Z LITERATURY.

Dr. Antoni Łomnicki. *Gieometrja. Część I i II. Planimetrja i Stereometrja. Lwów, 1911. Nakł. księg. Gubrynowicza i Syna. Cena egz. opr. kor. 3,40, str. 289.*

Przyjemnie jest czytać książkę, wybiegającą ponad szarzyznę czegoś zwykłego, stereotypowego. Taką książkę trudno bardzo napisać, ale nie łatwo również dobrze ocenić. To też zdaję sobie dokładnie sprawę z tych trudności, a także z odpowiedzialności, jaką bierze na siebie recenzent pracy, napisanej z pewnym rozmachem, nieprzeciętną znajomością rzeczy oraz chęcią stworzenia dla szkół naszych odpowiedniego i oryginalnego podręcznika polskiego. Wybitny znawca gieometrji elementarnej ś. p. Badowski nie stworzył oryginalnego podręcznika, szedł bowiem śladami mistrzów włoskich, ale młodych nauczycieli pragnących pogłębienia wiedzy własnej popchnął na drogę samokształcenia, co najlepiej odczuł na sobie niżej podpisany. Książka D-ra Łomnickiego jest nową poważniejszą próbą samodzielnego opracowania podręcznika szkolnego gieometrji i dla tego zasługuje na to, aby się jej baczniej przypatrzyć.

Książka jest, jak zwykle podzielona na 2 odrębne działy: planimetrję i stereometrję. Ponieważ działy te stanowią jakby zamknięte w sobie całości, więc rozpatrzymy każdy z nich z osobna. Następnie zajmiemy się ogólnemi uwagami o całości.

Autor stanowczo zrywa z pokutującym w podręcznikach zwyczajem określania punktu, prostej i płaszczyzny. Jestem zdania, że ma w tym względzie zupełną słuszność, gdyż co innego jest omawiane objekty niejako zrobić własnością wyobraźni ucznia, a co innego włączyć je przez definicje do systematu logicznego ścisłej nauki. Pierwsze możemy osiągnąć w kursie propedeutycznym, używając rysunku i poglądu, drugie sine petitione principii lub implicite przyjętych a nie zdefinjowanych pojęć zrobić się nie da. Postulaty wypowiadane wyraźnie o tych rzeczach w zupełności wystarczają. Notuję tutaj, że autor nie omija sposobności zaznaczenia, że linia, powierzchnia i t. d. mogą być tworzone przez ruch. We wstępie znajdujemy bardzo zwięzły rys historyczny rozwoju gieometrji (w tekście miejscami uzupełnia autor potrosze te wiadomości) i ustęp o pewnikach gieometrycznych.

„Pewniki są to więc umowy, zbudowane na podstawie doświadczenia zewnętrznego, a odnoszące się do idealnych utworów gieometrycznych" (str. 4) — tak określa autor pewniki, idąc tym samym za Poincarem. Słowo „umowa“ niezupełnie dobrze może oddaje sens myśli Poincaré'go. Tam, gdzie jest umowa, muszą być ci, z któremi się umawiamy. Twórcy gieometrji nie „umawiali się” z nikim innym, tylko z rozumem ludzkim, z konsekwencją własnego myślenia. Wobec tego słowo „umowa“ traci zupełnie swój sens i niczego nie objaśnia. Główną rzeczą jest tu względność układu pewników, względność objektywna a nie subjektywna. Subjektywnie świat widzimy i wogóle orjentujemy się w nim na tle pewników gieometrji euklidesowej, o ile wiadomo to nam z dotychczasowych obserwacji; objektywnie zaś umiemy odnośne zjawiska jego odwzorować w innym układzie idealnym, który spełniać powinien pewne warunki. Filozofja pewników zjawiła się później, najpierw stworzono pewien określony ich układ i wątpić należy, czy twórcy tego układu obrali go dla tego, że był najprostszy, bo nawet dzisiaj tego dowieść nie można. Stąd nie można uważać za poprawne powyższego określenia, tymbardziej, że zawiera ono jeszcze drugi moment: „zbudowane na podstawie doświadczenia”, który jest niejasny i z tego powodu może być w sprzeczności z „umawianiem się”. Wogóle poruszanie zawiłych i niezdecydowanych kwestji filozoficznych w podręczniku szkolnym gieometrji jest o tyle niepotrzebne, o ile prowadzić może do pewnego dogmatyzmu, przeczącego duchowi ścisłej nauki. Czy nie lepiej było wprost powiedzieć, że pewniki są to założenia podstawowe, na których się opiera gmach gieometrji. Można mówić np. o względności układu pewników, wyjaśnić, co to znaczy, takie bowiem rzeczy niektórych starszych uczniów interesują, szczególnie, gdy nauczyciel sam kwestją się interesuje.

Dalej, wspomniawszy o zasługach Hilberta, przytacza autor układ pewników, wybranych z dzieła tego uczonego p. t. Grundlagen der Geometrie. Z punktu widzenia teoretycznego nic by temu zarzucić nie można było, gdyby wybór pewników był dokonany tak, że tylko o niektórych z nich zamilczano celowo, ale natomiast żadnych nowych nie dopuszczono w wykładzie dla wewnętrznej konsekwencji. Jak wiadomo Hilbert wyeliminował zupełnie ruch figur, ciągłość osnuł na 2 pewnikach: Archimedesa i „zupełności“ (Vollständigkeitaxiome). Środków tych wystarcza, a stąd wynika, że innych nie trzeba. Autor wprowadza ruch figur na szeroką skalę, a jednocześnie podaje (III i VIII) obydwa pewniki Hilberta. Rozumiem jeszcze potrzebę pewnika III-go (Archimedesa), ale na co VIII, jeżeli się z niego nie korzysta? czy może dla ścisłości? Ale jak tu mówić o ścisłości, jeżeli ruch zjawia się jak deus ex machina tam, gdzie go do tej ścisłości nie potrzeba. Jeżeli względy dydaktyczne za nim przemawiają, to zostawmy w spokoju „zupełność“ — wszak intuicja bez tego w zupełności wypełnia przestrzeń punktami. Byłoby zrozumiałe, gdyby autor dla celów dydaktycznych podał postulat Dedekinda, który sam jeden wystarczyć może, i z niego skorzystał, ale tego nie zrobiono. Z drugiej strony samo wprowadzenie ruchu nie jest wolne od zarzutów. Na str. 12, 24, 44—5 podano określenia ruchów postępowego i obrotowego. W wykładzie szkolnym mogłoby to być dostateczne, ale autor pragnie dowieść niezmienności kształtu („żaden odcinek figury nie może doznać skrócenia ani wydłużenia”—str. 44). Taki dowód może być oparty tylko na dokładnej definicji ruchu i odpowiednich postulatach (patrz np. Schur. Grundlagen der Geometrie, str. 28). Autor pisze (str. 44): „Ruchem postępowym jakiejkolwiek figury nazywamy posuwanie się wszystkich jej punktów po linjach prostych równoległych o te same kawałki“. Pomijając te „kawałki“, wszak w definicji już zaznaczono możliwość takiego posuwania się figury i w samym słowie „posuwanie się“ tkwi rzecz niezdefinjowana. W swoim dowodzie autor wykazuje, że figura w określony sposób skonstruowana jest równa innej, ale nie jest w stanie wykazać, że się nie zmienia przez ruch. Do tego potrzebne jest określenie ruchu przez inne pojęcia prostsze, co moim zdaniem jest niemożliwe. Wobec tego tkwi tu petitio principii. Uwaga autora, że pewniki IV, V i VI wystarczają do ugruntowania pojęcia ruchu, nie jest słuszna. Z tych pewników wynika, że w każdym miejscu przestrzeni można pomyśleć figurę równą danej, ale nie wynika bynajmniej, że dana figura po „przesunięciu się“ z jednego miejsca do drugiego nie zmieni się, bo w każdym miejscu może istnieć nieskończona liczba figur, a my dokładnie nie wiemy w terminach logicznych, co się dzieje z figurą, gdy się „rusza“.

Za Hilbertem również podaje autor pewnik VI: „jeżeli w dwuch trójkątach są po dwa boki parami równe i kąty między niemi zawarte równe, to i pozostałe dwie pary kątów muszą być równe“. Podanie takiego pewnika tam, gdzie się szeroko traktuje ruch figur i opiera się na intuicji, może się wydać dziwne, ale nie myślę bynajmniej z tego robić zarzutu autorowi. Nie rozumiem tylko, dlaczego podaje ten pewnik tak, jak to uczynił Hilbert. Czy znowu dowód równości trzecich boków jest potrzebny dla ścisłości? Nie uważam tego. Enriques np. używa też tego pewnika w swej gieometrji, ale dodaje równość trzecich boków, co skraca materjał i jest wskazane pod względem dydaktycznym, tymbardziej tam, gdzie w innych miejscach wykładu jest za dużo poglądowości.

Moim zdaniem, wybór pewników z takiej subtelnej całości, jak układ Hilberta, wybór in crudo udać się nie może, tymbardziej wtedy, gdy element intuicyjny jest konieczny, jak w szkole średniej. Nie wydaje mi się również słuszne podanie tych pewników more euclideo odrazu na początku. Czy uczeń będzie zaczynał naukę od zaznajomienia się z pewnikami, nie czując ich potrzeby? Wydaje mi się lepsze rozłożenie ich w całym kursie w tych miejscach, gdzie wymaga tego natura rzeczy omawianej.

Śród pewników znajdujemy, jak wspomnieliśmy, pewnik Archimedesa. Sformułowano go tak: „od każdego punktu linji prostej można się dostać do każdego innego, a nawet go przekroczyć za pomocą skończonej liczby równych kroków“. Pomijając samo sformułowanie, słowo „krok“ może niezbyt fortunne i dodatek: „choćby te kroki były bardzo małe“ — może niezbyt ścisły, muszę tu parę słów poświęcić uwagom, które autor czyni o tym pewniku. Na str. 7 (w dodatku dla powtarzających) znajdujemy, że twierdzenie, iż „prosta ma w nieskończoności jeden punkt“ sprzeciwia się pewnikowi wspomnianemu, bo inaczej na prostej istniałby punkt, do którego nie można byłoby „się dostać za pomocą skończonej liczby kroków“. Twierdzenie powyższe, które wobec tego w gieometrji euklidesowej jest błędne, przy innym jednak układzie pewników „jak to np. robimy w t. zw. gieometrji rzutowej“ może być słuszne. To samo dotyczy 2 punktów w nieskończoności. Z tego wynikałoby, że pewnik Archimedesa byłby w sprzeczności z gieometrją inwersyjną, która przecie do „euklidesowej“ żadnego nowego pewnika nie dodaje ani ujmuje, oraz układu ich nie zmienia wogóle. Tak jednakże nie wynika,— tak samo nie wynika, jak z niemożliwości dzielenia przez 0 nie wypada odrzucenie symbolu $\frac{a}{0}$. Punkty w nieskończoności są wprowadzone do nauki nie dla mierzenia, mówiąc zwyczajnie, jakkolwiek metryka rzutowa posługuje się niemi, ale dla uogólnienia rozumowania, dla tego, by można było ustalić odpowiedniość jedno-jednoznaczną pomiędzy pewnemi zbiorami nieskończonemi. Pod tym warunkiem wprowadzone są te punkty, a przytym gieometrja euklidesowa wcale nie jest tylko gieometrją metryczną. Można zbudować odpowiednią gieometrję rzutową w systemie Bolyai-Łobaczewskiego, przyczym pewnik Archimedesa w zastosowanej do rzeczy interpretacji ma miejsce również w rzutowej gieometrji (patrz Schur. l. c. str. 163). Nie dziwimy się liczbom urojonym w arytmetyce, nie dziwmy się punktom w nieskończoności w gieometrji. Autor nazywa linję prostą „nieograniczoną"; a jak nazwie linję kołową? „Nieograniczoność prostej" — powiada na str. 7 — „tak tylko należy rozumieć, że jakkolwiek daleko posunęlibyśmy się na linji prostej, to istnieją zawsze punkty jeszcze dalsze". A zbiór punktów na linji prostej, jak autor będzie rozpatrywał? Zgodnie z określeniem autora będziemy brali pod uwagę ciągle rosnące skończone odcinki, ale w pojęciu, oznaczonym słowem „prosta", tkwi coś więcej, jak to słusznie zaznacza Bolzano (Paradoxien des Unendlichen. 1851. str. 8 i nast.).

Na str. 12 autor wspomina o szeregach punktów i o twierdzeniu Bolzano-Weierstrassa. Z tego oczywiście nie można mu robić zarzutu, ale dla czego mało wyzyskuje to, o czym mówi? Wszystko jedno, czy o tym będzie mowa przy powtórzeniu, czy nie, skoro w podręczniku szkolnym nadmieniliśmy o pewnej rzeczy, należy przynajmniej na jakichś przykładach bliżej sprawę wyjaśnić. Np. posługując się pojęciem zbioru punktów można dać definicję miejsca gieometrycznego, której nie mogłem w książce znaleźć.

Nie zdaje mi się, aby zadaniem powtórzenia były takie luźne wiadomości, gdyż jak widzieliśmy, nawet samo ich sformułowanie nazbyt krótkie, może być powodem mimowolnych nieporozumień. Powtórzenie lepiej poświęcić nie „filozofji", ale powiązaniu różnych części nauki, pogłębieniu przez zastosowanie i porównanie różnych jej momentów. Jedną z głównych wad konstrukcyjnych książki jest właśnie pewna urywkowość, nie wyzyskiwanie wprowadzonych pojęć w dostatecznej mierze. Np. w rozd. 5-ym na str. 57 autor zaczyna wykład nauki o symetrji. Rzecz to ze wszech miar pożądana, ale jako forma szczególna pewnego ogólnego przekształcenia musiała by być powiązana z innemi i zdaniem moim obszerniej wyzyskana. Symetrję można zastosować z powodzeniem w nauce o równoległobokach, można wskazać na związek pomiędzy nią a t. zw. przekształceniem podobnym, a już w każdym razie należałoby podkreślić jej wartość konstrukcyjną. Autor traktuje zadania konstrukcyjne dobrze, ale przydałoby się wobec szerszego stosowania symetrji wspomnieć o m e t o d z i e s y m e t r j i. Podano cztery metody rozwiązywania zadań konstrukcyjnych: metodę miejsc gieometrycznych, metodę figur pomocniczych, analizy algiebraicznej i podobieństwa. Metoda figur pomocniczych właściwie nie jest specjalną metodą, ale ogólnym wyrazem tego faktu, że żądana figura jest w zależności funkcjonalnej od innych możliwych na płaszczyźnie. Wszak i w metodzie miejsc gieometrycznych wytwarzamy figury pomocnicze. Najogólniej mówiąc: wykonać konstrukcję daną, to znaleźć przejście od jednych figur do drugich, od konstruowanych bezpośrednio z natury narzędzi do pochodnych. Stąd figura pomocnicza istnieje w każdym zadaniu nawet podstawowym. Znalezienie metody rozwiązania wyraża się w znalezieniu odpowiedniego przejścia, przekształcenia. Szukali takich metod (prócz klasyków) Lamé, P. Serret, Petersen i inni, zakładając dane narzędzia: cyrkiel i linjał. Powstawały potym inne punkty widzenia, o których nie miejsce tu się rozwodzić. Dopiero ujęcie ogólne gieometrji Euklidesa jako grupy przekształceń ruchowych pozwala analitycznie rozwiązać zadanie. Jeżeli w ogólnych wzorach

$$x = a_1 x' + b_1 y' + c_1$$
$$y = a_2 x' + b_2 y' + c_2$$

zadawać będziemy na spółczynniki różne wartości, otrzymać możemy przekształcenie pokrewne wogóle (affine Transformation) podobne, symetryczne i t. p. Np. kładąc $c_1 = c_2 = o$, $a_1 = -b_2 = cos\alpha$, $a_2 = b_1 = sin\alpha$, otrzymamy przekształcenie przez obrót, a tym samym m e t o d ę o b r o t u do rozwiązywania zadań. Ponieważ autor korzysta z równoległego przeniesienia, obrotu, symetrji, więc o tych metodach nie należało przemilczać. Można je było podać drobnym drukiem, przechodzić przy powtórzeniu, ale wzbogaciłoby to treść gieometryczną książki, dałoby głębsze wejrzenie w świat zależności między figurami.

Na str. 79 mowa jest o czworobokach. Krótkie uwagi o czworoboku zupełnym autor opatruje gwiazdkami, co ma oznaczać, że są przeznaczone dla uczniów szkoły realnej. To, co w nich powiedziano, jest tak krótkim opisem (trochę więcej niż pół stronicy), że naprawdę te gwiazdki są niepotrzebne, tymbardziej, że rozszerzenia dalszego tych wiadomości nigdzie niema, czego należy żałować. O stosunku podwójnego podziału i podziale harmonicznym autor mówi zbyt teoretycznie (str. 100), przydałyby się przykłady, np. twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta. Tak samo przy omawianiu średniej harmonicznej (str. 113) przydałby się przykład, gdzie można byłoby porównać gieometrycznie średnie: arytmetyczną, gieometryczną i harmoniczną. Takim przykładem może być trapez, gdzie odciuek równoległy do boków równoległych, przechodzący przez punkt spotkania się przekątnych i zawarty między nierównoległemi bokami, jest średnio harmonicznym między niemi.

Zadania, rozwiązywane w podręczniku, powinny być wzorem i dla tego wymagana jest tutaj wielka dokładność. Otóż w zadaniu np. na str. 116 (podział złoty) należałoby wziąść pod uwagę 2 gi pierwiastek i wytłumaczyć jego znaczenie, wskazać jakiemu zadaniu odpowiada. Tak samo zadanie na str. 104 o oznaczaniu 4-ej proporcjonalnej należałoby bliżej rozpatrzyć i wskazać 3 możliwe rozwiązania, o ile nie dana jest określona równość stosunków. Po każdym rozdziale w książce znajdujemy szereg zadań. Zadania te są przystępne dla ucznia przeciętnego. To stanowi ich zaletę, a z drugiej strony uważam za pożądane takie zadania, które pociągnęłyby ucznia zdolnego, wybitniejszego. Sądzę nawet, że w książce powinny być dodatki pozaprogramowe, w tym celu napisane. Pożądane są zadania i dodatki o charakterze czysto gieometrycznym już chociażby dla tego, że boska nauka Greków tak mało jest u nas uprawiana. Wobec tego nie wydaje mi się np. odpowiednim wyjaśnienie na str. 133: „Nie należy sądzić, aby $\sqrt{c^2 - b^2}$ wynosił $c - b$, albowiem $(c-b)^2 = c^2 - 2bc + b^2$, a nie $c^2 - b^2$". To usłyszy uczeń na lekcji algiebry, w gieometrji zaś, rozważając trójkąt prostokątny, można skorzystać z twierdzenia o tym, że różnica 2 boków jest mniejsza niż bok trzeci.

Rozdział X traktuje o pomiarze powierzchni figur płaskich. Autor poprzestaje na zaznaczeniu, że pole jest nową wielkością. Jeżeli uważamy za potrzebne dodatki natury filozoficznej, to tymbardziej zdaniem moim potrzebne jest bodaj w tych dodatkach wyjaśnianie takich rzeczy, jak konieczne warunki, które muszą być spełnione, aby jakąś rzecz zaliczyć do kategorji wielkości. Z intuicji wiadomo, że pole może być większe i mniejsze, ale tego nie wystarcza, tak samo, jak nie wystarcza w trygonometrji zaznaczenie, że naprzeciwko większego boku w trójkącie leży kąt większy. Jeżeli zakładam, że danemu polu odpowiada określona liczba, wprowadzam nowy postulat, który naprawdę nie mniej jest ważny i godny nadmienienia, niż przytoczony w spisie pewnik VIII, tymbardziej, że autor nadmienia w dodatku na str. 124, że t. zw. w podręcznikach gieometrji elementarnej postulat de Zolta wcale postulatem nie jest. Sformułowanie postulatu de Zolta jest nieodpowiednie (dobre sformułowanie np. u Hilberta l. c. str. 46, wyd. 2-e 1903). Najlepszą drogą w wykładzie tego działu jest wyjście z definicji figur „równych przez rozkład". Dzięki temu wprowadza się ucznia w świat nowy, daje świeży materjał gieometryczny. Gdyby autor głębiej rozwinął niemetryczną część gieometrji, możnaby pogodzić się z takim zbyt elementarnym wykładem metryki, który powtarza się i przy mierzeniu długości obwodu i pola koła (§§ 80 i 81). Zapewne warunki programu zmusiły go do tego, ale po co w takim razie starać się o pozory ścisłości gdzieindziej, wyłuszczając np. odrazu wszystkie pewniki i t. p.

Część druga książki jest, moim zdaniem, opracowana lepiej. Autor tu tak samo jak w pierwszej podaje 3 nowe pewniki na początku. Tak samo jak w pierwszej wprowadza ruch i usiłuje (str. 176 i 194) nieszczęśliwie dowodzić niezmienności kształtu, nie podając definicji ruchu ani odpowiednich postulatów. Wspomina co prawda jeszcze wcześniej o twardym ciele, o którego istnieniu nas uczy doświadczenie. Helmholtz i Lie stworzyli mechaniczne podstawy dla zbudowania gieometrji, ale oni również nie usiłowali nawet definjować ruchu i niezmienność kształtu uważali za postulat. Postulaty Helmholtza są następujące: 1^0 przestrzeń jest rozmaitością n—wymiarową, 2^0 istnieją niezmienne układy punktów (ciała stałe), 3^0 możliwe jest swobodne poruszanie się brył czyli, inaczej mówiąc, każdy punkt przestrzeni można sprowadzić do przystawania z każdym innym (Ueber Thatsachen, welche der Geometrie zu Grunde liegen). Helmholtz podaje właściwie 4 postulaty (jeszcze t. zw. prawo monodromji), ale Lie wykazał, że poprzednie wystarczają. Otóż tu jest postulat niezmienności kształtu, jakkolwiek niema definicji ruchu, która byłaby potrzebna, gdybyśmy chcieli 2-gi postulat Helmholtza dowieść.

Tak samo jak w części pierwszej zbyt pobieżnie potraktowano dział figur równoważnych i równych przez rozkład. Nie można mieć autorowi za złe, że nie zajmuje się więcej, niż to robi, obliczeniem objętości różnych brył. Dział ten obciąża zwykle kurs i odbiera miejsce rzeczom ważniejszym pod względem gieometrycznym, ale nie mogę się pogodzić z ominięciem dokładniejszego opracowania pojęcia objętości i innych, z nim związanych. Objętość wprowadzono znowu jako nową wielkość bez żadnych wyjaśnień bliższych, przyczym mamy błędne twierdzenie, że „za równe uważamy objętości brył przystających i takich, które się dadzą złożyć z brył parami przystających" (str. 264). Jak to pogodzić z tym, co powiedziano na str. 269: „ostrosłupy nawet trójboczne, o równych podstawach i wysokościach, nie zawsze dają się złożyć z przystających parami części". Autor zna twierdzenie Dehna, popada jednak w sprzeczność, zapewne przez nieuwagę. Stosowana tu jest zasada Cavalieri'ego (str. 270), przytoczono też wyjaśnienie twierdzeń Gouldin'a (str. 248 i 282). Powierzchnie brył (prócz kuli) oblicza autor za pomocą rozwinięć, co należy uważać za stronę dodatnią podręcznika.

Ponieważ w tej części książki są rzeczy u nas nie spotykane w podręcznikach, przytoczę treść niektórych rozdziałów. W rozdziale II-im mowa „o rysunku perspektywicznym". Rzecz to bardzo potrzebna i stanowi niemałą zaletę książki. Zdaje mi się jednakże, że pewne rozłożenie tego materjału w różnych miejscach byłoby odpowiedniejsze, gdyż w pomienionym rozdziale wykład poprzedza elementarne wiadomości o położeniu względnym prostych i płaszczyzn w przestrzeni, a więc wymagana jest pewna wiedza o tych rzeczach wcześniej, niż są one podane. Jest to zresztą zarzut mniejszej wagi. Obszerniej niż zwykle wyłożono naukę o kątach bryłowych (rozdziały VIII i IX), co uważam również za zaletę książki. Ten przedmiot pozwoli podkreślić analogje i różnice pomiędzy trójkątami płaskiemi a kątami trójściennemi, a z drugiej strony stanowi podstawę gieometrji sferycznej. W rozd. IX-ym znajdujemy rozważania o symetrji utworów przestrzennych, a w rozdziale XIII-ym o wielościanach foremnych (jeden z najlepszych rozdziałów książki, jakkolwiek za krótki).

Jak z powyższego widać, autor wprowadził wiele rzeczy pożądanych w podręczniku szkolnym, przyczym misternie skrócony został dział wstępny rozważań o położeniu wzajemnym 3 elementów: punktu, prostej i płaszczyzny w przestrzeni. Niemała to zaleta książki. W tym dziale wstępnym jest pożądana konsekwencja i naturalność, dzięki czemu niemal niepostrzeżenie przechodzi przed myślą czytelnika dość długi labirynt twierdzeń tego działu w zwykłym traktowaniu. Trzy pewniki, z których autor w tej części wychodzi, nadają się istotnie, jako punkt wyjścia. W zwykłym traktowaniu pewnik X (str. 150: „prosta, mająca z płaszczyzną dwa punkty wspólne, ma z nią wszystkie punkty wspólne") jest używany za określenie płaszczyzny. Tutaj zgodnie z tym, co powiedziano na początku książki, ominięto definicję, dano natomiast 3 pewniki (dwa inne są: „przez trzy punkty, nie leżące na jednej linji prostej, przechodzi tylko jedna płaszczyzna" i „jeżeli dwie płaszczyzny mają jeden punkt wspólny, to muszą mieć całą linję prostą wspólną"), które pozwalają ominąć zwykle podawane twierdzenia, a zarazem spełniają warunek ścisłości. Takie wyjście jest lepsze, niż definicje płaszczyzny (np. Peano, Veronese'go lub Gaussa), gdyż nadają wykładowi prostotę, w ścisłej teorji wystarczają, a element intuicyjny zawsze może być uwzględniony w nauczaniu niezależnie od nich. Bez wahań zaliczam część II-gą książki prof. Łomnickiego do najwięcej udatnych wykładów tego przedmiotu w naszej literaturze, tymbardziej, że ten wykład w wydaniu drugim może być uzupełniony i poprawiony z łatwością. Należałoby wprowadzić przedewszystkim w sposób odpowiedni (może być kilka sposobów) postulaty ruchu.

W książce jako całości walczą ze sobą 2 tendencje: dążenie do ścisłości naukowej, cechujące matematyka, i pragnienie przystosowania się do umysłu ucznia oraz do ilości czasu zakreślonego przez program. W samym fakcie tej walki złego nic niema, owszem dowodzi on, że książka jest pisana przez człowieka żywego, myślącego, który rozumie napotykane trudności, leżące w naturze przedmiotu samego i walczy z ubocznemi, narzuconemi przeszkodami. Wszak cały ten kurs gieometrji ma być w ciągu 2-ch lat przerobiony i przyswojony przez uczniów klasy IV-ej i V-tej. Taki kurs można przejść, jak uczy doświadczenie, conajmniej w lat 3, o ile chcemy, aby uczniowie posiadali jaką taką wprawę w rozwiązywaniu zadań i opanowali należycie materjał. W przeciwnym razie zawaleni będą teorją, co bardzo zaszkodzić może przyszłemu ich rozwojowi matematycznemu, a także ogólnej sprawności duchowej. W takich warunkach szala zwycięstwa w walce wspomnianych tendencji powinna się wyraźnie przechylić na stronę poglądu i intuicji. Wszak lepiej stwarzać obdarzonych rozwiniętą wyobraźnią gieometryczną ludzi, niż niekonsekwentnie myślących manekinów. Tymczasem w książce zmagają się nowożytne ἄπειρον Hilberta, na wzór eleatów stworzone, i κίνησις fizyka, a żaden z tych prądów myśli nie zwycięża wyraźnie. Taki np. podręcznik Borela śmiało i wyraźnie wprowadza ruch, opiera się na nim konsekwentnie, co nadaje podręcznikowi jednolitość i harmonję myślową, a klasycznym duchem przesiąknięta gieometrja elementarna np. Enriquesa staje również wyraźnie na pierwszym stanowisku, konstruuje ciągłość przestrzeni na podstawie postulatu Dedekinda i daje układ krystaliczny w swej czystości myślowej, a więc pedagogicznie więcej wartościowy. Tertium non datur w gieometrji. Jeżeli zechcemy godzić te dwie tendencje, powstanie natychmiast fragmentaryczność miast nauki konsekwentnej, organicznie powiązanej. Punkt wyjścia nie był szczęśliwie wybrany, „psychologizowanie“ pewników Hilberta (jak np. III) udać się nie mogło. Z subtelnego systematu logicznego nie można wykrawać kawałków i farbować ich barwami żywemi.

Nie robię autorowi zarzutu z tego, że podzielił, jak zwykle kurs gieometrji na część planimetryczną i stereometryczną, zdaję sobie bowiem sprawę, że tu na przeszkodzie stać mogą nie tyle względy teoretyczne (mniej ważne), ile praktyczne, wypływające z programu szkolnego.

W sprawozdaniu niniejszym, które się rozrasta nad miarę, pragnąłem głównie zająć się kwestjami natury zasadniczej, pomijając szczegóły. Wypada jednakże kilka uwag i z tej dziedziny przytoczyć, nie usiłując być wyczerpującym.

Na str. 26 przytoczono zadanie 28: „jaki utwór gieometryczny jest wzajemny do odcinka?“ Zadanie jest albo źle sformułowane, albo oczekuje mylnej odpowiedzi: kąt. Jeżeli to ostatnie, to nauczyciel nie mały będzie miał kłopot z wyjaśnieniem nieistnienia takiej wzajemności. Dowód na str. 104 twierdzenia odwrotnego może być uproszczony. Przykład na zastosowanie metody podobieństwa str. 110 nie jest szczęśliwie wybrany, gdyż zadanie może być rozwiązane prościej na innej drodze. Wogóle nie zwrócono uwagi na prostotę konstrukcji i nie poświęcono bodaj paru słów zagadnieniom Mascheroni'ego i Steinera, co również miałoby wartość praktyczną. Niezrozumiałe jest dla nie-Niemca, dlaczego π nazwano ludolfiną, jakkolwiek autor sam (str. 140) co do tego wyraża wątpliwość. Nie dobry jest na str. 150 przykład o rozpinaniu na trzech kołkach „płaszczyzny“ z płótna szczególniej dla uczni, którzy wiedzą o istnieniu siły ciążenia. Na str. 172 w dowodzie twierdzenia o 3 prostych równoległych lepiej by było przez punkt dowolny x na a i prostą b przesunąć płaszczyznę. Wogóle, gdy mowa jest o przesunięciu płaszczyzny, wskazane jest dawanie warunków wystarczających; np. w dowodzie o 3 płaszczyznach równoległych (str. 175) lepiej by było obrać na α dowolną prostą i następnie przez nią i punkt p przesunąć płaszczyznę. Rysunek na str. 289 jest niedokładny. Zastosowanie siatki kwadratowej na str. 121 uważam za bardzo szczęśliwy pomysł, ale może by należało kilka słów poświęcić znaczeniu tej rzeczy, np. przy rysowaniu map i dać trochę zastosowań. Terminy używane przez autora są nie zawsze szczęśliwe, np. (str. 120) elementy trójkąta nazwane są „częściami“ lub „kawałkami“ i te nazwy utrzymane są w całej książce, jakkolwiek naogół język jest zwięzły i czysty. Autor nieraz sam opuszcza dowód, zachęcając czytelnika do szukania go słowem „udowodnij!” Ma to swoją wartość niewątpliwie wtedy, gdy zachowano pewien umiar i środki do dowodu są pod ręką dla przeciętnego ucznia. Prof. Böttcher w swej gieometrji elementarnej też używa tego środka, ale wyłącza odnośne prawdy do zadań. W podręczniku szkolnym krótkim i wykładzie więcej systematycznym może to ostatnie jest lepsze, gdyż kwintesencja wykładu spoczywa w sposobie prowadzenia lekcji przez nauczyciela. Wprowadzono do podręcznika inne krzywe prócz koła (patrz str. 24, zad. str. 26, str. 163—7, str. 219, 222, 250—4), co uważam za zaletę. Zwrócono też uwagę na sposoby rozumowania, na uświadomienie sobie strony logicznej, a to jest również rzecz bardzo ważna.

Podręcznik należy oceniać nietylko, że tak powiem, z punktu widzenia statycznego, w odniesieniu do pewnego ideału, jaki sobie recenzent lub autor stawiają. Należy go prócz tego integralnie włączyć do pewnej literatury podręcznikowej i tam przez porównanie szukać jego zalet, braków i wogóle cech charakterystycznych, znamionujących postęp i rozwój lub... status quo albo cofanie się. Pod tym ostatnim względem książka prof. Łomnickiego niewątpliwie jest zjawiskiem dodatnim: wieje od niej duch świeży, wnosi ona bezwarunkowo nowe prądy myśli, a dla tego zająć musi stanowisko ważne w naszej literaturze podręcznikowej. To jej znaczenie wzrosłoby niewątpliwie o wiele, gdyby, jak to skądinąd wiem, autor nie był zmuszony do napisania podręcznika „na zamówienie“ w krótkim czasie i dostosowywania się per fas et nefas do określonego, a moim zdaniem mało konsekwentnego programu. Osobiście wdzięczny jestem autorowi, gdyż książka jego była pobudką dla mnie do zastanowienia się nad niejedną sprawą ważną. Wydanie pod względem zewnętrznym staranne, omyłek drukarskich bardzo niewiele; widoczne jest, że to książka przeznaczona dla szkoły a nie pośrednio dla celów ubocznych, jak to, niestety, dość często się u nas zdarza.

L. Zarzecki.