego u stanowi łuk jakiejś geodetyki przestrzeni, odpowiadającej normalnemu układowi spólrzędnych, do którego odniesiono hyperprzestrzeń fizyczną.

²o Przyjęto umowę, mocą której długości łuków geometrycznych regularnych będą szacowane w takich i tylko takich normalnych układach spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej w których liczba

1

przedstawia długość łuku u .

Zaznaczamy, że na podstawie tw. (E), można przyjąć za jednostkę długości dowolnie oznaczony łuk sztywny regularny, byle spełniający warunek ¹o powyższej definicji. Żeby uczynić zadość warunkowi ²o aksjomatu (A), nierelatywisci przyjmują postulat następujący:

(H) Postulat. Ciała pospolicie zwane ciałami stałymi, a więc np. sztuki stali, brązu etc. mogą być uważane za ciała sztywne w myśl definicji (C) z wystarczającym stopniem przybliżenia, przynajmniej przy pewnych warunkach (działanie tylko dostatecznie małych sił na rzeczony ciała i dostatecznie małe zmiany temperatury ośrodka, w którym się znajdują).

Na podstawie postulatu poprzedniego i faktu doświadczalnego, że ciało sztywne można rzeźbić, zdołamy nadać jakiemuś ciału stałemu taki kształt, żeby jedna z jego krawędzi (H) przedstawiała w przybliżeniu łuk regularny sztywny, którego każde położenie zlewałoby się z jakąś geodetyką przestrzeni. Wystarczy tedy oświadczyć, że krawędź (K) powyższego ciała uważana będzie za dostatecznie dokładną przedstawicielkę jednostki długości, ażeby spełnić i drugi warunek aksjomatu (A) w odniesieniu do jednostki długości. Z łatwością stwierdzamy, że definicja (C) i postulat (H) umożliwiają także spełnienie warunków aksjomatu (A) i w odniesieniu do goniometra (co prawda bardzo prymitywnego).

Żeby posunąć się dalej, zważmy, iż opierając się na definicji (C), można łatwo uzasadnić twierdzenie następujące: po oznaczeniu jednostki długości zawsze znajdzie się pośród normalnych układów spólrzędnych, dopuszczalnych w myśl definicji (G) wobec przyjętej

jednostki długości, taki normalny układ spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej, że spólrzędne przestrzenne każdego punktu fizycznego jakiegoś danego ciała sztywnego (S) będą w rozważanym układzie liczbami stałymi. Weźmy tedy pod uwagę jakieś ciało realne (np. ziemię), mogące być uważane za dane ciało sztywne (S) i, ustanowiwszy jednostkę długości w sposób omówiony wyżej, przyjmiemy, że hyperprzestrzeń fizyczna odniesiona została do jakiegoś normalnego układu spólrzędnych (X), spełniającego warunki twierdzenia, podanego przed chwilą. Oznaczywszy na ciecie (S) jakiś trójkąt geodetyczny, można będzie, posługując się jednostką długości i goniometrem w zwykły sposób, zmierzyć boki i kąty rzeczzonego trójkąta. Dokonawszy tych pomiarów, można będzie, na podstawie dobrze znanego wzoru, wyznaczyć wartość f krzywizny przestrzeni, odpowiadającej układowi spólrzędnych (X). Poznawszy liczbę f , łatwo już będzie określić w zupełności układ spólrzędnych x_1, x_2, x_3 , do którego przestrzeń, odpowiadająca układowi (X), będzie miała być odniesioną. Po wykonaniu wszystkich omówionych czynności można już będzie, posługując się jednostką długości i goniometrem, dokonywać pomiarów przestrzennych spólrzędnych punktów fizycznych, przynajmniej takich, których przestrzenne spólrzędne nie ulegają zbyt gwałtownym zmianom i nie wychodzą poza pewne granice.

Żeby jednak załatwić w zupełności sprawę pomiarów spólrzędnych punktów fizycznych należy jeszcze spełnić warunki aksjomatu (A) odnośnie do zegara. Oczywiście jest rzeczą, że do tego koniecznie potrzeba przyjąć nowe postulaty. Pominiemy jednak ten przedmiot, bo sądzimy, że wyjaśnienia już podane wystarczają do zrozumienia, przynajmniej w ogólnych zarysach, w jaki sposób nierelatywistyczna fizyka spełnia warunki aksjomatu (A) kiedy chodzi o pomiary spólrzędnych punktu fizycznego. Zaznaczymy tylko, że zależnie od tego czy wyniki pomiarów zgadzałyby się z wynikami rachunków czy też im przeczyły, należałoby oświadczyć, że doświadczenie potwierdza kompleks przyjętych postulatów, albo poucza, że nie wszystkie te postulaty są słuszne.

Powyższe rozważenia potwierdzają, co na podstawie aksjomatu (A) z góry było do przewidzenia, a mianowicie, że żadna z obu omawianych w tej pracy koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej nie zawiera dostatecznych podstaw do wykonywania pomiarów spólrzędnych punktów fizycznych; w każdym z tych przypadków nie-

odzwonnie potrzeba jeszcze przyjąć jakieś dodatkowe postulaty, dotyczące realnych układów punktów fizycznych. Stwierdziliśmy, że w fizyce nierelatywistycznej, postulat (H) jest właśnie takim dodatkowym postulatem; wprowadzie postulat ten niezupełnie wystarcza, ale umożliwia częściowe przynajmniej dopięcie celu.

§ 6. Zbadajmy teraz w jaki sposób relatywiści, pragnąc podać teorię względności kontroli eksperymentalnej, przypisują liczbowe wartości spólrzędnym pewnych punktów fizycznych.

O ile wiemy nie uczyniono jeszcze nawet żadnej próby spełnienia obu warunków aksjomatu (A) (str. 15) odnośnie do ogólnej teorii względności.

Wprowadzie p. Hilbert¹⁾ określa dwa narzędzia miernicze, z których jednemu nadaje nazwę *nitki mierniczej* (*Massfaden*), a drugiemu *zegara świetlnego* (*Lichtuhr*), i temsamem spełnia pierwszy warunek aksjomatu (A) (str. 15), bo rzeczony narzędzia, gdyby istniały, mogłyby służyć do mierzenia spólrzędnych punktu fizycznego, ale nie podaje *żadnej* wskazówki, odnośnie do przybliżonej przynajmniej realizacji tych narzędzi i nie spełnia zatem drugiego warunku wspomnianego aksjomatu. Pozwolę sobie dodać, że wypełnienie tej luki w teorii p. Hilberta wydaje się mnie rzeczą nadzwyczajnie trudną.

Wobec takiego stanu rzeczy ogólna teoria względności w obecnym swoim stanie oczywiście nie może uleść żadnej kontroli eksperymentalnej. W jakież więc sposób dochodzą relatywiści do wyniku przeciwnego? Na potwierdzenie ogólnej teorii względności relatywiści cytują tylko parę faktów z zakresu astronomji i zużytkowują te fakta dla swoich celów w sposób następujący: stwierdziwszy, że na podstawie hipotez, przez nich przyjętych, istnieje taki układ spólrzędnych punktu hyperprzestrzeni fizycznej, że w tym układzie forma metryczna hyperprzestrzeni fizycznej przybiera pewien szczególny kształt²⁾, identyfikują oni trzy ze spólrzędnych punktu fizycznego, jużto ze zwykłymi spólrzędnymi prostokątnymi Kartezjusza, jużto ze spólrzędnymi biegunowymi, uważając zarazem czwartą spólrzędną za czas, mierzony zapomocą zwykłego zegara

¹⁾ Hilbert. Die Grundlagen der Physik. (Zweite Mitteilung), *Göttinger Nachrichten*, 1917 Heft 1, p. 54 i dalsze.

²⁾ Patrz w szczególności: Hilbert, die Grundlagen der Physik (Zweite Mitteilung); *Göttinger Nachrichten*, 1917, p. 67 i dalsze oraz Weyl, *Raum-Zeit. Materie*. Berlin, Springer 1921 §§ 29, 30, 31, 32.

i, nie uczyniwszy nawet żadnej próby usprawiedliwienia takich identyfikacji, podają fakt zgodności, uzyskanych przez siebie, związków pomiędzy rozważanymi spólrzędnymi pewnego punktu fizycznego, z wynikami pomiarów, dokonanych metodami fizyki nierelatywistycznej, za eksperymentalne potwierdzenie teorii względności.

Oczywistą jest rzeczą, że zachodzi jedno z dwojga: albo teza, iż fakta stwierdzone przez pomiary spólrzędnych punktów fizycznych, potwierdzają ogólną teorię względności, jest sądem całkiem gołosłownym, na niczem nie opartym, albo rzezoną teza opiera się jednocześnie i na przesłankach teorii względności i na przesłankach nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej.

Ale stwierdzamy z największą łatwością opierając się na postulatach XII (str. 8) i XII a (str. 12), że rzezone dwa układy przesłanek są sprzeczne pomiędzy sobą. Zważywszy, iż opierając się na przesłankach sprzecznych można udowodnić wedle upodobania, że dowolnie naprzód dana teza jest słuszna albo błędna¹⁾, stwierdzamy ostatecznie, że teza relatywistów, głosząca zgodę pomiędzy ogólną teorią względności a faktami stwierdzonemi doświadczalnie, jest, jak już przewidzieliśmy z góry, sądem najzupełniej bezpodstawnym.

Niektóre najnowsze prace potwierdzają w sposób bardzo godny uwagi powyższy wynik.

Prof. Le Roux²⁾ stwierdza sprzeczność pomiędzy interpretacją fizyczną, w relatywistycznej teorii Merkurego, pewnego jednego symbolu, występującego w tej teorii, a interpretacją pewnego drugiego symbolu, występującego również w tejże teorii. Z drugiej zaś strony prof. Painlevé³⁾ stwierdza słusznie, że teoria względności dopuszcza nie jedno tylko rozwiązanie zagadnienia o ruchu Merkurego, lecz nieskończenie wiele różnych rozwiązań rzezonego zagadnienia.

Sprzeczności i wieloznaczności powyższego rodzaju oczywiście niezem innem nie są spowodowane, jak tylko brakiem wszelkich podstaw do fizycznej interpretacji symbolów ogólnej teorii względno-

¹⁾ Jean Sleszyński, Sur le raisonnement dans les Sciences déductives. Rozprawy Polskiego Towarzystwa Matematycznego, t. I, 1921, p. 102.

²⁾ Le Roux. La loi de Gravitation et ses conséquences. C. R. de l'Académie des Sciences de Paris, 13 Juin 1921, p. 1467.

³⁾ Painlevé, La Mécanique classique et la théorie de la relativité, ibid. 24 Octobre 1921, p. 677. Patrz także: Hilbert, Die Grundlagen der Physik (Zweite Mitteilung), *Göttinger Nachrichten* Heft 1, p. 67 i dalsze.

ści, brakiem stąd pochodzącym, że nie zdołano spełnić obu warunków aksjomatu (A) (str. 15), w sposób zgodny z przesłankami powyższej teorii.

§ 7. Zwróćmy się teraz do małej teorii względności. Jest to szczególny przypadek ogólnej teorii względności, w którym przyjmuje się, że prócz postulatów ogólnej teorii zachodzą jeszcze dwa następujące:

Postulat I. Cała hyperprzestrzeń fizyczna stanowi jedną regularną dziedzinę {postulat XII, str. 8} elementarną, a pośród różnych normalnych układów spólrzędnych, do których ta dziedzina, a więc cała hyperprzestrzeń fizyczna, może być odniesiona, istnieją układy spólrzędnych, którym damy nazwę układów Einsteina, a których własności charakterystyczne są następujące:

1^o Odnośny obraz arytmetyczny hyperprzestrzeni fizycznej zlewa się z całą przestrzenią arytmetyczną czwórwymiarową.

2^o Jeżeli w jakimś układzie spólrzędnych Einsteina symbol t oznacza czas, a x_1, x_2, x_3 trzy pozostałe spólrzędne punktu hyperprzestrzeni fizycznej, to wyrażenie

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dt^2$$

przedstawia odnośną formę metryczną hyperprzestrzeni fizycznej

Postulat II. ¹⁾ Jeżeli, przy zachowaniu powyższych oznaczeń, spólrzędne Einsteina x_1, x_2, x_3, t jakiegoś zjawiska, albo jakiegoś punktu fizycznego, spełniają równania

$$x_i = f_i(t), \quad (i = 1, 2, 3)$$

to w takim razie mamy:

$$\sum_{i=1}^3 \{f_i(t) - f_i(\sigma)\}^2 \leq (t - \sigma)^2$$

przy wszystkich układach wartości t i σ .

Zbadajmy najpierw w jaki sposób tłómaczą rzekomo relatywiści sławne doświadczenia pp. Michelsona i Morleya zapomocą małej teorii względności.

Przy wykonywaniu tych doświadczeń autorowie tychże stali na stanowisku tradycyjnej, a więc nierelatywistycznej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej, a ze stanowiska tej koncepcji wyniki rzeczonych doświadczeń można sformułować jak następuje:

¹⁾ Można by dowieść, że ten postulat wynika z postulatu XI i reszty poprzednio przyjętych postulatów, przynajmniej o ile chodzi o punkt fizyczny.

(α) Jeżeli jakiś punkt fizyczny świecący jest sztywnie związany z ziemią, to światło, wysyłane przez ten punkt, rozchodzi się we wszystkich kierunkach z tą samą prędkością względem ziemi.

Powyższa teza jest zdaniem warunkowem, którego poprzednik brzmi jak następuje:

(β) Jakiś punkt fizyczny świecący jest sztywnie związany z ziemią.

Z tego wynika, że zjawisko, do którego odnosi się teza (α), może się odbywać tylko w przypadku, kiedy jakiś punkt fizyczny świecący sprawdza zdanie (β). Ale jeden z zapalonych relatywistów, p. Laue, twierdzi, że mała teoria względności wyklucza istnienie ciał sztywnych¹⁾. Okoliczność ta wprawia nas w niemały kłopot; jeżeli bowiem p. Laue ma rację, to żaden punkt fizyczny nie może sprawdzać zdania (β), zatem zjawisko, rozważane w tezie (α), jest niemożliwe i nie może zatem być mowy o tłumaczeniu tego zjawiska ze stanowiska teorii względności. W rzeczywistości jednak p. Laue wykazuje tylko²⁾, że teoria względności wyklucza jedynie ciała sztywne, spełniające pewną definicję, tę mianowicie, którą on właśnie rozważał. Wobec tego kwestja sformułowania definicji ciała sztywnego, zgodnej z zasadami małej teorii względności czyli sprawa interpretacji tezy (α) w myśl zasad rzeczonej teorii, pozostaje otwartą. W rzeczywistości poczyniono kilka prób w tym kierunku, ale wystarczy, żebyśmy zbadali ostatnią z nich, uczynioną przez p. Weyla³⁾, bo ze wszystkimi innymi relatywiści sami już się rozprawili.

§ 8. Zanim przystąpimy do dyskusji definicji p. Weyla, usiłujemy najpierw uwidocznić trudności, z jakimi połączone jest podanie definicji ciała sztywnego, dopuszczalnej ze stanowiska małej teorii względności, Sądzymy, że celu tego najlepiej dopniemy przez zbadanie pewnej definicji, którą zdaje się nikt wyraźnie nie podał, ale która tak naturalnie nastrecza się uwadze, że ją, jak się nam zdaje, relatywiści, a między innymi i sam p. Laue, często nieświadomie przyjmują.

¹⁾ M. Laue. *Das Relativitätsprinzip*, Fridr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1914, p. 50.

²⁾ Soc. cit. § 27, p. 180.

³⁾ H. Weyl. *Raum Zeit Gravitation*. Berlin, Julius Springer, 1913, p. 159; radzimy jednak przeczytać cały § 21 od str. 152 do str. 161.

W celu skrócenia wyróżniać będziemy tę ze spólrzędnych Einsteina punktu hyperprzestrzeni fizycznej, która przedstawiać będzie czas, przez to, że przy wyszczególnianiu spólrzędnych, wymieniać ją będziemy na 4-tem miejscu; te ze spólrzędnych Einsteina, z których żadna czasu nie przedstawia, nazywać będziemy *prze-strzennemi* spólrzędneni odnośnego punktu.

Założywszy, żeśmy hyperprzestrzeń fizyczną odnieśli do jakiegoś układu spólrzędnych Einsteina x_1, x_2, x_3, t , któryto układ oznaczać będziemy krócej przez (X) , uważajmy dwa punkty fizyczne A i B i oznaczmy odpowiednio przez a_1, a_2, a_3 i b_1, b_2, b_3 spólrzędne przestrzenne tych punktów w takim przypadku, kiedy spólrzędna, oznaczająca czas ma tę samą wartość t_0 dla obu punktów A i B . Przy tych warunkach nadawać będziemy liczbie r , określonej przez związeki

$$r^2 = \sum_{i=1}^3 (b_i - a_i)^2; \quad r \geq 0,$$

nazwę *odległości* punktów A i B *szacowanej* w układzie (X) i odpowiadającej chwili $t = t_0$, t. j. w chwili określonej przez wartość t_0 zmiennej t , przedstawiającej czas w układzie spólrzędnych (X) . Po tych przygotowaniach, formułujemy definicję ciała sztywnego, którą mieliśmy na myśli, jak następuje:

(A) *Definicja*. Orzeczenie, że jakiś układ (S) punktów fizycznych jest sztywny czyli stanowi ciało sztywne wyraża, że odległości wzajemne punktów fizycznych, należących do układu (S) mogą wprawdzie zależeć od wyboru układu spólrzędnych Einsteina, w którym są szacowane, ale, po dokonaniu wyboru takiego układu spólrzędnych, zachowują one wartości niezależne od chwili, której odpowiadają.

(B) *Twierdzenie*. Jeżeli jakiś układ punktów fizycznych (S) składa się przynajmniej z dwóch różnych punktów fizycznych i stanowi w myśl definicji (A) ciało sztywne jeżeli nadto w jakimś układzie spólrzędnych Einsteina spólrzędne przestrzenne każdego punktu fizycznego, należącego do ciała (S) posiadają pochodne rzędu pierwszego ciągle względem spólrzędnej, przedstawiającej odnośny czas, to każdemu układowi spólrzędnych Einsteina (X) punktu hyperprzestrzeni fizycznej odpowiada taki układ trzech liczb stałych v_1, v_2, v_3 , że spólrzędne x_1, x_2, x_3, t dowolnego punktu fizycznego M , należącego do układu (S) , spełniają równania postaci

$$x_i = v_i t + a_i^{(M)} \quad (i = 1, 2, 3)$$

gdzie symbole $a_i^{(M)}$ ($i = 1, 2, 3$) są liczby stałe, których wartości zależą tylko od wyboru punktu fizycznego M w obrębie układu (S).

Twierdzenie powyższe wysławiamy krótko jak następuje: jeżeli jakiś układ (S) punktów fizycznych zawiera przynajmniej dwa punkty i jest, w myśl definicji (A), ciałem sztywnym, to po odniesieniu hyperprzestrzeni fizycznej do jakiegoś układu spólrzędnych Einsteina (X), zawsze znajdzie jedno z dwojga: albo ciało (S) poruszać się będzie względem układu (X) ruchem translacyjnym prostoliniowym jednostajnym, albo (co odpowiada przypadkowi, w którym $v_1 = v_2 = v_3 = 0$) pozostawać będzie względem układu (X) w spokoju.

Żeby twierdzenie (B) uzasadnić, przyjmijmy, że założenia tego twierdzenia są spełnione, odnieśmy hyperprzestrzeń fizyczną do takiego układu spólrzędnych Einsteina (X), żeby w tym układzie spólrzędne przestrzenne każdego punktu fizycznego ciała (S) miały pochodne rzędu pierwszego ciągłe względem czwartej spólrzędnej, przedstawiającej czas, i weźmy pod uwagę dwa różne punkty fizyczne A i B , należące do ciała sztywnego (S). Spólrzędne $x_1^{(A)}, x_2^{(A)}, x_3^{(A)}, t$ punktu A i spólrzędne $x_1^{(B)}, x_2^{(B)}, x_3^{(B)}, t$ punktu B spełniać będą równania postaci

$$(1) \quad x_i^{(A)} = f_i(t) \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$(2) \quad x_i^{(B)} = \varphi_i(t) \quad (i = 1, 2, 3)$$

gdzie funkcje zmiennej t , występujące w prawych stronach tych równań są jednowartościowymi i ciągłymi funkcjami zmiennej t , określonymi przy wszystkich wartościach tej zmiennej i takimi, że każda z nich ma pochodną ciągłą przy wszystkich wartościach na t . Na podstawie postulatu II str. 24 mamy:

$$(3) \quad \sum_{i=1}^3 (f'_i(t))^2 \leq 1,$$

$$(4) \quad \sum_{i=1}^3 (\varphi'_i(t))^2 \leq 1,$$

przy wszystkich wartościach zmiennej t .

Oznaczywszy ogólnie przez x_1, x_2, x_3, t spólrzędne punktu hyperprzestrzeni fizycznej w układzie (X), oznaczmy przez y_1, y_2, y_3, τ

spółrzędne tegoż punktu w jakimś drugim układzie współrzędnych Einsteina (Y). Ogólna postać związków, zachodzących pomiędzy zmiennymi x_1, x_2, x_3, t a zmiennymi y_1, y_2, y_3, τ , określona jest przez to, że ze względu na postulat I str. 24 i postulat XII str. 8, omawiane związki pociągają za sobą równość

$$(5) \quad \sum_{i=1}^3 dx_i^2 - dt^2 = \sum_{i=1}^3 dy_i^2 - d\tau^2.$$

Opierając się na tej uwadze i na znanych własnościach form różniczkowych kwadratowych, z łatwością stwierdzamy, że związki, o które chodzi, są postaci następującej:

$$(6) \quad \begin{cases} y_i = \sum_{k=1}^3 a_{ik} x_k + a_{i4} t + a_i, \\ \tau = \sum_{k=1}^3 a_{4k} x_k + a_{44} t + a_4 \end{cases}$$

gdzie a_{ij} i a_i są liczby stałe, z których pierwsze spełniają równania następujące:

$$(7) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^3 a_{ik}^2 - a_{4k}^2 = 1 & (k = 1, 2, 3) \\ \sum_{i=1}^3 a_{i4}^2 - a_{44}^2 = -1 \\ \sum_{i=1}^3 a_{ik} a_{ij} - a_{4k} a_{4j} = 0 & (k \neq j, k, j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

Należy jeszcze dodać, że ze względu na postulat XI (str. 7), mamy

$$(8) \quad a_{44} > 0.$$

Z łatwością udowodnić można twierdzenie następujące:

(C) Twierdzenie. Jeżeli stałe a_{ij} , ($i, j = 1, 2, 3, 4$) spełniają związki (7) i (8), a stałe a_i ($i = 1, 2, 3, 4$) mają wartości jakiegokolwiek, to wzory (6) określają układ zmiennych y_1, y_2, y_3, τ jako jakiś nowy układ (Y) współrzędnych Einsteina i przedstawiają związki,

zachodzące pomiędzy spólrzędnymi punktu hyperprzestrzeni w układzie Einsteina (X), a spólrzędnymi tegoż punktu w układzie Einsteina (Y).

Pośród różnych równań, będących następstwami równań (7), istnieje w szczególności i równanie następujące:

$$(9) \quad - \sum_{k=1}^3 a_{4k}^2 + a_{44}^2 = 1.$$

Łatwo można dowieść, że każdemu układowi wartości (naturalnie rzeczywistych) na liczby

$$(10) \quad a_{41}, a_{42}, a_{43}, \text{ i } a_{44},$$

spełniającemu równanie (8) można przyporządkować nieskończenie wiele takich układów wartości na zespół wszystkich innych współczynników, występujących we wzorach (6), żeby przy każdym z nich układ równań (7) był spełniony. Stąd zaś wynika bezpośrednio twierdzenia następujące:

(D) Twierdzenie. Każdemu układowi wartości na liczby (10), spełniającemu związki (8) i (9) odpowiada nieskończenie wiele układów spólrzędnych Einsteina w taki sposób, że jeśli którykolwiek z tych ostatnich oznaczymy przez (X), to po stosownem oznaczeniu innych współczynników, występujących we wzorach (6), wzory te przedstawiać będą wzory na przejście od układu spólrzędnych (X) do układu (Y).

(E) Twierdzenie. Jeżeli każda z trzech funkcji

$$\Phi_1(t), \Phi_2(t), \Phi_3(t)$$

zmiennej t określoną jest jako funkcja jednowartościowa tej zmiennej przy wszystkich jej wartościach i posiada pochodną ciągłą rzędu pierwszego w obrębie wszystkich wartości rozważonej zmiennej, jeżeli nadto mamy

$$(11) \quad \sum_{i=1}^3 (\Phi_i'(t))^2 \leq 1$$

i przyjmiemy

$$(12) \quad \tau = \sum_{k=1}^3 a_{4k} \Phi_k(t) + a_{44}t + a_4,$$

zakładając przytem, że związki (8) i (9) są spełnione, a a_4 przedstawia dowolną stałą, to w takim razie każda ze zmiennych t i τ jest taką funkcją drugiej z nich, że jej pochodna jest ciągłą i dodatnią przy wszystkich wartościach tej zmiennej.

Z elementów teorii funkcji zmiennej rzeczywistej wynika, że wystarczy wykazać, iż zmienna τ , uważana za funkcję zmiennej t , określoną przez wzór (11) ma ciągłą pochodną, posiadającą stałą dolną granicę dodatnią.

Otóż ze wzoru (12) mamy:

$$(13) \quad \frac{d\tau}{dt} = \sum_{k=1}^3 a_{4k} \Phi'_k(t) + a_{44}$$

Zatem pochodna $\frac{d\tau}{dt}$ jest funkcją jednowartościową i ciągłą zmiennej t , określoną przy wszystkich wartościach tej zmiennej. Ale

$$\left(\sum_{k=1}^3 a_{4k} \Phi'_k(t) \right)^2 \leq \left\{ \sum_{k=1}^3 a_{4k}^2 \right\} \left\{ \sum_{k=1}^3 (\Phi'_k(t))^2 \right\}$$

Zatem, na podstawie (9) i (11) mamy

$$\left(\sum_{k=1}^3 a_{4k} \Phi'_k(t) \right)^2 \leq a_{44}^2 - 1$$

Opierając się na tym związku i na nierówności (8), wnosimy ze wzoru (13), że przy wszystkich wartościach na t mamy

$$\frac{d\tau}{dt} \geq a_{44} - \sqrt{a_{44}^2 - 1}$$

Zatem funkcja $\frac{d\tau}{dt}$ posiada stałą dolną granicę dodatnią, a to tylko pozostawało do wykazania, żeby nasze twierdzenie uzasadnić w zupełności.

Założywszy, że wzory (6) określają układ zmiennych

$$y_1, y_2, y_3, \tau$$

jako jakiś układ spólrzędnych Einsteina (Y) punktu hyperprze-strzeni fizycznej, zwróćmy się do wywodu związków, wyrażających, że odległość punktów fizycznych A i B , szacowana w układzie (Y), nie zależy od chwili, której w tym układzie odpowiada. Na pod-

stawie wzorów (1) i (6) mamy na spólrzędne przestrzenne $y_i^{(A)}$ ($i=1, 2, 3$) punktu A w układzie (1) wzory następujące:

$$(14) \quad y_i^{(A)} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} f_k(t) + a_{i4} t + a_i, \quad (i=1, 2, 3)$$

a nadto, z tychże wzorów (1) i (6) wynika, że czwarta spólrzędna punktu A , τ , przedstawiająca czas w układzie (Y), określona będzie przez wzór:

$$(15) \quad \tau = \sum_{k=1}^3 a_{4k} f_k(t) + a_{44} t + a_4$$

Zwróćmy się teraz do wyznaczenia spólrzędnych przestrzennych $y_i^{(B)}$ ($i=1, 2, 3$) punktu fizycznego B w układzie (Y) w przypadku, kiedy czwarta spólrzędna tego punktu, przedstawiająca czas w układzie (Y), ma wartość τ , określoną przez wzór (15). Jeżeli przy tych warunkach weźmiemy pod uwagę spólrzędne punktu fizycznego B w układzie (X), to spólrzędna przedstawiająca czas niekoniecznie będzie miała wartość t ; wobec tego oznaczmy wartość rzeczonyj spólrzędnej przez wyrażenie

$$t + h.$$

Na podstawie wzorów (2) i (6) wielkość h spełniać będzie równanie

$$(16) \quad \tau = \sum_{k=1}^3 a_{4k} \varphi_k(t + h) + a_{44}(t + h) + a_4$$

Opierając się na tw. (E) upewniamy się z łatwością, że zespół równań (15) i (16) określa sumę

$$t + h$$

jako funkcję zmiennej t , posiadającą, przy wszystkich wartościach tej zmiennej, pochodną ciągłą dodatnią. Zatem, rozważane dwa równania określają zmienną h jako funkcją jednowartościową o pochodnej ciągłej zmiennej t przy wszystkich wartościach tej zmiennej. Ale, o ile chodzi o określenie zmiennej h jako funkcję zmiennej t , zespół równań (15) i (16) jest równoważny jednemu równaniu następującemu:

$$(17) \quad \sum_{k=1}^3 a_{4k} \{ \varphi_k(t+h) - f_k(t) \} + a_{44} h = 0.$$

Dochodzimy więc do wyniku następującego: równanie (17) określa zmienną h jako funkcję jednowartościową zmiennej t posiadającą pochodną ciągłą przy wszystkich wartościach na t , a jeżeli weźmiemy punkt fizyczny B pod uwagę wówczas, kiedy w układzie (X) ta spólrzędna rozważanego punktu fizycznego, która przedstawia czas ma wartość

$$t + h,$$

to w takim razie ta spólrzędna punktu fizycznego B , która przedstawia czas w układzie (Y) mieć będzie wartość τ , określoną przez wzór (15). Opierając się na tym wyniku oraz na równaniach (2) i (6) stwierdzamy, że na spólrzędne przestrzenne $y_i^{(B)}$ ($i = 1, 2, 3$) punktu fizycznego B w układzie (Y) przy tej wartości τ czasu, odpowiadającego układowi (Y), która określona jest przez wzór (15), zachodzą wzory następujące

$$(18) \quad y_i^{(B)} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} \varphi_k(t+h) + a_{i4}(t+h), \quad (i = 1, 2, 3),$$

gdzie h jest funkcją zmiennej t , określoną przez równanie (17).

Ponieważ spólrzędne przestrzenne

$$y_i^{(A)}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad \text{i} \quad y_i^{(B)}, \quad (i = 1, 2, 3)$$

odpowiednio punktów fizycznych A i B w układzie (Y) odpowiadają tej samej wartości τ czasu, odpowiadającego układowi (Y), przeto, na podstawie definicji (A) (str. 26), mamy

$$(19) \quad \sum_{i=1}^3 \{ y_i^{(B)} - y_i^{(A)} \}^2 = \text{Const.} > 0.$$

Opierając się na równaniach (7) łatwo stwierdzamy, że z równań (14), (15), (16) i (18) wynika równość następująca:

$$\sum_{i=1}^3 \{ y_i^{(B)} - y_i^{(A)} \}^2 = \sum_{i=1}^3 \{ \varphi_i(t+h) - f_i(t) \}^2 - h^2$$

Zatem, z uwagi na (19), mamy:

$$(20) \quad \sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t+h) - f_i(t)\}^2 - h^2 = \text{Cont.} > 0.$$

Ostatecznie więc, równanie (17) pociąga za sobą związki (20). Ale, ze względu na definicję (A), str. 26, i na twierdzenie (D), str. 29, swoboda wyboru współczynników a_{4k} ($k = 1, 2, 3, 4$) ograniczoną jest tylko przez warunki (8) i (9).

Jeżeli więc przyjmiemy

$$(21) \quad u_k = \frac{a_{4k}}{a_{44}} \quad (k = 1, 2, 3)$$

to będziemy mogli zadać sobie jakiekolwiek wartości na liczby u_k , byleby te wartości spełniały nierówność:

$$(22) \quad \sum_{k=1}^3 u_k^2 < 1.$$

Z drugiej znów strony ze wzorów (21) wynika, że równanie (17) równoważne jest następującemu:

$$(23) \quad \sum_{i=1}^3 u_i \{\varphi_i(t+h) - f_i(t)\} + h = 0.$$

Możemy więc wypowiedzieć twierdzenie następujące:

(F). **Twierdzenie.** Jeżeli w układzie (X) spólrzędne dwóch różnych punktów fizycznych A i B ciała sztywnego (s) spełniają odpowiednio równania (1) i (2), to równanie (23) pociąga za sobą związki (20) przy każdym, byle nierówność (22) spełniającym układzie wartości na liczby u_1, u_2, u_3 .

Oznaczywszy przez h' pochodną funkcji h zmiennej t , otrzymamy, drogą różniczkowania równań (20) i (23) równania następujące:

$$(24) \quad \sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t+h) - f_i(t)\} \{\varphi'_i(t+h)[1+h'] - f'_i(t)\} - h h' = 0,$$

$$(25) \quad \sum_{i=1}^3 u_i \{\varphi'_i(t+h)[1+h'] - f'_i(t)\} + h' = 0.$$

(G). **Lemat.** Jeżeli przy jakimś układzie wartości na liczby

$$u_1, u_2, u_3,$$

spełniającym nierówność (22), funkcje h i h' zmiennej t przybierają przy jakiejś wartości $t = t_0$ na t odpowiednio jakieś wartości h_0 i h'_0 , to w takim razie mamy:

$$(27) \quad \varphi'_i(t_0 + h_0) - f'_i(t_0) = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

oraz

$$(28) \quad h'_0 = 0.$$

Żeby powyższy lemat uzasadnić, zważmy, iż przy $t = t_0$, zespół równań (23) i (25) przybiera postać układu następującego.

$$(29) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^3 u_i \{ \varphi_i(t_0 + h_0) - f_i(t_0) \} + h_0 = 0 \\ \sum_{i=1}^3 u_i \{ \varphi'_i(t_0 + h_0) [1 + h'_0] - f'_i(t_0) \} + h'_0 = 0. \end{cases}$$

Jeżeli układ (29) uważać będziemy za układ równań o niewiadomych u_1, u_2, u_3 , to będzie to układ równań liniowych, a ze znaczenia, nadanego symbolom h_0 i h'_0 wynika, że układ ten nie będzie pozbawiony rozwiązań, spełniających (22). Z drugiej zaś strony z tego, że związki (20) zachodzą przy każdej wartości na t , wnosimy, że nie każda z różnic

$$\varphi_i(t_0 + h_0) - f_i(t_0) \quad (i = 1, 2, 3)$$

równa się zeru. Zatem jedno z dwojga: albo układ (29), uważany za układ równań o niewiadomych u_1, u_2, u_3 , jest równoważny pierwszemu równaniu tego układu, albo macierz współczynników tych równań liniowych jest rzędu 2. W pierwszym przypadku znajdzie się taka liczba λ , że mieć będziemy:

$$(30) \quad \begin{cases} \varphi'_i(t_0 + h_0) [1 + h'_0] - f'_i(t_0) = \lambda \{ \varphi_i(t_0 + h_0) - f_i(t_0) \}, (i = 1, 2, 3) \\ h'_0 = \lambda h_0. \end{cases}$$

Jeżeli zapomocą tych równań wyrugujemy wyrażenia, stanowiące lewy strony tychże, z równania jakie wynika z równania (24)

w przypadku, w którym $t = t_0$ i w którym zatem mamy $h = h_0$ i $h' = h'_0$, to otrzymamy równanie:

$$\lambda \left\{ \sum_{i=1}^3 \{ \varphi_i(t_0 + h_0) - f_i(t_0) \}^2 - h_0^2 \right\} = 0.$$

Ponieważ zaś (20) zachodzi w szczególności i przy $t = t_0$ oraz $h = h_0$, przeto z powyższego równania mamy $\lambda = 0$. Z tego zaś wnosimy, opierając się na równaniach (30), że w rozważanym przypadku lemat nasz się sprawdza.

Niech teraz macieź współczynników równań (29) będzie rzędu 2. Zważywszy, że na podstawie definicji liczb h_0 i h'_0 , równania te posiadają jakieś rozwiązanie, spełniające nierówność (22), łatwo stwierdzamy, że znajdzie się taka liczba dodatnia δ , że nierówności

$$(31) \quad |l = h_0| < \delta, \quad |l' - h'_0| < \delta$$

stanowiąc będą wystarczające warunki, aby równania, w jakie przeobrażają się równania (29) przez podstawienie liczb l i l' odpowiednio w miejsce liczb h_0 i h'_0 , posiadały, względem niewiadomych u_1, u_2, u_3 , rozwiązanie, spełniające nierówność (22). Z tego wynika, że przy rozważanych warunkach i w razie kiedy liczby l i l' spełniają (31), można będzie tak rozporządzić liczbami u_1, u_2, u_3 , ażebyśmy mieli

$$(32) \quad (h)_{t=t_0} = l, \quad (h')_{t=t_0} = l'$$

Zważywszy teraz, że (23) pociąga za sobą (20), zważywszy nadto, że zatem zespół równań (23) i (25) pociąga za sobą (24) przy każdej wartości na t , wnosimy ze związków (32), że mieć będziemy

$$(33) \quad \sum_{i=1}^3 \{ \varphi_i(t_0 + l) - f_i(t_0) \} \{ \varphi'_i(t_0 + l) [1 + l'] - f'_i(t_0) \} - ll' = 0.$$

Ale przy danym t_0 , swoboda wyboru liczb l i l' ograniczona jest tylko przez nierówności (31). Zatem nierówności te pociągają za sobą (33). Ponieważ zaś równanie to jest liniowe względem l' , a przy stałym l , liczba l' może być dowolnie wybrana w granicach, oznaczonych przez drugą z nierówności (31), przeto mamy z osobna

$$\sum_{i=1}^3 \{ \varphi_i(t_0 + l) - f_i(t_0) \} \{ \varphi'_i(t_0 + l) - f'_i(t_0) \} = 0.$$

oraz

$$\sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t_0 + l) - f_i(t_0)\} \varphi'_i(t_0 + l) - l = 0.$$

Odejmując stronami pierwsze z tych równań od drugiego, otrzymujemy:

$$(34) \quad \sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t_0 + l) - f_i(t_0)\} f'_i(t_0) - l = 0.$$

Ponieważ równanie to zachodzi przy wszystkich wartościach na l , spełniających pierwszą z nierówności (31), przeto, przy tychże wartościach na l zachodzić będzie i równie wyrażające, że pochodna cząstkowa lewej strony równania (34) względem l równa się zeru. Mamy więc:

$$(35) \quad \sum_{i=1}^3 \varphi'_i(t_0 + l) f'_i(t_0) - 1 = 0.$$

Ponieważ zaś do wartości na l , przy których to równanie zachodzi, należy w szczególności i wartość $l = h_0$, przeto mamy

$$\sum_{i=1}^3 \varphi'_i(t_0 + h_0) f'_i(t_0) = 1.$$

Ponieważ zaś związki (3) i (4) zachodzą przy każdej wartości na t , przeto mamy w szczególności

$$(35 a) \quad \sum_{i=1}^3 (f'_i(t_0))^2 \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^3 (\varphi'_i(t_0 + h_0))^2 \leq 1.$$

Ale z tych związków i z równości (35) wynika, że wyrażenie

$$\sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t_0 + h_0) - f_i(t_0)\}^2$$

nie może mieć wartości dodatniej. Ponieważ z drugiej strony rze-
czone wyrażenie nie może też mieć i wartości ujemnej, przeto, roz-

ważane wyrażenie równa się zeru, a stąd wynika, że równości (27) są spełnione. Ale równości (27) i drugie z równań (29) pociągają za sobą, ze względu na (22) i (35a) równość (28). Okazuje się więc, jednocześnie, że macież współczynników równań (29) nie może w rzeczywistości być rzędu 2, a lemat nasz zachodzi w podanym brzmieniu.

(H). **Lemat.** Dowolnie danej wartości t_0 na t można przyporządkować taką od zera większą liczbę r , że nierówność

$$(36) \quad |h_0| < r$$

stanowiąc będzie dostateczny warunek do tego, żeby istniał taki układ wartości na liczby u_1, u_2, u_3 , spełniający (22), iżby funkcja h zmiennej t , określona przez równanie (23) spełniała warunek

$$(h)_{t=t_0} = h_0.$$

Istotnie, żeby ten lemat uzasadnić, należy tylko dowieść, że przy dostatecznie małej, choć od zera większej wartości na r , pierwsze z równań (29) nie będzie sprzeczne z nierównością (22).

Otóż z definicji (A) (str. 26) wynika, że mamy

$$\sum_{i=1}^3 \{\varphi_i(t) - f_i(t)\}^2 = \text{Const.} > 0$$

przy wszystkich wartościach na t . Zatem, w szczególności nie każda z różnic

$$\varphi_i(t_0) - f_i(t_0) \quad (i = 1, 2, 3)$$

równa się zeru. Opierając się na tej uwadze i na ciągłości funkcji $\varphi_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), łatwo stwierdzamy, że dodatnia wartość na r , spełniająca żądanie, wypowiedziane przed chwilą, rzeczywiście istnieje. Zatem nasz lemat zachodzi w podanym brzmieniu.

Z lematów (G) i (H) wynika, że dowolnie danej liczbie t_0 odpowiada pewna taka od zera większa liczba r , że (36), pociągając za sobą (27). Ponieważ przy danym t_0 (36) pociągają za sobą (27), przeto, w obrębie wartości na h_0 , spełniających nierówność (36) wolno różniczkować równanie (27) względem h_0 . Stwierdzamy w ten sposób, że (36) nie tylko pociągają ze sobą (27), ale także i równość:

$$(37) \quad \varphi_i''(t_0 + h_0) = 0. \quad (i = 1, 2, 3).$$

Ponieważ zaś w szczególności wartość zerowa w h_0 spełnia nierówność (36), przeto równości (27) i (37) zachodzą w szczególności i przy $h_0 = 0$. Mamy więc:

$$\varphi'_i(t_0) = f'_i(t_0) \quad (i = 1, 2, 3)$$

oraz

$$\varphi''_i(t_0) = 0.$$

Ale t_0 oznacza całkiem dowolnie przyjętą liczbę, zatem twierdzenie (B) (str. 26) zachodzi przynajmniej w odniesieniu do układu spólrzędnych Einsteina (X). Z tego jednak wynika, na podstawie wzorów (6), że rzeczzone twierdzenie sprawdza się w odniesieniu do każdego układu spólrzędnych Einsteina i zachodzi zatem w podanem brzmieniu.

Z twierdzenia (B) (str. 26) wynika, że definicja (A) (str. 26) nie może doprowadzić do określenia jakichś narzędzi mierniczych. Widzimy zarazem jak trudną byłoby rzeczą podanie takiej definicji ciała sztywnego, zgodnej z postulatami małej teorii względności, żeby ta definicja była przydatną do określenia jakichś narzędzi mierniczych.

§ 9. Przejdźmy teraz do zbadania pojęcia ciała sztywnego, naszkicowanego przez p. Weyla¹⁾. P. Weyl nie formułuje żadnej definicji ciała sztywnego, lecz przyjmuje, nie próbując nawet usprawiedliwić swoją hipotezę, że możliwą jest rzeczą taką podać definicję ciała sztywnego, ażeby definicja ta pociągała za sobą następującą okoliczność:

Jeżeli do jakiegoś ciała sztywnego (s) można dobrać taki układ (X) spólrzędnych Einsteina punktu hyperprzestrzeni fizycznej, żeby wartości bezwzględne pochodnych rzędu drugiego, względem czasu, spólrzędnych przestrzennych punktu fizycznego ciała (s) nie przekraczały pewnej skończonej granicy, to każdą razą, kiedy znajdzie się jakiś drugi układ spólrzędnych Einsteina (Y), w którymby spólrzędne przestrzenne punktów ciała (s) zachowywały, w obrębie pewnego okresu czasu (τ_1, τ_2) , wartości stałe, odległości wzajemne punktów fizycznych ciała (s), szacowane w układzie (Y) i odpowiadające chwilom, należącym do okresu (τ_1, τ_2) , przybierają zawsze te same wartości. Nadto p. Weyl zakłada, że ciała, pospolicie zwane stałemi, mogą być uwa-

¹⁾ Zob. odsyłacz na str. 25.

żane przynajmniej w pewnych warunkach, za realne obrazy, dostatecznie dokładne ciał sztywnych, w myśl definicji, spełniającej powyższy warunek. Zdaniem p. Weyla powyższe postulaty wystarczają do usprawiedliwienia kontroli małej teorii względności zapomocą pomiarów, dokonywanych w zwykły sposób.

Twierdzimy stanowczo, że tak nie jest. Istotnie, zwykłe pomiary długości zapomocą sztaby mierniczej, której jedna krawędź AB zaopatrzoną jest w podziałki, opierają się w sposób istotny w szczególności na założeniu, że do zupełnego oznaczenia położenia krawędzi AB wystarczy oznaczyć położenie jednego z jej punktów fizycznych i określić kierunek stycznej do krawędzi AB w tym punkcie. Czy sztaba miernicza sztywna, w znaczeniu rozważanym przez p. Weyla, będzie sprawdzać powyższe założenie? Zapytanie to dopuszcza tylko odpowiedź przeczącą, bo w przeciwnym razie pojęcie ciała sztywne, rozważane przez p. Weyla, byłoby, jak to wynika z badań p. Lauego¹⁾ sprzeczne z postulatem II (str. 24) małej teorii względności. Ostatecznie więc okazuje się, że próba p. Weyla uczynienia zadość warunkom aksjomatu (A), (str. 15), celu chybiła.

Pozwolimy sobie dodać, że końcowy ustęp paragrafu, poświęconego przez p. Weyla temu przedmiotowi, dowodzi, że i sam autor w pewnej mierze uznaje, iż nie zdołał celu dopiąć.

§ 10. Z długiej dyskusji, której poświęciliśmy trzy poprzednie paragrafy, jasno wynika, że *mała teoria względności nie tylko nie tłumaczy wyniku doświadczeń pp. Michelsona i Morleya, ale nie rozporządza nawet terminami, umiawniającymi sformułowanie rzeczonego wyniku*. W rzeczywistości zachodzi ta sama okoliczność i w odniesieniu do każdego innego faktu doświadczalnego, potwierdzającego rzekomo małą teorię względności, bo żadnego z nich nie umiemy sformułować nie przyjąwszy uprzednio jakąś koncepcję ciała sztywnego, a nie znamy żadnej koncepcji tego przedmiotu, któraby nie przeczyła przesłankom teorii względności. Zatem uzasadniliśmy w zupełności wszystkie wyniki, zapowiedziane w § 1.

Na zakończenie pragnę jeszcze krótko wyjaśnić, z jakiego powodu sądzę, że oba zarzuty, podnoszone przez relatywistów prze-

¹⁾ M. Laue, Das Relativitätsprinzip. Braunschweig, Fridr. Vieweg & Sohn 1913, p. 180.

ciwko nierelatywistycznej koncepcji fizyki, nie wydają mi się uzasadnionemi.

Według jednego z nich ujemny wynik doświadczeń, mających na celu stwierdzenie ruchu ziemi względem eteru, obalałby nierelatywistyczną koncepcję hyperprzestrzeni fizycznej, a według drugiego postulat mechaniki klasycznej, głoszący istnienie tej szczególnej klasy układów spólrzędnych, którym często nadawana bywa niestosowna nazwa układów nieruchomych, a którym dany miano układów Galileusza, doprowadzałby do przyjęcia jakiegoś niezrozumiałego absolutu.

Odnosnie do pierwszego zarzutu sądzimy, że doświadczenia obalają tylko hipotezę, według której jakiś eter, w którymby poruszające się ciała materialne nie sprawiały żadnych zaburzeń, stanowiłby ośrodek, w którymby promienie świetlne, a więc perturbacje elektromagnetyczne, rozchodziły się, a bynajmniej nie przeczą tradycyjnej koncepcji hyperprzestrzeni fizycznej.

Drugi zarzut również nie jest uzasadniony. Jasną bowiem jest rzeczą, że postulaty mechaniki klasycznej należy uważać za ważne tylko w części hyperprzestrzeni fizycznej dostępnej dla naszych badań. Z drugiej zaś strony niema żadnych powodów do wykluczenia hipotezy, że reszta wszechświata nie jest bez wpływu na zjawiska, wydarzające się w tej jego części, która jest dla naszych badań dostępną.

Otóż wystarczy przyjąć, że ów wpływ objawia się przez istnienie układów spólrzędnych Galileusza, ażeby usunąć wszelkie trudności natury teoretyczno-poznawczej. Pogląd ten znajduje, jak sądzę, potwierdzenie w fakcie, że w praktyce układy spólrzędnych Galileusza są te, względem których ogół gwiazd porusza się, ze stopniem przybliżenia bardzo wielkim, ruchem translacyjnym, prostoliniowym i jednostajnym. Należy jeszcze dodać, że, jak to słusznie podnosi prof. Painlevé¹⁾, relatywiści także nie mogą obejść się bez przyjęcia istnienia pewnej szczególnej klasy układów spólrzędnych, skoro tylko przechodzą do jakichś zastosowań teorii względności w fizyce lub astronomji.

¹⁾ Notatka zacytowana na str. 23.