KAMIŃSKI — TREŚĆ JEOMETRYJI ELEMENTARNEJ

TREŚĆ

JEOMETRYJI ELEMENTARNÉJ

Popularnie w 95 rysunkach na oko pokazana

albo

raczej wyrazy jeometryczne, bez poznania których nie można mieć dokładnego pojęcia w wykładzie nauk przyrodzonych, a nawet bez ścisłej ich znajomości, sama mowa potoczna na jasności i zrozumiałości traci.

Z dodatkiem

sposobów wymierzania wszystkich powierzchni figur i pełności rozmajitych postaci brył.

Szczegolnie dla płci pięknej napisana

PRZEZ

ANTONIEGO ODROWĄŻA KAMIŃSKIEGO.

„Uczyć się metodycznie, cięż-
„ka jest rzecz i pracowita; ale
„wiedzieć choćby pobieżnie,
„nie jest bez pożytku."

WARSZAWA.
w Drukarni Instyt: Głuchonie: i Ociemniałych.

1874.

ДОЗВОЛЕНО ЦЕНЗУРОЮ.

Варшава 23 Іюня 1873 г.

TREŚĆ

Jeometryji Elementarnej

Popularnie w 95 rysunkach na oko pokazana.

I.

LONGIMETRYJA.

Język polski, jak i każdy inny, ma wiele wyrazów technicznych każdej nauce właściwych, pożyczonych pospolicie od greckiej i łacińskiej mowy. Wyrazy te z czasem, z uprawą samej nauki odmieniały się, spolszczały, i ztąd na jednę rzecz powstało niekiedy kilka wyrazów jeden od drugiego ściślej, lub bardziej rzecz objaśniających; wiele znowu wyrazów ze zwyczajnej mowy wprowadzonych do ścisłych nauk zostało lepiej określonych, od zrozumienia których nietylko nauka, ale i sama potoczna mowa zyskała na jasności i zrozumiałości. Gdy to piszę, mam na myśli nauki matematyczne, a szczególniej Jeometryją, w której nomenklatura polska szczególniejszym sposobem wygładzona i do rzeczy lepiej zastosowana, jak w którymkolwiek obcym języku. Młodzież ucząc się w szkołach jeometryji, uczy się razem znaczenia tych wyrazów—ale nie każdemu los sprzyjał do uczenia się w szkołach publicznych, a tém bardziej do całkowitego ukończenia kursu nauk, nie mówiąc już o płci pięknej, dla której ta gałęź nauki zupełnie jest obcą; a przecież znajomość tych wyrazów i ich właściwe użycie nawet w potocznej mowie jest niezbędnie potrzebną. Aby tej potrzebie zaradzić, przygotowaliśmy tu krótki rys Jeometryji popularnym sposobem wyłożony, z objaśnieniem wyrazów tej nauce właściwych. Obyż tylko praca moja znalazła czytelników; bo dla mnie dość na tém, że się z powołania mego wyspowiadałem.

Pisałem w Wilnie dnia 13 Czerwca 1872 r.

TREŚĆ JEOMETRYJI ELEMENTARNEJ

CZĘŚĆ I.

PRAWDY Z LONGIMETRYJI.

O własnościach linij, i rozciągłości w jednym wymiarze.

Wiadomości wstępne.

1. Wszystko to, co jest, co nas otacza, czego dotknąć się możemy, wszystko nawet to, co widzimy, skoro to ma byt swój rzetelny, w potocznej mowie nazywamy *rzeczą*, a w języku naukowym zowie się *ciałem* (тѣло).

2. Postać, w jakiej się nam ciało jawi, zowie się jego *kształtem*, *figurą* (видъ, фигура). Są ciała

i bezkształtne jak: powietrze, woda, głos, światło, elektryczność, magnetyzm, a nawet czas.

3. Postać ciał zależy od ścian obejmujących ciało, i *krawędzi* (ребръ) powstających z zetknięcia się tychże ścian z sobą. Ściany jak i krawędzie bywają rozmajite: płaskie, proste i krzywe.

4. Ściany i krawędzie razem uważane w jakiém ciele, tworzą wyobrażenie *bryłki, bryły* (геометрическое тѣло).

5. Same zaś ściany brył razem wzięte, tworzą tych brył *powierzchnią* (поверхность).

6. Miejsce, jakie ciało zajmuje w przestrzeni, zowie się jego *objętością* (объёмъ).

7. Objętość ciała wymierzona, zowie się jego *miąszością,* albo *bryłowatością* (вмѣстительностью, емкостью).

8. Treść wewnętrzna ciał, czyli to, co wypełnia ściany brył w ogólności, zowie się *materyją* (матерія).

9. Materyja uważana w pewnej objętości ciała, zowie się *massą* ciała (масса).

10. Massa ciała odważona, zowie się ciała *ciężarem* (вѣсъ).

11. Najmniejsza cząstka z massy ciała uważana, mniejsza jak najdrobniejszy pyłek, zowie się *atomem* (атомъ).

12. Powierzchnia ciał mierzy się, materyja waży się; ciała różne w jednej objętości nie zawsze jednostajnie ważą, bo waga zależy od natury atomów składających ciało.

13. Uważając w jakiémkolwiek ciele odległość z jednego jego końca do drugiego, ta odległość zowie się *długością* (длина).

14. Długość węższa czyli w poprzek ciała wzięta, jest *szerokością* (ширина).

15. Wymiar z góry na dół—jak np. w desce, jest *grubością* (толщина); w studni lub jaskini zowie się *głębokością* (глубина); z dołu zaś w górę jak w pokoju, zowie się *wysokością* (высота).

16. Każde ciało bez wyjątku musi mieć długość, szerokość i wysokość czyli grubość lub głębokość. Wszystkie te rozmiary mogą się ocenić czyli wymierzyć.

17. Ciało choćby najmniejsze jest jeszcze wielkie w porównaniu z drugiém ciałem—bo gdybyśmy nawet znaleźli najmniejsze ciało i to jeszcze będzie wielkiém, bo da się bogdajby myślą podzielić na połowę, a ta połowa jeszcze na pół.

18. Otóż wielkość (величина) jest ogólnym przymiotem czyli własnością wszystkich ciał. W Matematyce wielkością zowie się to wszystko,

co może się ocenić, wymierzyć, przeliczyć, przeważyć czyli wszystko to, co może się powiększyć lub zmniejszyć w swych rozmiarach.

19. Każda wielkość, nawet bezkształtna, może się cenić za pomocą drugiej wielkości, nam znanej, tejże samej natury będącej. Otóż wtedy ta druga znajoma nam wielkość, wzięta za miarę do ocenienia innych ciał, czyli za pomocą której dochodzimy, ile razy uważane ciało jest większe lub mniejsze od niej, zowie się *jednością* (единица), taką jest np. łokieć, arszyn, funt, garniec, rubel, ośmina, czetwiert itd.

20. Wielkość uważana w porównaniu ze swą jednością zowie się *ilością* (величина).

21. Każda ściana w bryle, uważana w dwóch tylko rozmiarach: długości i szerokości, zowie się *powierzchnią* (поверхность), a ztąd wszystkie ciała ograniczone są powierzchniami.

§ 1.

Linija.

22. Uderzywszy kredą po tablicy (доска), lub dotknąwszy się lekko piórem do papieru,

w obu razach otrzymamy znak wyraźny, widoczny, mający swą rozciągłość czyli wymiary długości, szerokości i grubości czyli wysokości i dla tego dotykalny. Taki znak zowiemy *punktem zmysłowym* albo *fizycznym* (точка). Jeżeli zaś wyobrazimy sobie punkt myślą bez krédy i pióra, czyli zauważamy to miejsce, gdzie spoczęła myśl nasza, miejsce to nie mające żadnych wymiarów, zowiemy *punktem umysłowym* albo *matematycznym.*

23. Jeżeli punkt matematyczny przeniesiemy myślą z jednego miejsca na drugie, wtedy ten punkt, w umyśle naszym zostawi ślad czyli rys, i ten zowiemy *liniją matematyczną*, albo *liniją umysłową.* Linija więc matematyczna, jest to długość, bez szerokości i grubości.

24. Odrysowana linija zmysłowie na tablicy lub papierze, oprócz długości, będzie miała szerokość i grubość okiem cenioną, i wtedy zowie się *liniją zmysłową* albo *fizyczną.*

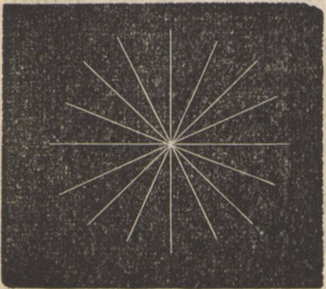
25. Punkt rozważany z miejsca na miejsce przesuwać się może albo w kierunku prostym, albo rozmajicie wyginając się—a ztąd linija być może: prosta, krzywa, łamana i rozmajicie wychylona.

A ———————— B 26. *Linija prosta* (прямая), jest najkrótszą drogą lub odległością między dwoma punktami.

Dla oznaczenia kierunku liniji prostej, koniecznie dwa jej punkty powinny być oznaczone.

Do prowadzenia liniji prostej używamy zwyczajnie liniji drewnianej lub metalowej (правильцо).

Wzajemna odległość dwóch punktów, mierzy się długością liniji prostej, bo między dwoma punktami danemi jednę tylko liniją prostą poprowadzić można.



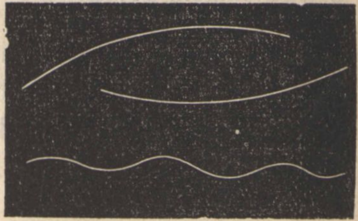
Przez punkt jeden, tyle linij prostych poprowadzić można, ile się komu podoba.

Dwie linije proste przystają do siebie, —to jest tworzą jeden ślad tylko wtedy, gdy mają dwa wspólne sobie punkty.

Dwie linije proste przecinają się z sobą w jednym punkcie.

27. Jeżeli wszystkie punkty liniji prostej, ściśle przylegają do jakiej powierzchni, taka powierzchnia zowie się *płaszczyzną* (плоскость, площадь).

28. Linija *łamana* albo *gzygzakowata* składa się z linij prostych w gzygzak ułożonych tak, że linija prosta, przecina ją w wielu punktach, i dla tego linija prosta, krótszą jest od wszelkiej łamanej.



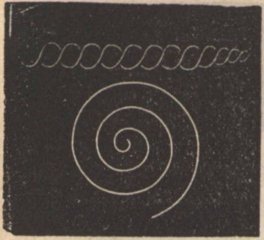
29. Linija *krzywa, wygięta* albo *łukowa* (кривая).

30. Linija essowa (эссоватая), ma podobieństwo do leżącej litery S.

31. Linija *wężowa* (змѣеобразная, змѣевикъ). Rurki wężowe używają się w alembikach i w gorzelniach.

32. Linija *śrubowa* albo *gwintowata* (гвинтовая), jaką widać na wszystkich trybuszonach, śrubach i świdrach.

33. Linija *spiralna* albo *ślimakowata* (улитковая, извилина), na podobieństwo muszli ślimakowej. Kreśli się praktycznym



sposobem, rozwijając nić z walca stale utwierdzonego w jednym punkcie.

§ 2.

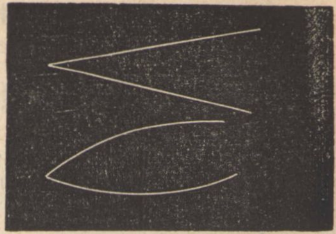
O wzajemném położeniu linij prostych i kątach.

34. Dwie lub kilka linij prostych, tak narysowanych, że najdalej w obie strony przedłużone nigdy się z sobą nie schodzą, i nadto statecznie zachowują równą między sobą odległość, zowią się linijami *równoodległemi* albo *paralelnemi* (параллельными).

Jeżeli z dwóch linij prostych, każda jest równoodległą od trzeciej, to i między sobą są równoodległemi.

35. Dwie linije nierównoodległe (наклонныя) gdy się zejdą, przecinają się w jednym punkcie i tworzą *kąt* (уголъ).

Miejsce zawarte między wzajemném nachyle-



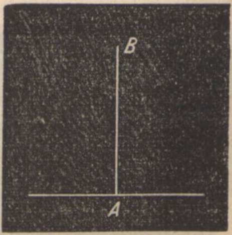
niem się dwóch linij, schodzących się w jednym punkcie, zowie się kątem. Kąt więc jest nieograniczona część płaszczyzny, zawartej między dwoma przecinającemi się linijami w jednym punkcie.

36. Punkt, gdzie się dwie linije schodzą z sobą dla utworzenia kąta, zowie się *wierzchołkiem kąta* (вершиною угла).

37. Linije obejmujące kąt, zowią się *ramionami kąta* (сторонами).

38. Kąt oznacza się literą napisaną na jego wierzchołku; jeżeli zaś przy tym punkcie znajdzie się kilka kątów, wtedy kąt uważany czyta się trzema literami, wymawiając pośrodku literę leżącą na wierzchołku kąta.

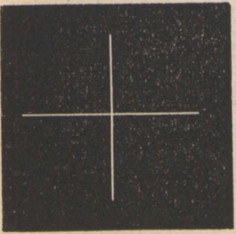
Kąty, których ramiona przy wspólnym wierzchołku przystają do siebie, nazywają się równemi.



39. Linija prosta, padająca na drugą liniją prostą tak, że w swym kierunku bardziej się nie nachyla ani ku jednej, ani ku drugiej stronie

zowie się *prostopadłą* albo *perpendykularną* (перпендикулярная линія) AB.

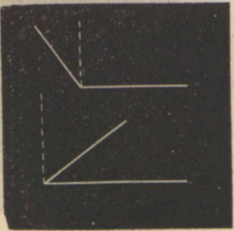
Własność liniji prostopadłej jest ta, że każdy punkt na niej wzięty, jest w równej odległości od dwóch punktów równo oddalonych od jej podstawy.



40. Kąty przy liniji prostej, utworzone przez liniję prostopadłą, nazywają się *kątami prostemi*, (прямый уголъ), i te z natury swej równe są sobie—a nawet wszystkie kąty proste są sobie równe.

Przy jednym punkcie nie może być więcej jak cztéry kąty proste, i te między sobą są równe.

Każdy więc kąt prosty ma swą stateczną wartość,—i dla tego kąt prosty wzięty jest za miarę do oceniania innych kątów i tak:



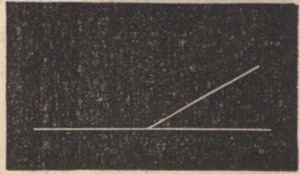
41. Kąt większy od kąta prostego, zowie się *rozwarty* (тупый).

42. Kąt mniejszy od kąta prostego zowie się *ostry* (острый).

Kąt więc jest trojaki: prosty, ostry i rozwarty.

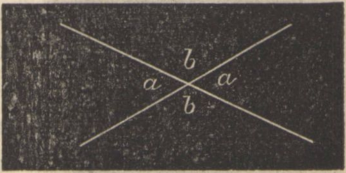
43. Ramiona kąta prostego, wzajemnie do siebie są prostopadłemi linijami.

44. Dwa kąty z jednej strony linii prostej leżące, mające drugie ramię wspólne, i dopełniające siebie do wartości dwóch kątów prostych,

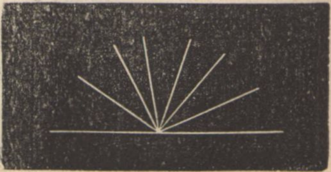


zowią się kątami *przyległemi* (смежными); jeden z nich musi być ostry, a drugi rozwarty.

45. Jeżeli ramiona jednego kąta są przedłużeniem ramion drugiego, takie kąty zowią się kątami *wierzchołkiem przeciwległe* (вершинами противулежащими), i są sobie równe.

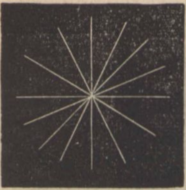


46. Kąty mające wspólny wierzchołek, leżące na jednej i tejże płaszczyznie i z jednej strony linii prostej, wszystkie razem,

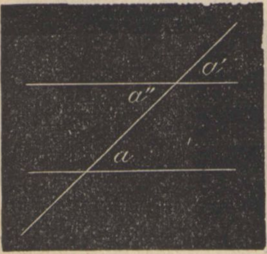


ilekolwiek ich będzie, równają się tylko dwom kątom prostym.

47. Wszystkie kąty leżące na jednej płaszczyznie, mające wierzchołki swe w jednym punkcie—razem wzięte, równają się tylko cztérem kątom prostym.

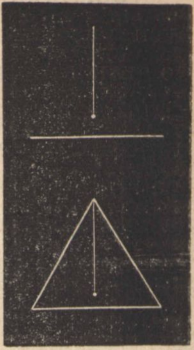


48. Z punktu danego na liniji prostej, lub zewnątrz tejże liniji położonego, do tej samej liniji ani wynieść, ani spuścić nie można dwóch prostopadeł.



49. Jeżeli dwie linije równoodległe, przetniemy trzecią liniją prostą w jakimkolwiek kierunku, wtenczas:

1. Kąty *jednostronne* (наклонные или соотвѣтственные) są sobie równe, a=à.
2. Kąty wierzchołkiem przeciwległe (вершинами противулежащіе), także są sobie równe à=ä.
3. Kąty *naprzemianległe* (на крестъ лежащіе), są sobie równe a=ä.



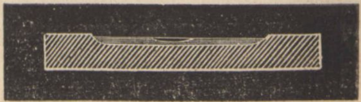
50. Linija prostopadła, gdy jest prostopadłą do ziemi, czyli do liniji prostej prowadzonej po ziemi, zowie się *liniją pionową* (отвѣсною линiею).

Liniją pionową wskazuje kamień uwiązany do nici i wolno puszczony, lub narzędzie zwane *pionem* (отвѣсъ), albo *gruntwagą.*

Każda linija pionowa jest razem prostopadłą do ziemi, ale nie każda prostopadła jest pionową.

51. Każda linija prostopadła do liniji pionowej, nazywa się *liniją poziomą* albo *horyzontalną* (горизонтальная).

52. Płaszczyzna dotykająca się powierzchni ziemi w jednym punkcie, jeżeli jest razem prostopadłą do liniji pionowej, zowie się *poziomem* (горизонтомъ). Dla wykrycia liniji poziomej i samego poziomu, mamy narzędzie nazwane *libellą* (ватерпасъ). Za jego pomocą niwellują się miejsca na ziemi.



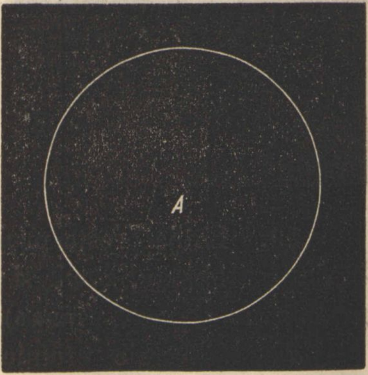
53. Linija pionowa przez nas prosto stojących prowadzona i przedłużona w obie strony, aż do granic nieba, zowie się liniją *wierzchołkową* albo *wertykalną* (вертикальная). Punkt najwyższy tej liniji nad naszemi głowami będący, zowie się *zenit* (nadgłówek) (зенитъ), a punkt przeciwny jemu na tamtej stronie nieba leżący, zowie się *nadyr* (podnóżnik) (надиръ).

CZĘŚĆ II.

CIĄG DALSZY LONGIMETRYJI.

§ 3.

Okrąg koła i linije do niego należące. Wymierzanie kątów.



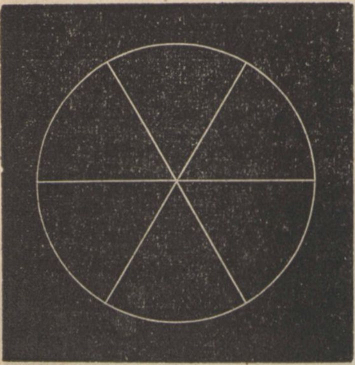
54. Linija krzywa sama w siebie wchodząca, zowie się *okręgiem* albo *obwodem* (круговая линія).

55. Linija krzywa z jednego punktu nakreślona, sama w siebie wchodząca i mająca tę własność, że wszystkie jej punkty, równie są oddalone od punktu, z którego się obwód kreślił,

zowie się *obwodem* albo *okręgiem koła* (правильною круговою линiею или окружностью круга).

56. Plac albo płaszczyzna zawarta wewnątrz okręgu koła, zowie się *kołem* (кругъ).

57. Punkt leżący w środku koła, równo daleki od każdego punktu okręgu koła, albo punkt z którego się kreślił obwód, zowie się *środkiem koła, centrum* (центръ круга) A.

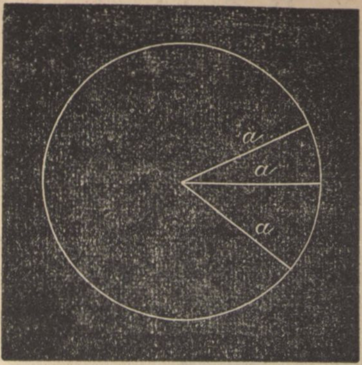


58. Linija prosta przechodząca przez środek koła i kończąca się na jego obwodzie, zowie się *średnicą, dijametrem* (дiаметръ или поперечникъ). Średnica dzieli koło i jego okrąg na dwie równe części.

59. Linija prosta prowadzona ze środka koła do jego okręgu, zowie się *promieniem koła* (радiусъ или полупоперечникъ) a. a. a.

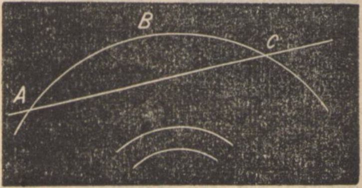
a) Wszystkie promienie jednego koła są między sobą równe.

b) Średnica równa się dwom promieniom tegoż samego koła.



c) Wszystkie średnice jednego koła są sobie równe, bo każda równa się dwom promieniom, a te są sobie równe.

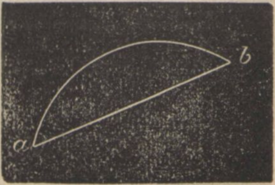
60. Część okręgu koła zowie się *łukiem* (дуга). ABC.



1. Linija prosta w dwóch tylko punktach przecina łuk.

2. Łuk zewnętrzny zawsze jest większy od każdego wewnętrznego.

3. Jak okręgi kół, tak i łuki kreślą się *cyrklem* (цыркулъ).

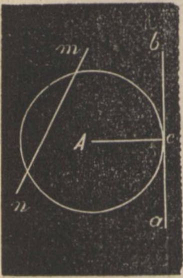


61. Linija prosta podpierająca lub łącząca dwa końce łuku, nazywa się *cięciwą* albo *chordą* (хорда) ab.

a) Każda linija krzywa dłuższa jest od prostej łączącej jej końce.

b) Średnica jest najdłuższą liniją między cięciwami.

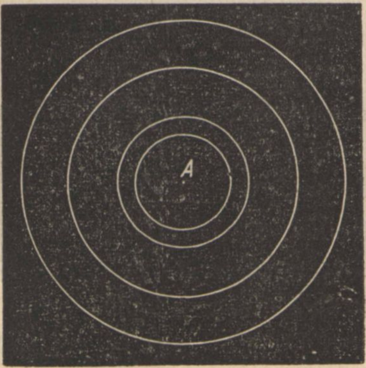
c) Łuki kreślone temiż samemi promieniami koła i wspierające się na równych cięciwach, są między sobą równe.



62. Linija prosta przecinająca okrąg koła we d w ó c h punktach, zowie się *sieczną* koła jaką jest mn.

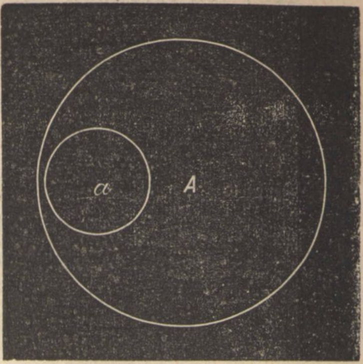
63. Linija prosta dotykająca się obwodu koła tylko w jednym punkcie, zowie się *styczną koła* ab (касательная круга).

Styczna zawsze jest prostopadłą do promienia przechodzącego przez punkt zetknięcia się stycznej z kołem.



64. Koła różnym p r o m i e n i e m z jednego ś r o d k a kreślone, zowią się *w s p ó ł ś r o d k o w e m i* (концентрическими или одноцентрными кругами).

65. Okręgi kół n a k r e ś l o n e z róż-



nych środków i różnemi promieniami ale tak, że koło mniejsze nie wychodzi z granic koła większego, nazywają się *ekscentrycznemi kołami* (сконцентрическими кругами) *mimośrodkowemi*. Samo zaś mniejsze koło zowie się *ekscentrykiem*.

§ 4.

O wymierzaniu linij i kątów.

66. Ponieważ każda liczba wyraża, ile razy jedność jest w niej powtórzoną—np. liczba 3 oznacza trzy razy jeden albo trzy jedności razem, więc dla nabycia dokładnego pojęcia o długości jakiejkolwiek liniji, trzeba koniecznie odnieść ją lub porównać z drugą liniją, i wtedy powiemy, że linija uważana jest większą lub mniejszą od drugiej. Z takiego porównania dwóch linij, lub wielkości tej samej natury, rodzi się w umyśle naszym *stosunek*.

Aby ten stosunek między wielkościami danemi był oznaczony, trzeba go koniecznie wyrazić liczbą i dla tego mówimy, że ta np. linija dłuższą jest od drugiej dwa razy. Lecz i taki stosunek nie jest jeszcze dokładnie oznaczony, póki sama wielkość, z którą go porównywamy, nie będzie dokładnie znaną, to jest ściśle oznaczoną, wymierzoną, przez władzę krajową przyznaną i wszystkim wiadomą. Dla tego za wspólną ugodą uczonych, z każdego rodzaju przedmiotów obrano pewną oznaczoną i ściśle wymierzoną lub odważoną wielkość mającą służyć za miarę do porównania, i taka wielkość przez rząd krajowy zatwierdzona, zowie się *jednością porównania.*

Każda wielkość porównania kilkakrotnie powtarzana lub zmniejszana, aż do najmniejszych, ale zawsze równych cząstek, wraz ze wszystkiemi swemi większemi i mniejszemi podziałami, zowie się *miarą* lub *wagą* podług tego, jak wielkość uważaną mierzymy lub ważymy. O miarach i wagach czyli o jednościach porównywania nabyliśmy prawdziwego wyobrażenia *w Metrologiji.* Aby więc ocenić czyli wymierzyć liniją jaką, trzeba liniją wiadomą, wziętą za miarę porównywania, tyle razy do niej przyłożyć, ile razy to da się powtórzyć.

Co do wymiaru kątów.

67. Promień koła wolno okręcając się na środku koła, skoro powróci na pierwsze swe miejsce, nietylko przebieży czyli nakreśli okrąg koła, ale razem przebieży miejsce zajmowane przez cztéry kąty proste, więc między okręgiem koła, a cztérema kątami prostemi, jest jakaś odpowiedniość. I w rzeczy samej: jeżeli kąt uważany w kole powiększa się lub zmniejsza, wtedy i łuk zawarty między jego ramionami, powiększa się lub zmniejsza, a ztąd,—jaką częścią kąt uważany, jest względem cztérech kątów prostych, taką częścią jest łuk względem całego swego okręgu koła, i chociaż te wielkości nie są jednej natury, lecz że doskonale odpowiadają sobie, i że łatwiej jest wymierzać łuki i okręgi kół, jako linije, niżeli kąty, przeto zgodzono się mierzyć kąty łukami, i dla tego mówimy, że miarą kąta jest łuk zakreślony z wierzchołka kąta między jego ramionami, jakby ze środka koła.

Za wspólną ugodą matematyków, każdy okrąg koła, bez względu na wielkość dzieli się na 360 części równych, zwanych *stopniami* albo *gradusami*. Stopień jeden dzieli się na 60 części równych zwanych *minutami*, minuta na 60 *sekund*, sekunda na 60 *tercyj* itd. A tak na kąt prosty wypadnie łuk 90 stopni; łuk większy od 90 stopni będzie miarą kąta rozwartego, a mniejszy od 90 wymierzać będzie kąty ostre.

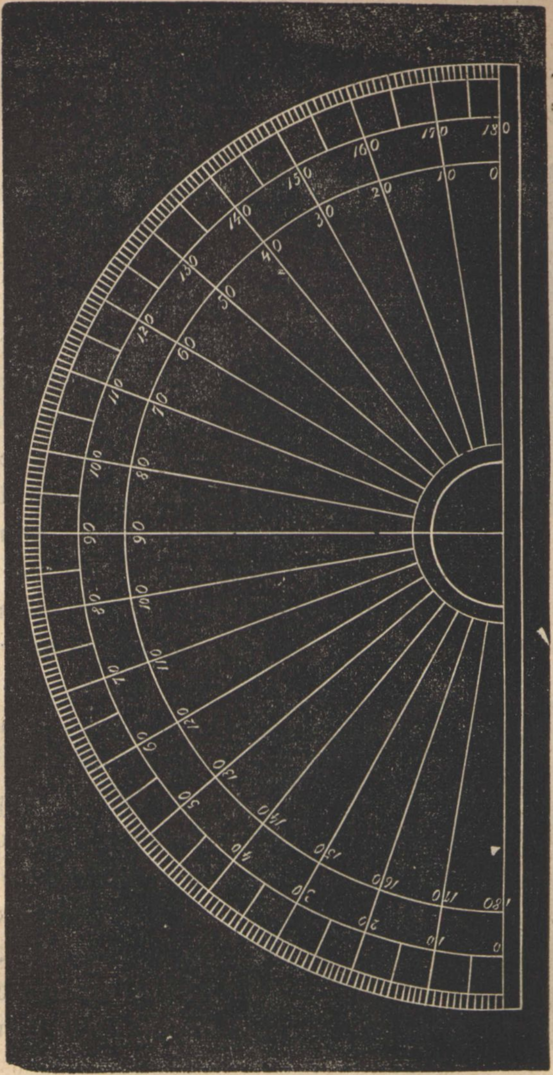
Na oznaczenie stopni, nad liczbą pisze się małe zero; nad minutami kreska ('), nad sekundami dwie kreski (") itd. I tak: $5^0\ 15'\ 30''$ czytamy: 5 stopni, 15 minut, 30 sekund.

Matematycy francuscy radzili dzielić koło na 400^0 a każdy stopień na 100' minutę na 100" ale ten podział nie utrzymał się, chociaż nierównie byłby dogodniejszy, bo już za późno.

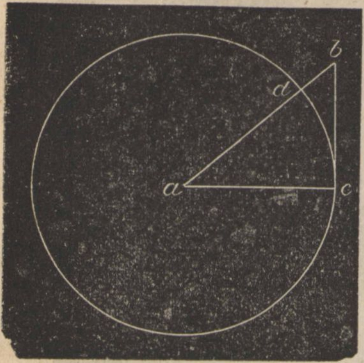
68. Aby działy koła były wyraźne dla oka, koło przynajmniej dwa cale w średnicy mieć powinno. Wartość jednego stopnia w kole, odpowiada $\frac{1}{57}$ części jego promienia to jest, jeżeli promień koła ma 57 cali, wtedy stopień tego koła równa się calowi. Stopień koła wielkiego na ziemi równa się 15 milom siedmio-wiorstowym— ztąd promień ziemi równa się $57 \times 15 = 855$ milom, a średnica ziemi 1710 (rzetelnie 1719) milom.

69. Do mierzenia łuków kąta używa się *transportator* inaczej *przenośnikiem* zwany (транспортиръ).

Oprócz wyżej opisanych linij, są jeszcze li-

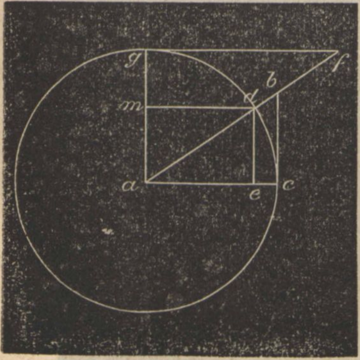

0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180

nije używane w nauce trygonometryji. Poznajmy i ich znaczenie.



70. Promień koła, przedłużony za okrąg koła, do przecięcia się jego ze styczną wyprowadzoną z drugiego końca łuku uważanego, zowie się *sieczną* trygonometryczną (секансъ) tego łuku lub kąta, którego łuk objęty jest styczną i sieczną ab łuku cd.

71. Styczna zawarta między promieniem i sieczną zowie się *styczną* trygonometryczną (тангенсъ) łuku lub kąta objętego temi linijami bc.



72. Linija prostopadła, prowadzona z punktu obwodu koła, lub z końca jednego łuku, na promień przechodzący przez drugi

jego koniec, zowie się *wstawą* (синусъ) tego łuku lub kąta oznaczonego tym łukiem de.

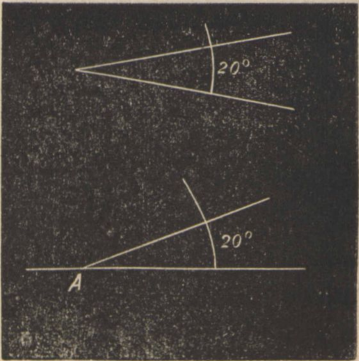
73. Styczna, sieczna i wstawa kąta spełniającego kąt uważany do kąta prostego, lub do 90° zowią się kąta uważanego *dostyczną* (котангенсъ или сокасательною линiею), gf, *dosieczną* (косекансъ) af *dostawą* (косинусъ) dm łuku cd.

Część więc promienia zawarta między środkiem koła, a wstawą kąta jest dostawą tegoż kąta.

§ 5.

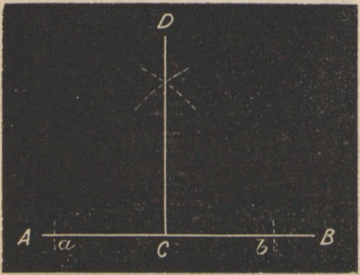
Zadania jeometryczne.

74. Przy punkcie na danej liniji, wykreślić kąt równy kątowi danemu.



a) Z wierzchołka kąta danego jakimkolwiek promieniem nakreśla się łuk, i tymżepromieniem, postawiwszy nóżkę cyrkla na punkcie danym, zakreśla się łuk od upodobania długi. Bierze się teraz miara łuku kąta danego, i przenosi się na łuk nowy od liniji danej i przecięcie się łuków złączywszy z punktem danym, otrzymamy kąt równy danemu. Albo:

b) Z mierz transportatorem wielkość łuku lub kąta danego, i przyłóż środek transportatora do punktu danego, a w ten moment wyznaczysz kierunek drugiego ramienia kąta.



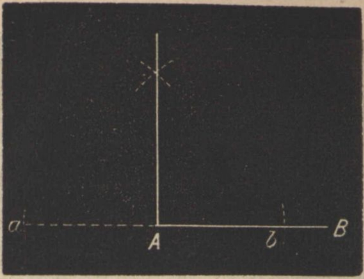
75. Z punktu danego na liniji prostej wynieść prostopadłą do tejże liniji danej.

Własność liniji prostopadłej (38) uczy nas: że z punktu danego C należy odznaczyć dwie równe odległości Ca i Cb i z tych punktów ab promieniem od upodobania wziętym, nakreślić dwa łuki. Przecięcie łuków złączywszy z punktem danym, otrzymamy prostopadłą żądaną.

76. Z końca danej liniji wynieść liniją prostopadłą.

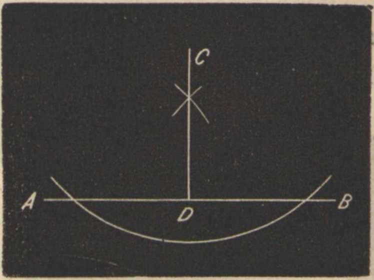
Należy naprzód liniją daną przedłużyć w przeciwną stronę jak A; potém z punktu

A obrać dwie równe odległości Aa i Ab i z tych punktów zakreślić łuki promieniem od upodobania i punkt znaleziony złączyć z końcem linii danej.

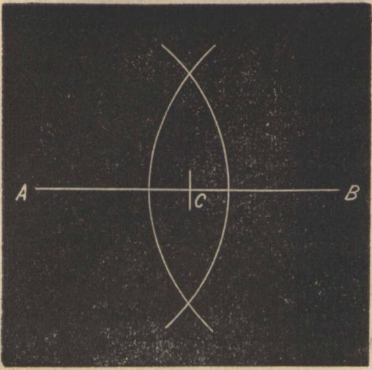


77. Z danego punktu nad liniją prostą spuścić na tęż liniją, liniją prostopadłą.

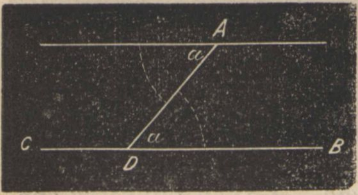
Z punktu danego promieniem od upodobania długim nakreślić łuk tak, aby on przeciął liniją daną we dwóch punktach, które będą równoodległemi od podstawy mającej się spuścić. Z tych punktów znalezionych promieniem dłuższym od połowy odległości tych punktów kreślą się dwa łuki, a przez ich przecięcie i punkt dany poprowadzona linija do liniji danej, wyznaczy prostopadłą żądaną.



78. Podzielić daną liniją na dwie równe części.



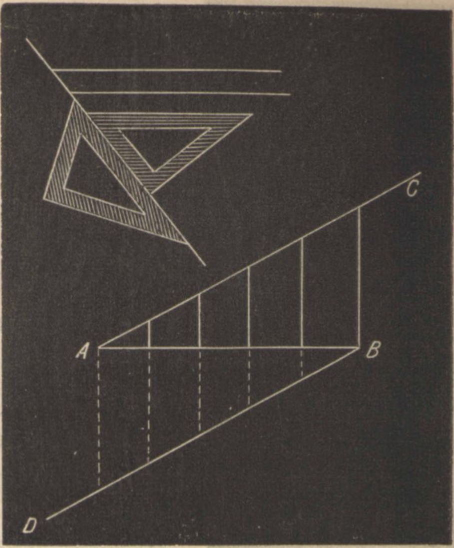
To samo znaczy, co z n a l e ź ć punkt równie oddalony od obu końców liniji d a n e j. Dla tego z obu końców liniji d a n e j, p r o m i e n i e m dłuższym od połowy liniji danej zakreślają się dwa półokręgi, a przecięcia ich złączone pokażą punkt podziału liniji danej na dwie równe części.



79. P r z e z punkt dany nad liniją prostą, poprowadzić liniją równoległą do l i n i j i danej.

Z punktu danego A poprowadziwszy w jakimkolwiek kierunku liniją prostą do liniji danej np. AD przerysować kąty naprzemian leżące (49); a tym samym wyznaczymy liniją równoodległą danej liniji.

Do kreślenia linij równoodległych na papierze, służą dobrze linijki trójkątne, jakie się zwy-

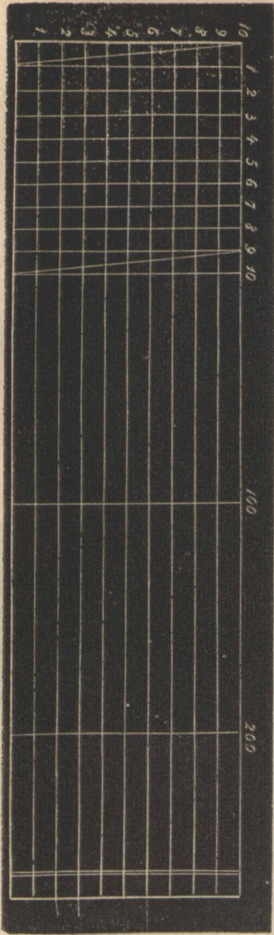


czajnie używają do linijowania seksterników—jak to widać na obocznej figurze.

80. Podzielić daną liniją na kilka części równych—np. na 5 części.

Z końca danej liniji pod jakimkolwiek kątem poprowadzić drugą liniją nieograniczonej długości, i na niej wziąć od upodobania pięć np. równych części; ostatni podział złączmy z drugim końcem liniji danej i od tej poprowadźmy tyle linij równoodległych, ile wzięliśmy działów, a te podzielą daną liniją na części równe żądane.

Albo daleko łatwiej: z obu końców danej liniji tylko w stronę przeciwną poprowadźmy dwie linije równoodległe od siebie—weźmy na nich żądaną liczbę jednakich części i te części po-



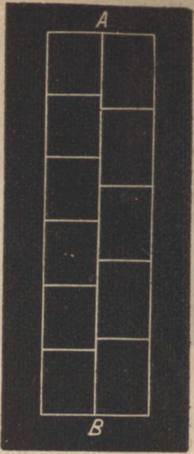
różnica $\frac{1}{6}$ od $\frac{1}{5}$ da $\frac{1}{30}$

łączmy,—jak pokazuje figura.

81. Aby podzielić daną liniją na sto części równych i wyraźnych dla oka, służy do tego *skala* (маштабъ) pospolicie z mosiądzu zrobiona—Obok jest jego figura i użycie.

82. Kiedy części z podziału wypadające tak są małe, że ich okiem rozróżnić nie można, wtedy udajemy się do podziałki *Nonniusza* albo *Wernijera*, tak nazwanej od imienia wynalazcy.

I tak: przypuśćmy, że liniją AB trzeba podzielić na 30 części równych. Dzielmy naprzód liniją na 6 części równych, a drugą jej równą na 5 części równych; zsunąwszy je do siebie równo z końcami, całej liniji—różnica mię-



dzy drugiemi działami $\frac{2}{6}$ od $\frac{2}{5}$ daje $\frac{2}{30}$—i tak dalej wszystkie części 30 wybrać można.

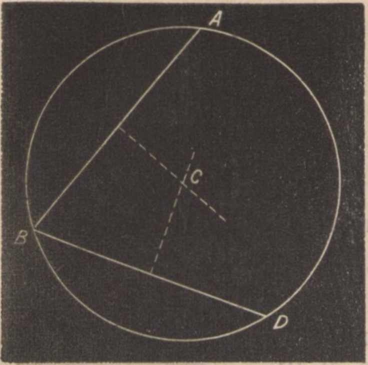
83. Jeżeli chcemy wybrać dziesiąte części l i n i j i, jak np. przy obserwacyji barometrycznej, wtedy bierzemy liniją długą od 9 liniji i dzielimy ją na 10 równych części; po przyłożeniu jej do cala czyli do 12 liniji, otrzymamy różnicę pierwszych d z i a ł ó w: $\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{10-9}{90}=\frac{1}{90}$ dziewięciu liniji czyli $\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$ części jednej liniji. Różnica między drugim podziałem Nonniusza, a podziałem narzędzia będzie—$\frac{2}{10}$ bo $\frac{2}{9}-\frac{2}{10}=\frac{20-18}{90}=\frac{2}{90}\times 9=\frac{18}{90}$ czyli $\frac{2}{10}$ i tak daléj.

Zastosowanie podziałki Wernijera nie tylko służy do liniji prostych, ale i do łuków koła, mianowicie w narzędziach optycznych i astronomicznych.

84. Znaleźć środek koła danego.

Dowiedziono w Jeometryi że:

Linija prostopadła spuszczona ze środka koła na cięciwę tegoż koła, dzieli ją na dwie równe części; i wzajemnie—linija prostopadła wyprowadzona ze środka cięciwy, przechodzi przez środek



koła. Dla tej prawdy, dość w kole danem poprowadzić dwie od upodobania cięciwy, i z obu ich środków wynieść dwie prostopadłe; ich przecięcie się z sobą oznaczy środek koła.

85. Przez trzy punkty dane nie w prostej liniji leżące nakreślić koło.

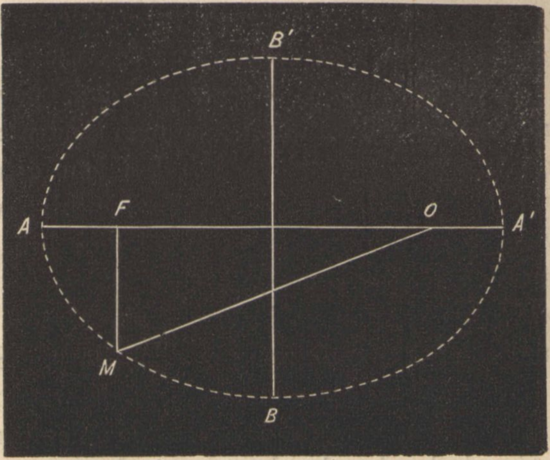
Połączywszy trzy punkty dane linijami prostemi, otrzymamy jakby dwie cięciwy koła szukanego, przeto z ich środków wyprowadziwszy dwie prostopadłe, ich przecięcie się dadzą środek koła szukanego.

§ 6.

Elipsa—Owal—Parabola i Hyperbola.

86. Obwód koła symetrycznie spłaszczony, to jest w obie strony jednakowo przeciągły, zowie się *elipsą* (еллипсисъ), jaką nam pokazuje koło, gdy na niego z ukosa patrzymy. Elipsa w miej-

sce średnic ma dwie osie, jednę dłuższą (absyda) AA', drugą krótszą BB', wzajemnie prostopadłe do siebie, i dzielące się każda na dwie równe części.



Na osi większej są dwa punkty F i O, równo oddalone od środka elipsy, zwane *ogniskami* (focus, фокусъ) służące do jej wykreślenia.

Część osi większej, zawartej między ogniskami zowie się *mimośrodem* (эксцентрицитетъ), jakim jest FO.

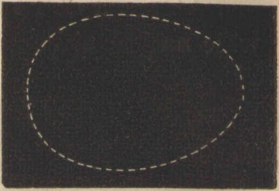
Dwie linije proste, z ognisk prowadzone do któregokolwiek punktu obwodu elipsy, np. M zowią się *promieniami wodzącemi* (векторами) i summa ich dwóch, zawsze jest równa osi większej; czyli że każdy punkt wzięty na obwodzie elipsy, ma równą summę odległości od ognisk.

87. Do zrysowania elipsy sposobem praktycznym, utwierdzają się igły lub patyczki w danych ogniskach, i na nie narzuca się sznur, lub nić długa, równająca się osi większej, powiększonej mimośrodem i oba końce tego sznura związują się; a wtedy ołówkiem lub kołkiem ostrym, prowadzi się ślad, starając się, aby nić lub powróz zawsze był natężony; koniec tego kołka lub ołówek nakreśli żądaną elipsę.

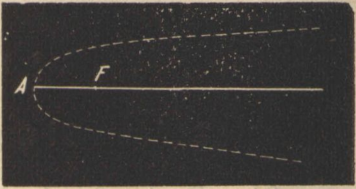
Wszystkie planety krążąc około słońca, orbitami czyli drogami swemi rysują elipsy. Słońce jest w jedném, dla nich wszystkich wspólném ognisku, a drugie ognisko jest różnie odległe, ztąd niektórych drogi są bardzo przeciągłe.

Punkt największego zbliżenia się planety do słońca, czyli punkt na końcu osi większej, bliższy ogniska, w którém jest słońce, zowie się dla ziemi *perigeum*, (perihelium) co przypada dla nas 21 Grudnia.

Punkt zaś najdalszego oddalenia się ziemi jest wtenczas, gdy ziemia stanie na drugim końcu osi większej, za drugiém swém ogniskiem i zowie się *apogeum* (aphelium) co dla nas na teraz przypada 9 Czerwca.

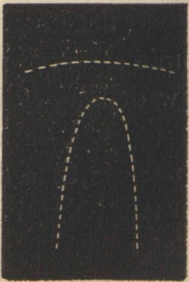


88. Elipsa tak zrysowana, że jeden jej koniec więcej jest spłaszczony od drugiego, zowie się liniją *owalną* albo jajokręgiem, od podobieństwa figury do przeciętego podłużnie jaja.



89. Elipsa nieskończona, coraz rozszerzająca się, której, drugiego ogniska oznaczyć nie można, czyli że jest w nieskończonności, zowie się *parabolą* (параболичная окружность).

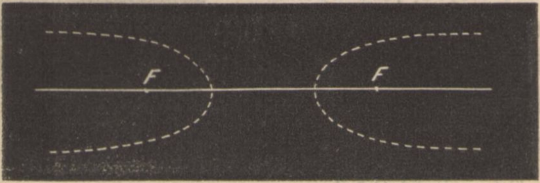
Oś wielka paraboli jest długą bez granic. Punkt A, zowie się *wierzchołkiem paraboli* (вершиною парабола).



Łuk paraboli uważany po obu stronach jej wierzchołka, zowie się *liniją paraboliczną*, jaką przebiega kamień wyrzucony w górę, lub wystrzelona z działa kula.

90. Dwie parabole wierzchołkami zwrócone do siebie, zowią się *hyperbolą* (гиперболою).

Ogniska obu tych parabol znajdują się zawsze na jednej prostej liniji.



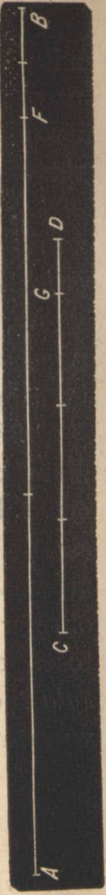
§ 7.

O równości i wspólnej mierze.

91. Porównywając z sobą dwie linije proste lub dwie wielkości tej samej natury, przekonywamy się, że albo obie są sobie *równe* albo *nierówne*.

Jeżeli nierówne, wtedy jedna z nich, rozumie się mniejsza albo zmieści się, czyli zawrze się w drugiej *całkowicie* albo *nie*.

W ostatnim przypadku, gdybyśmy chcieli znaleźć taką długość, którąby całkowicie wymierzała jedną i drugą z danych np. linij; wtedy należy krótszą liniją odmierzyć na dłuższej; resztę



pozostałą, czyli ostatek mniejszy już od linii mniejszej odmierzyć na linii mniejszej tyle razy, ile można; ostatek drugi otrzymany z tej drugiej linii, koniecznie mniejszy od linii mniejszej, odmierzyć na ostatku pierwszej linii, potém ostatek trzeci, odmierzyć na ostatku drugim, pozostałym z drugiej linii, i tak następnie powtarzać dotąd, póki którykolwiek z tych ostatków całkowicie nie odmierzy się na ostatku poprzedzającym, a wtedy ten ostatni ostatek, będzie wspólną miarą dla obu wielkości lub dla obu linij danych.

Dla przykładu weźmy dwie linije proste AB i CD i znajdźmy ich wspólną miarę.

Przenieśmy liniją CD na AB, otrzymamy 2CD i ostatek FB więc linija AB=2CD +FB.

Ostatek FB odmierzmy na linii CD i otrzymamy 3FB z ostatkiem GD więc DC=3FB+GD.

Przypuśćmy że GD całkowicie odmierza się na FB razy dwa, więc FB=2GD—zatem GD będzie wspólną miarą, bo AB=16GD, a CD =7GD.

Za pomocą wspólnej miary dowiadujemy się, z ilu jedności czyli jakim sposobem jedna wielkość utworzyła się w porównaniu z drugą wielkością i wtedy liczby pokazujące ich skład, wyrażają rzetelny stosunek wielkości danych.

92. Jeżeli dwie wielkości porównywane z sobą, mają wspólną miarę, to nazywają się *wymiernemi* i stosunek ich wielkości da się wyrazić liczbą. W przeciwnym razie, wielkości zowią się *niewymierne* i stosunek ich nie da się oznaczyć liczbą całą, tylko przez przybliżenie.

93. Porównywając liniją łamaną z okręgiem koła, przekonywamy się, że linija łamana, coraz drobniejąc w swych załamaniach, przybliża się do okręgu koła, lecz nigdy z nim się nie zrówna. W takim razie, dla odszukania wartości okręgu koła uciekamy się tylko do granic wartości, co się w matematyce zowie *kwadraturą koła* i jego wartość przybliżoną do prawdziwej, wyrażamy w ułamkach dziesiętnych.

II.

PLANIMETRYJA.

TREŚĆ JEOMETRYJI ELEMENTARNEJ.

CZĘŚĆ III.

PRAWDY Z PLANIMETRYJI.

§ 8.

Powierzchnia i płaszczyzna.

94. Jeżeli linija matematyczna, prosta lub krzywa, jakiegokolwiek położenia, posuwać się będzie po drugiej liniji prostej lub krzywej, zawsze równolegle do pierwszego swego położenia, zostawi w umyśle naszym ślad, który zowiemy *powierzchnią* (поверхность) (5).

95. Każda więc powierzchnia ma dwa wymiary: długości i szerokości; grubości czyli wyso-

kości nie ma, bo i linija rodząca tę powierzchnią grubości nie ma.

96. Jeżeli linija prosta poprowadzona na powierzchni, wszystkie swe punkty ma na tejże powierzchni, czyli że do niej w całej swej rozciągłości przylega, wtenczas taka powierzchnia zowie się *płaszczyzną* (плоскость). Bez tego warunku wszelka płaszczyzna zowie się w ogólności *powierzchnią.*

97. Jak linija prostopadła do ziemi, zowie się *pionową*, tak płaszczyzna przez nią przeprowadzona zowie się *płaszczyzną pionową* (отвѣсною), jaką jest ściana każdego pokoju (50).

98. A jako linija prostopadła do pionowej, zowie się poziomą, tak płaszczyzna przez tę liniją przechodząca zowie się *płaszczyzną poziomą* (горизонтальною) — jaką jest podłoga w każdém mieszkaniu.

99. Płaszczyzna pozioma dotykająca się powierzchni ziemi, zowie się inaczej *horyzontem* albo *poziomem widocznym* (51).

100. Do oznaczenia kierunku powierzchni lub płaszczyzny, trzeba najmniej trzech punktów nie w prostej linii leżących, albo dwóch linii prostych przecinających się z sobą.

Płaszczyzna zawsze jednaka, powierzchnia bywa rozmajita.

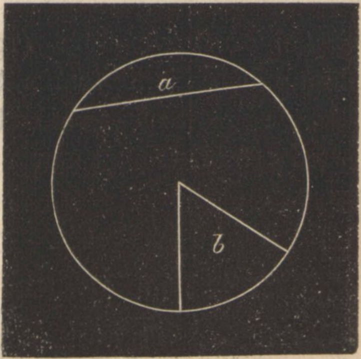
101. Wzajemne przecięcie się dwóch płaszczyzn wydaje zawsze liniję prostą, z wzajemnego zaś przecięcia powierzchni pospolicie otrzymujemy liniją krzywą.

§ 9.

Wyszczególnienie figur foremnych.

1. Koło.

102. Dwie linije proste, jakkolwiek względem siebie położone, nigdy miejsca czyli placu zamknąć nie mogą, i formują tylko kąt (35).



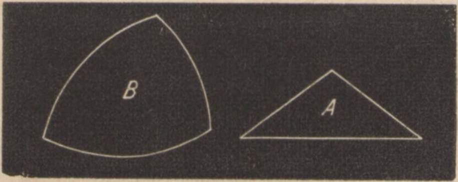
Linije krzywe, jak koło (55) owal (88) elipsa (86) same jedne zamykają miejsce i takie płaszczyzny od natury ich liniji, zowią się *kołem* albo *po-*

wierzchnią sferyczną, owalną, eliptyczną, walcową lub *cylindryczną ostrokręgową* albo *koniczną*.

103. Część koła zawarta między cięciwą i łukiem, zowie się *odcinkiem* (отрѣзокъ) segmentum a.

104. Część koła zawarta między dwoma promieniami i łukiem, zowie się *wycinkiem* (вырѣзокъ) sector b.

2. Trójkąt.

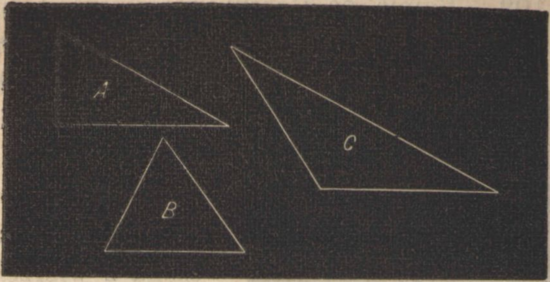


105. Płaszczyzna zamknięta trzema liniami prostemi, zowie się *trojkątem* prostokreślnym (треугольникъ) triangulum z dodatkiem *płaskim* A.

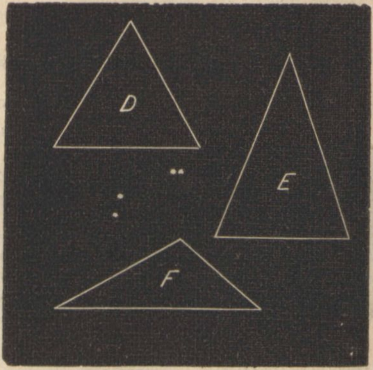
Jeżeli zaś trojkąt nakreślimy trzema łukami B wtedy taki trojkąt zowie się *kulistym* (сферическимъ).

106. Linije tworzące trojkąt zowią się *bokami* albo *ramionami* kąta (стороны треугольника).

W każdym trojkącie, widzimy siedm rzeczy: trzy boki, trzy kąty, i samą powierzchnią trojkąta:



107. Trójkąt podług kąta, jaki w nim uważamy, zowie się albo *prostokątnym* (прямоугольный) A, albo *ostrym* B (остроугольный), albo *rozwartokątnym* (тупоугольный) C.

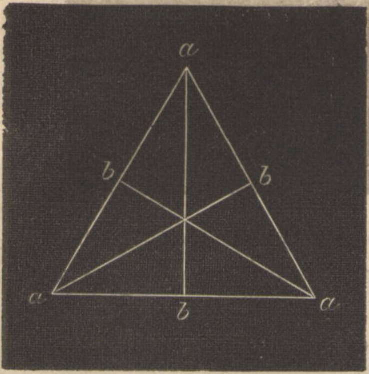


108. Co do ramion: jeżeli trójkąt ma wszystkie trzy boki równe, zowie się *równobocznym* (равносторонній) D.

Jeśli ma dwa boki między sobą równe, zowie się *równoramiennym* (равнобедреннымъ) E.

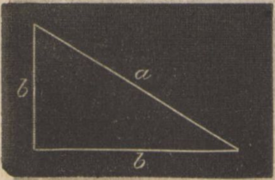
Jeżeli ma wszystkie boki nierówne, zowie się *różnobocznym* (неравносторонній) F.

109. Ramię, na którém uważamy że trójkąt stoji, zowie się *podstawą trójkąta* (основаніемъ) *basis.* Każdy bok może być wzięty za podstawę.



110. L i n i j a prostopadła spuszczona z wierzchołka trójkąta na bok j e m u przeciwny, jest *wysokością* (высотою) tegoż trójkąta, jaką tu jest linija ab.

111. W trójkącie prostokątnym, bok leżący naprzeciw kąta prostego, zowie się *przeciwprostokątną* a l b o *hypotenuzą* (гипотенуза), a boki przyległe kątowi prostemu, zowią się *katetami* (катетъ).



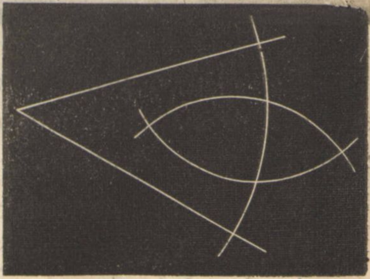
Każdy katet jest razem wysokością trójkąta prostokątnego.

112. Zagadnienia.

1. Zrysować trójkąt równoboczny.

2. Zrysować trójkąt równoramienny, mając dwa boki dane.
3. Wystawić trójkąt mając trzy boki dane.
4. Przerysować trójkąt dany.
5. Zrobić trójkąt mając dane dwa boki i kąt między niemi.
6. Zbudować trójkąt mając dane dwa kąty i jeden bok.
7. Wystawić trójkąt którego wiadomy kąt i dwa boki: jeden przyległy, a drugi przeciwległy kątowi danemu.
8. Kąt dany podzielić na dwa kąty równe.

113. W Jeometryji dowiedziono, że dwa trójkąty przystają do siebie:



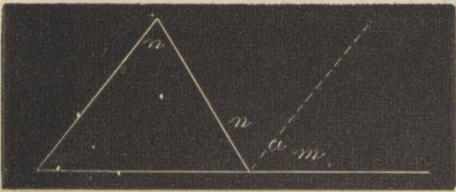
I. J e ś l i mają po dwa boki równe i po kącie równym zawartym między bokami równemi.

II. Jeśli mają po jednym boku i po dwa kąty przy tym boku leżące równe sobie.

III. Jeśli trzy boki jednego trójkąta odpowiednie, są równe trzem bokom drugiego trójkąta.

114. Ztąd wypada: 1⁰ że w równych trójkątach kąty leżące naprzeciw boków równych, są równe.

b) Że naprzeciwko boku dłuższego leży kąt większy—i naodwrót.



115. Przedłużywszy bok jeden trójkąta, kąt zawarty między bokiem trójkąta i przedłużeniem, nazywa się *zewnętrznym* (внѣшній); kąty zaś wewnątrz trójkąta leżące, zowią się *wewnętrznemi* (внутренными).

W Jeometryji dowiedziono:

116. Że kąt zewnętrzny trójkąta, równa się summie dwóch kątów wewnętrznych jemu nieprzyległych.

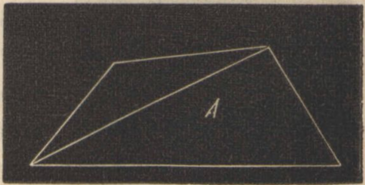
117. Kąt zewnętrzny ze swojim przyległym wewnętrznym, w każdym trójkącie równa się dwom kątom prostym (46); ztąd summa trzech kątów w każdym trójkącie, równa się dwom kątom prostym czyli 180°;—ztąd jeszcze wypada:

118. Jeżeli w trójkącie jeden kąt jest prosty, dwa drugie czynią takoż kąt prosty czyli 90° (66).

W trójkącie dwa wiadome co do wartości kąty, tém samém dają wartość trzeciego (117).

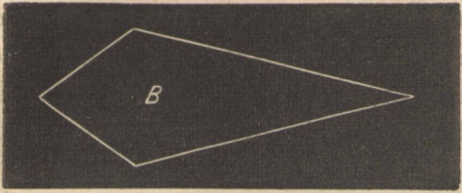
W trójkącie równoramiennym, dość jest znać wielkość jednego kąta, aby wyznaczyć dwa inne.

3. Czworokąt.

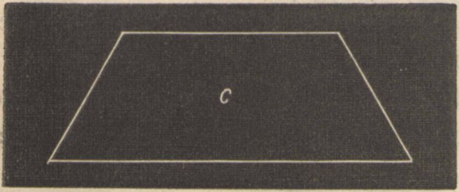


119. Płaszczyzna a w ogólności powierzchnia, zamknięta cztérema linijami prostemi, zowie się *czworobokiem* albo *czworokątem* (четыреугольнихъ) A.

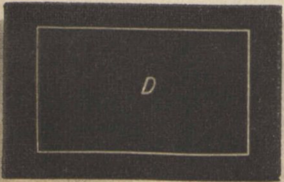
Linije ogarniające czworobok, zowią się *bokami* (стороны).



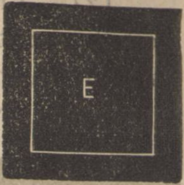
120. Jeżeli czworobok ma dwa boki przyległe sobie krótsze, a drugie dwa dłuższe, zowie się *deltą* (дельтою) B.



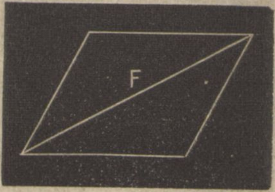
121. Jeśli dwa boki w czworoboku są względem siebie równoodległe, a drugie dwa chociażby i równe, ale nierównoodległe, zowie się *trapezem* (трапецiею) C.



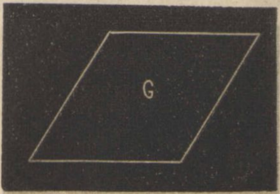
122. Czworokąt objęty cztérema linijami prostemi względem siebie prostopadłemi ale nierównemi, zowie się *prostokątem* (parallelogram, rectangulus — параллелограмъ). Każdy prostokąt z natury linij prostopadłych, ma po dwa boki sobie przeciwne równe, i kąty proste. Podłoga w pokoju, ściany, stoły, ławki są figurami prostokątnemi.



123. Prostokąt mający wszystkie boki sobie równe i kąty proste, zowie się *kwadratem* (квадратъ) E. Kwadrat od długości swego boku, zowie się calem, łokciem, sążniem i milą kwadratową i używa się za jedność do wymiaru powierzchni wszelkich figur.



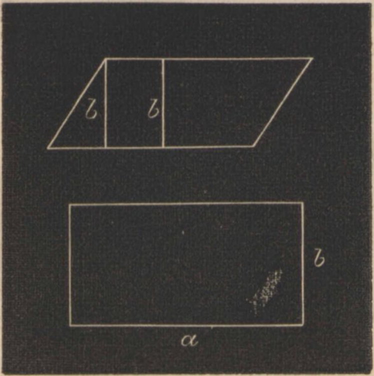
124. Czworokąt mający boki sobie przeciwne równe i równoodległe, ale względem siebie nie prostopadłe, zowie się *równoległobokiem* (parallelogram —косоугольникъ или наклонный параллелограмъ) F.



125. Równoległobok o bokach równych, zowie się *kwadratem ukośnym*, sucharkiem, łazankiem (losange—ромбъ) G.

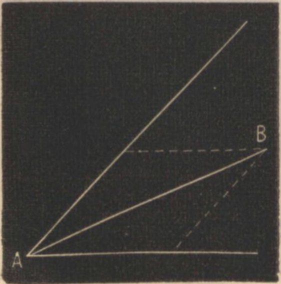
126. Linija prosta, przeprowadzona z jednego kąta czworoboku do drugiego jemu przeciwnego, zowie się *przekątną* albo *dyjagonalną* (діагональю).

127. Przekątna dzieli czworobok na dwa trójkąty,—zatém summa wszystkich kątów wewnętrznych w każdym czworoboku, równa się cztérem kątom prostym (117).



Przekątna w prostokącie i równoległoboku, dzieli te figury na dwa trójkąty zupełnie sobie równe i przystać do siebie mogące.

128. W prostokącie i równoległoboku prostopadła spuszona z boku przeciwległego podstawie na podstawę, jest *wysokością* tych figur. b.

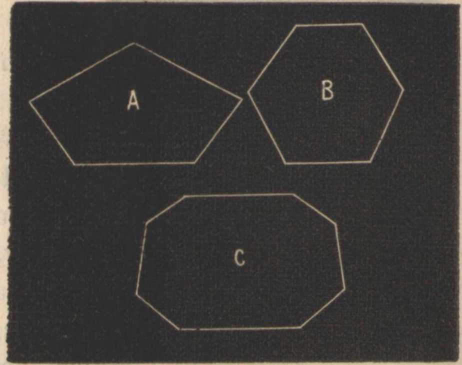


W prostokącie mniejszy bok oznacza jego szerokość, a dłuższy jest jego długością.

129. Mając wielkość przekątni oznaczoną w liniji AB i kierunek dwóch boków przecinających się z przekątną,

z łatwością możemy wyrysować czyli dopełnić równoległoboku; dość tylko z drugiego końca przekątnej poprowadzić dwie linije równoodległe do dwóch boków danych.

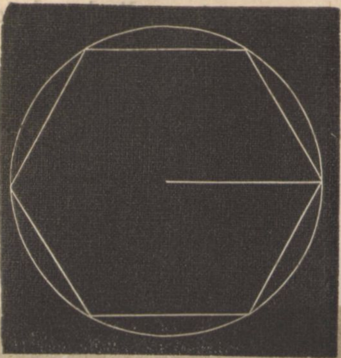
4. Wielokąt.

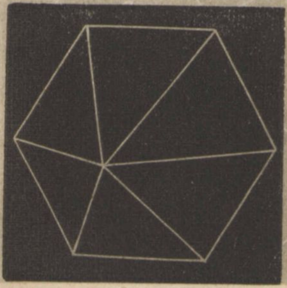


130. Płaszczyzna zamknięta pięcioma, sześcioma siedmioma itd. bokami, zowie się *pięciobokiem* albo *pięciokątem* (пятисторонникъ--pentagonum) A, *sześciokątem* (hexagonum—шестисторонникъ) B, a w ogólności *wielokątem* lub *wielobokiem* (polygonum—многоугольникъ) C, albowiem liczba boków odpowiada liczbie kątów.

131. Jeżeli w wielokącie wszystkie boki są równe, zowie się *foremnym* (правильнымъ).

Aby nakreślić sześciokąt foremny, dość jest nakreślić koło, i promień jego przenieść na obwód

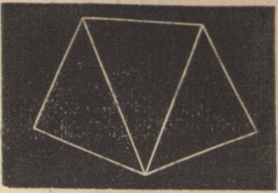




sześć razy, bo bok sześciokąta foremnego równa się promieniowi koła na nim opisanego.

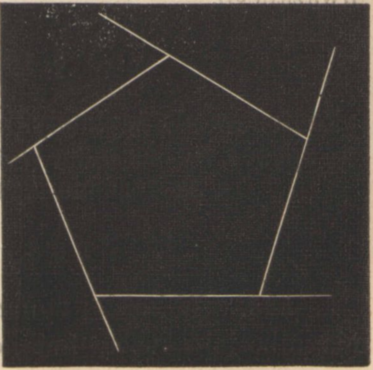
132. Obrawszy od upodobania punkt w środku jakiegokolwiek wielokąta, gdy od niego poprowadzimy linije proste do wszystkich wierzchołków tegoż wielokąta, rozdzielimy go na tyle trójkątów, ile jest boków w wielokącie uważanym —a więc summa wszystkich kątów wewnętrznych ze środkowemi, równa się dwa razy tyle wziętym kątom prostym, ile jest trójkątów (117), albo ile jest boków w wielokącie;—a że około punktu środkowego jest kątów prostych cztéry (47),—zatém same kąty wewnętrzne, równają się dwa razy tylu kątom prostym, ile jest boków mniej cztéry. Albo:

Wielokąt przez przekątnie z jednego wierz-



chołka kąta prowadzone rozdziela się na tyle trójkątów, wiele jest boków w wielokącie mniej dwoma,—bo do najbliższych kątów przekątni poprowadzić nie można, a że w każdym trójkącie, summa trzech kątów równa się dwom kątom prostym (117), summa więc wszystkich kątów wewnętrznych wielokąta, równa się dwa razy tylu kątom prostym, ile jest trójkątów, albo dwa razy tyle, ile jest boków w wielokącie mniej cztéry,—a ztąd:

133. Każdy w szczególności kąt wielokąta foremnego, równa się mnogości wziętej z podwójnej liczby boków mniej cztéry, rozdzielonej przez liczbę boków. I tak np. jeden kąt wewnętrzny w sześciokącie równa się: $2 \times 6 - 4 = 8$, $\frac{8}{6} = \frac{8 \times 90}{6} = \frac{720}{6} = \frac{360}{3} = 120^{0}$



134. Przedłużywszy wszystkie boki wielokąta w jednę stronę, otrzymamy kąty zewnętrzne, których sum-

ma wszystkich równa się cztérem kątom prostym.

Wiemy że kąt zewnętrzny ze swojim przyległym wewnętrznym, równa się dwom kątom prostym (117), summa wszystkich zewnętrznych z wewnętrznemi, równa się summie dwa razy wziętej z boków wielokąta, a że same wewnętrzne równają się (133) dwa razy wziętym bokom mniej cztéry, summa kątów zewnętrznych równać się musi cztérem kątom prostym.

Dzieląc cztéry kąty proste czyli 360°, przez liczbę boków wielokąta uważanego, znajdziemy wartość jednego kąta zewnętrznego.

Odjąwszy zaś wartość kąta zewnętrznego od dwóch kątów prostych czyli od 180°, otrzymamy wartość jednego kąta wewnętrznego wielokąta uważanego.

§ 10.

Zastosowanie Arytmetyki do Planimetryji czyli sposób wymierzania wszelkich powierzchni a szczególnie figur foremnych.

1. Prostokąt.

135. W każdej figurze mamy do wymierzenia albo jej powierzchnią, czyli plac zamknięty

bokami tej figury, albo jej wszystkie boki stanowiące obwód figury (периметръ).

Do wymierzania obwodu, używamy miar podłużnych:

Łokcia dzielącego się na 24 cale lub 288 linij.

Arszyna dzielącego się na 16 werszków.

Metra dzielącego się na 10 decimetrów, 100 centimetrów i 1000 milimetrów.

Sznura o 10 prętach a 100 pręcikach.

Mili o siedmiu wiorstach.

I na te miary mierzymy cały obwód, albo jeżeli figura jest foremna dość przemierzyć bok jeden, i wziąć go tyle razy, ile jest boków w figurze podanej (a).

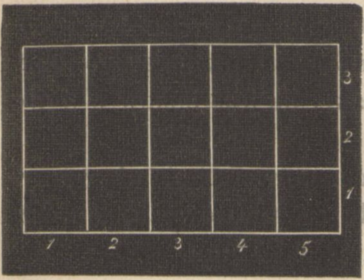
136. Do wymiaru powierzchni używamy tychże samych miar, ale kwadratowych, oprócz tego morgi, dziesięciny, włóki i łanu.

(a) W Litwie jednością miar podłużnych jest *stopa*.

$1^1/_2$	stopy	daje pręcik	$^1/_{12}$ stopy to cal
2	„	dają łokieć	$^1/_{144}$ „ to linika
6	stóp	tworzą sążeń	$^1/_{1440}$ „ to linijka
15	„	to pręt	Pręt dzieli się na 10 ławek.
150	„	to sznur	
2625	„	to staje	Ławka na 10 ławeczek.
21000	„	to mila	

Jeżeli kwadrat ma w swym boku cal, stopę, łokieć lub milę, zowie się calem, łokciem i milą kwadratową (123); wtedy obwód mieć będzie 4 cale, 4 stopy, lub 4 mile kwadratowe.

Morg dzisiejszy porównany z dziesięciną, ma 1600 sążni kwadrat. albo sznurów 3. *Dziesięcina* (десятина) ma 2400 sążni kwadrat. i równa się $4\frac{1}{2}$ sznurom kwadratowym. *Włóka* ma dziesięcin 20, albo morgów 30. Łan równa się 3 włókom (a).



137. Jeżeli kilka kwadratów jednakich jakiegokolwiek nazwania np. calowych, tak ustawimy obok siebie, że ich podstawy utworzą jedną liniją prostą, wtedy summa ich utworzy nam prostokąt. Niech takich

---

(a) Arszyn kwadratowy ma w sobie 256 werszków kwadratowych.

Sążeń kwadratowy ma w sobie 9 arszynów kwadratowych.

Fut kwadratowy ma w sobie 144 diujmów kwadratowych.

kwadratów będzie np. pięć—wtedy prostokąt w powierzchni swej będzie miał kwadratów pięć, a w obwodzie naliczymy cali zwyczajnych dwanaście.

Jeśli do tego prostokąta przyłożymy drugi jemu równy, a to tak, aby oba stały na tejże podstawie, wtedy szerokość tego nowego prostokąta będzie już cali 2, długość jak wyżej 5, w powierzchni znajdzie się kwadratów 10 czyli dwa razy więcej; widzimy więc że wysokość stawszy się dwa razy większą, wydała i powierzchnią dwa razy większą. Obwód zaś będzie miał cali 14.

Jeślibyśmy i trzeci taki sam prostokąt przyłożyli do dwóch pierwszych, wtedy szerokość będziemy mieli 3 cale, długość zawsze pięć, w obwodzie będzie cali 16, a w powierzchni znajdzie się 15 cali kwadratowych, to jest 3 razy więcej od pierwszego prostokąta—a ztąd uczymy się:

1. Że każde pole powierzchni może mierzyć się kwadratami.

2. Że chcąc znaleźć powierzchnią prostokąta, należy jego podstawę czyli długość mnożyć przez jego wysokość czyli szerokość wymierzonych na miarę jednaką—i naodwrót.

3. Mając powierzchnią prostokąta np. pokoju obliczoną i znając jego szerokość lub dłu-

gość, znajdziemy długość lub szerokość, dzieląc pole powierzchni przez jedną z nich (którąkolwiek).

138. Przykłady do rozwiązania.

1. Ile trzeba tafel stopowych do wyłożenia podłogi pokoju długiego na 15, a szerokiego na 12 łokci? . . . . 720 tafel.

2. Do ułożenia posadzki w pokoju długim łokci $14\frac{1}{2}$, szerokim $12\frac{1}{2}$ ile trzeba tafel kwadratowych dziesięcio-calowych? . . . . 1044.

3. Człowiek aby stał swobodnie, potrzebuje ziemi $1\frac{1}{2}$ stopy kwadratowej—ileż kościół długi stóp 120 a szeroki 60 zmieścić może ludzi?—4800.

4. Kupuje ktoś plac w mieście szeroki na arszynów 13 długi na arszynów 25; ma zaś płacić sążeń kwadrat: po 6 rs. 75 k.—ile ta ziemia warta? —243 rsr 75 kop.

5. Ile trzeba płótna szerokiego na łokci $1\frac{3}{4}$ na obicie ściany długiej na łokci $9\frac{1}{2}$, szerokiej na łokci $5\frac{3}{4}$? . . . . łokci 31 cali $5\frac{1}{9}$.

6. Powierzchnia pokoju ma łokci kwadrat: 77, szerokość jego ma łokci 7—jaka jest długość tego pokoju? . . . . 11 łokci.

7. Mam dwie sztuki płótna: jedna długa łokci 60, szeroka na $1\frac{3}{4}$ łokcia, druga 50 łokci, szeroka na $2\frac{1}{4}$ łokcia. Ile odciąć trzeba i od której

sztuki, aby obie równe były co do powierzchni? od drugiej łokci $3\frac{1}{3}$.

8. Jeżeli na płaszcz trzeba sukna łokci 15 szerokiego na łokci $2\frac{1}{4}$, ile trzeba podszewki, szerokiej na $1\frac{1}{4}$ łokcia? . . . . . . łokci 27.

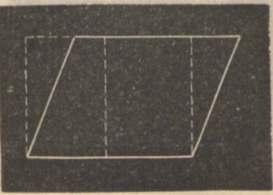
9. Jak wiele pole prostokątne ma morgów, gdy długie jest na 5 sznurów 7 prętów i 5 precików, a szerokie sznurów 2 prętów 8 precików 6?

Ponieważ tu są miary dziesiętne, przeto $575\underset{3}{\times}286$ = mor: 5 szn: 1 pręt: 44 pręc: 50.

10. Jak wiele pole prostokątne ma dziesięcin, jeżeli jest długie na sążni $128\frac{1}{2}$ a szerokie na $85\frac{3}{4}$? $128\frac{1}{2}\times85\frac{3}{4}=\frac{257}{2}\times\frac{343}{4}=\frac{88151}{8}=\frac{11018}{2400}\frac{7}{8}=$ dziesięcin 4, sążni kwadrat. $1418\frac{7}{8}$; albo: $\frac{1285\times8575}{2400}$ $=\frac{11018875}{2400}=$ dziesięcin 4 i sążni kwadrat: 1418,875.

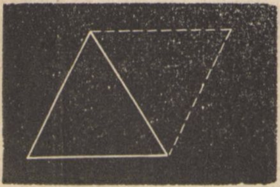
2. Równoległobok.

139. Jeometryja dowiodła, że każdy w szczególności równoległobok (124) równa się prostokątowi, mającemu tęż samą podstawę i wysokość, czyli prostokątowi zakończonemu przez tęż samą liniję równo-

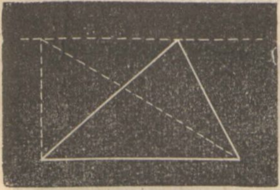


odległą od podstawy. Zatém i powierzchnia równoległoboku tak się wymierza jak prostokąta, tylko zamiast szerokości równoległoboku, bierze się jego wysokość wymierzoną przez prostopadłą prowadzoną między równoodległemi bokami.

3. T r ó j k ą t.



140. W Jeometryji dowiedziono, że **każdy** trójkąt jest połową prostokąta lub równoległoboku, mającego tęż samą podstawę i wysokość. Aby więc obliczyć powierzchnią trójkąta, należy jego podstawę mnożyć przez jego wysokość (110) i tej mnogości wziąć połowę—albo co na jedno wyjdzie: podstawę trójkąta pomnożyć przez połowę wysokości, lub jeśli wygodniej, wysokość trójkąta pomnożyć przez połowę podstawy.



141. Każdy trójkąt nieprostokątny, łatwo można zamienić na prostokątny, bo Jeometryja dowio-

dła: że trójkąty równe są co do powierzchni, skoro stoją na jednej podstawie, a wierzchołki ich znajdują się na liniji równoodległej od podstawy—dosyć więc przez wierzchołek trójkąta danego nieprostokątnego poprowadzić liniją równoodległą do podstawy, potem z jednego końca podstawy wynieść prostopadłą, a punkt zetknięcia się tej prostopadłej z liniją równoodległą, złączyć z drugim końcem podstawy.

142. Jeżeliby trójkąt dany miał wszystkie trzy boki wiadome w miarach, wtedy można się obejść bez szukania wysokości trójkąta—i dla znalezienia powierzchni takiego trójkąta, należy 1-o: dodać wszystkie jego boki razem, i tej summy wziąć połowę; 2-o: należy wziąć różnicę każdego boku od tej summy połowy boków; 3-o: trzy znalezione różnice i połowę summy boków, rozmnożyć wszystko przez siebie; 4-o: z tej mnogości wyciągnąć pierwiastek kwadratowy, a ten wyznaczy powierzchnią trójkąta. I tak:

Niech boki trójkąta danego będą 13, 14, 15. Summa $\frac{42}{2}=21$.

$21-13=8$

$21-14=7 \quad 8\times7\times6\times21=\sqrt{7056}=84^0.$

$21-15=6$

143. 1. Jaka jest powierzchnia trójkąta, którego podstawa ma sążni 350 a wysokość sążni 136?—9 dziecięcin i 2200 sążni kwadratowych.

2. Jaka jest wysokość trójkąta którego powierzchnia ma sążni 84, a podstawa 14? Sążni 12.

4. Czworobok i Delta.

144. Tak czworobok (119) jako i Deltę, przekątnia dzieli na dwa trójkąty, a te chociaż i nierówne obliczywszy każdy z osobna i powierzchnie ich dodawszy, otrzymamy powierzchnią czworokąta lub delty.

5. Trapez.

145. Przekątnia w trapezie dzieli go również jak w czworoboku na dwa trójkąty nierówne ale obu taż sama jest wysokość, przeto dla znalezienia powierzchni trapezu, dość boki przeciwne równoodległe dodać do siebie, i summę tę rozmnożyć przez wspólną wysokość i tej mnogości wziąć połowę albo summę boków równoległych wprost pomnożyć przez połowę wysokości.

6. Wielokąt.

146. Wszystkie figury prostokreślone jak: pięciokąty, sześciokąty i w ogólności wielokąty, ponieważ z łatwością rodzielają się na trójkąty (132), już to przez przekątne z jednego kąta prowadzone, już z punktu obranego wewnątrz wielokąta, przeto obliczywszy je każdy z osobna, summa z nich ogólna będzie powierzchnią wielokąta uważanego.

147. Jeżeli wielokąty są foremne, wtedy znając bok jeden, znamy i cały jego obwód, a mając obwód, możemy mieć razem i powierzchnią, a to wynosząc obwód wielokąta do kwadratu i dzieląc tę potęgę przez następujące zamienniki, stosowne do liczby boków:

Liczba boków—zamiennik.

3	20,8	8	13,25
4	16	9	13,10
5	14,53	10	12,99
6	13,86	11	12,92
7	13,49	12	12,85

148. Przykłady do rozwiązania.

1. Jaka jest powierzchnia sześciokąta foremnego, którego bok ma łokci 5?

$5 \times 6 = 30$ obwód, $\frac{(30)^2}{13,86} = 64,93$ łokci kwadrat:

2. Jaka jest powierzchnia dwunastokąta foremnego, którego bok jeden ma 2 łokcie długości?

$12\times 2=24$ $\frac{(24)^2}{12{,}85}=44{,}825$ łokci kwadr:

3. Jeżeli powierzchnia dziesięciokąta foremnego, jest 277,13, jak długi jest jeden bok jego? $277{,}713\times 12{,}99=3599{,}9$; albo 3600. $\sqrt{}\,3600=$

$\frac{60}{10}$ liczba boków $=6$ łokci.

7. K o ł o.

149. W trygonometryji dowiedziono, że powierzchnia koła równa się trójkątowi mającemu za podstawę obwód tegoż koła, a za wysokość promień. Chcąc przeto znaleźć powierzchnią jakiego koła, należy jego obwód pomnożyć przez połowę jego promienia albo i przez cały promień, tylko potem tej mnogości wziąć połowę.

150. Do znalezienia wartości obwodu koła, mamy ogólny wyrachowany stosunek średnicy koła do jego okręgu: 113 do 355 albo 1 do 3,14; albo najprostszy 7 do 22 to jest, jeśli średnica ma np. cali 7, to obwód koła równa się 22 calom, wyrażając to stosunkiem, otrzymamy $\frac{7}{22}$. Dzieląc przez ten ułamek średnicę, otrzymujemy obwód koła, a mnożąc przez tenże ułamek obwód koła, otrzymujemy średnicę koła. I tak:

1. Jeżeli promień koła równa się 14 pewnym miarom, to jego średnica $14 \times 2 = 28$. $28 : \frac{7}{22} = \frac{28 \times 22}{7} = 84$, to obwód; $88 \times \frac{14}{2} = 616$, to powierzchnia koła w tych samych miarach, tylko już kwadratowych.

2. Jeżeli obwód koła jest 44, jaka jest średnica, promień i powierzchnia? $44 \times \frac{7}{22} = 14$, to średnica $\frac{14}{2}$, to promień; $44 \times \frac{7}{2} = 154$, to powierzchnia koła w miarach kwadratowych.

3. Promień koła jest $17\frac{1}{2}$ a powierzchnia jego równa się 962,5. Znaleźć obwód tegoż koła?

$962{,}5 \times \frac{4}{35} = 110$ obwód koła.
albo średnica $\frac{35 \times 22}{7} = 110$.

4. Ziemia ma obwodu mil jeograficznych 5400,—jaki jej promień?
$5400 \times \frac{7}{22} = 1718{,}18$ to średnica-a promień 859,09.

8. Wycinek koła.

151. Wycinek koła (104) równa się trójkątowi mającemu za podstawę łuk tego wycinka, a za wysokość promień koła do którego ten wycinek należy. Łuk wycinka może być wiadomy z wymiaru, albo tylko dany w stopniach koła.

1. Niech promień koła będzie 12 cali, a łuk 10 cali, jaka będzie powierzchnia wycinka?

$10 \times \frac{12}{2} = 60$ cali kwadratowych.

2. Promień ma cali 9 a łuk wycinka 30^0; obliczyć powierzchnią?

$9 \times 2 =$ średnicy koła.

$18 \times \frac{22}{7} = 52{,}57$; to obwód koła całego.

Jeżeli $360^0 = 52{,}57$, to $30^0 = \frac{30 \times 52{,}57}{360} = 4{,}38$ calom;

a zatem: $\frac{4{,}38 \times 9}{2} = 19{,}71$ cali kwadratowych, to powierzchnia wycinka.

9. Odcinek koła.

152. Powierzchnia odcinka koła (113) jest różnicą powierzchni między wycinkiem koła (189) a trójkątem stojącym na cięciwie tegoż łuku. Trzeba więc znaleźć naprzód powierzchnią wycinka i odjąć od niej powierzchnią trójkąta wycinkowego, aby otrzymać powierzchnią odcinka.

Jaka jest np. powierzchnia odcinka koła, należącego do sześciokąta foremnego wpisanego w koło, którego promień równa się 12 calom?

$12 \times 2 = 24$ — to średnica koła.

$24 \times \frac{22}{7} = 75{,}42$ — to obwód całego koła.

$\frac{75,42 \times 60^{\circ}}{360} = 12,57$ — długość łuku odcinka w calach.

$12,57 \times \frac{12}{2} = 75,42$ cali kwadratowych—powierzchnia wycinka.

$12 + 12 + 12 = \frac{36}{2} = 18$ (180) połowa summy trzech boków trójkąta.

$18 — 12 = 6$ różnica boku od połowy summy.

$6 \times 6 \times 6 \times 18 = (6)^3 \times 18 = \sqrt{3888} = 62,35$ — powierzchnia trójkąta.

$75,42 - 62,35 = 13,07$ — powierzchnia szukana odcinka koła, w calach kwadratowych.

10. Elipsa.

153. Aby znaleźć powierzchnią elipsy (86), Jeometryja analityczna uczy, że trzeba wziąć *albo* czwartą część mnogości z danych jej osi większej i mniejszej, i tę mnogość rozdzielić przez stosunek ogólny średnicy do koła to jest przez ułamek $\frac{7}{22}$ *albo* z mnogości dwóch jej osi czyli średnic elipsy, wyciągnąć pierwiastek kwadratowy, a ten będzie wartością średnicy koła, którego powierzchnia będzie równa podanej elipsie. I tak:

1. Niech danej elipsy oś większa ma łokci 20, mniejsza łokci 16, wtedy powierzchnia:

a) $\frac{20\times16}{4}\times\frac{22}{7}=251{,}428$ łokci kwadratowych—powierzchnia elipsy.

b) $20\times16=\sqrt{320}=17{,}88$,--to średnica koła; 8,94 to promień koła; $17{,}88\times\frac{22}{7}\times\frac{8{,}94}{2}=251{,}7$ —powierzchnia elipsy (różnica 0,2).

2. Jeżeli elipsy oś większa równa się 40, a mniejsza 16—jaki ma być promień koła równającego się jej co do powierzchni?

$40\times16=\sqrt{640}=25{,}2$; średnica $\frac{25{,}2}{2}=12{,}6$ promień.

3. Kląb na dziedzińcu zrysowany w elipsę, ma całej długości czyli oś większą arszyn: 80. Oś mniejsza arszyn: 60. Rabaty w niej z drogą opasującą w około elipsę mają szerokości arszyn: 6. Jak wiele pola w sążniach jest w samym kląbie, a ile w drodze z rabatami?

$\frac{80\times60}{4}\times\frac{22}{7}=80\times15\times\frac{22}{7}=\frac{8800}{21}=419{,}05$, i to jest powierzchnia całego kląbu z drogą w sążniach kwadratowych.

$\frac{\frac{74}{3}\times\frac{54}{3}}{4}\times\frac{22}{7}=\frac{74\times54}{3\ 6}\times\frac{22}{7}=\frac{37\times54}{18}\times\frac{22}{7}=$

$\frac{37\times54\times11}{9\times7}=\frac{21978}{63}=348{,}85$,--powierzchnia kląbu środkowego w sążniach kwadratowych.

419,05--348,85=70,2—wartość drogi z rabatami.

albo $\frac{80}{3}\times\frac{60}{3}=\sqrt{\frac{4800}{9}}=\frac{69{,}282}{3}=23{,}094$ średnica koła; 11,547—promień.

$23{,}094 \times \frac{22}{7} \times \frac{11{,}547}{2} = \frac{2931{,}5}{7} = 418{,}8$ — to powierzchnia (różnica w rachunku o 0,2).

11. Kwadrat.

154. Powierzchnia kwadratu znajduje się, mnożąc długość kwadratu przez jego szerokość, albo wartość boku kwadratu podnosząc do potęgi drugiej. I tak: jeśli kwadrat uważany ma wartość boku cali 12, to jego powierzchnia:

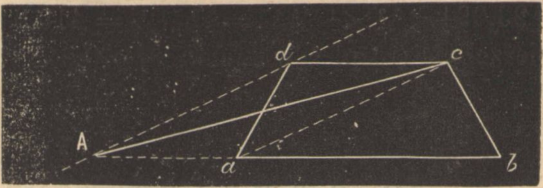
$12 \times 12 = 144$ albo $(12)^2 = 144$.

155. Mając powierzchnią kwadratu już obliczoną, chcąc znaleźć bok jego, należy z powierzchni obliczonej wyciągnąć pierwiastek kwadratowy.

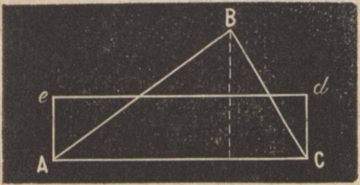
I tak: Niech powierzchnia jakiegoś kwadratu będzie 575 cali kwadratowych, wtedy bok tego kwadratu równa się $\sqrt{575} = 25$ cali.

156. I w ogólności: mając obrachowaną powierzchnią jakiejkolwiek figury, skoro z tej liczby wyciągniemy pierwiastek kwadratowy, otrzymamy wartość boku kwadratu, równającego się tej figurze co do powierzchni.

157. Jeometryja zmysłowo umie wszelkie figury prostokreślne zamieniać na kwadrat. I tak:

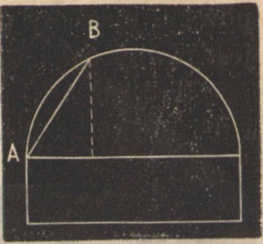


Wiemy, że każdy wielokąt może być podzielony przez przekątne na trójkąty (132). Trójkąty zamieniając jedne na drugie, można całą figurę zamienić na jeden trójkąt,—i tak czworobok abCd, zamieniony jest na trójkąt ABC (179).

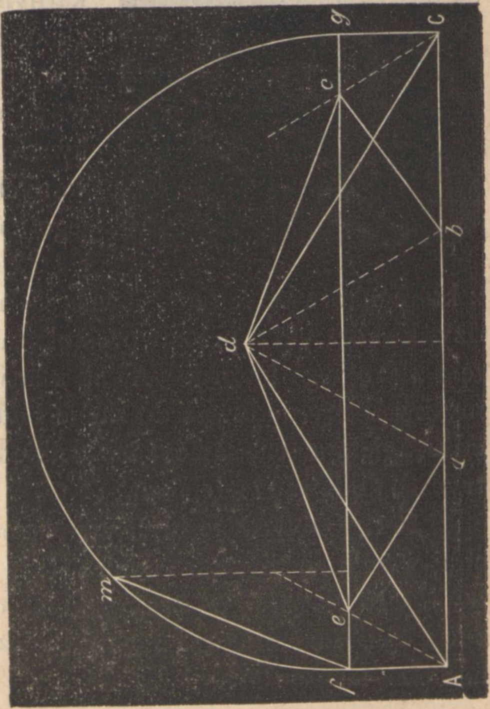


158. W trójkącie jakimkolwiek wziąwszy połowę wysokości (178) i przez ten punkt podziału poprowadziwszy liniją równoodległą do podstawy trójkąta, a z końców tejże podstawy wyniosłszy dwie prostopadłe do przecięcia się z tą liniją równoodległą, utworzymy prostokąt równy co do powierzchni trójkątowi uważanemu albo i wielokątowi z którego powstał ten trójkąt.

159. Na długości jakiegokolwiek prostokąta gdy zrysujemy półkole jakby na średnicy, i na tenże bok dłuższy przeniesiemy bok mniejszy czyli

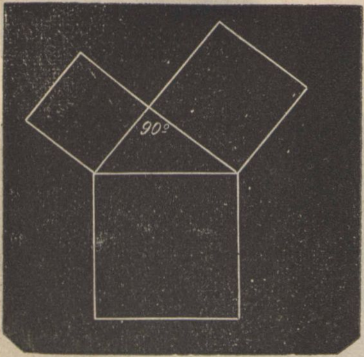


szerokość prostokąta i do końca tak przeniesionej szerokości prostokąta, wyniesiemy prostopadłą aż do zetknięcia się jej z obwodem koła, skoro ten punkt obwodu złączymy liniją prostą z punktem od którego przenosiliśmy bok mniejszy, linija ta (AB), będzie bokiem kwadratu równego samemu prostokątowi, a tém samem i wielokątowi, z którego



powstał uważany prostokąt. Pięciokąt a b c d e jest równy trojkątowi AdC.

Trójkąt AdC jest równy prostokątowi A C g f a ten równy kwadratowi z boku m f.



160. Jeometryja uczy nadto, że w trójkącie prostokątnym, kwadrat zbudowany na przeciwprostokątnej, równy jest summie kwadratów zbudowanych na dwóch jego katetach.

Zatem kwadrat z któregokolwiek katetu, równa się różnicy między kwadratem z przeciwprostokątnej a kwadratem z drugiego katetu. A tak z łatwością możemy kwadraty dodawać do siebie i odciągać jedne od drugich, a tem samém i wszelkie figury jeometryczne dodawać i odciągać.

161. Obliczenie czyli wymierzanie powierzchni wszelkich figur płaskich należy do Planimetryji. Nauka zaś w szczególności o trójkątach z ich wyliczeniem powierzchni, należy do Trygonometryji.

III.

STEREOMETRYJA.

CZĘŚĆ IV.

PRAWDY ZE STEREOMETRYJI.

§ 11.

Opisanie brył foremnych.

162. Co w potocznej mowie nazywamy *rzeczą*, a w naukach przyrodzonych *ciałem*, to w stereometryji zowie się *bryłą*.

Jak wszystkie rzeczy i ciała mają swoją formę czyli figurę, tak i każda bryła ma swój kształt który tworzą ściany bryły.

163. Miejsce, jakie bryła sama sobą zajmuje w przestrzeni, czyli miejsce ze wszystkich stron ograniczone powierzchniami lub płaszczyznami, zowie się *objętością* albo *bryłowatością* lub *pełnością*, lub wreszcie *miąszością* (solidum, емъкость, вмѣстительность) (7).

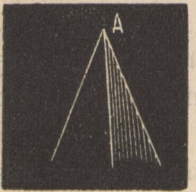
164. Jakość wypełniająca objętość bryły, zowie się *massą*.

165. Ściany, obejmujące bryłę, razem wzięte, stanowią powierzchnią bryły.

166. Jeżeli jakaś płaszczyzna, przesunie się z jednego miejsca na drugie, równoodlegle do pierwszego swego położenia, płaszczyzna ta, w biegu swym przejdzie miejsce, którego ślad w umyśle naszym zrysowany zowie się *bryłą matematyczną*.

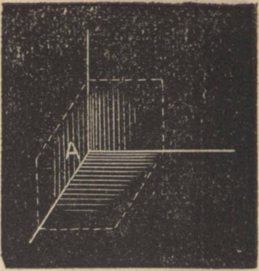
Bryły matematyczne massy nie mają, tylko objętość.

167. Każda bryła ma trzy wymiary: długość, szerokość i wysokość czyli głębokość inaczej grubość.



168. Do zamknięcia miejsca miąszości, najmniej potrzeba czterech ścian czyli grań, bo trzy w zetknięciu się swojém formują tylko *kąt bryłowy* (многогранный уголъ), jaki widzimy w rogu każdego mieszkania A.

Płaszczyzny tworzące kąty bryłowe, zowią się ścianami kąta. Punkt zejścia się ścian, dla utworzenia kąta bryłowego, zowie się *wierzchołkiem kąta bryłowego*.



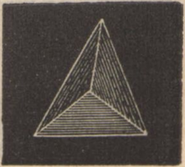
Linije powstające z sprzecięcia się grań zowią się krawędziami (ребромъ).

Bryły tak są rozmaite jak płaszczyzny je ogarniające i nazwiska biorą od płaszczyzn je otaczających.

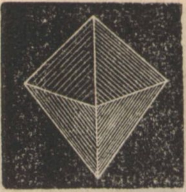
169. Jeżeli w bryle jakiej wszystkie ściany i kąty bryłowe są sobie równe, taka bryła zowie się *foremną.*

Brył foremnych sześć tylko utworzyć można z tej przyczyny, że summa wszystkich kątów płaskich obejmujących kąt bryłowy, musi być mniejszą od czterech kątów prostych, bo inaczej nie utworzą kąta bryłowego. I tak: z kątów trójkąta równobocznego złożyć można kąt bryłowy, albo biorąc ich trzy, które czynią 180°, albo cztéry równające się 240°, albo pięć czyniących 300°, sześć zaś kątów trójkąta równobocznego dają już 360° czyli cztéry kąty proste.

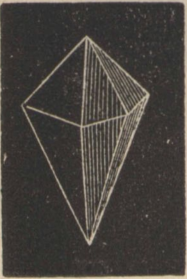
170. Oto jest sześć brył foremnych:



Czworościan trójkątny (tetraedr четырегранникъ), ograniczony cztérema równobocznemi trójkątami i mający cztery kąty bryłowe, każdy złożony z trzech kątów płaskich trójkąta równobocznego.

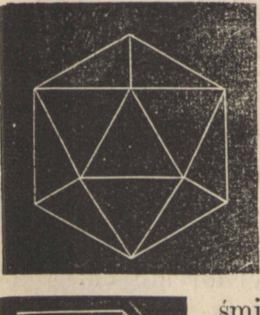


2. *Sześcian trójkątny* (Hexaedr) zamknięty sześciu trójkątami równobocznemi. Są to dwa tetradry podstawami z sobą złączone.

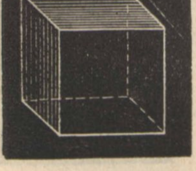


3. *Ośmiościan trójkątny* (octaedr осьмигранникъ) zamknięty ośmią trójkątami równobocznemi.

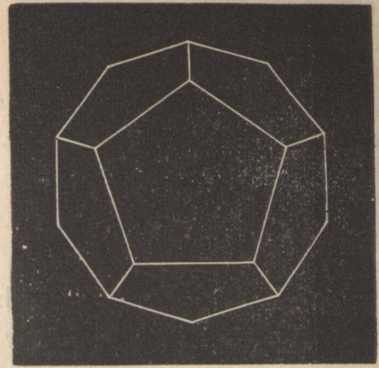
4. *Dwudziestościan trójkątny* (Icozaedr двадцатигранникъ) powstający z dwudziestu trójkątów równobocznych i dwunastu kątów bryłowych, z których każdy złożony jest z pięciu kątów płaskich trójkąta równobocznego.



5. *Sześcian kubus albo kostka* (шестигранникъ) ograniczony sześcią kwadratowemi ścianami, i ośmią kątami bryłowemi, każdy złożony z trzech kątów prostych.



Jest to bryła najforemniejsza i bierze się za jedność do wymierzania wszelkich bryłowatości.



6. *Dwunastościan pięciokątny* (dodecaedr двѣнадцатигранникъ) ograniczony dwunastu pięciokątami foremnemi z 20 kątami bryłowemi, każdy od trzech kątów pięciokąta foremnego.

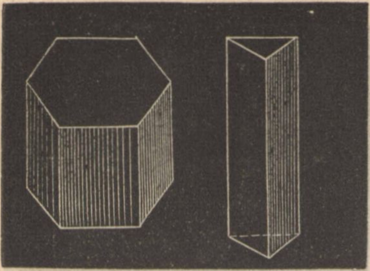
171. Dwie bryły jeśli mają kąty bryłowe sobie równe, chociażby ściany były nierówne, ale o tej samej liczbie boków, zowią się *podobnemi* (подобными).

§ 12.

Jeszcze bryły foremne.

1. Graniastosłup.

172. Bryła zakończona z dwóch stron przeciwnych sobie, wielokątami równemi i względem siebie równoodległemi, a z innych stron objęta prostokątami, zowie się w ogólności *graniastosłupem*.

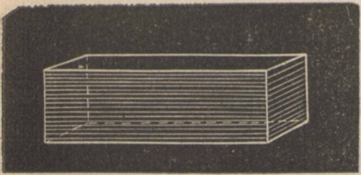


Jeden z wielokątów uważa się za podstawę, a odległość ich od siebie, mierzona liniją prostopadłą, jest wysokością graniastosłupa.

Jeżeli krawędzie bryły boczne są prostopadłe do swych wielokątów, wtedy graniastosłup, zowie się *prostym*; inaczej zaś *ukośnym*.

Od liczby boków w podstawie, graniastosłup, zowie się *trójściennym* (prizma).

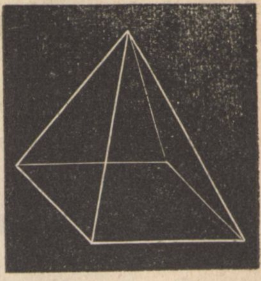
czworościennym, pięciościennym i w ogólności *wielościanem*.



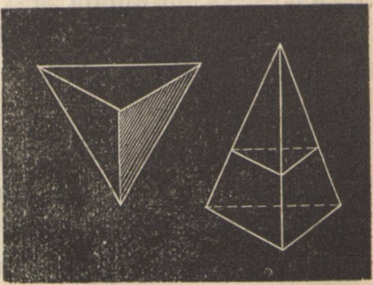
Jeżeli graniastosłup w podstawie ma prostokąt, a ściany boczne i krawędzie są do tej podstawy prostopadłe, wtedy zowie się *graniastosłupem sześciościennym prostokątnym* (paralellepiped). Paralellepiped przy bardzo małej wysokości, zowie się *tablicą*.

Jeżeli w podstawie jest równoległobok, zowie się wtedy *równoległościanem* (наклонный параллелипедъ).

2. Piramida.



173. Jeżeli nad jakimkolwiek wielokątem obierzemy punkt, i ten połączymy z wierzchołkami kątów wielokąta, i przez te boki poprowadzimy płaszczyzny przecinające się z obwodem wielokąta, miejsce zawarte między tym wielokątem i płaszczyznami zbiegającemi w jeden punkt, zowie się *piramidą, ostrosłupem* lub *obeliskiem* (пирамидою).



174. Jeżeli punkt będzie obrany nad trójkątem, powstanie *piramida trójścienna* (триграннникъ), mająca cztéry ściany trójkątne, i tyleż kątów bryłowych.

Piramida trójścienna równoboczna (tetraedr) jest trzy razy mniejsza od pryzmy trójściennej, równej z nim podstawy i wysokości.

175. Dwie piramidy trójścienne, symetrycznie z sobą podstawami złączone, tworzą piramidę, podwójną, zwaną inaczej *sześcianem trójkątnym.*

176. Piramida *czworościenna* ma w podstawie prostokąt lub kwadrat, a na bokach cztéry trójkąty—dalej będzie piramida czyli ostrosłup *pięciościenny, sześciościenny i wielościenny* (многоугольная пирамида).

177. Wielokąt, na którym zbudowana jest piramida, zowie się jej *podstawą* (основаніемъ).

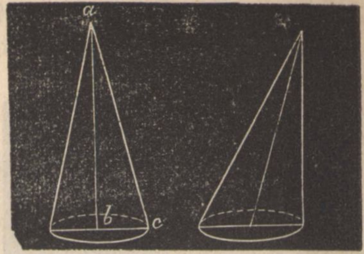
Prostopadła spuszczona z wierzchołka piramidy na jej podstawę, jest jej wysokością.

178. Jeżeli w podstawie piramidy jest wielokąt foremny, a wysokość pada na środek podstawy, taka piramida jest foremną. Piramida foremna ogranicza się trójkątami równoramiennemi, których wysokość w tym razie zowie się *apotemą* (апоѳема).

179. *Bryły kuliste.* Mało jest ciał i naczyń w użyciu będących ze ścianami płaskiemi, po większej części wszystkie są ograniczone płaszczyznami rozmajicie wyginanemi, przeto i bryły stereotyczne, mogą być rozmajite do nieskończoności. Z brył ograniczonych powierzchniami krzywemi, my tu zastanowimy się tylko nad trzema, które tworzymy obrotem nam już znajomych figur, jako: trójkąta, prostokąta i półokręgu koła

3. Ostrokrąg.

180. Jeżeli trójkąt prostokątny, obracać się będzie koło swego katetu ab (III), wtedy drugi jego katet bc nakreśli koło; przeciwprostokątna zaś wykreśli płaszczyznę krzywą, kończąca się w jednym punkcie. Bryła z takiego obrotu trójkąta powstająca, zowie się *ostrokręgiem* (конусъ) i jest podobną do głowy cukru.

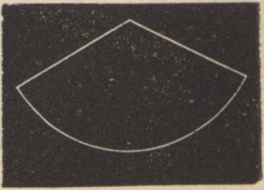


181. Koło, na którém stoji ostrokręg, jest jego podstawą (основаніемъ).

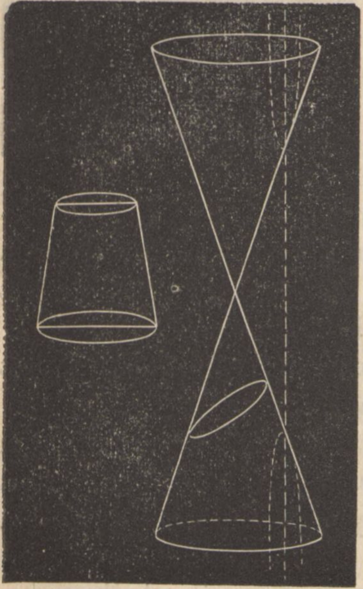
Linija prowadzona z wierzchołka ostrokręgu do środka jego podstawy, jest osią ostrokręgu a w ostrokręgu prostym jest razem osią obrotu (осію вращенія).

Prostopadła spuszczona z wierzchołka ostrokręgu na podstawę, jest jego wysokością.

182. Płaszczyzna krzywa ostrokręgu rozwinięta na płaszczyznie, two-



rzy wycinek koła, (104) którego promień równa się przeciwprostokątnej czyli liniji wodzącej (производящей), a łuk równa się obwodowi koła narysowanego przez katet podstawy trójkąta.



183. Ostrokrąg może być prosty i pochyły, (наклонный).

184. Ostrokrąg przecinany płaszczyzną równoodległą do jego podstawy, zawsze wydaje koło; część niższa, takiego ostrokręgu, zowie się *ostrokręgiem ściętym* (усѣченымъ конугомъ).

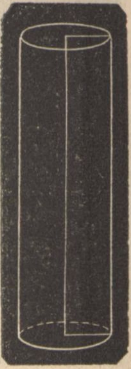
185. Każdą beczkę uważać należy jakoby dwa ostro kręgi ścięte, podstawami z sobą złączone.

186. Jeżeli cięcie będzie ukośne do osi ostrokręgu, powstanie *elipsa* (86), a równoległa do osi, wyrysuje *parabolę* (89). Przecięcie dwóch ostrokręgów wierzchołkami wspólnych płaszczy-

zną równoodległą do ich wspólnej osi, rysuje *hyperobolę* (90).

Nauka o takich cięciach, zowie się *o przecięciach ostrokręgowych* albo *sekcyjach konicznych* (коническими сѣченіями).

4. Walec.



187. Podnoszące się koło, albo prostokąt obracający się około jednego swego boku, wziętego za oś obrotu, tworzy się bryłę, zwaną *walcem* albo *cylindrem* (цилиндръ), którego wierzch i podstawa są kołami równemi.

Linija prostopadła prowadzona między temi kołami jest wysokością walca.

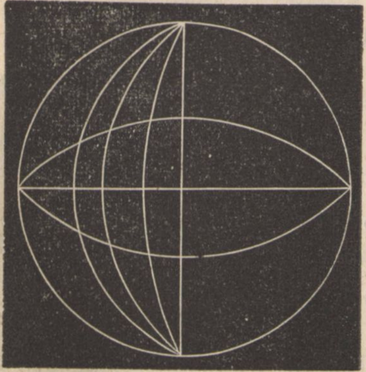
188. Płaszczyzna krzywa obejmująca walec, może być rozwinięta na płaszczyznie, i da prostokąt którego wysokość jest wysokością walca, a podstawa, równa będzie obwodowi koła do podstawy. Walec miernej objętości a wysoki, zowie się inaczej *tubusem*.

Walec małej objętości a długi, zowie się *rurką*.

Rurka we dwa końce zgięta, zowie się *smoczkiem* albo *syfonem*.

Rurka bardzo cienka, zowie się *włosową* albo *kapilarną*.

5. Kula.



189. Półkole obracające się około swej średnicy, wziętej za oś obrotu, rodzi *kulę* (шаръ, сфера).

Końce obracającej się średnicy, zowią się *biegunami kuli* (полюсами).

Powierzchnia kuli, zowie się powierzchnią *kulistą* albo *sferyczną* i każdy punkt wzięty na niej, jest równo oddalony od środka kuli.

190. Płaszczyzna przecinająca kulę, w każdym razie daje koło gdy płaszczyzna przecinająca przejdzie przez środek kuli—a przecięcie wyda *koło wielkie*, wszelkie inne daje koło *małe*.

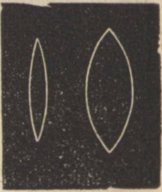
191. Przecięcie kuli przechodzące przez środek kuli, i w równej odległości od obu biegunów nosi imię w Jeografiji *równika* (экватора), któ-

ry dzieli ziemię na dwie części: północną i południową.

192. Przecięcie kuli przechodzące przez środek kuli i jej bieguny, daje koło wielkie zwane w Jeografiji *południkiem* (меридіяномъ).

193. Część powierzchni kuli zawarta trzema łukami należącemi do kół wielkich tejże kuli, zowie się trójkątem kulistym albo sferycznym.

194. Część kuli odcięta płaszczyzną daje *odcinek kuli* (сегментъ шара).



195. Dwa odcinki podstawami z sobą łączone, tworzą *soczewkę* (lens, зрительное стекло).

196. Część kuli zawarta między dwoma wielkiemi półokręgami kół, wzajemnie przecinającem się, zowie się *wycinkiem kuli*.

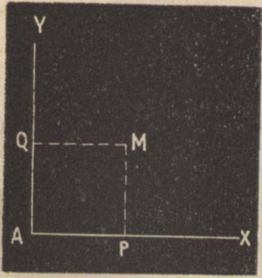
6. Elipsoida.

197. Półelipsy okręcając się oko swej osi większej, rodzi bryłę zwaną *elipsoidą* (элипсоида) zupełnie różną od *owalu* (оваль).

Nauka o bryłach z ich wymiarem objętości, zowie się *solidometryją* albo *stereometryją*.

§ 13.

Oznaczenie punktu na płaszczyznie i w przestrzeni.



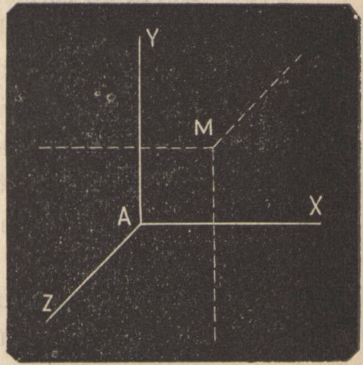
198. Chcąc jakikolwiek punkt uważany na płaszczyznie tak oznaczyć, aby w każdym razie dla wszystkich był położenia wiadomego, trzeba go odnieść do dwóch krawędzi tej płaszczyzny; albo do dwóch linji od upodobania na tejże płaszczyznie poprowadzonych ale położenia wiadomego, i przecinających się z sobą, najdogodniej pod kątem prostym. Odległość tego punktu od obu tych liniji, ceniona przez jakąkolwiek miarę, oznaczy albo zadeterminuje punkt uważany.

199. Linije tak obrane w matematyce, zowią się *osiami współuszykowanemi* (координатами): jedna z nich AK, zowie się *osią ucinków* (ось обсцисъ), a druga AY, osią *przystaw* (ординотъ).

Punkt w którym się obie osie przecinają A, zowie się początkiem współuszykowanych (точкою къординатъ).

Każda długość wzięta na osi AM-np. AP jest ucinkiem punktu M, inaczej tego punktu długością, a odległości brane na AY jak AO, oznaczając przystawę, jest razem szerokością tegoż punktu M.

Jeżeli przystawa i ucinek jakiego punktu są wiadome, w liczbach, wtedy odciąwszy je na odpowiednich im osiach i przez te punkty poprowadziwszy linije równoległe do osi współuszykowanych, punkt ich przecięcia się wyznaczy punkt żądany.



200. Dla oznaczenia punktu w przestrzeni, trzeba mieć koniecznie trzy płaszczyzny położenia wiadomego, albo ich przecięcia się z sobą w jednym punkcie.

Do tych płaszczyzn, z punktu oznaczyć się mającego, poprowadziwszy trzy płaszczyzny równoległe, i wyznaczywszy ich odległość od płaszczyzn obranych lub też odpowiednie im linije na przecięciach tych płaszczyzn wyrysowane, w miarach wiadomych, już tém samém i punkt uważany w przestrzeni oznaczymy.

§ 14.

Zastosowanie Arytmetyki do Stereometryji czyli do wymierzania pełności brył foremnych.

201. Każda bryła ograniczona jest płaszczyznami, mającemi wymiar długości i szerokości, (13 a 14). Sama zaś bryła, jakiejby nie była postaci, ma swą długość, szerokość i wysokość czyli głębokość albo liteż grubość (16).

202. Bryła od sześciu ścian równych, czyli mająca jednaką miarę długości w każdym ze swych wymiarów, zowie się *sześcianem*, *kubusem* lub *kostką* (142,4). I tak: jeśli sześcian jest długi, szeroki i wysoki na cal jeden, stopę, łokieć, milę: zowie się calem, stopą, łokciem i milą sześć ścienną albo *kubiczną*. I takiemy sześcianami wymierzamy pełność wszelkich brył, to jest szukając, ile cali, łokci kubicznych lub sześciennych można zmieścić w pełności uważanej bryły.

1. Graniastosłup prostokątny.

203. Na powierzchni jakiegokolwiek prostokąta tyle umieścić można sześcianów np. łokciowych lub calowych, ile jest kwadrów łokciowych lub calowych w jego powierzchni, np. jeżeli

prostokąt długi jest cali 3, szeroki 2, pole jego będzie miało cali kwadratowych 6 (175) i tyle sześcianów calowych na nim postawić można.

Tak wypełniony prostokąt zmieni się na bryłę sześcioboczną zwaną *graniastosłupem czworobocznym*, lub sześcianem prostokątnym, którego długość będzie cali 3, szerokość 2, wysokość 1. Pełność zaś czyli bryłowatość lub miąszość tego graniastosłupa, równać się będzie sześciu sześciennym calom.

Jeżeli na tym nowym sześcianie prostokątnym, położymy drugi takiż sam sześcian prostokątny, wtedy zrobi się bryła, której długość i szerokość będą też same, jak wyżej, wysokość zaś stanie się dwa razy większa od każdego w szczególności sześcianu prostokątnego, a pełność tej nowej bryły będzie tém samém dwa razy większa od miąszości piérwszego sześcianu. Tym sposobem układając takich brył pojedyńczych, rzędów 3, 4, 5 i. t. d. czyli powiększając wysokość razy 3, 4, 5, . . . pełność stawać się będzie 3, 4, 5, . . . razy większą od bryłowatości sześcianu piérwszego. Ztąd uczymy się: że chcąc znaleść miąszość jakiego graniastosłupa czworościennego, należy naprzód mnożyć jego długość przez szerokość, dla znalezienia pola podstawy, w miarach kwadratowych, potem to pole rozmnożyć przez wysokość—*albo krócej:* trzeba zrobić mnogość z długości, szerokości i wysokości czyli głębokości —a mnogość otrzymana będzie pełnością bryły w miarach kubicznych.

204. *I naodwrót:* mając wyrachowaną miąszość graniastosłupa prostokątnego, i wiedząc którekolwiek dwa, ze trzech jego wymiarów, łatwo jest znaleść pole podstawy, i wymiar trzeci; nadto którąkolwiek powierzchnią go otaczającą, albo i wszystkie razem.

205. Jeżeliby do obliczenia dany graniastosłup był sześcianem foremnym, wtedy dosyć bok jego jeden rozmnożyć przez się razy dwa, czyli wynieść go do sześcianu, to jest do trzeciej potęgi. A mając pełność takiego sześcianu foremnego, dla znalezienia boku jego, należy tylko z danej mnogości, wyciągnąć pierwiastek trzeciej potęgi.

206. Miary kubiczne tak się nazywają jak miary długości, tylko z dodatkiem kubicznych albo sześciennych.

Kubiczna mila=343 kubicznym wiorstom.
„ wiorsta=125,000,000 kubicznym sążniom.

Kubiczny sążeń ma 27 „ arszynów
„ arszyn ma 4096 kub. werszków.
„ fut ma 1728 „ diujmów.
„ diujm ma 1728 „ liniji.

Garniec ma 142,324 cali sześciennych.

Beczka Lit. równa się $12\frac{3}{4}$ stopom kubicznym.

207. 1. Jaka jest pełność pokoju, którego długość jest stop 19, szerokość stop 12, a wysokość stop 15? . . . . . . odp. 3420 st. kubicz.

2. Łokieć kubiczny ile ma stop kubicznych. 8

3. Stopa sześcienna ile ma cali sześciennych? 1728

4. 12 cegieł wypełnia stopę kubiczną, ile trzeba kop cegieł do zmurowania muru, długiego na stop 30, szerokiego 3, a wysokiego na stóp 12? . . . . 210.

5. Jle beczek zboża zmieści się w zasieku wysokim na stóp 8, szerokim na stóp 3, a długim na stóp 6? . . . . 12 (205).

6. Studnia długa i szeroka na cali 36, ma wody w głębokości na cali 50, ile w tej studni jest wody na miarę zwyczajną?

Odp. 69800 cali kubicznych.

$\frac{69800}{142384} = 490\frac{1}{42}$ garncom albo wiader 125.

2. Równoległościan.

208. Z nauki stereometryji wiadomo: że rownoległościan równa się graniastosłupowi prostokątnemu, stojącemu na tej samej podstawie i zakończonemu przez płaszczyznę równoodległą od podstawy. Przeto i bryłowatość równoległościanu dochodzi się jak bryłowatości graniastosłupa prostokątnego, z tą tylko różnicą, że za wysokość bierze się prostopadła spuszczona z płaszczyzny przeciwnej podstawie na podstawę.

Powierzchnią wszystkich ścian otaczających równoległościan łatwo znajdziemy, jako summę powierzchni równoległoboków lub summy powierzchni im równych prostokątów.

3. Pryzma.

209. Jak trójkąt jest połową prostokąta lub równoległoboku (178), tak graniastosłup trójkątny czyli pryzma, jest połową graniastosłupa czworościennego prostokątnego lub równoległościanu, przeto pełność jego i cała powierzchnia złatwością się oblicza.

a) Jeżeli pryzma ma w podstawie trójkąt prostokątny, wtedy szuka się miąszości graniastosłupa i tej summy *bierze się połowa*.

b) Jeżeli nie, szuka się pole podstawy trójkąta, i to się mnoży przez wysokość czyli długość całej pryzmy.

Wszystkie dachy na budynkach mają figurę pryzmy trójściennej, lub graniastosłupa trójściennego; przeto przy obliczeniu odryn, gumien, lub samych torpów w gumnach, odróżniać należy graniastosłupy czworościenne od trójściennych a summa ich wyda miąszość całej uważanej budowli lub jej żądanej części.

1. Wiele sążni siana zmieścić się może w odrynie, mającej długości łokci 48, szerokości łokci 20, wysokiej w ścianie łokci 3. Szerokość zaś jednej strony poddasza od ścian do krokiew łokci 14?

Miąszość samej odryny: $20\times3\times48=\frac{2880}{9}$ $=320$ sążni kubicznych.

Miąszość pryzmy: $20+14+14=\frac{48}{2}=24$
(180).

$24-20=4$
$24-14=10$ $4\times10\times10\times24=\sqrt{9600}=97,98$.
$24-14=10$

$97,98\times\frac{48}{2}=\frac{4703}{9}=522,59$ sążni kubicznych.

A przeto miąszość odryny $320+522,59=$ $842,59$ sążni kubicznych.

wozów siana $(\frac{3}{2})=561,72$:

4. Walec.

210. Bryłowatość walca równa się powierzchni jego podstawy czyli powierzchni koła, rozmnożonej przez wysokość walca, czyli jego długość.

Powierzchnia krzywa walca, równa się prostokątowi, mającemu za podstawę okrąg koła podstawy walca, a za wysokość bok walca, czyli jego wysokość (163).

Dla znalezienia całkowitej powierzchni walca, trzeba do powierzchni jego krzywej, dodać powierzchnią dwóch kół to jest koło podstawy, i koła przeciwnie podstawie.

np. Jaka jest pełność walca i cała jego powierzchnia, kiedy jego długość jest stop 5 a promień podstawy stóp 2?

Średnica . . . . . . 4.

$4\times\frac{22}{7}=\frac{88}{7}=12{,}6$; obwód koła w podstawie.

$12{,}6\times 1=12{,}6$ dno czyli powierzchnia koła stóp kwadratowych.

$12{,}6\times 5=63$ stóp kwadratowych—powierzchnia krzywa.

$12{,}6\times 5=63$ stóp kubicznych-pełność walca.

63+12,6;+12,6:=88,2 cała powierzchnia walca w stopach kwadratowych.

5. Ostrokrąg.

211. Bryłowatość ostrokręgu równa się trzeciej części bryłowatości walca, równego z ostrokręgiem co do podstawy i wysokości (155). Bryłowatość ostrokręgu ściętego przez koło równoległe do podstawy, jest różnicą miąszości dwóch ostrokręgów całych.

212. Powierzchnia krzywa ostrokręgu prostego, równa się trójkątowi (157), mającemu za podstawę obwód podstawy ostrokręgu, a za wysokość bok ostrokręgu.

Dla znalezienia powierzchni całej ostrokręgu, do powierzchni krzywej, dodać trzeba powierzchnią koła podstawy.

213. Powierzchnia krzywa ostrokręgu ściętego kołem, równa się prostokątowi, mającemu za wysokość bok tego ostrokręgu ściętego, a za podstawę liniją równą okręgowi koła takiego, którego promień jest połową summy promieni dwóch podstaw tegoż ostrokręgu ściętego.

214. Dajmy, że do jednej szklanki herbaty, idzie cukru 10 centimetrów kubicznych; do ilu szklanek herbaty wystarczy głowa cukru, mająca w podstawie średnicę 25 centimetrów, a wysokość ściany bocznej centimetrów 48?

a) $25\times\frac{22}{7}=18,57$ centim. to obwód koła w podstawie.

b) $1857\times\frac{25}{4}=491,07$ cent. kwadr. to dno czyli powierzchnia podstawy głowy.

Dla ścisłego oznaczenia wysokości głowy cukru, trzeba od kwadratu boku podłużnego, odciągnąć kwadrat z promienia podstawy, a z reszty wyciągnąć pierwiastek kwadratowy (199) i tak:

c) $(48)^2-(\frac{25}{2})^2=\sqrt{\frac{4591}{4}}=\frac{92,68}{2}=46,34$, to wysokość ostrokręgu.

d) a ztąd a$\times$c .... $491,07\times46,34=22755,6838$ miąszość walca.

e) $\frac{1}{3}$ tej miąszości walca$=7585,2279$ cent. kub. w miąszości głowy cukru—zatem do szklanek $\frac{7585,2279}{10}=758,52$.

$\frac{18,57}{2}\times48=445,68+491,07$ (b)$=936,75$ cała powierzchnia głowy cukru w centimetrach kwadratowych.

2. Stóg siana wysoki od ściany bocznej sążni 4, u spodu w obwodzie sążni 12, ile stóg ma w sobie sążni kubicznych siana?

$12\times\frac{7}{22}=3,818$ średnica stogu.

$\frac{3,818}{2}=1,9$: promień podstawy 0,95, połowa promienia.

$12\times0,95=11,45$ powierzchnia podstawy.

$(4)^2-(1,9)^2\ \sqrt{12,39}=3,5$ wysokość stogu.

11,45×3,5:=40,075 sążni kubicznych siana. albo wozów ($\frac{3}{2}$) $\frac{40075\times3}{3}=\frac{8015}{3}$=26,716.

6. Ostrosłup albo piramida.

215. Bryłowatość ostrosłupa trójkątnego czyli piramidy trójściennej, jest trzecią częścią miąszości graniastosłupa trójściennego czyli pryzmy, mającej tęż samą podstawę i wysokość (150).

216. Bryłowatość piramidy czworościennej i dalszych, równa się zawsze trzeciej części swoich graniastosłupów, na tejże podstawie zbudowanych i o jednej wysokości.

Zatem dla znalezienia miąszości jakiejkolwiek piramidy, trzeba powierzchnią podstawy, mnożyć przez trzecią część wysokości, albo i przez całą wysokość i tej mnogości wziąć część trzecią.

217. Powierzchnia wszystkich boków każdego ostrosłupa foremnego, oprócz podstawy równa się trójkątowi, mającemu za podstawę obwód podstawy wielokąta; a za wysokości, wysokość którejkolwiek ściany zwanej *apotema* (154), bo wszystkie ściany są sobie równe.

Obrachować pełność i powierzchnią piramidy ośmiościennej, której bok w podstawie ma cali 12, wysokość ściany cali 16 wysokość zaś samej piramidy cali 15?

$12 \times 8 = 96$ — obwód wielokąta.

$(\frac{1}{1}\frac{9}{3},\frac{6}{2}\frac{1}{5})^2 = 695,547$ — powierzchnia wielokąta w podstawie (185).

$965,547 \times \frac{15}{3} = 3477,735$ — pełność piramidy, w calach kubicznych.

$12 \times \frac{16}{2} \times 8 = 768$ -- powierzchnia 8 trójkątów.

$768 + 695,547 = 1663,547$ - cała powierzchnia piramidy danej.

7. Kula.

218. W stereometryji dowiedziono, że powierzchnia kuli równa się:

albo: a) Cztéry razy wziętej powierzchni koła wielkiego.

b) Okręgowi koła wielkiego mnożonemu przez średnicę kuli.

c) Powierzchni koła nakreślonego średnicą kuli danej.

219. Bryłowatość zaś kuli wynajduje się cztérema sposobami.

a) Sześcian ze średnicy kuli, mnoży się przez $\frac{1}{2}\frac{1}{1}$ (stosunek graniastosłupa do kuli, której średnica równa się bokowi graniastosłupa).

b) Powierzchnia koła wielkiego mnoży się przez $\frac{2}{3}$ jego średnicy.

c) Cała powierzchnia kuli mnoży się przez $\frac{1}{6}$ część jej średnicy.

d) Miąszość kuli ma $\frac{2}{3}$ bryłowatości walca na kuli opisanego.

Obrachować kulę, której średnica równa się 20 calom?

$20 \times \frac{22}{7} = \frac{440}{7}$-wartość okręgu koła wielkiego.

$20 \times \frac{22}{7} \times 5 = 314{,}2857$ jest powierzchnia koła wielkiego.

a ztąd.

$$\left.\begin{array}{ll} a) & 20 \times \frac{22}{7} \times \frac{20}{4} \times 4 = 1257{,}1428 \\ b) & 20 \times \frac{22}{7} \times 20 \quad = 1257{,}1428 \\ c) & 40 \times \frac{22}{7} \times 10 \text{ prom. } 1257{,}1428 \end{array}\right\} \text{cała powierzchnia kuli.}$$

$$\left.\begin{array}{lr} a) \ (20)^3 \times \frac{11}{21} \ \ldots\ldots & 419{,}0476 \\ b) \ 314{,}2857 \times \frac{2}{3} \times 20 \ \ldots & 419{,}0476 \\ c) \ 1257{,}1428 \times \frac{20}{6} \ \ldots & 419{,}0476 \\ d) \ 314{,}2857 \times 20 \times \frac{2}{3} \ \ldots & 419{,}0476 \end{array}\right\} \text{pełność kuli danej.}$$

8. Beczka.

220. Pełność beczki mierzy się jak objętość walca, biorąc za średnicę, średnią ze średnic beczki danej, którą znajdujemy; w połowie summ średnic den, z dodaniem podwójnej średnicy przepie-

rzenia, czyli środka beczki, i tego wszystkiego wziąwszy część trzecią. I tak:

Jaka jest bryłowatość beczki, której średnica jednego dna cali 22, drugiego 21, a obwód środkowy cali 72 i tyleż długa?

$22 \times \frac{22}{7} = 69{,}1428$; obwód jednego dna.

$21 \times \frac{22}{7} = 66$ obwód drugiego dna.

$\frac{135{,}1428}{2} = 67{,}5714$ średnia długość obwodu dwóch den.

$67{,}5714 + 72 \times 2$ $\frac{211{,}5714}{3}$ $70{,}5257$ średnia okrągłość beczki.

$70{,}5257 \times \frac{7}{22} = 22{,}43$ średnica okrągłości beczki.

$\frac{22{,}43}{2}$ $11{,}21$ promień, a $\frac{1}{2}$ promienia 5, 6;

$70{,}52 \times 5{,}6$ $394{,}9$; powierzchnia dna walca.

$394{,}9 \times 72$ (długość) $28433{,}52$ pełność walca w calach kubicz. czyli beczki.

$\frac{28433{,}52}{142{,}32}$ 199 garncy, kwart. 2.

§ 15.

O wymierzaniu brył niekształtnych i ciał pełnych nieforemnych.

221. Aby wynaleść pełność ciał różnokształtnych, nieforemnych lub symetrycznie wyginanych, jako butlów, dzbanów, waz, słowem naczyń

rozmajitych; a takoż brył pełnych nieforemnie zakończonych, ze ścianami wypukłemi i wklęsłemi, trzeba się udać do *ciężkości gatunkowej ciał* (удельный вѣсъ, или сравнительная тяжесть тълъ). — Znajomość i użycie jej, podaje łatwy sposób wyrachowania takich brył, z większą łatwością i taką ścisłością, do jakiej rachunki jeometryczno arytmetyczne nigdy nie doprowadzą.

222. Ciężkość gatunkowa ciał, jest liczba oznaczająca, ile razy jakie ciało, więcej waży od wody, pod tą samą objętością uważanych, a to od wody czystej, przewaporowanej czyli dystylowanej: tak np. jeżeli kwarta takiej wody waży funt jeden, a żywe srebro (ртуть), tejże objętości kwarty waży funtów 13,57, więc żywe srebro (mekuryjusz) jest 13,57 razy cięższy od wody, a zatem i ciężkość gatunkowa żywego srebra jest 13,57. Złoto w tej samej objętości co woda, waży 19,25 razy więcej jak woda—przeto 19,25, jest ciężkością gatunkową złota. Fizyka wyznacza ciężkośc gatunkową ciał, a my tu kładziemy ostateczne wypadki:

Woda dystyllowana	1	Złoto	19,258
„ morska . .	1,03	Żywe srebro (rtęć)	13,57
Platyna	20,98	Ołów	11,35

Srebro	10,47
Bizmut	9,07
Miedź	8,9
Mosiądz	8,87
Stal	7,8
Żelazo	7,79
Cyna	7,29
Zynk	6,93
Spiż szary	6,86
„ biały	6,6
Baryta	4,34
Kamień murowy	2,08
Marmur	2,72
Gips	2,71
Kryształ górny	2,65
Krzemień	2,58
Szkło angielskie	3,3
„ zielone	2,5
„ białe	2,4
Kamień młyński	2,5
Kreda	2,3
Kwas siarczany najmocniejszy	2
Sól kuchenna	1,91
Saletra	1,9
Glina garncarska	1,8
Dębina sucha	1,67
Węgiel ziemny	1,32
Bursztyn holenderski	1,32
Rdzeń dębowy	1,17
Drzewo hebanowe	1,109
Drzewo amerykańskie	1,04
Krew ludzka	1,04
Mleko krowie	1,03
Wosk	0,96
Oliwa	0,913
Bursztyn francuski	0,91
Buk	0,852
Jesion	0,845
Olcho	0,8
Spirytus najmoc: (alkohol)	0,791
Drzewo wiśniowe	0,715
Eter siarczany	0,71
Orzech i wiąz	0,671
Grusza	0,661
Lipa i leszczyna	0,604
Sosna	0,55
Jodła	0,49
Topola	0,383
Drzewo korkowe	0,24

223. Aby tej tablicy użyć, trzeba nadto wiedzieć, że po ścisłém obliczeniu okazało się, że cal kubiczny wody dystyllowanej waży gran parysko-litewskich 373,4, albo berlińskich gran 288, a jeden centigram kubiczny wody, waży gran 18,827;

Garniec lit. ma cali kubicznych 142,324, a garniec rossyjski ma cali kubicznych 153,25, (a).

Ponieważ ciężkość gatunkowa żywego srebra jest 13,57, więc cal kubicz. żywego srebra będzie ważył 13,57 razy więcej od wagi wody, to jest: $13{,}57 \times 373{,}4; = 5061$ albo $13{,}57 \times 288$ 3807,035 gran berlińskich. Mając tedy wagę żywego srebra z jakiego naczynia pełnego, gdy tę wagę obrócimy na grany i rozdzielimy je przez 5061 lub 3807,035, otrzymamy pełność tego naczynia w calach sześciennych;

i w ogólności: dla wyrachowania pełności jakiego naczynia, trzeba to naczynie napełnić jakiémkolwiek płynem, którego ciężkość gatunkowa jest znana; wagę tego płynu z naczynia w granach, rozdzielić przez ciężkość jego gatunkową (jeżeli woda to przez jedność), i iloraz roz-

---

(a) Cal kubicz. srebra waży funt 0,5925.

mnożyć przez 373,4 albo przez 288 a otrzymamy pełność naczynia w calach kubicznych litewsko-paryskich lub berlińskich; rozmnożywszy zaś ten iloraz przez 18,827, otrzymamy wymiar naczynia podanego w centymetrach kubicznych.

224. Toż samo stosuje się i do ciał zsiadłych: mając np. bryłę żelaza, której chcemy znaleść wymiar w calach kubicznych, należy wagę tego żelaza, dzielić przez ciężkość gatunkową żelaza 7,79, a iloraz rozmnożyć przez 373,4—wagę cala kubicznego wody, *i na odwrót:*

Mając jakąś bryłę już wymierzoną na cale kubiczne, chcąc znaleść wagę tej bryły, trzeba cale kubiczne mnożyć przez ciężkość gatunkową ciała (z jakiego gatunku jest ta bryła), a potem jeszcze rozmnożyć przez ciężar cala wody czyli przez 373,4.

Przykłady.

1. Baryłka oliwy netto (a), waży pud jeden—jaka tej baryłki pełność w miarach?

(a) Skrzynia, pudło, baryłka, sama, i wszelkie okrycie towaru zowie się w handlu *Tarą.* Towar ważony z tarą, daje wagę towaru *brutto* zwaną: po odtrąceniu tary, zostaje waga *netto* tj. rzetelna waga samego towaru.

Obróciwszy pud na grany, otrzymamy wagę oliwy 307200 gran.

Ciężkość gatunkowa oliwy 0,913 (221).

0,913$\times$373,4: 340,9142 waga jednego cala oliwy.

$\frac{307200}{24091}$ 901,117 cali kubicznych oliwy w baryłce.

$\frac{901117}{15325}$ 5 gar. rossyjskich i kwart. $\frac{3}{2}$.

2. Woda czysta deszczowa wypełniająca butelki, waży f. 12 jaka jest pełność butelkę?

12 f. 92160 granom $\frac{92160}{3734}$ 226,13 calom kubicznym.

więc w butelce jest garniec 1 i kwart 1,48.

3. Jaki jest ciężar stołu marmurowego, którego długość ma stóp 6, szerokość stóp 4, a grubość cali 5?

Obracając wymiary na cale będzie:

72$\times$48$\times$5 17,280 cali kubicz. w bryłowatości stołu.

17280$\times$2,72 (ciężar 9 mar.)$\times$373,4 1755039,44 gran. czyli pudów 57 funt 5 łutów 6 z ułamkiem.

§ 16.

Niektóre skrocenia w rachunkach bardzo ważne w praktyce, dla wymiaru powierzchni i pełności ciał.

1. Co do wymiaru powierzchni.

225. Aby dać korzystne wyobrażenie tych skróceń, które się tu podają, w wyszukiwaniu powierzchni, oszacowaniu pełności i ciężaru ciał różnych kształtów, rozwiążmy naprzód następujący przykład:

Oznaczmy w metrach kwadratowych powierzchnią prostokąta długiego na sążni 15, szerokiego na stóp 15?

Wiemy, (175) ze powierzchnia prostokąta, równa się mnogości z długości przez szerokość, mnóżmy więc 15 sążni zamienione na stopy to jest 90 przez 15 stóp a mnogość otrzymaną 1350 dzielmy przez 9,48, wartość metra kwadratowego w stopach kwadratowych i otrzymamy $\frac{1350}{948}$ 142,4 metry kwadratowe.

Otoż to działanie tak się uprości: Mnóżmy wprost 15 sążni przez 15 stóp, jakby to były liczby odniesione do tejże sa mej jedności a mno gość podzielmy przez 1,58 i otrzymamy:

$(15)^2 = 225 = \frac{22500}{158}$ 142,4; wypadek ten sam.

226. Czujemy więc, że między tym dzielnikiem 1,58, a różnemi miarami danemi, musi zachodzić jakiś związek, kiedy rachunek do tegoż samego wypadku doprowadził. Nie starając się jednak na ten raz zgłębić, zkąd się on otrzymuje, korzystajmy z prostszego rachunku i liczbę tę, jako inne tejże natury nazwijmy *zamiennikami.*

Użycie zamienników tego rodzaju zdarza się zawsze wtenczas, kiedy oba wymiary powierzchni dane są w wymiarach różnego gatunku i różnych od tych, w jakiém samo pole otzrymać chcemy.

227. Tablica zamienników do wymiaru powierzchni prostokąta.

Linija pozioma, na przeciwko metra kwadratowego leżąca, pokazuje *zamienniki* służące do przemiany powierzchni na metry kwadr.

Linija sążni zawiera te zamienniki, których użyć trzeba, aby mieć powierzchnią w sążniach kwadr. Inne linije mają sobie właściwe zamienniki.

Litery początkowe gatunków miar w górze położone, pokazują, w jakich wymiarach długość i szerokość pola jest dana. mm oznaczają metry; SS sążnie i stopy ss; oba wymiary w stopach; sc stopy i cale; cc same cale.

228. Sprobójmy użycia w przykładach:

1. Ogród mający 90 stóp długościa 32 stopy szer. jak wiele ma sążni kwadratowych?

$\frac{90 \times 32}{36}$ 80 sąż. kwadr.

36 (zamiennik)

	mm	SS Lit.	Ss	ss	sC	cc
Metry kwadratowe	1	0,263	158	9,48	113,7	1361
Sążnie kwadratowe	3,8	1	6	36	432	5184
Stopy kwadratowe	1055	0,278	1,667	1	12	144
Cale kwadratowe	733	1923	1154	694	0,833	1
Morgi	7108	$\frac{1875}{1600}$n.	11251,125	67500		
Dziesięciny	10902,34	2875,9				
Arpanty	3420	900	5400	3240		

2. Deska długa na 18 stóp, szeroka na 10 cali, wiele ma stóp kwadr.?

$\frac{18\times10}{12}=\frac{180}{12}=15$ stóp kwadr.

3. Wiele jest metrów kwadr. w dziedzińcu dług. na 87, a szer. na 70 sążni?

$\frac{87\times70}{0263}=23155.89$ to jest 2 hektary, 31 dekametrów, 55 metry, 89 decim. 35 centym. i 39 milim.

4. Wiele jest sążni kwadr. w murze długim na sążni 22, szer. stop 15.

$\frac{22\times15}{6}=55$ sąż kwadr.

5. Wiele jest morgów francuzkich w kawałku ziemi dł. 75 a szer. 69 metr?

$\frac{75\times69}{3420}=\frac{5175}{3420}=1{,}515.$

6. Wiele jest morgów litewskich w kawałku ziemi długim na 175, a szerokim na 169 metrów?

$175\times169=\frac{29575}{7108}=4{,}1608$ morgów.

7. Wiele jest dziesięcin w polu długiém na metrów 160, szer. na metr 125?

$125\times160=\frac{20000}{10902{,}34},=1{,}82$ dziesięcin.

8. Pole długie sąż. 320, szer. sąż. 45, ile zawiera dziesięcin?

$\frac{320\times75}{2887{,}59}=8{,}34$ dziesięcin $\frac{320\times75}{1600}$ 12,62 morgów rossyjskich.

229. Wszystko to zastosować można i do wyszukania powierzchni trójkątów, jako równych połowie równoległoboków lub prosto kątów, mających też samę podstawę i wysokość.

230. Do znalezienia powierzchni koła i elipsy zamiennikiem jest: 1,273 to jest:

dla koła, trzeba kwadrat z jego średnicy;

a do elipsy mnogość z jej średnic, dzielić przez zamiennik 1,273; i tak:

1. Jaka jest powierzchnia koła, którego średnica ma cali 12?

$(12)^2=\frac{144}{1,273},=113,143$ cali kwadr.

2. Jaka jest powierzchnia elipsy, której osiami są 24 i 8 cali?

$24\times 8=\frac{192}{1,273}=151$ cali kwadratowych.

231. Jeżeli dany jest okręg koła zamiast średnicy, wtedy kwadrat obwodu dzieli się przez 12,57 dla znalezienia powierzchni koła.

1. Jaka jest powierzchnia koła, którego obwód ma metrów 5?

$(5)^2=\frac{25}{12,57}=1,99$ metr. kwadr.

2. Jaka jest powierzchnia koła, którego obwód równa się 8 calom?

$(8)^2=\frac{64}{12,57}=5,1$; cali kwadratowych.

2. Co do wymiaru brył.

232. Tablice tu wypisane, zawierają zamienniki służące do wymiaru pełności ciał już wtenczas, gdy trzy wymiary są tejże natury, już gdy są odniesione do różnych jedności.

Tablica liczb zamiennych do szukania pełności i objętości:

a) *ciał prostokątnych.*

Litery wypisane nad każdą kolumną pionową, wskazują różne miary, w których wymiary

	ddd	SSS	Sss	sss	ssC	sCC	CCC
Decimetr kub. litr.	1	135	486	29,2	35	42	504
Sążeń kubiczny . . .	74	1	36	21,6	25,9	31,1	37,3
Stopa kubiczna . . .	34,3	46,3	166,7	1 (a)	12	144	172,8
Cal kubiczny	1984	26,8	96,5	57,9	69,5	83,3	1
Garniec litewski . .			0,013732	0,082395	0,98875	11,895	142,324
Beczka do płynów .	0,203	0,0274					

(a) St. kub. równa się garncom zbożowym 11,275 —stóp kubicz. 11,351 równają się beczce litewskiej. Wiaderko ma 164 centimetrów kubicznych.

ciał do ocenienia mogą być dane: ddd znaczą trzy wymiary w decymetrach; SSS w sążniach; sss w stopach; ccc w calach; Sss w sążniach i stopach; ssC w stopach i calach; sCC w stopie i calach.

Do ciał walcowatych dane są długość i średnice.

W ciałach kulistych dość znać jedną średnicę.

233. Przykłady do rozwiązania:

1. Sztuka drzewa długa stóp 24, szer. cali 18, gruba cali 10—wiele ma stóp kubicznych?

Zamiennik (el) ł. stóp kubicz. kolumna sCC tablica *a* jest 144.

$\frac{24\times18\times10}{144}$ 30 stopom kubicznym.

2. Wiele sążni kubicznych w murze dł. na sąż. 15, wysok. 15 stóp, szer. stóp 2?

	b). *ciał walcowatych.*			c). *ciał kulistych.*		
	dd	sC	cc	d	s	c
Decim. kub. Litr.	1,237	53,5	64,2	19,1	55,7	96,3
Sążeń	943	39,6	47,5	14,14	41,25	71,3
Stopa } kubiczne.	43,6	18,3	22	65,5	19,1	33
Cal	25,25	106,1	12,72	37,9	11,05	19,1

Zamiennik Sss=36.

$\frac{15\times15\times2}{36}$=12,5 sążni kubicznych.

3. Ile sluza 50 stóp długa, 28 szer. a 20 głęboka, zawiera na sobie metrów kubicznych wody?

$\frac{50\times28\times20}{292}$=96 metrów kubicznych.

4. Wiele jest wody w korycie długiem na sążni 2, szerokiem i głębokiem na stopę 1?

$\frac{2\times1\times1}{0{,}013732}$=145,645 garncy.

5. Skrzynia sążniowa kubiczna, wiele mieści w sobie wody lub zboża?

$\frac{1}{0{,}0274}$=36,5 beczek wody, $\frac{365}{2}$=18,25 beczek zboża.

6. Naczynie wysokie na stop 3, długie i szerokie na cali 10 jak wiele ma wody?

$\frac{3\times10\times10}{11{,}865}$=25,37 garncy litewskich.

§ 17.

Wymiar drzewa do budowli.

234. Na rynkach zagranicznych, które są składem drzewa do budowli, kupcy handlujący drzewem, szacują drzewo na sztuki zwane *belkami*

235. Imię belki daje się sztuce drzewa mającej w średnicy cali 6, a długiej na sążni dwa czyli stóp 12, a w miąszości 3 stopy

kubiczne. Jeżeli sztuka drzewa tych wymiarów nie ma, sprowadza się przez rachunek, obliczając ogół massy drzewa w belkach i częściach belki.

Po przyjęciu systematu miar dziesiętnych, oznaczono *belką* sztukę drzewa od metra kubicznego. Dla tego dla uniknienia nieporozumienia wynikającego z jednostajnego nazwania dwóch różnych belek, dodają się wyrazy, stara i nowa belka. Stara belka równa się 10,3 belkom nowym.

236. Przy obliczaniu drzewa na belki, trzeba *zamiennik* leżący na liniji stóp kubicznych (232) potrajać, bo belka równa się trzem stopom kubicznym; dla belek zaś nowych biorą się zamienniki wypisane na liniji decimetrów kubicznych—np.

1. Wiele jest belek dawnych i nowych w tramie od 25 stóp długim, 18 cali szerokim, a 9 cali grubym?

Zamiennik dla belek starych czyli dawnych jest 144×3=432.

Zamiennik dla belek nowych 42.

$\frac{25 \times 18 \times 9}{144} = \frac{28{,}1}{3}23$ =9,375 belek dawnych.

$\frac{25 \times 18 \times 9}{42}$ =96,42 belkom nowym.

2. Wiele będzie belek nowych i dawnych w sztuce drzewa długiej na stóp 15, a 9 cali w przepiłowaniu?

$\frac{15 \times 9 \times 9}{42}$ = 29 belek nowych.

$\frac{15 \times (9)^2}{144}$ = 8,437 stóp kub. $\frac{8,437}{3}$ = 2,812 belkom dawnym.

237. Drzewo w kłodach mierzy się jak drzewo ociesane w kwadrat, tylko grubość jego ceni się, biorąc czwartą część obwodu w środku sztuki; to jest gdy np:drzewo ma obwodu cali 32, to grubość całej sztuki ceni się cali 8 a często nawet wytrąca się z obwodu $\frac{1}{6}$ lub $\frac{1}{5}$ przed braniem czwartej części.

§ 18.

Ocenienie wagi ciał.

238. Tablica V liczb zamiennych dla ocenienia massy ciał w ciężarze kilogrammów, których objętość wyrażona jest w metrach albo częściach metra.

Dla łatwiejszego prowadzenia działań, dodaje się kolumna ciężkości gatunkowej ciał (221).

	Ciała Prosto-kątne.	Walco-wate	Kuliste.	Ciężkość gatunko-wa.
Woda	1	1,272	19	1
Platyna	47,7	61	91	20,98
Złoto.	51,9	66,1	99	19,25
Żywe srebro . .	76,6	94	14,06	13,57
Ołów.	88,1	112,2	168	11,35
Srebro	95,54	118	182	10,47
Miedź	112,4	143	214	8,90
Żelazo	128	163,7	245	7,79
Cyna	13,7	17,5	25,1	7,29
Cynk	144,5	184	275	6,93
Spiż szary . . .	146	186	277	6,86
„ biały . . .	151,5	193,5	288	6,60
Marmur	368	46,9	70,03	2,72
Gips	45,3	57,6	86	2,21
Kamień młyński	4	5,9	76,4	2,50
„ murowy	48	61,2	91,5	2,08
Kreda i głaz. .	43,5	55,3	83	2,30
Węgiel ziemny	75,8	96,7	144	1,32
Bursztyn holenderski . .	75,8	96,7	144	1,32
„ francuzki	11	14	2,09	0,91
Rdzeń dębowy.	85,5	1,09	16,3	1,17
Drzewo Amerykańskie . .	96,2	122,4	18,36	1,04
Buk	1,76	15	22,4	0,852

	Ciała Prostokątne.	Walcowate.	Kuliste.	Ciężkość gatunkowa.
Jesion	11,8	15,1	22,5	0,845
Olcha	12,5	16	23,8	0,8
Wiśnia	14	17,8	26,7	0,715
Orzech i wiąz .	14,9	19	28,4	0,671
Grusza	15,1	19,3	28,9	0,661
Lipa	16,6	21,1	31,5	0,604
Leszczyzna. . .	16,6	21,1	31,5	0,604
Sosna	18,2	23,1	34,7	0,55
Jodła	18,2	23,1	34,7	0,55
Topola.	26,1	33,3	49,8	0,383

239. Przykłady do rozwiązania:

1. Jaki jest ciężar stołu marmurowego, długiego na 1,950 metra, szerokiego 1,3 a grubiego 0,135 zawsze metra?

Zamiennik: linija marmurów ciał prostokątnych 368.

$\frac{1,95 \times 1,3 \times 0,135}{368}$ = 930 kilogram. — albo pudom 56,365 kilogrammów.

2. Jaki jest ciężar wody wypchniętej statkiem figury prostokątnej, długiego na metrów 6,5, szerokości 3,9 a pogrążonego wodzie na 0,595 metrów?

$\frac{6,5 \times 3,9 \times 0,595}{1}$ = 15,08325 killogramnów.

3. Jaki jest ciężar walca żelaznego, którego

średnica jest 11 centimetrów, wysokość 1,50 metra?

Zamiennik 164 w tablicy wag, linija żelaza, kołumna walców.

$\frac{1,50\times(11)^2}{164}=110,66$ killogramnów.

4. Woda w studni ma wysokości metrów 9, średnica studni metrów 2,—jak wiele hektarów wody w studni?

$9\times(2)^2=\frac{36}{1,273}=28$ hekt. 27 litrów, albo garncy 1000, 75 (a).

5. Jaka jest pełność beczki w litrach, której długość wewnętrzna jest 710 milimetrów, średnia wypukłość 660, a średnica dna 594 milimetrów?

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Podwajając średnicę} & \\ \quad\text{wypukłości } 660 = & 1320 \\ \text{Dodając średnicę dna} & 594 \end{array}\right\} 1914 \text{ milimetry.}$$

Trzecia część tego 638 milimetrów jest średnicą beczki.

Zamiennik 1,273 w kolumnie wody do walców.

$\left(\frac{710\ 638}{1,273}\right)^2=228$ litrów albo garncy 80,7.

6. Jaki jest ciężar kuli armatniej ze spiżu szarego, której średnica równa się 148 miligrammom?

(a) **Garniec ma litrów 2,82.**

$\left(\frac{7}{2}\frac{4}{7}\frac{8}{7}\right)^3 = {}^{3\,2}\frac{4}{2}\frac{1}{7}\frac{7}{7}{}^{9\,2} = 11{,}703$ killogrammów.

7. Jaka jest średnica kuli marmurowej, której ciężar jest 17 killogramów i 8 dekagrammów.

17,80$\times$703 (zamiennik)$=\sqrt[3]{125{,}1340}=50$ centimetrów.

§ 19.

Walce wydrążone—kule próżne.

240. Wymierzać można objętość albo i ciężar walców wydrążonych prożnych, uważając je, jakby były pełne, później od znalezionej summy, odjąć wartość innego walca, którego średnica równałaby się walcowi prożnemu. Lecz ta metoda rachunku jest długa, i potrzebująca dwóch osobnych działań; przeto daje się tu sposób krótszy: to jest szukajmy wartości walca prożnego jakby on był pełny, z tą różnicą, że zamiast kwadratu z jego średnicy, brać należy mnogość z summy średnic i ich różnicy—i tak:

1. Wiele jest sążni kubicznych w rurze studziennej głębokiej na 11 metrów której średnica zewnętrzna ma metrów 2,70, a wewnętrzna metrów 2?

Summa średnic wewnętrznej i zewnętrznej 4,70.
ich różnica 0,70.

Mnogość summy przez różnicę $4{,}70 \times 0{,}70 = 3{,}29$ i tę liczbę bierzemy jako kwadrat ze średnicy walca.

$^{1}\frac{1}{9}\underset{4}{\times}\frac{3}{3}{}^{,2\;9} = 3{,}83$ sążni.

2. Jaki jest ciężar rury cynkowej, długiej na 1,15 metra, której średnica zewnętrzna jest 16, a wewnętrzna 11 centimetrów?

Summa średnic . . $16 + 11 = 27$
Różnica . . . . . $16 - 11 = 5$
mnogość 135

Zamiennik liczba cynku, kolumna walców 184.

$^{1,1}\frac{5}{1}\underset{8}{\times}\frac{1}{4}{}^{3\;5}$ 84,37 killogrammów.

241. Ciężar kuli prożnej szuka się jak walca próżnego, mającego za wysokość poczwórną grubość kuli, a za średnicę, średnicę wewnętrzną kuli, powiększoną grubością kuli.

1. Znaleść ciężar kuli próżnej miedzianej, mającej grubość 17 milimetrów, a której średnica wewnętrzna ma 1,520 milimetrów?

Wysokość walca poczwórna da $17 \times 4 = 68$ milimetrów.

Średnica wewnętrzna . . . 1,520
powiększona grubością . . . 17
1,537

Zamiennik linija miedzi, kolumna walców 143.

$68 \times (1{,}537)^2 = \frac{68 \times 2{,}362}{143} = 11{,}23$ killogramy.

§ 20.

Ostrokręgi całe i ścięte.

242. Ostrokrąg mierzy się jak walec, którego wysokość równałaby się trzeciej części wysokości ostrokręgu, a średnica równa średnicy podstawy (211). I tak:

Jaki jest ciężar ostrokręg u srebra, którego wysokość jest 325 milimetrów, a średnica w podstawie równa 162 milimetry?

$\frac{325}{3} = 108$ milimetrów — wysokość walca.

Zamiennik linija srebra, kolumna walców 118 (238).

$108 \times (162)^2 = \frac{108 \times 26244}{118} = 240{,}2$ killogra.

243. Ostrokręg ścięty mierzy się jak walec tejże wysokości, mający za średnicę, połowę średnic obu podstaw.

Jaki jest ciężar ostrosłupa ściętego marmurowego, wysokiego na metrów 2, średnica w podstawie 0,24 a w górze 0,20 milimetrów?

Summa średnic górnej i dolnej $= \frac{0{,}44}{2} = 0{,}22$.

$2 \times (0{,}22)^2 = \frac{968}{46{,}9} = 20{,}6$ killogrammów.

Zamiennik linija marmurów, kolumna walców 46,9 (238).

§ 21.

Piramidy o wielokątach foremnych.

244. Dla wyliczenia objętości, ciężaru i pełności piramidy, mającej w podstawie wielokąt foremny, należy kwadrat z jej boku mnożyć przez wysokość piramidy, i mnogość dzielić przez zamiennik podany pod wielokątami (147).

Jaka jest pełność w metrach kubicznych piramidy, wysokiej na 49 centimetrów, a mającej w podstawie wielokąt foremny o sześciu bokach których obwód równa się 18 metrom?

$49 \times (18)^2 = \frac{49 \cdot 324}{13,86} = \frac{15876}{13,86} = 11,45$ metrów kubicznych.

Znając naukę a stosunkach, o szczególnie o proporcyjach, łatwo się przekonać, że zamiennik z mnogością dwóch wyrazów (albo kwadratu ze średnicy, lub kwadratu z obwodu gdy się oblicza walec lub kula) i z liczbą szukaną, statecznie są w proporcyji ilorazowej, a ztąd łatwy sposób szukania jednej z czterech liczb tworzących proporcyją, gdy trzy inne są znane. Wtedy i samą tablicę zamienników potrafimy powiększyć na wszelkie wypadki i zastosowania.

ZNAJDZIEŃ.

Treść jeometryi elementarnej.
