

KULTURHISTORISCHE BEITRÄGE

ZUR KENNTNIS

DES GRIECHISCHEN UND RÖMISCHEN ALTERTUMS

VON

MAX C. P. SCHMIDT

GYMNASIALPROFESSOR IN BERLIN

Ex oriente lux,
Ex occidente lex.

ERSTES HEFT

ZUR ENTSTEHUNG UND TERMINOLOGIE DER
ELEMENTAREN MATHEMATIK



LEIPZIG

VERLAG DER DÜRR'SCHEN BUCHHANDLUNG

1906

29488

KULTURHISTORISCHE BEITRÄGE

ZUR KENNTNIS

DES GRIECHISCHEN UND RÖMISCHEN ALTERTUMS

VON

MAX C. P. SCHMIDT

GYMNASIALPROFESSOR IN BERLIN

Ex oriente lux,
Ex occidente lex.

ERSTES HEFT

ZUR ENTSTEHUNG UND TERMINOLOGIE DER
ELEMENTAREN MATHEMATIK



LEIPZIG

VERLAG DER DÜRR'SCHEN BUCHHANDLUNG

1906

Lw 3052,
J. Dickstein,
July 1909.

opis nr 48861

KULTURHISTORISCHES ERBISSEN

VERLAG

DES GRIECHISCHEN UND RÖMISCHEN ALTERTUMS

VERLAG

IN WÜRZBURG

1908

VERLAG

DES GRIECHISCHEN UND RÖMISCHEN ALTERTUMS



7052

1908

VERLAG

1908

Inhalt

SEINEM SCHWAGER SIEGISMUND

IN

ZUNEIGUNG, DANKBARKEIT, HOCHACHTUNG

GEWIDMET

SEINER FÜRWAHRER SCHRIFT

RECHNUNG DER KASSE DER HOCHSCHULE

1911

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1
I. Die moderne Terminologie der elementaren Mathematik	3
II. Die wissenschaftliche Terminologie der Griechen im allgemeinen	9
III. Die mathematische Terminologie der Griechen im besonderen	16
IV. Punkt, Linie, Gerade, Fläche, Ebene, Grenze, Winkel	21
V. Thales von Milet	29
VI. Lineal und Richtschnur, Lotstift und Lotschnur, Winkelmaß und Zirkel	42
VII. Milet, Ephesos, Samos	47
VIII. Pythagoras von Samos	54
IX. Herkunft des Wortes ‚Hypotenuse‘	64
X. Die Saitenharmonie des Pythagoras	75
XI. Herkunft des Wortes ‚Peripherie‘	85
XII. Euklid von Alexandria	91
XIII. Das Rechnen bei den Griechen	97
XIV. Das Rechnen bei den Römern	104
XV. Herkunft des Wortes ‚Summe‘	107
XVI. Zur lateinischen Terminologie der elementaren Arithmetik	111
Schluß	120
Anmerkungen	122

Einleitung.

Eine griechische Kulturgeschichte zu schreiben, das hat § 1. wohl in jüngeren Jahren dem Verfasser vorgeschwebt. Darum hat er seine Studien breit angelegt und auch auf Gebiete ausgedehnt, die noch vor einigen Jahrzehnten selten angebaut oder gar als unfruchtbar verachtet wurden, nämlich die Geschichte der antiken Mathematik, Naturlehre und Technik. Je tiefer er aber speziell in diese Studien eindrang, desto deutlicher wurde ihm, daß es an Vorarbeiten für jene Endaufgabe noch sehr fehle. Und je weiter er auf den allgemeiner beliebten Wissenszweigen herumzuklettern suchte, desto sichtlicher drängte sich ihm die Beobachtung auf, daß hier vorläufig noch die Probleme, statt sich durch die Forschung zu vereinfachen, beständig komplizierter werden. Die Entwicklung physikalischer Kenntnisse im Altertum, die Entstehung der geometrischen Vorstellungen und Lehrsätze, die Identifizierung antiker Tier- und Pflanzennamen mit denen der modernen Zoologie und Botanik, diese und viele andere Fragen sind noch nicht sicher genug beantwortet, um ein einziges Kapitel der griechischen Kulturgeschichte, nämlich die Geschichte der Wissenschaft, entwerfen zu können. Die Verkehrsverhältnisse der Mykenischen Zeit aber, die Homerische Frage, die Einflüsse Ägyptens und Babyloniens sind so wenig abgeklärte und erledigte Aufgaben, daß die Forschung hier immer noch neue und verwickeltere Kombinationen zutage fördert. So ist es denn geboten, statt den stolzen Bau aufzuführen, nur einzelne Steine und Steinchen heranzuschaffen und für einen künftigen Bau kunstgerecht zu formen. Dieser Aufgabe sollen die „Kulturhistorischen Beiträge“ dienen. Sie bevorzugen ausdrücklich die Griechen. Bei der engen Verbindung aber, die diese Nation im Altertum durch die Geschichte, in späterer Zeit durch die gelehrten Studien und Schulen mit Rom bekommen hat, ist eine Berücksichtigung der Römer nicht zu vermeiden und nicht beabsichtigt. So gebührte auch ihnen auf dem Gesamttitel ein Platz.

§ 2. Ihre besondere Gestaltung verdanken diese Beiträge folgenden nicht sachlichen, sondern persönlichen Gesichtspunkten. Die Wahl der Themata bestimmt sich durch die Rücksicht auf die Leistungskraft des Verfassers. Bei der riesigen Fülle der Fragen, bei der ungeheuren Menge der sich bietenden Einzelheiten, die alle gleichzeitig und gleichmäßig zu bewältigen die Kraft eines einzelnen weit übersteigt, kann die Auswahl nicht gut anders als von ganz persönlichen Rücksichten abhängig sein. Wo der Verfasser eben mit seinen Sammlungen oder Forschungen fertig ist oder bis zu einem gewissen Abschluß gekommen zu sein meint, da setzt er die Feder an und faßt die Resultate zusammen. Es wird ja auch so noch manche Lücke bleiben, noch manche Ergänzung nötig werden. Es wird auch eine gewisse Zusammenhangslosigkeit der einzelnen Hefte sich ergeben. Das ist bedauerlich, aber unvermeidlich. Oder wir müßten denn vor lauter Bedenklichkeiten überhaupt nicht an die Ausführung herangehen. In den nächstfolgenden Heften hofft der Verfasser besonders die Kinderspiele, vielleicht überhaupt die Kinder im Altertum, ferner die griechische Anekdote, die Harfen und Leiern in Griechenland, die Bedeutung der Induktion und des Experiments bei den Griechen, das antike Naturempfinden, und anderes zu behandeln. — Die Form der Abhandlungen bestimmt sich durch die Rücksicht auf die Leistungskraft der erhofften Leser. Die Kultur der Griechen und Römer hat einen nachhaltigen und ungeheueren Einfluß auf alle späteren Völker und Zeiten Europas geübt. Ihre Geschichte ist darum nicht ein Feld für einige Gelehrte, sondern für alle Gebildeten. Je mehr aber die Kenntnis der griechischen (und römischen) Sprache in neuerer Zeit zurückgeht, desto weniger darf ein Autor heute mit klassischen Zitaten oder gelehrten Voraussetzungen operieren. So ist denn der Text der folgenden Arbeiten so populär wie möglich gehalten und vor allem von fremdsprachlichen Zitaten so gut wie frei. Der Fachgelehrte wird dennoch exakteste Wissenschaftlichkeit zu entdecken wissen und findet außerdem die nötigen Nachweise oder Zitate in den Anmerkungen am Schluß. Den Text selber aber soll jeder wissenschaftlich Gebildete zu lesen imstande sein. Dieser Rücksicht dienen auch die genauen Angaben der Jahreszahlen, die kurze Charakterisierung der vorkommenden Persönlichkeiten, endlich die Gliederung in einzelne in sich abgerundete Kapitel, deren jedes ein möglichst abgeschlossenes Resultat liefern soll.

I. Die moderne Terminologie der elementaren Mathematik.

Eine Zusammenstellung sämtlicher technischer Ausdrücke § 3. der elementaren Mathematik bietet das auffallende Bild einer seltsamen Sprachvermengung, die für den oberflächlichen Blick willkürlich erscheint. Und doch ist in dieser Verwirrung der Sprachen eine gewisse Ordnung nicht zu verkennen, die uns den Schluß auf ein theoretisches Prinzip oder eine historische Ursache nahe legt. Diese feste Ordnung in dem scheinbaren Wirrwarr läßt sich durch folgende Regeln veranschaulichen. A. Die Termini der Raumlehre sind griechisch. Geometrie, Stereometrie, Peripherie, parallel, Kathete, Hypotenuse, homolog, Basis, Trapez, Rhombus, Zylinder, Prisma sind ein paar aus der übergroßen Fülle herausgegriffener Beispiele. B. Die Termini der Zahlenkunde sind lateinisch. Addition, Subtraktion, Produkt, Quotient, plus, minus, positiv, irrational, imaginär, Permutationen, Kombinationen mögen als wenige Beispiele für viele dienen. C. Die Termini der Bruchlehre sind deutsch. Wir reden von: Bruch, Stammbruch, Kettenbruch, Nenner, Zähler, Teiler, heben, erweitern. D. Nur drei Ausdrücke stammen aus anderen Sprachen: Transporteur und Kalotte sind französischen, Algebra ist arabischen Ursprungs.

Es ergeben sich angesichts dieser auffallenden Erscheinungen drei Fragen: a) Gelten die Regeln A bis C ausnahmslos? b) Beruhen die Tatsachen von A bis D auf bewußter Überlegung oder unbewußter Entwicklung, auf theoretischen Prinzipien oder historischen Fakten? c) Welche Schlüsse lassen sich aus den Tatsachen A bis D für die Entstehung der mathematischen Erkenntnisse und die Herleitung der mathematischen Ausdrücke ziehen? — Es sei erlaubt zunächst die erste dieser Fragen zu beantworten. Wir werden dadurch für eine weitere Beantwortung der beiden anderen Fragen den Boden vorbereiten.

A. Der ersten Regel widersprechen folgende Termini. § 5.
I. Lateinische Ausdrücke: Radius, kongruent, Quadrat, Punkt, Linie, Grade, Minuten, Sekunden, Dimension, Transversale, Kurven, Perpendikel, Normale, vertikal, konkav, konvex, Supplement, Komplement, Sekante, Tangente, Sektor, Segment; Konstruktion, Determination, direkt, indirekt; Proportion, Projektion.
II. Halblateinische Wörter: Diagonale, Planimetrie, horizontal.

III. Deutsche Wörter: Winkel, Scheitel, Schenkel; Lot, recht, spitz, stumpf, Rechteck; Seite, Ebene, Fläche; Voraussetzung, Behauptung, Beweis; Kreis, Bogen, Sehne, Ecke, Kegel, Kugel. — Sind diese Ausnahmen erklärlich oder willkürlich? Man hat folgende drei Hauptfälle zu unterscheiden. Wir beginnen mit dem natürlichsten, begreiflichsten, verständlichsten Fall.

§ 6.

1. Gewisse räumliche Vorstellungen begegnen einem jeden täglich im gewöhnlichen Leben. Sie sind dem Kinde genau so geläufig wie dem Arbeiter. Sie gehen einer jeden wissenschaftlichen Theorie voran. Sie sind in der Vorstellung wie in der Sprache vorhanden, so wohl bevor wie auch nachdem eine wissenschaftliche Erkenntnis der Raumesetze sich herausgebildet hat. Einen Kreis bildet jedes Rad, eine Kugel jeder Ball. Kegelform haben annähernd Zuckerhüte, Räucherkerzchen und Spitzhüte. Senkrecht stehen Türme, Masten, Stangen. Seiten, Flächen und Ebenen bietet jede Hütte, jeder Ziegelstein, jeder Balken. Diese Überlegung muß unseren Schiller mit zu dem Urteil veranlaßt haben, daß der Mensch nur durch das Morgentor des Schönen in der Erkenntnis Land gedrungen sei. Ihm schwebte vor, wie der schlichte Anfänger der Kultur an den einfachsten Beobachtungen der Natur und den primitivsten Versuchen der Technik zugleich die grundlegenden Begriffe und Anschauungen sowohl der Mathematik wie auch der Ästhetik kennen gelernt habe, z. B. die Ordnung und Teilung, die Symmetrie und Regelmäßigkeit, die Ähnlichkeit und Gleichheit, das Senkrechte und das Wagerechte, den rechten Winkel wie das arithmetische Mittel, den Kreis wie die Kugel. In solchen Zeiten aber und in solchen Fällen, wo der Geist eines Volkes noch in den Kinderschuhen steckt und Wandertrieb oder Unternehmungslust noch nicht in die Fremde locken, herrscht allein die Muttersprache. So hat denn, um auf den vorliegenden Fall zurückzukommen, die deutsche Benennung solcher räumlichen Gebilde und Verhältnisse ein uraltes Recht (§ 39). Sie hat wie fast immer die deutliche Klarheit der Vorstellung, so jedenfalls die unzweideutige Verständlichkeit der Ausdrucksweise für sich. In solchen Fällen wäre es vielmehr auffallend, wenn eine fremde Nomenklatur die einheimische verdrängt hätte. Höchstens kann sich hier und da das gelehrte Fremdwort neben dem einfachen Wort der Volkssprache behaupten, wie etwa „vertikal“ neben „lotrecht“, „Triangel“ neben „Dreieck“, „sphärisch“ neben „kugel-

förmig“. So kommt es auch, daß die entsprechenden nicht in die exakte Terminologie der Mathematik aufgenommenen Fremdwörter die präzise Klarheit eingebüßt haben, die jener eigen ist. Denn „Sphäre“ und „Zyklus“ sind nicht mehr eindeutige, sondern vieldeutige Wörter, während beispielsweise „sphärisch“ und „Sphärik“ vollkommen eindeutig blieben und darum allgemein übliche Termini wurden.

2. Eine Anzahl von räumlichen Begriffen ist von den § 7. Griechen überhaupt nicht benannt worden. Die Modernen ergänzten sie deshalb aus dem Lateinischen oder, wenn sie auch hier fehlten, aus dem Deutschen. Jener Mangel im Griechischen hat teils sprachliche, teils sachliche, teils methodische Gründe. — a) Sprachlicher Ursachen gibt es mehrere. Das Wort „epipedos = eben“ widerstrebt sichtlich der Zusammensetzung; es erscheint als zweiter Bestandteil nur in dem Worte „Parallelepipedon“, als erster Bestandteil in keinem einzigen Kompositum; ein Wort wie „Epipedometrie“ neben „Stereometrie“ gab es darum nicht, mußte also in unserer Terminologie auf andere Weise („Planimetrie“) ersetzt werden. Andere Ausdrücke der griechischen Sprache erschienen dem Kenner des Griechischen wohl zu farblos und unbestimmt, oder aber zu lang und umständlich, um treffend oder bequem zu sein. So trat für das vieldeutige „Tetragon“ das lateinische „Quadrat“ ein, da jedes Viereck der Etymologie des Wortes nach ein Tetragon heißen könnte. So verdrängte das deutsche „Rechteck“ das griechische „Heteromekes“, da auch Rhomboide eine „zweite Seitenlänge“, d. h. zwei verschieden lange Seiten haben, jedes Quadrat aber als ein Rechteck betrachtet werden kann. So wich das nichtssagende „Moirā“ oder „Meros“, das bloß „Teil“ bedeutet, dem lateinischen „Grad“. Und die Sechzigstel eines Grades und weiterhin deren Sechzigstel, die der Griechen mit „ersten“ und „zweiten Sechzigsteln“ benannte, verwandelten sich in unsere „Minuten“ und „Sekunden“. — b) Sachliche Gründe liegen vor, wenn innerhalb der griechischen (oder überhaupt antiken) Betrachtung ein Begriff die Wichtigkeit nicht hatte, die er in unserer Betrachtungsweise gewonnen hat, oder wenn die Entwicklung der mathematischen Vorstellungen neue Begriffe herausgemeißelt hat, die im (griechischen) Altertum gar nicht oder nur in ungestaltetem Rohstoffe vorhanden waren. Zu jenen Begriffen gehören der Radius, die Transversale, die Projektion; zu diesen dagegen die Brüche, die § 8.

Nenner, die Zähler. So geht beispielsweise die Kreislehre der Griechen vom Kreis als einer begrenzten „Ebene“ und vom „Diameter“, der den „Zyklus“ in zwei gleiche „Hemizyklien“ zerlegt, aus. Der Radius aber, von dem wir ausgehen, spielt eine untergeordnete Rolle und wird gelegentlich einmal als „Linie vom Zentrum zur Peripherie“ umschrieben. So kennt andererseits der Griechen genauer oder geläufiger nur die Stammbrüche mit dem Zähler Eins, die er beispielsweise als „fünfter“ oder „achter Teil“ umschreibt. Will aber der alexandrinische Geograph Eratosthenes (— 274/194) ausdrücken, der Meridianbogen zwischen den beiden Wendungen betrage $\frac{11}{83}$ des ganzen Meridians, so muß er sich mit der Umschreibung behelfen, der Bogen betrage „11 solcher Teile, wie der Meridian ihrer 83 betrage“. Und so spricht noch der alexandrinische Astronom Ptolémäus (+ 125/151) in seinem „Almagest“ (§ 118 C). —

§ 9. c) Methodische Gründe haben dazu geführt, gewisse für Schüler oder Anfänger praktische Unterscheidungen, die die Alten zwar benutzten, aber nicht benannten, ausdrücklich zu benennen. Jeder Satz des alexandrinischen Mathematikers Euklid (— 300) zerfällt zwar in „Behauptung, Voraussetzung, Beweis“, aber diese Ausdrücke gebraucht er nie. Schon den Hilfssatz ferner für den Beweis des dritten Kongruenzsatzes beweist Euklid in seinen „Elementen“ (Buch I 7) auf indirektem Wege, ohne je die Unterscheidung des „indirekten“ und „direkten“ Beweises ausdrücklich zu erwähnen. Methodische Gründe hat es auch, redselige Weitschweifigkeit des Ausdrucks, die oft auf breit sich ausdehnender Gründlichkeit beruht, zu einer kurzen Formel zusammenzufassen. Euklid kennt kein Wort für „Kongruenz“. Er umschreibt es durch die Aufzählung aller miteinander gleichen Einzelstücke. Bei ihm heißt der erste Kongruenzsatz: „Wenn zwei Dreiecke zwei Seiten des einen zwei Seiten des anderen, ferner auch den eingeschlossenen Winkel des einen dem des anderen gleich haben, so werden sie auch die Basis der Basis gleich haben, so wird das eine Dreieck gleich dem anderen sein, so werden sie endlich die beiden anderen Winkel des einen gleich denen des anderen haben.“ Hier hat der zusammenfassende Ausdruck „kongruent“ eine wesentliche Kürzung gebracht und bedeutet einen großen methodischen Fortschritt.

§ 10. 3. Eine Reihe von Termini teilt die Mathematik mit anderen Wissenschaften, die ihr vorgearbeitet oder ihre Nomenklatur er-

gänzt haben. Perpendikel hat manche Uhr, Normale ist ein Ausdruck der römischen Feldmeßkunst, Kurven und Horizontale kennt auch der Wegebau und die Technik, mit Projektionen arbeitet die Zeichenkunde, eine konkave und eine konvexe Seite hat jedes Gewölbe. Hier hat also eine gegenseitige Durchtränkung verschiedener Terminologien stattgefunden. Dergleichen Mengungen finden sich in der lebendigen Sprache auch anderer Wissenszweige häufig genug. So entlehnte die Philosophie den Euklidschen Elementen den Ausdruck „Monaden“; so bekommt die Ellipse der Mathematik ihre „Brennpunkte“; so teilen sich die Bühnen der Theater, die Stephensonschen Maschinen und die kaufmännischen Börsen in den Ausdruck „Kulissen“; so gewinnt die physikalische Geographie der Kunst den Ausdruck „Profil“ ab. Die Beispiele ließen sich häufen.

B. Der zweiten Regel widersprechen nur wenige Ausdrücke: Arithmetik, dekadisch, Basis, Logarithmus, Algebra.

a) Den Terminus „Arithmetik“ haben schon die Römer selber als ein Fremdwort aufgenommen. b) Der Ausdruck „dekadisch“ vom griechischen „Dekas = Zehnzahl“ ist selten und kommt im eigentlichen System der Arithmetik kaum vor. c) Die „Basis“ einer Potenz oder Wurzel ist dem Altertum ebenso fremd, wie das Potenzieren und Radizieren selber. d) Einen „Logarithmus“ kennt ebenfalls erst die Neuzeit (1611), die den Ausdruck sachgemäß, aber künstlich schuf, ohne sich dabei jener bestehenden regelmäßigen Erscheinung der arithmetischen Terminologie bewußt zu sein. e) Eine „Algebra“ endlich, wie wir sie haben, war im Altertum nicht nur nicht vorhanden, sondern auch nicht möglich. Da die Buchstaben bereits Zahlzeichen waren, z. B. ein griechisches Ypsilon 400, ein lateinisches Vau aber 5 bedeutete, da ferner das Nationalbewußtsein die Verwendung eines fremden Alphabets nicht bloß verbot, sondern gar nicht denkbar machte, so fehlte das grundlegende Material für eine Entwicklung algebraischer Rechnung. Nur ein Buchstabe hatte nicht die Bedeutung einer bestimmten Zahl: das griechische Schluß-Sigma (ς). Mit diesem bezeichnete denn auch der alexandrinische Arithmetiker Diophant (+ 300) in seiner Theorie der Gleichungen die Unbekannte. Soweit also dem Altertum eine algebraische Vorstellung möglich war, so weit hat sie Diophant gefaßt (§ 87). Eine Algebra aber konnte sich daraus nicht entwickeln.

§ 12. Es ist selbstverständlich, daß die angedeuteten Erscheinungen und Gesetze im einzelnen genauerer Nachweise und geschichtlicher Untersuchung bedürfen. Eins aber ist aus den angeführten Beobachtungen ersichtlich: die Tatsachen der mathematischen Nomenklatur beruhen nicht auf Willkür einzelner, auf bewußter Absicht; sie sind vielmehr ein unbewußtes Produkt historischer Entwicklung. Sie reden eine deutliche Sprache. So lehrreich und fesselnd es ist, die geologische Schichtung der Erdrinde festzustellen und ihre Entstehung und Entwicklung zu deuten, so belehrend und reizvoll muß es sein, diese terminologische Schichtung der Mathematik und der Geschichte, die sie erzählt, zu verfolgen. Gleich den Schichten der Erdrinde bilden auch diese Schichten eine Art von historischer Urkunde. Und schon darum sollte man die Treibjagd gegen die Fremdwörter nicht bis auf sie ausdehnen (§ 82). Wer sie verdeutscht, beseitigt eine Art wichtigen Aktenstückes und begeht einen gewissen Vandalismus, wie etwa der es täte, der eine alte Inschrift oder Handschrift, der eine Vertragsurkunde oder einen Originalbrief verstümmeln wollte. In der Botanik und Zoologie soll zuweilen Willkür neue Termini geschaffen haben. So soll es mit den Ausdrücken „Mimose“ und „Chilosa“ geschehen sein. Jene Pflanze, sagt man, verdankt ihre Benennung einer launischen Buchstabenzusammenstellung, diese Muschel des Mittelmeeres aber der Antwort eines italienischen Fischers, der die Frage nach der einheimischen Benennung mit den Worten „Chi lo sa? = Wer weiß es?“ ablehnte. Solche Fälle, die auch in jenen Wissenschaften vereinzelt sind, scheinen in der Mathematik völlig ausgeschlossen zu sein.

§ 13. Sind aber jene griechischen und lateinischen Termini geschichtliche Urkunden, so müssen sie auch als solche geschichtlich ausgebeutet werden. Es ist nicht bloß überraschend und reizt zur Untersuchung, daß ein Teil dieser Ausdrücke griechisch, der andere lateinisch ist. Man hat auch von all diesen einzelnen Vokabeln die Herkunft, die Grundbedeutung, die geschichtliche Entwicklung zu erforschen, um auf diesem Wege ein Stück antiker Kultur sich bilden zu sehen. Das ist nicht bloß fesselnd, wie jede historische Untersuchung. Das ist vor allem auf dem vorliegenden Gebiete auch ebenso nötig wie schwierig. Denn was die Griechen betrifft, so hat das große Werk des Euklid (— 300) alle Vorgänger aus dem Felde geschlagen. Wir haben

über sie nur dürftige Notizen und geringe Zitate. Es ist darum kaum eine Spur davon erhalten, durch welche Anregungen und auf welchem Wege sich dieser Wunderbau der Elementarmathematik gebildet habe, den Euklid ja nur ergänzt und vollendet, nicht entworfen und geschaffen hat. Die einzige Hoffnung, diesen Schleier zu lüften, bieten uns die Termini, deren Grundbedeutung, wo sie zu entziffern ist, uns einen Anhalt gibt für den Schluß auf ihre Herkunft. Was aber die Römer betrifft, so liegt bei ihnen, wenn auch aus anderem Grunde, die Sache ebenso. Ihre Literatur ist spät und gerade auf mathematischem Gebiete völlig von den Griechen abhängig. Gerechnet und gemessen aber haben sie sichtlich und erweislich Jahrhunderte vor ihrer Bekanntschaft mit den Griechen. Wie sie das aber erfunden und gemacht haben, eben darüber schweigt ihre Überlieferung sich so gut wie ganz aus. Wir sind also auch hier im wesentlichen auf die Termini und das, was sie uns erzählen, angewiesen. — So wird also eine Untersuchung über die mathematische Terminologie der Alten zugleich zu einer Forschung über ein gut Stück ihres geistigen Lebens und dadurch zu einem Kapitel der Kulturgeschichte der Griechen und Römer. Vermutlich gibt bei der Ungunst der Überlieferung auch so die Untersuchung nur eine Reihe von unfertigen Skizzen, aber gemacht werden muß sie.

II. Die wissenschaftliche Terminologie der Griechen im allgemeinen.

Die Terminologie der technischen und exakten Wissenschaften weist bei den Griechen einige besondere Eigentümlichkeiten auf, die wir zunächst auch in der Nomenklatur der Mathematik wiederzufinden erwarten müssen. Es sind die folgenden.

I. Die griechische Sprache ist überaus arm an Fremdwörtern. Wohl sind in jenen frühen Zeiten von Mykenä und Troja, von Orpheus und Homer, wo die Griechen noch Schüler der Fremden waren, aus dem Orient Gewebe und Geräte, Gesteine und Götzen importiert und mit ihnen oft auch die fremden Namen in die einheimische Sprache eingedrungen. Der Vorgang hat sich in vermindertem Maße zweimal wiederholt; zunächst als in der Blütezeit die Griechen besiedelnd und erobernd den

Boden des Orients betreten, also in den Zeiten des Aristides, Perikles, Agesilaus, Alexander; sodann als in der Römerzeit die Griechen römische Heere und Beamte aufnehmen mußten und in christlicher Zeit biblische Vorstellungen kennen zu lernen Gelegenheit und Anlaß hatten, also seit der Zeit der Scipionen bis in die der Kaiser hinein. Doch sind alle diese Wörter wenig zahlreich, man wird sie auf ein paar Dutzend veranschlagen können. Sie sind fast alle Substantiva und bezeichnen äußere Gegenstände. Sie bilden kaum Ableitungen und haben als Fremde nur geringen Anteil am Leben der Sprache. Ein Teil ist so umgestaltet und griechischen Klängen oder Wörtern angeglichen, daß man das Fremdartige kaum noch herauszufühlen vermag. So hat man in den Wörtern für Gold, Zinn, Baumwolle, Pfeffer, Zucker, Gummi, Reis, Krokus und anderen orientalischen Ursprung nachgewiesen. In anderen wieder, wie Asbest (unlöslich), Smaragd (donnernd), Arsen (männlich), Amethyst (unbetrunken) vermuten wir ihn, weil jene beiden Wörter den unklaren Stempel der Volksetymologie an sich tragen, diese aber geradezu wie widersinnige oder abergläubische Umdeutungen unverständener Fremdwörter klingen. Denn das ‚unlösliche‘ Mineral sollte ‚unverbrennlich‘, das ‚donnernde‘ aber ‚blitzend‘ heißen; männliche und weibliche Minerale zu unterscheiden oder aber zu meinen, daß man durch einen Amethystring sich vor Trunkenheit schützen könne, sieht nicht wie ursprüngliche Weisheit aus. Man wird nach dem Gesagten die wenigen Fremdwörter der griechischen Sprache wie im Gebiete des Handels und der Industrie, so vor allem in der Terminologie der Naturlehre, der Technik und verwandter Disziplinen finden, wie das aus den angeführten Beispielen ersichtlich ist.

- § 15. II. Eine Eigentümlichkeit der Volkssprache sind die sogenannten Verkleinerungswörter oder Deminutiva. Sie bezeichnen oft nicht einen kleinen, sondern einen lieben, vertraut gewordenen Gegenstand und sollten besser Kosewörter heißen. Der Arbeiter oder Handwerker spricht von seinem ‚Gärtchen‘ oder ‚Häuschen‘, von seinem ‚Kindchen‘ oder ‚Dörfchen‘. So spricht der Schweizer von ‚Krügli, Stöckli, Äpli‘, der Schwabe vom ‚Neckarle, Reinli, Wöschli‘. So liegt einer Menge von romanischen Substantiven die Deminutivform zugrunde, weil die romanischen Sprachen aus dem Vulgärlatein stammen. Das spanische *orejo* und das französische *oreille* kommen nicht vom

lateinischen *auris*, sondern von *auricula*. Gelegentlich erobern solche Deminutiva auch das Gebiet der gebildeten oder der Literatursprache. Unser ‚Mädchen, Knöchel, Ohrläppchen‘ sind Beispiele. Wie wenig solche Wörter oft eine Verkleinerung bezeichnen, beweisen unter anderem jene griechischen Bezeichnungen, die einen kostbaren Prachtkandelaber ein ‚Lämpchen‘, und eine Panzerung, die mehrere Mann decken soll, also viel größer ist als ein gewöhnlicher Panzer, ein ‚Panzerchen‘ nennen. Derartige Bezeichnungen verdanken ihre Form der Sprache des gemeinen Mannes, der solche Kosenamen liebt, um die Gegenstände zu benennen, mit denen er täglich zu tun hat, die ihm so vertraut geworden sind, wie seine ‚Kinderchen‘ und sein ‚Gärtchen‘, oft auch, um spottend oder neckend das Derbe oder Plumpe, das Unbequeme oder Verhaßte wie etwas Niedliches oder Liebes anzureden. Dasselbe gilt auch von dem griechischen Arbeiter oder Handwerker. Der Maurer, der das Senkblei an der Wand herunterläßt, hängt an die Schnur ein ‚Gewichtchen‘. Der Schiffer, der auf freiem Meere den Sonnenlauf beobachtet, nennt das Tierzeichen im Zodiakus ein ‚Tierchen‘. Der Arbeiter, der für ein astronomisches Instrument, selbst von größerem Umfange, einen Bronzering herstellen soll, bezeichnet ihn als ‚Kreislein‘. Der schlichte Athener aber, der spät in die Volksversammlung kommt und als einer der Hintersten an das umspannende, mit Rötel gefärbte Tau gepreßt wird, sieht in diesem Symbol der unbequemen Polizei ein ‚Strickchen‘.

Diejenigen Wissenschaften also, die sich aus der Sphäre § 16. des Arbeiters und des Handwerkers emporgearbeitet haben, wie die Technik und die Physik, haben ein demokratisches Gepräge. Sie tragen in jenen Deminutiven noch einen Flicker des Arbeitskittels an sich. Es ist, als könnten sie die Schweißspuren der körperlichen Anstrengung, den Holzduft der Werkstatt, den Teergeruch des Schifferlebens nicht ganz loswerden. So hat von jeher die Aristokratie des Geistes, die gleich jeder Aristokratie neben ihrem Recht auch ihr Unrecht hat, jenen Wissensgebieten demokratischen Gepräges, die aus den Händen der Banausen, d. h. der Arbeiter und der Handwerker, allmählich in die Hände der Ingenieure, der Techniker, überhaupt der Gelehrten übergegangen sind, eine gewisse Verachtung entgegengebracht. Diese Verachtung ist sachlich unberechtigt, aber geschichtlich begreiflich. Sie hat es unseren technischen Hochschulen so sehr schwer gemacht,

die gleiche Achtung und Berechtigung mit unseren Universitäten zu erringen. Aus diesem modernen Kampfe heraus gewinnt man das rechte historische Verständnis für den Kampf des Plato und anderer aristokratisch gesinnter griechischer Denker gegen alles Banausische. Ein Rest also dieses demokratischen Ursprungs gewisser Wissenschaften ist, wie gesagt, bei den Griechen der Reichtum der Deminutiva in ihrer Terminologie. Ein lehrreiches Beispiel hierfür ist die Physik des Alexandriner Hero (— 20), nach dem der Heronsball, der Heronsbrunnen und die Heronische Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks noch heute benannt sind. Die Anzahl der bei ihm vorkommenden Deminutiva ist geradezu verblüffend und verleiht seiner Sprache einen kleinbürgerlichen Anstrich. Es ist diese Erscheinung wieder einmal ein schlagender Beweis dafür, daß die Sprache als solche, also ganz abgesehen von jeder literarischen Form wie jedem sachlichen Inhalt, eine geschichtliche Urkunde ersten Ranges ist. Wir vergleichen sie mit einer empfindlichen photographischen Platte. Wie diese eine jede leise Schattierung wiedergibt, so spiegeln sich auch in der Sprache eines Volkes die feinsten Veränderungen wieder, die in seiner Beschäftigung, in seiner Denkweise, in seiner Geschichte vor sich gegangen sind. Die zahlreichen Deminutiva der Heronischen Physik sind ein Erbstück ihrer demokratischen Herkunft.

§ 17.

III. Die klassischen Sprachen zeichnen sich durch eine höchst lebhaft anschauliche Ausdrucksweise aus. Sie vergleichen gern Unsinnliches mit Sinnlichem, anorganische Gebilde mit lebendigen Organismen oder Teilen von solchen, geometrische Figuren oder technische Werkzeuge mit Körpern der Tier- und Pflanzenwelt. Das Idagebirge mit seinen zahllosen Ausläufern wird zur ‚Assel‘, der Peloponnes zum ‚Platanenblatt‘, eine Nehrung auf Sizilien zur ‚Sichel‘, die Umrisse von Europa zum ‚ausgespreizten Mantel‘, die langen Mauern Athens und Megaras zu ‚Schenkeln‘ der Stadt, der Hohlweg von Caudium zu ‚zweizinkigen Gabeln‘, der Ausfluß eines Stromes wie das Haupttor einer Großstadt zum ‚Mund‘, die Hauptstadt eines Landes zu seinem ‚Kopf‘, der untere Teil der Berge zu ihren ‚Wurzeln‘, die Enden einer Schlachtreihe zu ihren ‚Hörnern‘. Die Beispiele ließen sich auf allen Gebieten der Vorstellung wie in allen Wortarten der Sprache häufen. Besonders häufig und auffallend aber finden sie sich natürlich in denjenigen Fächern des Wissens, deren Objekte zwar sinnlich

wahrnehmbar sind, aber der unmittelbaren, natürlichen Anschauung zunächst ferner liegen, wie in der Geographie und Geologie, oder ihr gar fremd sind, wie in der Technik und Mathematik. Auf solchen Gebieten besitzen alle Nationen eine reiche Fülle sinnlich anschaulicher Termini. Auch wir reden vom ‚Arm‘ eines Meeres, dem ‚Fuß‘ der Berge, den ‚Schenkeln‘ eines Winkels, von ‚männlicher‘ und ‚weiblicher‘ Nute, vom ‚Storchschnabel‘ und ‚Schwalbenschwanz‘, vom ‚Hahn‘ einer Wasserleitung, vom ‚Knie‘ eines Weges, vom ‚Bauch‘ eines Schiffes, vom ‚Arm‘ des Hebels, von ‚Sehnen‘ im Kreise. So werden dem Griechen die Henkel des Kruges zu ‚Ohren‘, der Kran zum Schnabel des ‚Kranichs‘; die Winde mit den beiden langen Armen zum Fassen erscheint ihm als ‚Esel‘, das Linien-system einer Sonnenuhr als ‚Spinnweb‘, seine Umrisse als ‚Doppelaxt‘, ein Kriegsgeschütz als ‚Skorpion‘ oder als ‚Flügel‘, ein Zirkel mit gekrümmten Füßen gleich den Scheren eines Krebses, also ein sogenannter Tasterzirkel, als ‚Krebs‘ (auf Fig. 5). Auch die Römer sprechen von den ‚Zähnen‘ eines Rades, den ‚Nasenlöchern‘ einer Röhre, den ‚männlichen‘ Kolben einer Pumpe.

Die Ursachen für diese sprachliche Erscheinung sind § 18. mannigfaltiger Art. A. Zunächst entspringt sie der lebendigen Anschauungsweise des Südländers. Es ist, als habe, zumal bei dem Griechen, die Reinheit der Luft seine Sinne besonders geschärft und Trieb und Geschick zu sinnlichem Ausdruck gesteigert. Es zeigt sich in sprachlichen Bildern dieselbe anschauende Phantasie, die in den Mythen schöpferisch tätig war und in den gekräuselten Wogen des Meeres Hals und Mähne der Poseidon-Rosse, im Donner und Blitz der Gewitter die drohende Stimme und die geschleuderten Pfeile des Zeus, im rauch- und feuerschnaubenden Trichter der Vulkane die Schmiede des Hephästos sah. Als der jonische Weltweise Thales von Milet (— 640/545) den Satz aussprach, in allen Dingen stecke eine lebendige Seele, da hat er unbewußt und ungewollt zugleich jenes anschauende Vermögen und damit ein wichtiges sprachbildendes Prinzip des Griechentums zum Ausdruck gebracht. Dem Griechen wird eben alles lebendig, in allem sieht er einen Organismus, ein Individuum, eine Persönlichkeit. — B. Sodann entspringt jene Anschaulichkeit der Jugendlichkeit der alten Sprachen. Rechnet man die Anfänge griechischer Kultur selbst bis in die Zeiten von Mykenä zurück (— 1100), so erhält man

bis auf die Zeit des Euklid (— 300) die Summe von 8 Jahrhunderten. Dieselbe Zahl ergibt die Rechnung von der Gründung Roms, wenn man sie selbst noch um ein Jahrhundert vordatiert (— 853), bis zum Tode des Cicero (— 43). Überträgt man diese Zahl auf germanisch-deutsche Verhältnisse, so kommt man, etwa von Armin (+ 9) beginnend, bis auf Karl den Großen († 814), aber nicht auf das Deutsch unserer Tage. Diesen Umstand darf der Sprachforscher nicht vergessen, wenn er nicht beim Vergleich des Deutschen mit den alten Sprachen zu ungerechten Urteilen kommen will. Bei den Alten ist die Sprache noch voll sinnlicher Kraft, die Urbedeutung der Vokabeln ist noch nicht so verblaßt oder unfühlbar geworden, wie in unserem modernen Deutsch. Wir empfinden bei einem Ausdruck wie ‚von ganzem Herzen lieben‘ kaum noch den Begriff ‚Herz‘ als eine körperliche Vorstellung. Obgleich wir den Plural ‚Schulden‘ besitzen, denkt niemand, der die Worte ‚und vergib uns unsere Schuld‘ betet, an Geld, das er noch nicht zurückgezahlt hat. Während wir von den ‚Tagen‘ des Cicero sprechen, würde Cicero selber nicht *diebus*, als wolle er die Nächte ausschließen, sondern *temporibus* sagen, da *dies* noch die Vollkraft seiner Bedeutung ‚Lichttag‘ bewahrt hat. Der Deutsche lernte vom Franzosen das Wort ‚Acquisition‘, der Franzose vom Spätlateiner sein *acquérir*, bei Cicero aber heißt *acquirere* nicht ‚erwerben‘, sondern mit genauer Rücksicht auf die Etymologie ‚dazu erwerben‘ (*ad-quaerere*). Aber nicht nur gefühlt hat die Antike jene Anschaulichkeit ihrer eigenen Sprache, sie hat solche Ausdrücke auch noch geschaffen. Wie unsere Erde in den Zeiten ihrer Jugend die Kraft besessen haben muß, aus unorganischen Stoffen Organismen zu gestalten, so besitzen die griechische und römische Sprache noch eine solche Produktionskraft. Vor unseren Augen geht diese sprachliche ‚generatio aequivoca‘ vor sich. Die langen Mauern von Athen werden erst in geschichtlicher Zeit (— 456 und — 444) gebaut, und die Sprache verwandelt sie sofort aus Mauern zu ‚Schenkeln‘. Mechanische Gebilde schafft also die Sprache in organische Gebilde um. Sie hat noch jene Jugendkraft der Urzeugung, die unsere Mutter Erde längst verloren hat. —

§ 19. C. Ferner entspringt jene anschauliche Ausdrucksweise der Volkstümlichkeit der bezeichneten Begriffe. Jene rege Phantasie des Kindes, das in einem kopflosen und armlosen Balg ein lebendiges Wesen sieht und damit wie mit der Puppe spielt,

ist auch dem naiven Volke eigen. Auch der Arbeiter und Handwerker, die einfache Frau wie der schlichte Bauer, sie vergleichen und beleben die Dinge unwillkürlich und unbewußt. Dieser Naturtrieb hat der Sprache des Volksmundes ihren Bilderreichtum, ihre kraftvolle Sinnlichkeit verliehen. Wenn die römischen Historiker den Paß von Caudium die ‚Gabelchen‘ nennen, so beweist schon das Deminutivum, daß die Leute in den Samniterbergen diesen Namen bildeten. Entlehnt aber ist er den großen zweizinkigen Gabeln, wie sie der Bauer gebraucht haben muß, die ganz malerisch den U-förmigen Querschnitt eines Engpasses, einer Talschlucht versinnbildlichen. Das große griechische Feldgeschütz, mit dem man lanzenlange Pfeile schoß, nannten die Griechen ‚Skorpion‘. Ausdrücklich wird gesagt, den Namen habe die Ähnlichkeit der Gestalt veranlaßt (§ 119B). Vermutlich ist besonders der lange Schwanz und die tödliche Wirkung Ursache der Benennung. Förderlich für diesen Vergleich mit dem vielgefürchteten Tiere war es jedenfalls, daß die Alten für jeden Stoß, Stich, Hieb, Schlag dasselbe Wort gebrauchen, also den Stich des Skorpionstachels ebenso benennen wie das Aufschlagen einer Steinkugel oder die Bohrwunde, die ein abgeschossener Pfeil macht. Es ist natürlich kein Zweifel, daß die Bezeichnung aus dem Munde gewöhnlicher Kriegsknechte stammt. Man sieht an diesen Beispielen, wie geschäftig die Phantasie des Volkes arbeitet.

— D. Endlich beruht die sinnliche Anschaulichkeit jener Terminologie oft auf wirklich Materiellem, d. h. dem Stoff, aus dem, oder der Art, auf die der betreffende Gegenstand oder die entsprechende Vorstellung entstanden ist. Die ‚Hörner‘ des Schießbogens sind oft ursprünglich wirklich Hörner gewesen; Homer beschreibt einen solchen Bogen, der aus den Hörnern eines Bezoar-Ziegenbocks für den berühmten Schützen Pandaros gefertigt war. Der sogenannte Schnabel des Schiffes hieß bei den Griechen ‚Gänschen‘, weil er tatsächlich vielfach als Gänsehals oder Schwanenhals gestaltet war. Die bekanntesten Längenmaße, wie ‚Schritt, Fuß, Elle‘, sind in Wahrheit von der Länge der entsprechenden Körperteile entlehnt worden, so daß die Griechen z. B. die außergewöhnliche Größe des olympischen Fußes so zu erklären suchten, daß der riesige Herakles selber das Stadium von Olympia mit seinen Füßen ausgemessen habe. Wenn wir also an unseren Zirkel denken und hören, daß das Wort Zentrum soviel bedeute wie ‚Stich‘, so liegt die Vermutung

nahe, daß der Kreismittelpunkt jenen Namen davon habe, daß er in der Tat der Stich des einen Zirkelfußes in diejenige Fläche ist, auf der ein Kreis mit dem Zirkel konstruiert werden soll (§ 75). In all diesen und ähnlichen Fällen aber ist der Ausdruck sinnlich und macht den Eindruck des Bildlichen, weil er noch die Erinnerung an jene Form oder jenen Stoff bewahrt hat, worin ursprünglich der Gegenstand oder die Vorstellung gebildet worden ist. Wir finden hier oft eine erstaunliche Hartnäckigkeit der Sprache, die mit einer Art von Beharrungsvermögen bei allem Wandel des Begriffs doch seine Herkunft dauernd auszudrücken sucht.

III. Die mathematische Terminologie der Griechen im besonderen.

Es entsteht angesichts der genannten drei Eigenschaften oder Charakterzüge der wissenschaftlichen Terminologie der Griechen die Frage, wie sich denn nun im besonderen die Nomenklatur der Mathematik dazu stelle. Ist auch sie mit Fremdwörtern infiziert (I), mit Deminutiva gespickt (II), durch sinnliche Anschaulichkeit ausgezeichnet (III)?

§ 20. I. In der gesamten mathematischen Sprache gibt es nur ein einziges Fremdwort: Pyramide. Diese Vokabel ist wie das Gebilde, das ursprünglich damit bezeichnet wird, ägyptischen Ursprungs. Damit ist zugleich das einzige Land angegeben, dem die Griechen auf dem Gebiete der Mathematik Anregungen verdankt haben. Die Erzählungen von ägyptischen Reisen, die griechische Weise unternommen haben sollen, gewinnen durch diesen Umstand Hand und Fuß. Während sich ferner für alle Vorstellungen der Raumlehre wirkliche Gebilde angeben lassen, deren Anblick den Denker auf diese Vorstellungen gebracht haben könnte, wie für den Kreis das Rad, für die Kugel der Ball, für den Kegel der Kreisel, läßt sich in der Tat die Vorstellung der mathematischen Pyramide durch nichts anderes entstanden denken, als durch den unmittelbaren Anblick der ägyptischen Pyramiden, die nachweislich etwa im Zeitalter des Pharaos Psammetich (— 656/615) den jonischen Griechen Kleinasiens bekannt gewesen sind (§ 48). Alle übrigen Termini der griechischen Mathematik sind rein griechische Vokabeln. In

dieser Beziehung macht also die mathematische Sprache der Griechen den angenehmen und anmutigen Eindruck der Reinheit, Einfachheit und Ursprünglichkeit. Dieser Eindruck zwingt uns zu dem Schluß, daß die Euklidische Elementarmathematik eine durchaus eigenartige und selbständige Schöpfung des griechischen Geistes ist. Wir werden also den Ursprung all dieser Anschauungen und Vorstellungen bei den Griechen selber zu suchen haben, unbekümmert darum, ob die Gegenstände, an denen sie diese Anschauungen und Vorstellungen gewannen, ursprünglich einmal aus der Fremde importiert worden sind. Die griechische Mathematik ist so original, wie ihre Ausdrucksweise national ist. Damit haben wir für die Herleitung der mathematischen Begriffe und Lehrsätze wie für die Deutung der technischen Ausdrücke einen sicheren Grund und Boden gewonnen. Und wieder einmal bewährt sich hier schon der rein lexikalische Bestand der Sprache als das getreue Abbild einer kulturgeschichtlichen Erscheinung (§ 16).

II. Nicht minder auffallend ist es, daß die gesamte Nomen- § 21.
klatur der Mathematik von Deminutiva frei ist. Sie enthält nur ein einziges Wort der Verkleinerung, indem sie das unregelmäßige Viereck ‚Trapezchen‘ nennt. Wir schließen daraus, daß die Mathematik eine aristokratische Wissenschaft sei. Sie ist nicht wie die Technik oder Physik im Laboratorium, in der Fabrik, in der Werkstatt, nicht auf dem Bauplatz oder an der Hobelbank entstanden. Sie ist am Pult des Denkers geboren. Mögen auch die Gegenstände oder Stoffe, an denen man die mathematischen Vorstellungen und Ausdrücke gewann, der Technik, dem Handwerk, der Industrie angehört haben, die Männer, die sie dieser Sphäre entlehnten, waren Aristokraten des Geistes. Ohne Bewußtsein davon, daß seine Vaterstadt erobert ist, sitzt Archimedes von Syrakus († — 212) in seiner Studierstube, zeichnet geometrische Figuren in den Sand am Boden und ruft dem hereinstürzenden, goldlüsternen Kriegsknecht zu ‚Zertritt mir meine Linien nicht‘, bis der Römer ihn niedersticht. Ist diese Weltvergessenheit auch nicht glaublich oder allen Meistern der Mathematik eigen, sie kennzeichnet doch den Geist, aus dem heraus man sich diese Wissenschaft geboren dachte. Ganz anders aber ist ihre Herkunft als die der Physik. Einen hydraulischen Apparat erfand ein gewisser Ktesibios in Alexandria (— 125). Er war seines Zeichens Barbier. Archimedes dagegen war zwar

arm, aber dem König Hiero verwandt. Darum ist den Mathematikern wie den Philosophen der Stolz des Adels eigen. Sie beugen sich nicht vor Fürsten: Archimedes blieb arm, trotzdem er eines Königs Vetter war; Euklid weigerte sich, seinen König einen anderen Weg zur mathematischen Kenntnis zu führen, als andere Schüler. Sie verachten aber auch alles Handwerk und bannen das Banausische aus ihrem Kreise: Plato (— 427/347) kämpfte wider alle Vermengung der reinen Mathematik mit dem Instrumentalen, das ihn an die niedere Sphäre der Handarbeit erinnerte (§ 78); so mag er auch in den Ausdrücken dieser Wissenschaft die Erinnerung an alles, was nach Technik oder Physik aussah, nach Kräften haben tilgen helfen. So hält sich denn auch die Sprache der Mathematik von allen volkstümlichen Deminutiven frei. Was wir Lot oder Senkrechte nennen, das nannten die Griechen ‚Kathete‘. Nie hat ein Mathematiker ein ‚Lotchen‘ errichtet. Als aber Ptolemäus die fabrikmäßige Konstruktion seines Passage-Instrumentes beschrieb, da benutzte er den Ausdruck ‚Kathetchen‘. Das ist charakteristisch. Das mußte auch so kommen. Selbst die schlichteste mathematische Vorstellung ist bereits eine Abstraktion: In der Natur gibt's keine mathematischen Punkte. Abstraktion aber ist nicht des gemeinen Mannes Sache. Sie gehört und führt ins Reich der Gedanken. Darum rechnete Plato diese Dinge zu dem Gedachten (*νοητά*), nicht zu dem sinnlich Wahrnehmbaren (*αἰσθητά*).

§ 22. III. Was aber die sinnliche Anschaulichkeit der Ausdrücke betrifft, so werden wir sie in der Mathematik ebenso gut vorfinden, wie in aller griechischen Wissenschaft. Auch die Mathematiker der Griechen sind Südländer (§ 18 A). Die größten und bedeutendsten von ihnen gehören auch jener jugendlichen Zeit der Sprache an, wo sie noch in voller Schöpferkraft arbeitet (§ 18 B). Denn der Mann, der die griechische Elementarmathematik zu jenem für alle Zeiten mustergültigen System zusammenfaßte, das wir als die ‚Elemente des Euklid‘ bewundern und gebrauchen, lebte etwa 800 Jahre nach der Mykenischen Zeit (— 300); seine Zeit liegt also nur so viel später als die Blüte von Mykenä, wie Karl der Große nach Armin dem Cherusker, oder wie das Blutbad von Verden nach der Schlacht im Teutoburger Walde. Volkstümlich freilich (§ 19 C) kann nach dem eben Gesagten (§ 21) die mathematische Sprache nicht gut sein. Dazu ist sie eben zu abstrakt. Sie ist aber eine Abstraktion des Sinnlichen

und muß darum an Sinnliches anknüpfen. Woher anders sollen die ersten mathematischen Denker ihre Begriffe, also auch ihre Ausdrücke, entlehnt haben, als aus den einfachsten Anschauungen der Natur und der Technik? Der vierte Grund für die Anschaulichkeit der Terminologie (§ 19 D) wird freilich hier, wo es sich um Mathematik handelt, eine Einschränkung erfahren. Aus Stoffen sind mathematische Größen natürlich nicht verfertigt, wie etwa der Schießbogen aus Horn. Aber entlehnt können sie von stofflichen Gegenständen sein, wie etwa die Längenmaße von Körperteilen. Doch auch dann werden wir bei unserem Erklärungsversuch auf Widerstand stoßen. Denn erstens hat Euklid mit seinem großen Werke alle seine Vorgänger sozusagen totgemacht. Es ist von allen mathematischen Büchern, die vor ihm erschienen waren, nichts weiter erhalten als dürftige Zitate. Damit ist die Entstehungsgeschichte der Termini verwischt und oft recht schwer zu erraten, so daß bei vielen derselben bis heute, also in beinahe $2\frac{1}{2}$ Jahrtausenden, noch nicht einmal die Frage nach ihrem Ursprung aufgeworfen worden ist. Zweitens aber wird eben jener aristokratische Zug, der den meisten dieser Meister eigen ist, sie auch dazu veranlaßt haben, die Erinnerung an stoffliche Gegenstände aus ihrer Terminologie zu tilgen und dadurch die bürgerlich-schlichte Abkunft dieser Vorstellungen zu verbergen, wie das von Plato beinahe ausdrücklich bezeugt ist. Euklid und Plato, die großen Förderer mathematischen Wissens, werden also hier, wo wir dem Ursprung der Termini nachspüren, die großen Hinderer sein.

Am Ausbau der elementaren Mathematik, also auch der § 23.
 mathematischen Terminologie, haben natürlich die verschiedensten Zeiten und Personen mitgearbeitet. Was fertig so planmäßig erscheint wie ein Bau, ist natürlich nicht von vornherein so planmäßig entstanden wie ein Bau. In buntem Durcheinander sind diese Sätze entdeckt und bewiesen worden. Ionier und Dorier, Athener und Alexandriner, Baumeister und Musiker haben an diesem Bau gearbeitet. Der eine fand diesen, ein anderer jenen Satz. Der eine formulierte die Sache so, der andere anders, bis endlich Euklid das Ganze ordnete und zu einem einheitlichen System zusammenfaßte. So ist zu vermuten, daß die Gebiete, aus denen die Termini der Mathematik entlehnt sind, ein recht buntscheckiges Bild gewähren und eine regellose Mosaik bilden. Das gilt besonders für die ältesten Zeiten. Da gibt es

noch keine Wissenschaften, sondern nur ein Wissen. Noch sind die Grenzlinien zwischen den Gebieten des Wissens nicht gezogen, noch ist der Stoff des Wissens selber gering. Ein Thales von Milet (§ 33) weiß allerlei, von vielerlei etwas, anscheinend ohne Zusammenhang und System. Den Kosmos denkt er sich aus Wasser entstanden, den Magnet mit einer Seele belebt. Das Wetter des Sommers sieht er aus gewissen Kennzeichen voraus, eine Sonnenfinsternis berechnet er vorher oder nachträglich. Er soll die Höhe der Pyramiden gemessen und die Halbierung des Kreises durch den Durchmesser gekannt haben. Dabei war er Kaufmann und Staatsmann. Er ist vielseitig und hat auf allen möglichen Gebieten Erfahrungen und Kenntnisse gesammelt. Er besitzt ein Wissen, aber keine Wissenschaft. Seine Weisheit macht den Eindruck des Gelegentlichen, des Aufgefangenen. Nur so und nicht anders kann man sich die Anfänge der Wissenschaft denken. Nur so und nicht anders muß man sich also auch die Entstehung der ältesten wissenschaftlichen Terminologie vorstellen. Es werden also jene alten Meister der mathematischen Gedanken eine gewisse Vielseitigkeit besitzen, auch auf anderen als mathematischen Gebieten arbeiten, die Termini aber für ihre neu gewonnenen mathematischen Vorstellungen eben derjenigen Sphäre des Könnens oder Wissens entlehnen, der sie sonst ihre Arbeit widmen. Entdeckt ein musikalisch oder akustisch tätiger Mann einen mathematischen Lehrsatz, so wird er ihn in Ausdrücke kleiden, die er musikalisch-akustischen Dingen entlehnt. Ein Astronom wird zu gleichem Zwecke astronomische Vorstellungen oder Vorkehrungen benutzen. Kennen wir umgekehrt einen Terminus, aber nicht seinen Erfinder, so werden wir aus der Etymologie des Wortes mindestens den Beruf oder den Arbeitskreis dieses Benenners erschließen.

- § 24. Ein Beispiel läßt sich aus der Überlieferung für diese Methode der Betrachtung anführen. Das Wort „Kathete“ heißt in wörtlicher Übersetzung „die Heruntergelassene“ und läßt sich kaum anders als aus dem Baugewerbe erklären (§ 44 VI). Es bezeichnet ursprünglich das Bleilot der Maurer (Fig. 7), kann also ursprünglich nur das auf eine Linie oder Fläche gefällte Lot bedeuten. Erst später hat die nivellierende Tätigkeit der Abstraktion den Begriff verallgemeinert und eine jede Senkrechte darunter verstanden. Es ist das derselbe Prozeß, den unser Wort „Senkrechte“ durchgemacht hat. Denn auch bei ihm denkt

keiner mehr an den Begriff des Senkens, sondern jeder gebraucht unbedenklich die Wendung „eine Senkrechte errichten“. Es entsteht nun aber die Frage, wie eigentlich die Griechen in alten Zeiten vor jener Verallgemeinerung der Bedeutung die auf einer Linie oder Fläche errichtete Senkrechte genannt haben. Vermutlich hat es dafür zu verschiedenen Zeiten und bei verschiedenen Gelehrten verschiedene Ausdrücke gegeben. So ist uns aus späteren Schriften die Wendung „in rechten Winkeln stehend“ bekannt. Der Mann aber, der die Aufgabe, von einem Punkte aus ein Lot auf eine Gerade zu fallen, zuerst gelöst hat, ein gewisser Önopides von Chios, gab diesem Lot den Namen „in Stiftslinie stehend“. Der gemeinte Stift ist der Zeiger der Sonnenuhren, der bei den Alten stets senkrecht auf dem Horizont steht (§ 43 III). Wer sollte nicht in diesem Önopides einen Astronomen vermuten? Und in der Tat nennt ihn der eine Autor ausdrücklich ‚Astronom‘. Ein anderer sagt bei der Erwähnung jenes Problems, Önopides habe ihm gerade für die ‚Astronomie‘ eine besondere Wichtigkeit beigelegt. Hier ist also einmal durch eine bestimmte Überlieferung jener Schluß bestätigt, den wir aus der Grundbedeutung des Terminus auf die Arbeitssphäre seines Erfinders oder umgekehrt ziehen zu dürfen glauben. Gleich im Beginn unserer nunmehr folgenden Untersuchungen werden wir diesen Schluß benutzen.

IV. Punkt, Linie, Gerade, Fläche, Ebene, Grenze, Winkel.

Den Anfang der Euklidschen Elemente bilden eine Reihe § 25. von Definitionen, deren wichtigste wir in derjenigen Form, die unser Sprachgebrauch ihnen verleihen würde oder tatsächlich verleiht, zur linken, in derjenigen aber, die Euklids Sprache in wörtlichster, also etymologischer Grundbedeutung bietet, zur rechten Seite wiedergeben, um so einen Vergleich zu ermöglichen, der uns auf die Spur des Ursprungs dieser Euklidischen Terminologie führen soll.

Wir: 1. Punkt ist ein Gebilde, das sich nicht teilen läßt.

2. Linie ist ein Gebilde, das Länge, aber keine Breite hat. Die Enden einer Linie sind Punkte.

Euklid: 1. Zeichen ist, wovon es keinen Teil gibt.

2. Riß (Strich) ist eine flächenlose Länge. Die Außen-Enden eines Risses sind Zeichen.

3. Gerade ist die Linie, die alle auf ihr liegenden Punkte zur Deckung bringen kann.

4. Fläche ist ein Gebilde, das nur Länge und Breite hat.

5. Ebene ist die Fläche, die alle auf ihr liegenden Geraden zur Deckung bringen kann.

6. Winkel ist die Neigung zweier Geraden zueinander, die sich in einer Ebene schneiden, ohne aber auf einer einzigen Geraden zu liegen.

7. Grenze ist, was eines Gebildes Ende ist.

3. Horizontale ist ein Strich, der auf gleichem (Niveau) mit allen auf ihr liegenden Zeichen liegt.

4. Sichtbare Oberfläche (Außenseite) ist, was nur Länge und Fläche hat.

5. Horizontalfläche ist die Fläche, die auf gleichem (Niveau) mit allen auf ihr liegenden Horizontalen liegt.

6. Ecke (Knie) ist die Neigung zweier Horizontalen, die sich auf einer Horizontalfläche berühren, aber nicht auf einer Horizontalen liegen.

7. Grenze ist, was das Außen-Ende wovon ist.

§ 26. Der erste Eindruck, den die Terminologie des Euklid bei ihrer wörtlichen Wiedergabe machen muß, ist der, als habe der Anblick einer Kulturlandschaft sie geschaffen. Man sieht Äcker vor sich mit ihren ‚Grenzen‘. Wege durchschneiden sie, die gelegentlich ein ‚Knie‘ bilden. Hier und da erheben sich auf der ‚Horizontalfläche‘ Terrainwellen oder Hügel. Man ahnt, daß unter der ‚sichtbaren Oberfläche‘ Bergwerke oder Wasserkanäle liegen. Ob Euklid diese Bedeutungen noch empfunden hat oder nicht, ist uns bei unserer Untersuchung gleichgültig. Wir wollen ja nicht den Sprachgebrauch seiner Zeit, sondern den der Männer erforschen, die diese Ausdrücke geprägt haben. Diese Männer haben vorhandene Vokabeln benutzt, um die neuen Vorstellungen, die sie bezeichnen wollten, damit auszudrücken. Sie haben also Vokabeln mit bestimmten Bedeutungen vorgefunden und umgedeutet. Nicht diese Umdeutungen, sondern jene Urbedeutungen sind es, die uns fesseln. Sie erfahren wir aber nicht aus Euklid und seiner Zeit, sondern aus der Etymologie der Vokabeln und aus ihrer sonstigen, besonders älteren sprachlichen Verwendung. Nun sind aber unter jenen Wörtern zwei, die in ein Landschaftsbild nicht passen wollen: Zeichen und Riß (Strich). Wie kommen sie in diese Gesellschaft? In der Natur gibt's wohl Bäume, Hügel, Bauten, Gruben, aber keine Zeichen. In der Natur gibt's wohl Flußläufe, Wege, Schattenlinien, Grenzlinien, aber keine Striche. Daß so elementare Grundbegriffe wie Punkt und Linie als ‚Zeichen‘ und ‚Risse‘ bezeichnet werden, ist nur auf eine Weise erklärlich. Alle jene Ausdrücke stammen nicht von dem Anblick

der Landschaft selber, sondern von ihrer geodätischen oder geometrischen Aufnahme auf einer Karte oder einem Plan. Da werden einzelne Gegenstände durch Zeichen, Weg- und Flußlinien aber durch Striche oder Risse angegeben. Die Feldmessung ergibt sich als die Quelle jener Ausdrücke. Das Bedürfnis, Pläne zu zeichnen, Grundrisse zu liefern, hat diese Termini geschaffen. In der Reißkunst also sehen wir, wenn wir dem ersten Eindruck folgen, die menschliche Tätigkeit, der wir diese mathematische Sprache der Griechen verdanken. Und es erhebt sich nun eine Reihe von Fragen vor unserem zweifelnden Geiste. I. Läßt sich dieser erste Eindruck als richtig erweisen? Bestätigen ihn also andere Überlegungen oder Überlieferungen? II. Heißen denn wirklich die Euklidischen Vokabeln eben das, was wir in sie hineindeuteten? Ist also unsere etymologische Übersetzung richtig? III. Läßt sich für den Schub dieser Vokabeln aus der praktischen Feldmessung in die theoretische Mathematik ein Urheber namentlich machen? Ist also die Entstehung der Mathematik zeitlich und örtlich zu fixieren?

I. Den Ursprung jener Ausdrücke in der Feldmessung § 27. und der sie begleitenden Reißkunst zu suchen, werden wir noch durch folgende Umstände veranlaßt. — A. Die Alten selber benannten ja die hier allein in Betracht kommende Raumlehre als Geometrie, d. h. Erdvermessung. Nachdem neben der Arbeit des praktischen Geometers eine theoretische Geometrie in unserem Sinne entstanden war, bildeten die Griechen für jene praktische Wissenschaft den Namen ‚Geodäsie‘, d. h. Erdverteilung, wobei es natürlich gleichgültig ist, ob man den ersten Bestandteil des Wortes, ‚Ge‘, mit ‚Erde‘ oder ‚Land‘, mit ‚Boden‘ oder ‚Feld‘ übersetzt. Nun erst schied man jenes theoretische Wissen, das mit räumlichen Vorstellungen und ihren Gesetzen operiert, von diesem praktischen Können, das es mit stofflichen Gegenständen und ihrer Ausmessung zu tun hat. Verleugnen aber kann die Geometrie ihren Ursprung aus der Praxis der Vermessungskunst und der Grundrißzeichnung nicht (§ 42). — B. Das griechische Wort für ‚Linie‘ heißt Grammē und kommt von dem Stamm ‚graph‘ = ‚ritzen, reißen, zeichnen, malen‘. Unsere Sprache hat davon Fremdwörter aufgenommen und gebildet: Graphit, Photograph, Geographie, Diagramm, Telegramm, graphisch. Die wörtliche Übersetzung von ‚Gramme‘ ist also ‚Riß‘ in dem Sinne ‚Strich‘, wobei das Stammwort ‚reißen‘ in demjenigen Sinne genommen

ist, der in den Wörtern ‚Umriß, Grundriß, Reißbrett, Reißzeug, Reißkunst‘ enthalten ist. Die Bedeutung ‚schreiben‘ ist dem griechischen Worte erst allmählich beigelegt worden und durchaus nicht die ursprüngliche oder gewöhnliche. Das Wort ‚Geographie‘ heißt noch bis in die späteste Zeit hinein ‚Erdbild‘ oder ‚Erdkarte‘, nicht ‚Erdbeschreibung‘. Die Malerei aber nennen die Griechen, den Hauptgegenstand ihrer Darstellungen in die Vokabel hineinziehend, ‚Zographie‘, d. h. Zeichnung des Lebendigen, besonders der Tiere. Nun haben die Griechen selber auf verschiedene Quellen aufmerksam gemacht, aus denen man Begriff oder Anschauung der Linie gewinnen oder gestalten konnte. Bald ist ihnen die Linie das, was den Sonnenschein vom Schatten trennt; und wer die frappierende Schärfe dieser Grenzlinie in südlichen Gegenden kennt, wird die Idee begreifen. Bald wieder ist die Linie das, was den Purpursaum vom Wollkleide scheidet. Bald denken sie bei Linien an Wegrichtungen oder Mauerzüge. Sie hätten auch an eine Schnur oder wie die Römer an eine ‚Leine‘, denn das heißt *linea* (von *linum* = das Linnen), denken und die Linie danach benennen können (§ 43 II). Auch das Wort ‚kanōn‘ (= Rohr) hätte ein gutes Bild für die Linie gegeben; denn es ist das Stammwort unserer Begriffe ‚Kanon, kanonisch‘ und bezeichnet schon im Altertum den Maßstab, die Richtschnur, das Lineal, ist auch ein uraltes und in dem Sinne ‚Stäbchen‘ schon bei Homer vorkommendes Wort (§ 43 I). Auch verschiedene Definitionen sind aus dem Altertume wenigstens für die verschiedenen Arten der Linien bekannt gewesen. Die Gerade z. B. wird als der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten bezeichnet oder als die Linie gedeutet, deren äußere Enden ihre mittleren Teile verdecken, oder als eine Größe erklärt, deren sämtliche Teile einander kongruent sind. Aber keine einzige dieser oder ähnlicher Anschauungen hat das griechische Wort für die Linie schaffen helfen. Die Vokabel ist weder der Natur noch der Technik entlehnt. Sie ist allein aus der Tätigkeit des Zeichnens zu erklären. ‚Grammē‘ heißt eben ‚Riß‘ und bezeichnet eines der Grundelemente, aus denen sich

§ 28. eine jede Zeichnung zusammensetzt. — C. Das Euklidische Wort für ‚Punkt‘ heißt Semeion, in wörtlicher und allgemein üblicher Übersetzung ‚Zeichen‘. Trotz allem Suchen und Sinnen haben wir nur noch ein einziges Gebiet entdecken können, auf dem der Punkt ein Zeichen ist, also der Begriff des Zeichens in den

des Punktes übergehen konnte. Und das ist das Gebiet der Interpunktionen oder ‚Lesezeichen‘. Bekanntlich besaßen die Griechen eine Interpunktion in unserem Sinne nicht. Aber sie haben gelegentlich auf Inschriften und in Handschriften ganze Sätze oder einzelne Satzglieder oder gar Wörter durch Punkte voneinander getrennt. Bald setzten sie einen, bald zwei oder drei solcher Punkte übereinander. Diese Punkte aber werden, soweit wir die Literatur übersehen, durchweg mit dem Worte ‚Stigmē‘ bezeichnet, das unsere Sprache als Fremdwort für den religiösen Aberglauben der Stigmatisation aufgenommen hat. Dieses Wort Stigme heißt ‚Stich‘. Steht der Punkt oben an der Zeile, so heißt er ‚Vollstich‘; steht er in mittlerer Höhe, so heißt er ‚Mittelstich‘; steht er am unteren Rande der Buchstaben, so heißt er ‚Unterstich‘. Die lateinische Vokabel für ‚Stich‘ heißt *punctum*. Man setzte diese Punkte zwischen die Wörter und nannte dieses Verfahren ‚zwischenstechen‘, lateinisch *interpungere* (*διαστιζειν*). Davon kommt unser Wort ‚Interpunktion‘. Dieses Wort hat freilich seine Grundbedeutung erweitert. Zugrunde aber liegt ihm die Vokabel ‚Stigmē (*punctum*) = Stich‘. Da hätten wir also einen Punkt als Zeichen. Aber leider heißt eben dieser Punkt nicht ‚Semeion‘. Freilich ist der mathematische Punkt oft genug auch als ‚Stigme‘ bezeichnet worden, z. B. von Demosthenes und Aristoteles. Euklid aber hat diese Vokabel ausgemerzt und dafür stets und erfolgreich das Wort ‚Semeion = Zeichen‘ durchgeführt. Für diese Bezeichnung bleibt als einzige Quelle die Reißkunst anzunehmen. Sie bediente sich der Linien (Risse), um Umrisse, Grenzen, Verkehrsrichtungen anzugeben, und bezeichnete an und in ihnen die Gegenstände, z. B. Bäume, Gebäude, Brunnen, durch kleine Zeichen. Diese Zeichen, mit denen man Gegenstände ‚bezeichnete‘, waren eben meist Punkte. Und wenn man ja einmal einen solchen Gegenstand auf einer Linie durch ein kleines Querstrichelchen markiert, so ist nicht der Strich, sondern der Schnittpunkt die Hauptsache. So konnte das Wort für ‚Zeichen‘ zur Bedeutung ‚Punkt‘ kommen.

II. Die übrigen Ausdrücke jener ersten Zeilen des alten § 29. Euklid stimmen mit den Bedürfnissen und Anschauungen der Reißkunst gut überein. Bedeuten sie aber auch wirklich das, was wir als ursprüngliche Bedeutung in ihnen suchten? — A. Die alte Sprache kennt zwei ähnliche, vielleicht auch verwandte Vokabeln für den Begriff ‚gerade‘. Sie heißen ‚euthys‘

und ‚ithys‘. Von diesen ist das letztere Wort augenscheinlich ionisch, wenigstens im Attischen später verschollen, das erstere hat dessen Funktion mit übernommen. Von diesem ersteren Wort nun ist der Ausdruck für die gerade Linie ‚eutheia‘ abgeleitet. Hatte man aber wirklich, so scheint es z. B. beim Äschylos, zwei verwandte Vokabeln nebeneinander, so ist es durchaus wahrscheinlich, daß man für sie ursprünglich auch zwei Bedeutungen besaß, die so verwandt waren, daß sie allmählich ineinander schwammen. Dadurch wurde das eine Wort überflüssig, und sein Verlust wäre nicht unerklärlich. Wir meinen in der Tat, daß ‚euthys‘ soviel wie ‚horizontal‘, aber ‚ithys‘ soviel wie ‚gerade‘ geheißen habe. Die Horizontale spielt schon in der ältesten Zeit eine der wichtigsten Rollen im Verkehr: am Balken der Wage und beim Bauen der Wege. Jeder Krämer wie jeder Kutscher hat ihre Bedeutung gekannt. Wagen und Wege aber kennt natürlich schon die Homerische Zeit. Vermutlich ist die Horizontale beim Wegebau mit Hilfe der Wage hergestellt worden. Auf die Wage aber führt der Wortlaut der Euklidischen Erklärung, die ja von einem gleichen Niveau spricht, wenn auch der Begriff ‚Niveau‘, für das ja auch wir ein Fremdwort einsetzen müssen, im Griechischen durch das bloße Neutrum ‚auf dem Gleichen‘ ausgedrückt ist. So führt uns die Wage zum Wegebau, der doch gewiß für die Reißkunst und in der Feldmessung eine wichtige Stellung einnimmt. Bestätigt wird diese Kombination durch eine andere Überlegung. Man fand 1884 auf der Akropolis von Athen eine verstümmelte Marmorinschrift, auf der Anweisungen über die Schreibweise der attischen Buchstaben gegeben werden. Von den Erklärungen und Ergänzungen des Textes sind einige unzweifelhaft. Dazu gehören die drei Wörter ‚keraia, orthē, eutheia‘, d. h. schiefer, senkrechter, wagerechter Strich. Das Wort ‚Grammé‘ (Strich) ist einmal dabei erhalten. Der Sinn von ‚orthē‘ ist sicher: es heißt ‚senkrecht‘. Das Adjektivum bezeichnet z. B. auch den rechten Winkel, geht in die allgemeine Bedeutung ‚recht, richtig‘ über und steckt in unserem Fremdwort ‚Orthographie‘. Das Wort ‚keraia‘ bezeichnet den ‚Kran‘, dessen deutscher Name mit der griechischen Vokabel verwandt ist. Das Wort ‚eutheia‘ aber muß nun wohl in diesem Zusammenhange ‚horizontal‘ geheißen haben. Die einfachste Deutung der Reste dieser orthographischen Inschrift ergäbe z. B. folgende Vorschriften: Schreibe

das T so, daß du über einen senkrechten Strich einen wagenrechten setzest, das Y aber so, daß du an einen senkrechten Strich einen linken und einen rechten schiefen anlehnt. Man sieht, wie die Sprache auch hier der Zeichenkunst, speziell der Reißkunst, Bilder entlehnt. Daß dies auch sonst geschieht, beweist das Wort für ‚Definition‘. Dieses Fremdwort kommt vom lateinischen *finis* ‚Grenze‘. Im Griechischen aber heißt die Grenze wie die Definition ‚Hörös‘, wovon in der Geographie der unser Gesichtsfeld ‚begrenzende‘ Kreis noch heute ‚Horizont‘ heißt. Wir übersetzen nach alledem das Wort ‚Eutheia‘ mit ‚Horizontale‘. — B. Der horizontalen Linie entspricht die horizontale § 30. Fläche. Der griechische Ausdruck für den Begriff der Ebene ist ‚ëpípëdös‘, ein Wort, das in unserem ‚Parallelepipedon‘ erhalten ist. Es gehört zu jenen im Griechischen und Lateinischen häufigen, im Deutschen seltenen Komposita, die aus zwei (oder mehr) durch Konstruktion oder Syntaxis verbundenen Wörtern gebildet sind. Solche konstruierten oder syntaktischen Komposita sind *antelucanus* aus *ante lucem*, ‚enzyklisch‘ aus ‚en kykloi‘ (= im Kreise), ‚überseeisch‘ aus ‚über See‘. So entsteht ‚epipedos‘ aus ‚en pëdoi‘ = ‚auf der Ebene‘. Das Wort ‚Pedon‘ = ‚Ebene‘ bildet das geläufigere Deminutivum ‚pedion‘ = ‚Feld‘, das allmählich sein Stammwort ‚pedon‘ ebenso verdrängt, wie unser ‚Mädchen‘ sein Stammwort ‚Maid‘ (§ 15). Der Begriff der horizontalen Fläche aber mußte in einem von Bergen so zerklüfteten Lande wie Hellas den Bewohnern von besonderer Wichtigkeit sein. Jeder Kutscher und Maurer mußte damit Bescheid wissen. Vor allem hat der Bau der Häuser und Wege seiner bedurft. So haben ihn ebenso die Erbauer der alten Paläste von Tirynth wie die Bauern der alten Felsenstadt von Athen gekannt. — C. Das allgemeinere Wort für Fläche heißt ‚Epipháneia‘, was in unserem ‚Epiphaniastage‘ erhalten ist. Es bedeutet alles, was in die Erscheinung tritt, also ‚Außenseite, Oberfläche‘. Aristoteles sagt, die Pythagoreer hätten die Oberfläche ‚Haut‘ genannt. Das Wort bezeichnet eben das Sichtbare an den Körpern und ist für die Geodäsie und ihre Risse von besonderer Bedeutung. Sie berücksichtigt ja in ihren Zeichnungen nur das auf dem ebenen Erdboden außen Sichtbare oder Aufgezeichnete: von den Äckern nicht die Saat, aber die Grenzlinien; von den Gebäuden nicht die Höhe, aber die Grundrisse; von den Zisternen nicht die Tiefe, aber den oberen Rand; von

den Bergwerken nicht die Schachte, aber die Einfahrtsstelle. Gerade das führte auf den Begriff jener Anschauung, die ‚nur Länge und Fläche‘ (wir würden sagen ‚Breite‘), aber nicht auch Höhe hat. — D. Das griechische Wort für Winkel ist ‚Gōnía‘. Sein Stamm steckt in Wörtern wie ‚Polygon‘ und ‚Trigonometrie‘ und kommt in den drei Formen ‚gōn, gōn, gūn‘ vor. Seine Grundbedeutung ist ‚Knie‘, wie im Lateinischen *genu* und im Sanskrit ‚gānu‘. Wenn bei Homer der alte Gutsbesitzer Laertes nach getaner Arbeit zum ‚Gunos‘ seiner Pflanzung geht, der Weinbauer am ‚Gunos‘ opfert, Thetis endlich den Sohn wie ein Gewächs am ‚Gunos‘ der Pflanzung aufzieht, so scheint auch hier die Ecké des Ackers gemeint zu sein. Dorthin kommt der Pflug so wie so nur unbequem, dort baut der Landmann seine Hütte und die Opferstätte; steht aber dort ein Baum, so bedarf er an der freistehenden, exponierten Stelle ganz besonderer Pflege. So nennt auch Herodot die Ecke des Attischen Vorgebirges Sunium einen ‚Gunos‘. Mit diesen Stellen ist aber das Wort geradezu in die Geodäsie eingerückt. — E. Das Wort ‚Grenze‘ endlich heißt, wie schon erwähnt (§ 29), ‚Horos‘. Es steckt in unserem ‚Horizont‘ und ist so bekannt und so beweisend für unsere Anschauungen, daß darüber kein Wort mehr nötig ist. Zum Überfluß gebraucht schon Homer das Wort für die Ackergrenzen, um die sich zwei benachbarte Bauern streiten. Das Wort für ‚Außenende‘ aber (‚Pēras‘), das Euklid durch die letzte jener Definitionen sozusagen aus seiner Terminologie ausschaltet (§ 25), benutzte Homer mit besonderer Vorliebe, um die Außen-Ränder der Erdscheibe zu bezeichnen. Und genau so hat es der attische Geschichtsschreiber Thukydides gebraucht. Homer aber bezeichnete damit auch die Enden eines Taus und machte so der Geometrie jene Verallgemeinerung möglich, dank der sie mit den genannten Vokabeln nicht bloß die Grenzlinien, sondern auch die Grenzpunkte bezeichnete. So fügt er an die Definition der Linie den Satz: ‚Die Außen-Enden eines Strichs sind Zeichen‘ (d. h. Punkte).

§ 32. III. Läßt sich nun für die terminologische Fixierung der genannten Begriffe Ort und Zeit angeben? Man verstehe die Frage richtig. Gebraucht sind diese Ausdrücke zum Teil schon in alten Zeiten. Homer hat es uns ja bewiesen. Aber in dieser Zusammenstellung fixiert, von allen synonymen Vokabeln (wie etwa ‚Haut‘ für ‚Oberfläche‘) isoliert, also zu einer technischen

Terminologie vereint und geprägt hat sie eine spätere Zeit. Euklid hat den Prozeß einer solchen Fixierung und Isolierung vollendet (§ 75 ff.), aber nicht begonnen: gerade diese ersten Definitionen bilden eine geschlossene, sichtlich geodätische Gruppe. Er hat sie vorgefunden und übernommen. Ihre Ausgestaltung ist jünger als Homer (— 700) und älter als Euklid (— 300). Wo und von wem sind sie so vorgebildet worden? — Wer griechische Geschichte kennt, denkt sofort an die Jonis, an die ionischen Kolonien der kleinasiatischen Westküste, an Milet, Ephesos, Samos, Chios, Kolophon, Teos (§ 46 ff.). Hier ist die griechische Wissenschaft entstanden, von hier aus hat sie sich verbreitet. Altionisch ist der Dialekt der Homerischen Lieder. Ihre genealogischen Bestandteile künden die älteste Form der Historiographie an. In Milet ist diese Geschichtsschreibung geboren; der erste Vertreter dieser ‚Logographie‘ ist der Milesier Hekataüs (— 500), der bedeutendste Logograph aber, der ‚Vater der Geschichte‘ Herodot (— 440), ist ein Jonier und schreibt ionischen Dialekt. In Milet ist die älteste Erdkarte entworfen, der sogenannte ‚Pinax‘ (d. h. die Tafel) des Anaximander (— 570). In Milet lebten die ältesten griechischen Gelehrten, die sogenannten ‚ionischen Naturphilosophen‘ Thales, Anaximander, Anaximenes. In Samos lebte, wenn auch sich zu einem Dorier von Gesinnung wandelnd, der Meister von Maß und Zahl, Pythagoras. Der einzige aber unter den sogenannten ‚Sieben Weisen‘, der mehr als bloßer Praktikus gewesen ist, ein Mann von wirklich wissenschaftlichem Interesse und Erfolge, war Thales von Milet. Auf ihn müssen alle unsere Gedanken führen, zumal er überhaupt der älteste griechische Gelehrte ist. Er scheint uns derjenige zu sein, der auch jene geodätischen Grundlagen der Geometrie geschaffen hat, von denen Euklids Elemente ausgehen.

V. Thales von Milet.

Die Lebenszeit des Thales wird durch folgende Angaben § 33. bestimmt. In der 35. Olympiade ist er geboren (— 640/637). Die Sonnenfinsternis unter Astyages sagte er voraus (— 585). Als Damasia in Athen Archont war, nannte man ihn den Weisen (— 582). Dem Krösus ersparte er den Übergang über den Halys

durch Anlage eines neuen Flußbettes (— 546). Er starb im Alter von mehr als 90 Jahren in der 85. Olympiade (— 548/545). — Von seinen Schicksalen wissen wir folgendes. Man munkelte von phönizischer Abstammung, die wohl irrtümlich daraus erschlossen war, daß sein Geschlecht aus Böotien stammte, dessen ‚Kadmeer‘ sich vom Phönizier Kadmos herleiteten. Ursprünglich war er Kaufmann und soll mit Öl und Salz gehandelt haben. Seine wissenschaftliche Bildung verdankte er den Priestern in Ägypten, wohin er nicht bloß selber reiste, sondern auch den Pythagoras zu reisen veranlaßt haben soll. Den Milesiern widerriet er den Bund mit Krösus erfolgreich, was nach dem Siege des Cyrus die Vaterstadt vor Zerstörung rettete. Vor diesem Siege aber riet er den Joniern Kleinasiens den engsten Zusammenschluß an und schlug die Stadt Teos, da sie in der Mitte Joniens liege, für den Sitz des Bundesrats vor. Mit Solon mußte er sich in den Ruhm teilen, als der weiseste Mann Griechenlands zu gelten. — Von seinen Lehren ist folgendes bekannt. Sein Wahlspruch hieß ‚Erkenne dich selbst‘. Die Welt dachte er sich aus Wasser entstanden. Dem Magneten schrieb er eine Seele zu, da er das Eisen bewege. Er suchte die Anschwellungen des Nils zu erklären und befaßte sich mit astronomischen Beobachtungen, z. B. über die Wenden und Gleichen. Eine Nautik freilich wurde ihm schon im Altertum abgesprochen. Was aber hier für uns das Wichtigste ist, sind die ihm zugeschriebenen geometrischen (I) und astronomischen (II) Entdeckungen. Die Überlieferung darüber sagt folgendes.

- § 34. I. Thales soll zunächst sechs geometrische Sätze ‚gefunden‘ haben: A. die Gleichheit der Scheitelwinkel; B. die Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck; C. den zweiten Kongruenzsatz (eine Seite und die anliegenden Winkel); D. die Halbierung des Kreises durch den Durchmesser; E. die Proportionalität der Seiten ähnlicher Dreiecke; F. die Einzeichnung des rechtwinkligen Dreiecks in den Halbkreis. Den Satz, daß der Winkel im Halbkreis ein rechter sei (F), nennt noch heute die Elementarmathematik den ‚Satz des Thales‘. Die Überlieferungen stammen aus des Proklos Kommentar zum ersten Buche des Euklid (A bis D), aus des Plutarch Gastmahl der Sieben Weisen (E) und aus des Diogenes Laërtius Biographien der Philosophen (F). Alle drei Autoren schrieben nach Christi Geburt: Proklós ist über ein Jahrtausend nach Thales geboren

(+ 410), Plutarch fast sieben (+ 46), Diogenes über acht Jahrhunderte später (+ 200). — I. Diogenes benutzte als Quelle die Pamphile: diese Dame lebte unter Nero (+ 54/68), also 700 Jahre nach des Thales Geburt. Sie setzte zu jener Notiz hinzu, daß Thales, über seine Entdeckung erfreut, einen Ochsen geopfert habe: dieser Ochse hat eine verzweifelte Ähnlichkeit mit der berühmten Hekatombe des Pythagoras. Diogenes aber fährt zum Überfluß noch fort, daß andere, viel ältere Quellen den Pythagoras als Erfinder jenes Satzes nennen: dieser Freund der rechtwinkligen Dreiecke paßt auch zu der Weisheit dieses Satzes besser. So ist also F aus jener Sechszahl zu streichen. Gerade der ‚Satz des Thales‘ stammt nicht von Thales. — II. Plutarch nennt seine Quelle nicht, wird aber von Plinius dem Älteren († + 79) und vor allem von Hieronymos von Rhodos, einem Peripatetiker älterer Zeit (— 300/260), nicht bloß bestätigt, sondern in sehr glaubhafter Weise verbessert. Wir werden an diesem Beispiel recht deutlich sehen, wie die spätere Zeit geschäftig ausmalt, was die frühere Zeit an guter Tradition bot (§ 36). — III. Proklos endlich benutzte nach seinen eigenen Äußerungen die ‚Geometrischen Forschungen‘ des Eudemos von Rhodos. Dieser war ein persönlicher Schüler des Philosophen Aristoteles, der seinerseits gezweifelt haben soll, ob man nicht nach seinem Tode (— 323) diesem ernststen Manne die Leitung der Schule anvertrauen solle. So deckt die Autorität des gründlichen Forschers Aristoteles die Zuverlässigkeit des Eudemos wie des Hieronymos, die obenein beide der Zeit des Thales bedeutend näher stehen. Die Überlieferungen A bis E müssen also an sich vorläufig als im ganzen glaubwürdig angesehen werden.

Wie diese Überlieferungen zu beurteilen sind, lehrt C am § 35. besten. Wir nennen es das Schiffsproblem. Proklos sagt so: ‚Eudemos führt in seinen geometrischen Forschungen diesen Satz [d. h. den zweiten Kongruenzsatz] auf Thales zurück; denn bei der ihm zugeschriebenen Methode, die Entfernung von auf dem Meere befindlichen Schiffen zu erweisen, habe er ihn unbedingt nötig gehabt.‘ Hier liegt also eine Kombination, keine Tradition vor. Überliefert ist nur, daß Thales zeigte, wie man die Entfernung von Schiffen bestimmen könne. Daß er den zweiten Kongruenzsatz dazu benutzt oder dabei entdeckt habe, ist bloß erschlossen. Ist dieser Schluß zwingend? Er ist es nicht, sobald sich eine einfachere Methode, jene Entfernung ohne unmit-

telbare Messung zu erschließen, feststellen läßt. Nun denke man sich in Thales' Händen (Fig. 1) einen rechten Winkel aus Holz oder Bronze. Auf dessen beiden ‚Armen‘ sind gleichgroße Teilstriche angebracht. Das Gestell wird auf den oberen Rand einer Mauer so aufgesetzt, daß der wagerechte Arm nach der Richtung des Schiffes weist. Das visierende Auge wird am lotrechten Arm so lange niederbewegt, bis das Ende oder ein bestimmter Teilstrich des wagerechten Armes mit dem Schiffe sich deckt. Der Teilstrich, an dem das Auge sich jetzt befindet, wird mit dem Finger am lotrechten Arme festgehalten und dann abgelesen. Mit Hilfe der beiden festgehaltenen Teilstriche ist die Längh der wagerechten Strecke (w) wie die der lotrechten

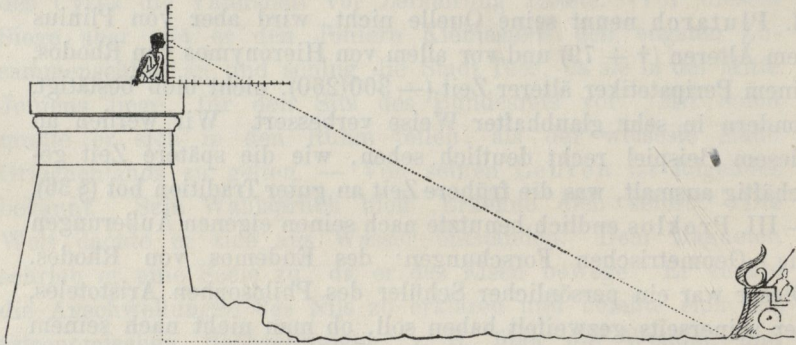


Fig. 1.

(l) an jenem Gestell fixiert. Die Mauerhöhe (m) ist bekannt oder meßbar. Durch einfache Zeichnung ist also die Schiffsentfernung (s) zu erschließen. Wir würden sie nach der Proportion $l : w = l + m : s$, das heißt also durch die Multiplikation und Division $s = \frac{w(l + m)}{l}$ berechnen. Das Verfahren gibt ein sehr ungenaues Resultat. Dieser Mangel haftet aber auch jeder anderen Methode an, die man dem Thales zugeschrieben hat. Er ist eben auf seinem Gebiete ein Anfänger. Das Verfahren hat aber den Vorzug der Einfachheit. Denn erstens braucht er dazu kein rechtwinkliges Dreieck, sondern nur einen rechten Winkel. Zweitens wird seine Aufgabe C, das Schiffproblem, mit der Aufgabe E (sie heiße das Pyramidenproblem) identisch, wie wir im folgenden zeigen werden (§ 36). Drittens hat er dazu nicht die Lehre von den Proportionen oder die Kunst der Multiplikation und Division, sondern nur die Reißkunst nötig, was mit

unseren bisherigen Resultaten stimmt. Viertens beweist diese Methode nur, daß man auf induktivem Wege durch Beobachtung einzelner Fälle zu dem Resultate gekommen war, unter gewissen Umständen bleibe das Verhältnis der Schenkelstücke eines rechten Winkels konstant (§ 36).

Wir kommen zur Aufgabe E, dem Pyramidenproblem. § 36.
 Der älteste Zeuge, Hieronymos, sagte, Thales habe die Pyramiden gemessen, indem er eine vergleichende Beobachtung mit Hilfe des Schattens machte, wenn der mit uns gleichgroß ist. Der nächste Zeuge ist Plinius: ‚Thales entdeckte es, das Höhenmaß der Pyramiden und aller ähnlichen Dinge zu erfassen, indem er den Schatten zu der Stunde maß, wo er dem Körper gleichgroß zu sein pflegt.‘ Der letzte Zeuge, Plutarch, läßt einen Gast den Thales selber so anreden: ‚Der König schätzt dich besonders um deiner Pyramidenmessung willen hoch, weil du ohne besondere Arbeit und ohne eines Werkzeugs zu bedürfen, indem du nur deinen Stock an den Endpunkt des Schattens stecktest, den die Pyramide warf, so daß durch die Berührung des Lichtstrahls zwei Dreiecke entstanden, darauf hinwiesest, daß Schatten zum Schatten das Verhältnis habe, wie Pyramide zum Stock.‘ Soweit die Tradition. Was lehrt sie uns? — 1. Die älteste Überlieferung ist die einfachste. Plinius setzt ‚alle ähnlichen Dinge‘ hinzu und fügt den Begriff der ‚Stunde‘ hinein, den Thales nicht gekannt hat. Plutarch malt weiter aus und modernisiert weiter, indem er von zwei ‚Dreiecken‘ und dem ‚Verhältnis‘ ihrer Seiten spricht. Streicht man die modernen Zutaten, so verschwindet die Stunde, das Paar Dreiecke, der Begriff der Proportionalität, und es bleibt der schlichte Satz des Hieronymos übrig. — 2. Aber auch dieser Satz hat, wie bereits lange erkannt ist, noch ein Bedenken. Er setzt ja voraus, daß Thales den Pyramidenschatten messen kann. Das war aber, wenn man nicht besondere Umstände annimmt, für ihn nur so weit ausführbar, wie weit der Schatten außerhalb des Baues lag. Man hat also dem Thales entweder bloß die Kenntnis der Methode, nicht ihre Ausführung an der Pyramide selber, oder aber die Messung eines Obeliskens an Stelle einer Pyramide zugeschrieben. Im letzteren Falle wird also das Pyramidenproblem zum Obeliskensproblem. — 3. Was bleibt übrig? Thales wußte, daß immer, wenn sein Schatten so lang ist wie seine Körpergröße, auch aller anderer Körper Schatten so lang ist wie ihre Höhe. Diese Wahrheit

konnte er durch Induktion finden, indem er gleichzeitig verschieden große Personen oder auch verschieden lange senkrechte Stäbe oder endlich den lotrechten Winkelarm an verschiedenen großen Bronzestellen, wie wir sie ihm oben (§ 35) zuschrieben, oder gar alle diese Dinge zugleich mit ihrer Schattenprojektion verglich. Auf dieselbe Weise aber konnte er auch finden, daß jede Änderung der Schattenlänge bei allen diesen Gegenständen zu gleicher Zeit auch in gleichem Maßstabe erfolge, daß das Verhältnis der Schatten zur Höhe ihrer Gegenstände konstant bleibe, daß also das Pyramidenproblem nur ein besonderer Fall des Schiffproblems sei. Ob er durch seine Induktion zuerst den besonderen oder zuerst den allgemeineren Fall gewonnen habe, das ist aus den Überlieferungen nicht mehr zu erkennen. —

4. Was ist das Resultat? Wir haben in beiden Aufgaben, C wie E, dem Thales die Benutzung des rechtwinkligen Dreiecks abgesprachen. Dieses Resultat stimmt mit unserem Zweifel an dem Problem F überein (§ 34 I), dessen Erforschung vielmehr dem Pythagoras als dem Thales zuzuschreiben ist. Thales operierte also wohl mit dem rechten Winkel, aber nicht mit dem rechtwinkligen Dreieck. Dieses führte erst Pythagoras in die Geometrie ein.

- § 37. Werden wir ihm auch die Kenntnis des gleichschenkligen Dreiecks (das gleichseitige ist wieder nur ein besonderer Fall desselben), also das Problem B absprechen? Wie kam überhaupt der Mensch auf die Anschauung des Dreiecks und welche Form des Dreiecks ist die älteste, auf die er kam? Der Durchschnitt der dreikantigen Papyrusstaude, der dreieckige Umriß eines Berges, die dreiseitige Form eines Tales oder Waldes, diese und ähnliche Eindrücke sind doch wohl zu selten und zufällig, auch wohl zu unregelmäßig und unübersichtlich, um eine geometrische Anschauung zu wecken. Die Natur liefert keine Dreiecke. Aber die Technik tut das. Die Giebel der griechischen Tempel und die Oberflächen der ägyptischen Pyramiden sind Dreiecke. Jene sind den Griechen zur Zeit des Thales, diese dem Thales selber geläufige Bilder. Sie aber liefern gleichschenklige Dreiecke, mithin gerade die Form, von der B spricht. An der Echtheit dieser Tradition zu zweifeln haben wir also keinen Grund. Ihre sprachliche Fassung lag noch in Aristoteles' Zeiten vor. Sie steckt bei Proklos (also Eudemos) in folgenden Worten: „Thales soll zuerst behauptet haben, daß die Basiswinkel jedes gleich-

schenklichen Dreiecks gleichgroß seien, soll aber in altertümlicherer Weise die gleichen Winkel als ähnliche bezeichnet haben. Daß der griechische Ausdruck für ‚gleichgroß‘ ebenso alt ist wie das Wort ‚ähnlich‘, lehren die Gedichte Homers. Es handelt sich also bei des Proklos Ausdruck ‚altertümlich‘ nicht bloß um die sprachliche Fassung, sondern um die wirkliche Anschauung. Thales konnte die Winkel noch nicht ausmessen, nur anschauen. Sie waren ihm nicht Größen, sondern Gestalten. Den Kreis hatte man mit dem Winkel noch nicht in Beziehung gesetzt, auch ist die Kreisteilung in Grade drei Jahrhunderte jünger. Thales sieht die Winkel an Figuren, darum sind sie ihm Figuren. Er beobachtet und wird sich dessen bewußt, daß das Giebeldreieck der griechischen Tempel an der Vorderseite genau so aussieht wie an der Hinterseite. Was aber vorn der Winkel zur Rechten ist, ist hinten der Winkel zur Linken. Die beiden Winkel haben also gleiche Gestalt. Der Bautechnik entstammt ja auch das Wort ‚Kathete‘. Bei Bauten steht das Dreieck aufrecht, hat also eine ‚Basis‘ und ein ‚Kopfende‘, was wir ‚Scheitel‘ nennen. So hat denn seit Thales das Dreieck eine ‚Basis‘, das Giebeldreieck hat ‚Schenkel‘, und die Scheitelwinkel heißen Winkel ‚am Kopfende‘. Auch diese Ausdrücke also stammen aus der Zeit des Thales und sind von ihm gebraucht. So sagte es eine alte Tradition dem Eudemos, so Eudemos dem Proklos. Und diese Ausdrücke sind dann in der gesamten Mathematik des Altertums vom aufrechtstehenden Giebeldreieck auf alle beliebigen Formen des Dreiecks und auf die Scheitelwinkel übertragen worden. Das Hilfsmittel dieser Übertragung war die Reißkunst, indem sie die aufrechtstehenden Dreiecke in liegende verwandelte.

Das Gesagte führt uns zum Problem A, der Gleichheit der Scheitelwinkel. Herodot kannte den Ausdruck ‚Delta‘ für das Mündungsgebiet des Nils. Er las bereits — 445 einen Teil seines Geschichtswerkes in Athen öffentlich vor. Der Vater der Geschichte ist aber nicht Vater jenes Ausdrucks. Denn er spricht vom ‚sogenannten‘ Delta. Sein bedeutendster Vorgänger nun war Hekataüs von Milet, der den Ioniern vom Aufstande gegen Persien abriet. Dieser ionische Aufstand aber begann — 500. Wie schon Hekataüs das Mündungsgebiet des Nils ein ‚Geschenk des Flusses‘ genannt hat, so kannte er sicher auch den Ausdruck ‚Delta‘ für dieses Gebiet. Er hinterließ eine Karte, die als Verbesserung der älteren Karte des Anaximander († — 545) angesehen

werden muß. Auf dieser Karte muß die dreieckige Form, die dem Mündungslande des Nils den Namen des griechischen Buchstaben (Δ) verschafft hat, sichtbar geworden sein. Anaximander starb ungefähr gleichzeitig mit Thales, als dessen Landsmann (Milet) und Schüler er bezeichnet wird. Beide sind also, wie Herodot, Ionier. Es war also im Zeitalter des Thales den Ioniern nicht nur das gleichschenklige Dreieck, sondern auch seine graphische Wiedergabe ebenso geläufig, wie umgekehrt der Vergleich, den solche gezeichneten Figuren für geodätische Gebilde lieferten. Die Annahme einer Wechselwirkung von Geodäsie und Reißkunst ist für die Zeit des Thales als gesichert erwiesen. Nun rechnet Herodot die Küstenlänge des Deltas zu 3000, die Schenkel aber zu 1500 Stadien. Das ergibt kein Dreieck, da die Summe der Schenkel nicht größer ist, als die dritte Seite. Aber jene Küstenlänge ist wohl Küstenfahrt, nimmt also alle Windungen der Küstenlinie mit. Auch ist das Maß des Herodot im Westen und Osten weit hinausgeschoben, dort bis ans Westende des heutigen Alexandria, hier bis über die Einfahrt des Suezkanals fort. Immerhin übertrifft die Küstenlinie die Schenkellänge so weit, daß ein stumpfwinkliges Dreieck entsteht. Damit ist dann wieder die Form des niedrigen Tempelgiebels gegeben. Eine solche wird auf jenen alten Karten wohl zusammengeschrumpft und der des gleichseitigen Dreiecks, also dem Delta, ähnlicher geworden sein. Kann aber Thales diese reguläre Form nicht noch auf deutlichere Weise kennen gelernt haben? Eben durch die Reißkunst. Quadrate kennt man seit Urzeiten als Grundlage der Feldmessung. Auch die Diagonalen zeichnen bereits die Töpfer auf geometrischen Vasen hinein (§ 40). Hat sich Thales je eine solche Figur aufgezeichnet, so mußte er vier Dreiecke erkennen, die jenen Giebeldreiecken glichen. Er sah auch, daß sie einander ‚ähnlich‘ waren. Er übertrug auf sie die Benennungen ‚Basis‘ und ‚Kopfende‘, bemerkte die ‚Ähnlichkeit‘ von je zwei am Kopfende gegenüberstehenden Winkeln und erfaßte damit, wenigstens an einem bestimmten Falle, das Problem A, die Gleichheit der Scheitelwinkel, deren Name nun erst verständlich wird. Unterstützt mag diese ganze Anschauung durch den Anblick der Setzwage (Fig. 6) worden sein, die vielleicht schon dem Thales bekannt war (§ 44 V).

§ 39. Auf ein ganz anderes Gebiet führt uns D, die Halbierung des Kreises durch den Durchmesser. Die griechische Vokabel

für den Kreis heißt ‚kyklos‘. Wir sprechen das Wort lateinisch ‚Cyklus‘. Verwandt ist das Wort ‚kirkos‘ = Reif, Ring, lateinisch gesprochen ‚Cirkus‘. Das Wort ‚kyklos‘ ist uralt. Schon im Sanskrit existiert es und hat dort die Bedeutungen ‚Rad, Scheibe, Kreis‘. Die beiden Bedeutungen ‚Rad‘ und ‚Scheibe‘ finden ihre Vereinigung in der Vorstellung des sogenannten Tellerrades. Es hat etwas Verlockendes an sich, das Wort ‚kyklos‘ und die älteste Anschauung vom Kreise auf diese Form speichenloser Räder zurückzuführen, zumal ja das Wort ‚kyklos‘ bei Homer oft ‚Rad‘ bedeutet. So wäre es begreiflich, wieso das Wort sowohl die Kreislinie als auch die Kreisfläche bezeichnen konnte. Wir würden so auch für die seltsame Tatsache eine Erklärung haben, daß die gesamte Literatur der Griechen kein Wort für den Radius hat, einen Begriff, den noch Ptolemäus (+ 125/151) schwerfällig und auffällig als ‚die vom Zentrum zur Peripherie laufende Gerade‘ umschreibt (§ 8). Es ist aber müßig, nach dem Ursprung dieser Vorstellung zu fragen. Sie ist überall schon sehr früh vorhanden. Aus demselben Grunde, warum der Deutsche längst das Wort ‚Kreis‘ besaß, ehe er Geometrie trieb, und es beibehielt, als er griechische Geometrie kennen lernte (§ 6), aus demselben Grunde hat der Grieche an vielerlei Stellen und aus vielerlei Quellen die Anschauung vom Kreise längst gewonnen, ehe ein nachdenklicher Kopf an diesem Gebilde geometrische Vorstellungen gewann. Wir sehen vom Augapfel wegen seiner Kleinheit ab. Aber die Scheibe von Mond und Sonne, der Querschnitt gefällter Bäume, die Diagramme mancher Blüten liefern natürliche Anschauungen vom Kreise. So bemächtigt sich auch die Technik früh dieser Form. Sie zeigt sich an den Schachtgräbern von Mykenä, am kreisrunden Patroklosgrabe der Ilias, an den uralten Zisternen der Felsenstadt von Athen, an der schon Homer bekannten Töpferscheibe. Sie zeigt sich auch an den Rädern der Wagen, die unseres Wissens weder in den Homerischen Liedern noch auf den antiken Vasen jemals speichenlose Tellerräder sind. Es ist also kein Grund zu zweifeln, daß Thales den Kreis gekannt und gezeichnet hat. So mag er denn auch als ein für geometrische Anschauungen beanlagter Kopf bei seinen graphischen Versuchen wie bei seinen geodätischen Messungen auf die ‚Ähnlichkeit‘ der Halbkreise gekommen sein. Das Problem A ist ein Stück der Leistung des Thales.

§ 40. Es bleibt uns zum Schluß noch eine Frage zu erörtern übrig. Bekanntlich nennt man eine Gruppe von alten Tongefäßen — es sind Vasen, Schalen, Kannen verschiedenster Form — geometrische Vasen. Sie gehören einer Zeit an, die jünger ist als die Mykenische Periode (bis etwa — 1100), aber älter als die Hellenische (seit etwa — 700). Sie sind so benannt, weil ihre Malerei überwiegend nicht organische, sondern lineare Gebilde darstellt. Man sieht auf ihnen wenige Pflanzen und Tiere, aber zahlreiche Kreise, Dreiecke, Quadrate, Rhomben, Spiralen, Wellenlinien, Mäander, Zickzacklinien. Manche dieser Linien sind nicht ausgezogen, sondern punktiert. Wiederholt sind Kreise konzentrisch ineinander gestellt oder durch schräge Tangenten verbunden. In Quadrate oder Rhomben findet man die beiden Diagonalen eingezeichnet (§ 38). Es erhebt sich die Frage, ob nicht in den Töpferwerkstätten, aus denen diese Gefäße hervorgingen, z. B. im Stadtteil Kerameikos, der Töpferstadt von Athen, die Wiege der Geometrie gestanden habe. Kann nicht hier der Punkt seinen Namen ‚Semeion‘ erhalten, hier Thales die Gleichheit der Scheitelwinkel wie der Basiswinkel des gleichschenkligen Dreiecks entdeckt haben? Die Antwort lautet: Schwerlich! 1. Die Töpfer selber sind Handwerker, die völlig mechanisch arbeiten. Ihre Malerei ist schablonenhafte Kopie. Ihre Kunst beruhte auf einer gewissen Fertigkeit der Hand, einem großen Geschick linearer Pinselführung, aber weder auf Nachdenken noch Ideen. Es ist wohl denkbar, daß ein solcher Banause kleine konzentrische Kreise feinsten Liniierung aus freier Hand zeichnet. Es ist aber ganz undenkbar, daß er Formgesetze oder Maßverhältnisse mit freiem Geiste findet. Seine Arbeit stilisiert wohl oder sterilisiert gar Gebilde der Metalltechnik oder der organischen Natur, aber er idealisiert und abstrahiert nicht. 2. Die Denker aber haben an diese Gebilde schwerlich angeknüpft. Dazu waren die Figuren teils an sich zu winzige, teils für sie zu unwürdige Objekte. Die größte dieser Vasen ist etwa $1\frac{3}{4}$ Meter hoch. Ihre Malerei zerfällt in etwa 28 horizontale Streifen, die also durchschnittlich den 16. Teil eines Meters an Höhe nicht überschreiten. Daß also die eingezeichneten Figuren ganz klein sind, ist ebenso klar, wie daß an solchen Zwerggebilden das Auge nicht für Maße und Formen sich bilden konnte. Für den aristokratischen Hochsinn griechischer Denker aber (§ 21) sind diese Tongefäße auch zu unbedeutend,

als daß sie sich zu deren Betrachtung herablassen sollten. Freilich sind ihnen auch Bildner und Zeichner nur Banausen. Selbst ein Baumeister und Bildhauer wie Phidias gilt ihrer manchem nur für einen Handarbeiter. Aber Religion und Ackerbau sind gerade dem Staatsmann wie Thales wichtige staatliche Institutionen. Des Tempelbaus und der Grundrißzeichnung kann er nicht entbehren. Ihm sind die Göttergiebel und die Grundbücher wertvoller als Näpfe und Töpfe. Der Bau der Wege und der Mauern, die Entfernung der Schiffe wie die Höhe der Gebäude beschäftigen ihn als bedeutende, unentbehrliche Dinge oder Fragen mehr als die Spielereien der Töpfer. Jene dienen dem Ernst, diese dem Schmuck des Lebens. Wir halten darum an unseren Resultaten um so mehr fest, als es hier nicht darauf ankommt, ob Thales solche Figuren überhaupt gekannt und gesehen, sondern darauf, daß er sie sinnend betrachtet und auf ihre Gestaltung und Messung hin überdacht habe.

Fassen wir die Resultate unserer Untersuchung zusammen. § 41. Thales kannte 1. folgende Gebilde: den rechten Winkel (E und C), das gleichschenklige und gleichseitige Dreieck (B), die Scheitelwinkel (A), das Quadrat mit seinen Diagonalen (A), den Kreis und seinen Durchmesser (D); 2. folgende Gesetze: das Verhältnis senkrechter Körper zu ihren Schatten ist zu gleichen Zeiten konstant, die Basiswinkel gleichschenkliger Dreiecke sind ähnlich, Scheitelwinkel sind einander gleich, der Durchmesser halbiert den Kreis. — Zur Erkenntnis dieser Gebilde und Gesetze bedurfte er weder des rechtwinkligen Dreiecks noch des rechten Peripherie-Winkels im Halbkreise, weder der Kongruenz der Dreiecke noch der Proportionalität ihrer Seiten. Zu dieser Erkenntnis bedurfte er nur der Induktion und der Reißkunst. — Induktion ist echtgriechische Methode. Seit Nestor, der seinem Sohne aus einer Reihe von Einzelfällen die ‚Überlegung‘ predigt, bis Sokrates, der diese Zusammenfassung von Einzelfällen zur Regel theoretisch faßt, und Aristoteles, der sie in großem Umfange wissenschaftlich verwertet, ist induktives Schließen griechische Art. Induktion machte die Griechen zu Meistern der Erfahrung, seit der Geburt ihres ältesten Seemannes Odysseus bis zum Tode ihres letzten Staatsmannes Polybios († — 120). Induktion machte den Griechen zum Erfinder der Sentenz, der Gnome, des Mottos, wie zum Schöpfer von Erfahrungswissenschaften, der Poetik, Zoologie, Botanik. Induktionsschlüsse sind

also das natürliche Mittel griechischer Denkprozesse. Aus Einzelbeobachtungen an Einzelfällen gewann auch Thales seine geometrischen Regeln. Induktion ist die Urmethode auch der Geometrie. — Reißkunst aber fordert zweierlei: Schreibmaterialien und Zeicheninstrumente. Jene standen dem Thales sicher zu Gebote. Man schrieb und zeichnete auf alle möglichen Materialien schon in, ja vor Homerischen Zeiten. Buchstaben und Figuren gravierte man in Erz, ritzte sie in Stein, schnitt sie in Holz, malte sie mit Farbe auf Ton und mit Kohle an die Wand. Vielleicht hat auch Thales schon wie Archimedes († — 212), den Cicero ‚von Staub und Stab zitieren‘ will, eine größere Tafel oder eine kleinere Tenne mit Sand bestreut, um mit einem Stabe geometrische Figuren hineinziehen zu können. Vielleicht hat auch er wie Archimedes Gelegenheit gehabt, einem hereinstürzenden Töpel zurufen zu müssen: ‚Störe mir den Staub nicht‘ (so sagt die älteste Überlieferung) oder: ‚Zertritt meine Figuren nicht‘ (so lautet die moderne Fassung). Daß er schrieb und zeichnete, ist sicher. Wie er es getan, mag als für unseren Zweck gleichgültig ununtersucht bleiben. Aber die Zeicheninstrumente bedürfen einer Besprechung. Für jene Zeichnungen brauchte Thales das Lineal, den lotrechten Stab, das Winkelmaß, ein Instrument zum Abtragen von Teilstriichen, eine Art von Zirkel. Dürfen wir ihm die Kenntnis dieser fünf Instrumente zutrauen? Ehe wir an die Beantwortung dieser Frage gehen (§ 43), werfen wir noch einen Blick auf eine zweite Reihe von Leistungen des Thales.

- § 42. II. Thales soll auch folgende astronomische Entdeckungen gemacht haben. A. Eudemos bei Diogenes (um — 320): Er sagte Sonnenfinsternisse und Sonnenwenden voraus; er kannte die ‚seitliche‘ Verschiebung der Sonne zwischen den Wendungen und ‚die Größe‘ von Sonne und Mond im Verhältnis zu ihrer (täglichen) Bahn als 1:720; er nannte den letzten Tag des Monats den dreißigsten. B. Kallimachos in seinen Jamben (um — 260): Er führte bei den Griechen das Gestirn des kleinen Bären ein, nach dem sich die Phönizier bei ihrer Seefahrt richteten. C. Eudemos bei Theo von Smyrna: Er [kannte die Sonnenfinsternisse und] wußte, daß der ‚kreisförmige‘ Lauf der Sonne zwischen den Wendungen nicht gleiche Länge habe. D. Diogenes (um + 200): Er soll (‚sagt man‘) die Jahreszeiten entdeckt und die Jahreslänge auf 365 Tage bestimmt haben. E. Plutarch (um

+ 100): Er kannte die fünf Zonen und ihre Grenzkreise, er sah die Erde als Kugel an und setzte sie in den Mittelpunkt der Himmelskugel, er erklärte das Licht des Mondes für den Widerschein des Sonnenlichts. F. Diogenes: Für die ihm zugeschriebenen drei Schriften ‚Nautik, Über Gleichen, Über Wenden‘ geben andere Quellen andere Autoren an. — Diese sechs Gruppen sind so geordnet, daß ihre Glaubwürdigkeit abnimmt. A und B sind alte Nachrichten und finden gute Bestätigung. C ist halb Wiederholung von A, halb modernisierte Darstellung eines in A stehenden Satzes, indem an die Stelle der ‚seitlichen‘ Verschiebung am Horizonte die ‚kreisförmige‘ Bahn am Himmelsgewölbe getreten ist. D gibt sich als ein *On dit* und ist eine ungeschickte Variante gewisser in A enthaltener Punkte. E ist wenig glaubwürdig und widerspricht der guten Überlieferung, daß Thales die Erde sich auf Wasser schwimmend dachte. F ist zwar literarisch von Bedeutung, astronomisch aber gleichgültig und hebt auch seine Glaubwürdigkeit selber wieder auf. — Genaueres über diese Dinge zu untersuchen fordert die vorliegende Frage von uns nicht. Nur das Eine ist klar, daß, wenn wir von der Gestalt der Kugel und den auf ihr befindlichen Kreisen (E) absehen, die astronomischen Entdeckungen des Thales unseren Resultaten über seine geometrischen Entdeckungen nicht widersprechen, sie aber auch nicht überbieten. Ein senkrecht in die Erde gesteckter Stab und sein Schatten lehrte ihn die ‚seitliche‘ Verschiebung des Sonnenaufgangs vom Ostpunkte, die Zahl der Tage zwischen Wenden und Gleichen, die Länge des Jahres, die Vierzahl der Jahreszeiten. Um die Länge der (täglichen) Sonnenbahn und Mondbahn aus der ‚Größe‘ der Sonne und des Mondes zu erschließen, dazu bedurfte er nur des Kreises (Scheiben und Bahnen von Sonne und Mond) und seines Durchmesser (der ‚Größe‘ von Sonne und Mond). So bestätigen diese astronomischen Traditionen unsere geometrischen Kombinationen, bei denen wir also als wohl begründeten Resultaten stehen bleiben dürfen. Deren Kern aber drückt schon Proklos in folgenden Worten aus: ‚Nach den Forschungen vieler Autoren ist die Geometrie zuerst bei den Ägyptern erfunden worden und nahm aus der Ackervermessung ihren Ursprung. . . . Thales aber kam nach Ägypten und brachte zuerst diese Wissenschaft nach Griechenland herüber.‘

VI. Lineal und Richtschnur, Lotstift und Lotschnur, Winkelmaß und Zirkel.

§ 43. Die Instrumente, deren sich Thales bedient haben muß, tragen im Griechischen die folgenden Namen. Wir geben ihnen gleich die Deutungen bei, die wir als die richtigen entweder erst erweisen oder doch besprechen werden. — I. Kanón = Lineal (Fig. 3—5). Sicher hängt das griechische Wort mit dem semitischen ‚kane‘ = Rohr zusammen. Wir führen ahnungslos das alte, fremde Wort im Munde, wenn wir von ‚Kanone‘ und ‚Kanonier‘, von kanonischen Büchern oder Rechten, von

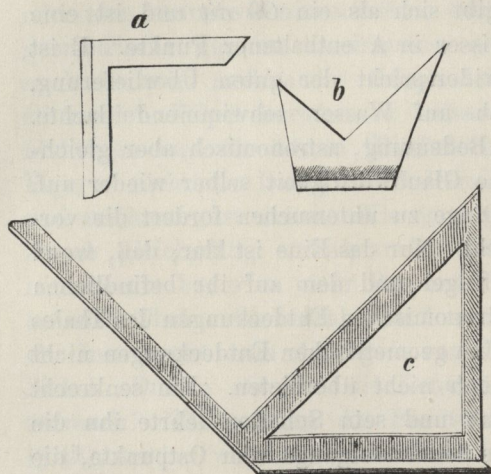


Fig. 2.

‚Knaster, Kaneel, Kanal‘ reden. Das in Asien heimische Rohr (*arundo donax* L.) ist früh in Europa bekannt und heimisch geworden. Schon Homer kennt den Namen und die Verwendung der schnurgerade wachsenden Staude. Sie diente als Spule am Webstuhl, als Querholz an der Innenseite des Schildes, als Wagebalken, als Meßstab, als Richtscheit und lieferte darum all diesen Dingen den Namen. So

wurde auch das Lineal als ‚Kanon‘ bezeichnet. Die lateinische Bezeichnung dafür ist *regula*, wovon unser ‚Regel‘ abstammt. — II. Spártón = Richtschnur. Das Wort steckt in dem Namen des Spartgrases. Oft nahm man dazu Binsenschnur = Schoínös. Wo das Lineal nicht ausreichte, besonders bei größeren Dimensionen, nahm man eine solche mit Rötel (§ 15) oder Kreide bestrichene Richtschnur, deren lateinischer Name *linea* (§ 27) unserem Worte ‚Linie‘ zugrunde liegt und von *linum* (Flachs, Lein) abgeleitet ist. — III. Gnómōn = 1. Winkelmaß (Fig. 2); 2. Lotstift (Sonnenstift). Der Stamm ‚gno‘ heißt ‚erkennen‘ und ist in unseren kirchengeschichtlichen Fremdwörtern ‚Gnosis‘ und ‚Gnostiker‘ enthalten. Die Endung ‚mon‘ bildet Adjektiva und Substantiva mit der Bedeutung ‚zu etwas befähigt oder

brauchbar'. Also ist Gnomon ein Ding, das zum Erkennen brauchbar ist, also eine Art Kontrollierinstrument. Es ist das Winkelmaß, mit dessen Hilfe der Maurer kontrolliert, ob zwei Wände senkrecht aneinander stoßen. Es ist aber auch der

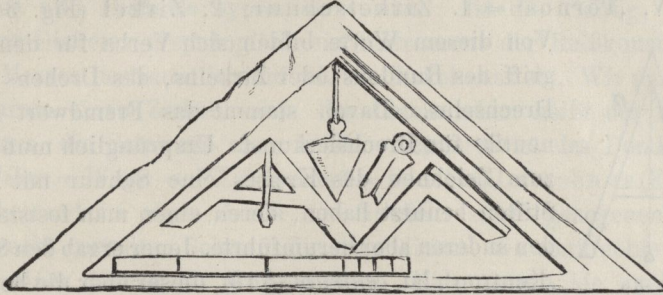


Fig. 3.

senkrechte Stift der Sonnenuhr oder ein senkrechter Stab, den man zu gleichem Zweck in die Erde steckt. Er bildet mit seinem Schatten ebensogut einen rechten Winkel, wie jenes Winkelmaß ein solcher ist. So mag die Bedeutung des Sonnenstifts aus der des Winkelmaßes entstanden sein. Denn Schattenbeob-

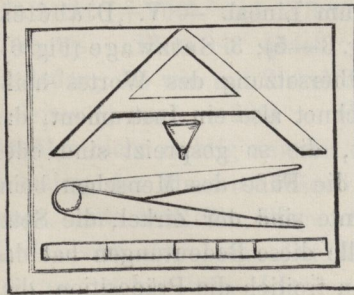


Fig. 4.

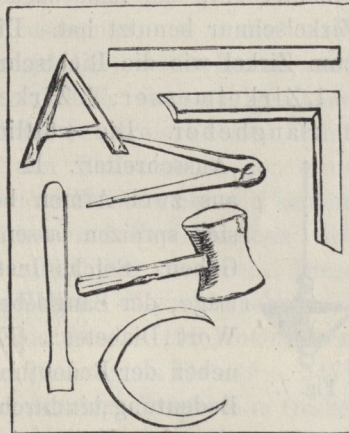


Fig. 5.

achtungen und Sonnenuhren sind jüngeren Datums als Mauerbauten. Zu beachten ist dabei aber, daß bei den antiken Sonnenuhren, anders als bei uns, der Zeiger stets senkrecht zum Horizonte steht. Dieser jüngeren Bedeutung entstammt unser Fremdwort 'Gnomonik', das die Lehre von der Konstruktion der Sonnenuhren bedeutet. Im Lateinischen wird das Winkelmaß

mit *norma*, wovon unsere Wörter ‚Norm, normal, abnorm‘ stammen, der Lotstift aber mit *gnomon* oder *stilus* bezeichnet. Jüngst hat man den Versuch gemacht, *norma* für eine Korruption aus *gnomona*, beide Vokabeln also für sprachlich identisch zu erklären.

§ 44. — IV. ‚Tórnos‘ = 1. Zirkelschnur; 2. Zirkel (Fig. 3—5).

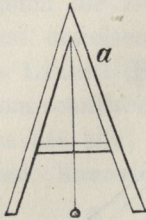


Fig. 6 a.

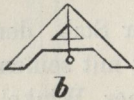


Fig. 6 b.

Von diesem Worte bilden sich Verba für den Begriff des Rundens oder Zirkelns, des Drehens oder Drechselns. Davon stammt das Fremdwort ‚Torneutik‘ für Drechslerkunst. Ursprünglich muß man zum Zeichnen des Kreises eine Schnur mit zwei Stiften benutzt haben, deren einen man feststeckte, den anderen aber herumführte. Jener ergab den Stich, ‚Kentron‘, lat. *centrum* (§ 19), dieser aber die herumgeführte Linie ‚Peripherie‘ (§ 75). Als man dann das Instrument des Zirkels erfunden hatte, ist er anders benannt worden (V), bis allmählich beide Ausdrücke verschwammen und beide den Zirkel bezeichneten. Schon Homer läßt für das Grabmal des Patroklos ein kreisrundes Gebiet abzirkeln. Es

leuchtet ein, daß man dazu keinen Riesenzirkel, sondern eine Zirkelschnur benutzt hat. Diese Zirkelschnur verhält sich also zum Zirkel wie die Richtschnur zum Lineal. — V. ‚Diabētēs‘ = 1. Zirkelmesser; 2. Zirkel (Fig. 3—5); 3. Setzwage (Fig. 6); 4. Saugheber. Die wörtliche Übersetzung des Wortes heißt

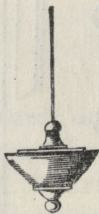


Fig. 7.

‚Ausschreiter‘. Es bezeichnet also ein Instrument, das aus zwei Armen besteht, die so gespreizt sind oder sich spreizen lassen wie die Füße des Menschen beim Gehen. Solche Instrumente sind der Zirkel, die Setzwage, der Saugheber. Alle diese Bedeutungen hat das Wort ‚Diabetes‘. [Es kann freilich die Präposition ‚dia‘ neben der Bedeutung ‚hinüber = auseinander‘ auch die Bedeutung ‚hindurch‘ haben. In dieser Bedeutung scheint

das Wort für den Namen jener Krankheit verwendet zu sein, von der man noch heute die ‚Diabetiker‘ benennt.] Keine jener Bedeutungen aber scheint die ursprüngliche zu sein, die vielmehr auf die sinnliche Anschauung des Ausschreitens zurückgehen muß. Wir denken uns die Sache so. Der Diabetes ist zum Abtragen von Maßen in der Zeichenkunst benutzt worden. Wenn man mit einer bestimmten Zirkelöffnung wiederholt an einer Linie ein Maß abträgt, dann setzt man abwechselnd erst

den einen, dann den anderen Fuß vor, macht also eine ähnliche Bewegung wie beim Ausschreiten. So erhielt das Instrument seinen Namen. Allmählich begann man es auch zum Ziehen von Kreisen zu benutzen, so daß für diesen Fall die Ausdrücke Tornos und Diabetes synonym wurden. Ist das richtig, dann ist der Diabetes ursprünglich ein Instrument der Reißkunst, das zum Messen bestimmt ist und wie ein Zirkel aussieht. Wir nannten es darum einen Zirkelmesser. Im Lateinischen heißt der Zirkel *circinus*, die Setzwage aber *libella*. Letzteres ist das Deminutiv von *libra* = Wage. — VI. Státhmē = Bleilot, Lotschnur (Fig. 7). Sie bestand in einer durch ein Gewicht straff gezogenen und senkrecht gestellten Schnur, die dazu diente, die senkrechte Stellung einer Fläche zu kontrollieren. Man nannte sie auch die ‚Káthētōs‘, die ‚Heruntergelassene‘; wovon unser ‚Kathete‘ stammt (§ 24). Die lateinische Bezeichnung *perpendicularum* gab unserem ‚Perpendikel‘ den Namen.

Es sind zunächst die ältesten oder wichtigsten Stellen, an § 45. denen diese instrumentalen Vorkehrungen vorkommen, kurz zu prüfen, um zu sehen, wie weit sie das Gesagte bestätigen. Wenn wir von den Elementen der Reißkunst sprechen, so stellen wir mit Vorliebe ‚Zirkel und Lineal‘ zusammen. So reden auch Plutarch (+ 100) und Nikomachos (+ 140) von ‚Kanon und Diabetes‘. Plutarch spricht sogar bildlich von wohlgesetzten Perioden, die wie mit Zirkel und Lineal konstruiert seien. Auch Galenos († nach + 200) vergleicht den Philosophen, der seine Schüler nicht richtig anweist, mit einem Meister, der von seinem Lehrling das Messen, Wägen, Richten und Kreiszeichnen verlangt, ohne ihm Elle, Wage, Lineal und Zirkel zu geben. Diese Stellen sind aber jung. Die ältesten Stellen, die wir nachweisen können, stehen beim Lyriker Theognis (um — 490), beim Dramatiker Euripides († — 407) und beim Philosophen Plato († — 347). Theognis mahnt, ein Staatsgesandter, der nach Delphi zum Orakel gehe, müsse ‚gerader‘ und sorgsamer sein als Zirkelschnur, Bleilot und Sonnenstift (Winkelmaß). Er nennt Tornos, Stathme, Gnomon. Da er von ‚geradem‘ Auftreten spricht, bezeichnet er mit Tornos nicht den Zirkel, sondern die straff gezogene Zirkelschnur. Sie gibt ihm das Bild für die Horizontale, das Symbol der Wahrheit. Die Vertikale zerlegt er in Stathme, das Bild des gefällten Lotes, und Gnomon, das Bild des errichteten Lotes. Sie gibt ihm das Symbol des Rechts, wie er an einer

anderen Stelle sagt, ein Richter müsse ‚längs Stathme und Gnomon‘ richten. Auch wir benutzen das Gerade und das Senkrechte, um Wahrheit und Sittlichkeit zu bezeichnen, wenn wir von einer ‚geraden‘ oder von einer ‚rechtschaffenen‘ Persönlichkeit reden. Euripides biegt einen Zweig im Kreise wie ein Rad und denkt dabei an den Tornos, der eine Peripherie beschreibt. Plato endlich stellt als wichtige Werkzeuge zusammen: Kanon und Tornos, Diabetes und Stathme. Er denkt sicher an Lineal und Zirkel, um Gerade und Kreis zu beschreiben, und an Bleiwage und Bleilot, um Horizontale und Vertikale zu finden. Bei ihm heißt also Tornos soviel wie Zirkel oder Zirkelschnur, Diabetes aber soviel wie Bleiwage oder Setzwage. Daß Gnomon sowohl den senkrechten Stift wie auch das Winkelmaß bezeichnet, ergibt sich aus einer großen Menge von Stellen. Der Dichter Kallimachos (um — 260) erwähnt das Sparton geradezu als ein Hilfsmittel der Geodäsie. Euripides nennt den Kanon purpurrot. Auch Bilder aus dem Altertum bestätigen wenigstens die Kenntnis all dieser Instrumente, wie die Figuren 3—5 beweisen. Der Ausdruck ‚in Richtung der Kathete‘ ist ziemlich häufig; dabei bedeutet die Kathete ohne Zweifel das Bleilot. In demselben Sinne sagt man aber auch ‚an (längs) der Stathme‘. Der Physiker Hero (um — 14) spricht sehr oft von der geraden oder horizontalen Entfernung zwischen zwei Orten. Wir würden dies Luftlinie nennen. Er bezeichnet sie als Entfernung ‚in Richtung der Setzwage‘ und nennt dieses Instrument ‚Diabetes‘. Der Sizilier Diodoros (vor + 100) erzählt, der Neffe des Atheners Dädalos habe den Tornos erfunden. Plinius der Ältere († + 79) dagegen nennt den Theodoros von Samos als Erfinder der *norma*, der *libella*, des *tornus*. Während nun Dädalos eine Personifikation ist, der jede persönliche Tatsächlichkeit fehlt, ist Theodoros eine historische Persönlichkeit und lebte im Jahrhundert des Polykrates (— 532/522), dem sein gleichnamiger Neffe Theodoros den berühmten Ring verfertigte (§ 48). Sein Vater war der Baumeister Rhoikos. Die Quelle des Plinius war eine griechische. Aus ihr schöpfte er die unrichtige Notiz, daß die erste Erfindung jener Werkzeuge in der Ionis gemacht sei. Zugrunde liegt aber die richtige Vorstellung, daß man diese und ähnliche Instrumente in dem baulustigen und zeichenkundigen Ionien Kleinasiens besonders oft benutzt, vielleicht auch zuerst beschrieben habe. Theodoros schrieb auch ein Werk über den berühmten

Heratempel von Samos, dessen erster Baumeister sein Vater Rhoikos (um — 650) gewesen war. In jedem Falle also sind alle diese Hilfsmittel der Baukunst, Reißkunst und Feldmessung in Ionien bekannt, und man tut nicht zuviel, wenn man Lineal und Richtschnur, Sonnenstift und Bleilot, Winkelmaß und Zirkel oder Zirkelschnur sich in des Thales Händen vorstellt.

VII. Milet, Ephesos, Samos.

Die Ionier, denen das Panionion gehört, haben, was **Him- § 46.** melsstrich und Jahreszeiten betrifft, an der schönsten Stelle ihre Städte gebaut unter allen Menschen, die wir kennen. Sie gebrauchen aber nicht denselben Dialekt, sondern vier abweichende mundartliche Formen. Milet ist die südlichste Gemeinde, dann folgt Myus und Priene. Diese stehen an der Küste von Karien und sprechen gleichen Dialekt. Folgende aber stehen auf lydischem Gebiete: Ephesos, Kolophon, Lebedos, Teos, Klazomenä, Phokäa. Diese stimmen mit den vorher genannten sprachlich nicht überein, sprechen aber unter sich die gleiche Mundart. Es bleiben noch drei Gemeinden übrig, zwei auf Inseln, Samos und Chios, eine auf dem Festlande, Erythrä. Chios und Erythrä haben denselben Dialekt. Die Samier aber stehen für sich. Das ergibt vier mundartliche Typen. Das Panionion aber ist ein heiliger Raum auf der Nordseite von Mykale, von den Ioniern gemeinsam auserlesen für den Poseidon Helikonios. Mykale endlich ist ein Vorgebirge, das gen Westen auf Samos losgeht. Dort kamen die Ionier zusammen und feierten ein Fest, das sie die Panionia nannten. So spricht Herodot von der Ionis, jenen 12 ionischen Städten Kleinasiens, deren Raum der Breite des europäischen Hellenenlandes zwischen Argos und Thermopylä entspricht. Uns kann hier die Dialektfrage gleichgültig sein. Auch schrumpfen in der Aufzählung Herodots vier Gruppen zu drei zusammen. Voran steht jedesmal die Gemeinde, die ihm als die bedeutendste erscheint: Milet, Ephesos, Samos. Und das sind gerade diejenigen, die für unsere Fragen von Bedeutung sind. Wer den Anakreon von Teos, den ‚Tejer‘ unserer Anakreontiker, kennt, wer sich des Harzes ‚Kolophonium‘ unserer Musiker sowie des ‚Kolophon‘ unserer Buchdrucker erinnert, wer unter die sieben Weisen

Griechenlands den Bias von Priene zählt, der ‚all seine Habe bei sich trug‘ (*omnia mecum porto mea*), wer in den Kreisen des Perikles und Sokrates zu Hause ist und dort den Anaxagoras von Klazomenä begrüßt, wer Gustav Schwabs ‚Gründung von Marseille‘ gelesen und an der Rhone die Ionier von Phokäa wiedergefunden hat, wer in den warmen Mineralquellen von Lebedos ein antikes Wiesbaden, in dem von Mücken geplagten Myus ein antikes Misdroy wiedererkennt, wem bei dem Namen Erythrä der alte Phönikerfürst Erythras und der Indische Ozean, das Erythräische Meer der Alten, einfällt, wer endlich vor allem nicht vergißt, daß hier in der Ionis die Wiege des Homerischen Gesanges gestanden hat, sie alle wüßten wohl noch manches von diesen Städten zu sagen und möchten wohl noch manches von diesen Städten erfahren. Wir aber müssen uns selbst bei jenen drei größten unter ihnen nur auf einige wenige zusammenfassende Notizen beschränken, wie sie für die Zeiten und die Zwecke, die wir hier im Auge haben, ausreichend und vonnöten sind.

- § 47. Milet führt den Reigen. Sie und Ephesos nennt Strabo (+ 20) die ‚besten und berühmtesten Städte‘. Die Stadt lag auf einem Vorsprung der Küste, dem Mäanderstrom gegenüber. Einst eine Besetzung von Semiten, nämlich der Karer, wie noch der Homerische Schiffskatalog zu erzählen weiß, sowie der Leleger, wurde es von Ioniern besiedelt. Ihr Führer war angeblich Androklos, der Sohn des letzten Königs von Athen. Den Androkliden blieb der königliche Titel, Purpur und Stab bis in späte Zeiten hinein. So mischten sich hier ionisch-attische und lelegisch-karische Elemente auf das engste. Das Määndertal vermittelte den Verkehr nach dem Innern von Kleinasien. Zahlreiche vorgelagerte Inseln erleichterten den Verkehr über das Ägäische Meer hinaus. So blühte die Stadt schnell empor. Sie wurde die Erbin der phönikischen Seeherrschaft in griechischen Meeren und die erste Stadt der kleinasiatischen Griechen. Eine Unzahl von Kolonien am Marmarameere wie am Pontos Euxeinos, es sind ihrer etwa 80, zeugt von der Größe ihres Handels und dem Reichtum ihrer Unternehmungen. Das war die rechte Stadt, um das Schiffsproblem (§ 35) zu stellen und zu lösen. Sie baute und unterhielt das berühmte Heiligtum des Apollo Didymäus im benachbarten Branchidä, dessen Name ein ungriechisches Gepräge trägt, wie auch die Tempelreste an assyrische Muster erinnern. Sie besaß,

wenigstens in Strabos Zeit (+ 20), vier Häfen, deren einer eine ganze Flotte faßte. Sie entwickelte besonders jene edlere Gesittung, feinere Bildung, freiere Richtung, die auch den Frauen Einfluß auf die Kunst des Lebens wie auf das Leben der Kunst gestattete. Von hier stammte die berühmte Aspasia, die Geliebte eines Perikles, deren edles Bild noch heute Dichter reizt und Dichtung zeugt. An dieser Stätte haben sich viele Nationen getroffen. Das lockte zum Vergleichen und zum Nachforschen, das weckte den historischen wie den geographischen Sinn. So erstand hier eine historische Schule. Hier schrieb Hekataüs (550—480) seine Geschichten, hier lernte er das Reisen. Hier gravierte Anaximander (um — 610/540) seine Erdtafel. An dieser Stätte mußte aber auch früh der Trieb entstehen, Geschichte nicht bloß zu forschen, sondern auch zu machen. Hier erstarkte das hellenische Nationalbewußtsein, indem es sich am Fremden rieb. Hier suchte der Perserkönig mit Recht das Nest des ionischen Aufstandes (500—494). Als er mit der Zerstörung von Milet seinen mörderischen Krieg beschloß, ging ein Schrecken durch die Welt der Griechen. In Athen führte man ein Drama des Phrynichos auf, das die Einnahme Milets schilderte. Die Zuschauer weinten vor Mitleid und Empörung so, daß die Behörde den Dichter strafte, weil er das Volk kränke und verweichliche. Schnell blühte aber Milet wieder auf. In ‚modernem Stile‘ erstand sie. Als Perikles den Umbau der Piräusvorstadt plante, da holte er sich den Stadtbaumeister Hippodamos aus Milet, der diesen neuen Stil nun auch bei Athen zur Anwendung brachte. Was diesen neuen Stil kennzeichnen mußte, ist wohl klar. Es gibt gewordene und gemachte Städte. Jene wachsen regellos, diese planmäßig. Bei jenen bildet der Zufall, bei diesen die Berechnung den Bauplan. Dort laufen die Straßen krumm, hier gerade. Schiefe Winkel und irreguläre Krümmungen herrschen dort, der rechte Winkel und die Kreislinie herrschen hier vor. Solch ein künstlicher Stadtplan setzt eine wohlausgebildete Reißkunst voraus, die mit Zirkel und Lineal, Zirkelmesser und Winkelmaß arbeitet (§ 43 u. 44). Sie hat man sicherlich schon in jenen Zeiten zu üben begonnen, wo man nach assyrischen Mustern den ersten Apollotempel in Branchidä erbaute. An den Strömen des Euphrat und Tigris, wo das Wasser der alles überschwemmenden Flüsse nur mit Kunst und Mühe in festen Betten zu halten ist, da entstand die Vorstellung, die wir aus der Bibel kennen, im

Anfang habe der Geist Gottes ‚über den Wassern‘ geschwebt. Assyrische Reißkunst, assyrischer Tempelbau, assyrische Kosmogonie, hier in Milet sind sie zu Hause gewesen oder haben Anregungen gegeben. Hier hat die Geburt der Geometrie stattgefunden. Und derselbe Mann, der sie gezeugt, hielt das Wasser für den Anfang aller Dinge. Das also ist die Vaterstadt des Thales und seiner Schule, des Anaximander und Anaximenes.

§ 48.

Samos genießt den Vorzug einer Festlandsinsel. Sie nimmt am Handel des Landes wie des Meeres gleichen Anteil. Der Name bedeutet die ‚Höhe‘, ältere Namen bezeichnen sie als die blumige, reichbelaubte, baumbedeckte Insel. So war sie von der Natur so bevorzugt, daß man von ihr sprichwörtlich sagte, dort gäben die Vögel Milch. Wo solcher Reichtum blüht, da hausen gern die Musen. Aus Samos stammte jener alte Sänger Kreophylös, der dem Homer eins seiner Epen verdankt haben soll. Einer der ältesten griechischen Lyriker aber ist jener samische Staatsmann Semonides, der kaum 50 Jahre nach dem Abschluß der Homerischen Poesie eine Kolonie der Samier nach der Insel Amorgos führte (— 630), in seinen Elegien samische Geschichte behandelte, in seinen Iamben der Art und Unart des weiblichen Geschlechts den Spiegel vorhielt. Wir sehen die Stadt also schon im VII. Jahrhundert ihre Seeherrschaft begründen. Ihre Blüte erreichte diese Macht unter dem Tyrannen Polykrates (532 — 522). Sein Reichtum wie sein Glück sind weltbekannt. Unsere Kinder erfahren davon durch Schillers Ballade. Da hören sie auch von den reichen Beziehungen, die Samos mit Ägypten hatte, dessen König Amasis (570 — 525) mit Polykrates im Verkehr gestanden hat. Solche Beziehungen sind aber älter und nicht auf Samos beschränkt gewesen. Schon unter Psammetich (656 — 615) dienten im Nillande ionische Söldner, die auf die Felsen von Abusymbel ihre Namen ritzten. Diese Visitenkarten gehören zu den ältesten ionischen Inschriften, die wir kennen. Am Hofe des Polykrates aber sang jener Anakreon, dessen poetische Spielereien, ob sie gleich untergeschobene Kinder sind, unsere Anakreontiker als Lieder des ‚Tejers‘ nachahmten, sang auch jener Ibykos, dessen Name zu der bekannten Legende von den rächenden Kranichen Anlaß gegeben hat. In dieser Stadt, wo Dichtkunst und Staatskunst blühten, stand aber auch die Baukunst und die Bildhauerkunst seit alten Zeiten in hoher Blüte. Uralt war der weit und breit berühmte Tempel der Hera.

Er wimmelte von bedeutenden Weihgeschenken und Kunstwerken aller Art. Einen großartigen Neubau begann Rhoikos. Seine Söhne Telekles und Theodoros setzten das Werk des Vaters fort. Theodoros schrieb darüber ein Werk. Er wurde als Erfinder des Winkelmaßes, der Setzwage, des Zirkels, des Türriegels genannt und mag wohl ihr erster Beschreiber gewesen sein (§ 45). Beide Söhne sollen in Ägypten geweilt und ägyptische Plastik studiert haben. Rhoikos und Theodoros galten als Erfinder des Erzgusses. Des Telekles Sohn hieß wieder Theodoros. Dieser jüngere Theodoros schnitt den berühmten Ring des Polykrates. Hier sind also sichtlich ägyptische Einflüsse geltend gewesen. Zu alledem kommt die großartige Wasserleitung des Eupalinos, die Polykrates anlegen ließ. Sie durchstach den Berg, auf dessen Höhe Quellen flossen, um deren Wasser nach der auf der anderen Seite gelegenen Stadt zu führen. Der Berg war 900' hoch, der Tunnel etwa 3000' lang und je 8' breit und hoch. Diese gewaltige Arbeit begann der Ingenieur Eupalinos gleichzeitig von beiden Seiten aus und führte sie ohne Kompaß und Pulver so zu Ende, daß sich die Arbeiter leidlich genau in der Mitte trafen. Man hat die Stelle kontrolliert. Rinnen und Röhren sind wiedergefunden, ausgebessert, gereinigt. Nach 2500 Jahren funktioniert die Anlage wieder und ist ein redendes Zeugnis von der unzerstörbaren Jugendkraft des alten Griechentums. Das also ist die Heimatstadt des Pythagoras. Hier ist die Grundlage für die Flächenmessung und die Akustik geschaffen worden.

Ephesos schließt das Trio. Es liegt am linken Ufer des § 49. Kaystros. Sein Strom gilt als die ‚altgewohnte Eingangspforte des Morgenlandes‘. Hier lagen die asischen Wiesen Homers, die dem ganzen Erdteil den Namen gaben. In der Apostelgeschichte wird erzählt, wie man dem Paulus den Ruf entgegenschrie: ‚Groß ist die Artemis der Ephesier‘. Seit uralten Zeiten verehrt man in Westasien eine ‚große‘ Göttin. Diese Göttin haben die Griechen zur Artemis gemacht oder Züge ihrer Artemis in ihr wiedergefunden. So eint sich im Kulte der ephesischen Artemis Asiatisches und Griechisches. Mit hellenischer Schönheit und Anschaulichkeit paarte sich orientalischer Aberglaube und Zeichendeuterei. Es gab hier zahllose Zauberer, Wahrsager, Geisterbeschwörer, auch persische Magier. Vielleicht verbirgt sich hinter diesen letzteren der rätselhafte Magier Zarates, dessen Name mit einem Besuche des Pythagoras bei den ‚Magiern der

Perser' in Verbindung zu stehen scheint (§ 55). Diese Magier in Ephesos waren es, die den Brand des Artemistempels, den der sprichwörtlich gewordene Herostratos in derselben Nacht anzündete, wo Alexander der Große geboren wurde, als ein gewaltiges Verhängnis deuteten, das eben für Asien entstanden sei (— 356). Ist auch manche dieser orientalischen Anregungen als jung erwiesen, es ist doch kein Zweifel, daß hier alter ungrischer Kult vorgelegen hat. Das Heiligtum war international wie wenige. Hier kamen Griechen und Barbaren, Freie und Sklaven, Männer und Weiber zusammen. Hier mischten sich Orient und Okzident. Vor allem scheinen hier medisch-persische Einflüsse herrschend gewesen zu sein. Persische Eunuchen wurden Priester im Tempel. Persische Magier zauberten und weissagten in der Stadt. Persische Feueranbetung wirkte auf die Denker von Ephesos. Eines Tages waren aber attische Ansiedler unter den Kodriden herübergekommen und hatten ein Heiligtum der Athene gegründet. Neben dem Artemisium war ein Athenäum entstanden. Seitdem hatten sich ionisches und asiatisches Wesen aneinander gerieben. Aus beiden Bestandteilen erwuchs das historische Ephesos. Einst bespülte das Meer das Artemision. Als Chersiphron den Tempel umbaute (— 356), war bereits das Umland ein Sumpf. Schnell erhöhten die Schwemmungen des Flusses den Boden und hoben das Land ins Meer hinaus. So verschob sich schnell das vertikale wie das horizontale Profil des Stadtgebietes. Man fand die Aufschwemmung am Artemision 8 m hoch, die Anschwemmung an der Küste 8 km lang. Wie nötig hier Deiche, Kanäle, Molen waren, ist klar. Ein Hafen lag tief einwärts, durch einen langen Kanal mit der Küste verbunden. Das ist eine Stätte, wo man Baupläne entwerfen oder Reißkunst üben ebenso lernen konnte, wie Welträtsel lösen oder Völkerindividuen studieren. Hier mußte sich der Sinn für Volksgeschichte und Stadtgeschichte bilden. Zahlreiche Chroniken in allen möglichen Formen literarischer Produktion, in Vers und Prosa, werden genannt. Eine mächtige Bank regelte und förderte den Verkehr. Während attische Monats- und Phylennamen den Anschluß an das demokratische Mutterland bewiesen, zeugten Seile, die Stadtbezirk und Artemistempel symbolisch verbanden, sowie des Xerxes großes Vertrauen in die Treue der Ephesier vom Anschluß an das despotische Asien. Als Milet fiel (— 494), ward Ephesos der Vorort

Ioniens. Gleichzeitig wurde in Ephesos sein bedeutendster Denker und Schriftsteller geboren, Heraklit der Dunkle (§ 51), der dem königlichen Stamme der Androkliden angehörte und vielleicht unter dem Einfluß persischer Feuerverehrung das Feuer für den Urstoff der Welt erklärte.

So mögen der Dreiteilung des Herodot noch mehr als dialektische Unterschiede zugrunde liegen. In Milet scheint der semitische, in Samos der ägyptische, in Ephesos der persische Einfluß überwiegend gewesen zu sein. Das Urwasser der Assyrier, die geschnittenen Steine der Ägypter, das Urfeuer der Parsen mag diesen Einfluß symbolisch andeuten; Thales, Polykrates, Heraklit mögen ihn persönlich illustrieren; Apollo Didymäus, Hera von Samos, die große Artemis von Ephesos sind ihre göttlichen Manifestationen geworden. Und doch ist hier alles echt griechischen Gepräges. Aus dem Orient stammen die Anregungen und Anschauungen, von Griechen sind sie zu Gedanken und Gesetzen geformt. *Ex oriente lux, ex occidente lex.* Die Ionis ist zugleich das Bollwerk und das Vorwerk des Griechentums gen Osten. Sie beginnt den Kampf mit der Macht der Asiaten. Ihr Name ist die älteste Bezeichnung, die der Orient für die Griechen kennt, die die Bibel als Kinder Iavan erwähnt. Materiell zu schwach, der Asiaten Herr zu werden, weckt sie die Tränen der Wut und des Mitleids in Athen. Und die Ebene von Marathon rächt den Brand von Milet. Es gleicht die Ionis dem Mündungsgebiet eines großen Stromes, wo freilich Süß- und Salzwasser sich dauernd bekämpfen, aber Schiffe, Menschen, Waren aus- und einlaufen, Meer und Land sich stetig mischen und einen. So hat auch hier der süße Rausch des orientalischen Luxus und asiatischer Träumerei mit attischem Salz und hellenischer Selbständigkeit sich gepaart und eine Fülle von Leben, Geschichte, Kultur erzeugt, wie selten sonst auf so engem Boden und in so kurzer Zeit. Kurz vor 700 beginnt Milet seine große Kolonisation, schon 494 brennen die Perser es nieder. Des Gesetzes der Trägheit, das in der Kultur so gut herrscht wie in der Natur, spottet die geschichtliche Entwicklung dieses schmalen Küstenstriches. Darin erinnert sie an die Tatsache, daß um 700 Homer noch kein Wort für ‚Statue‘ hat, aber um 430 die griechische Nation zum Meisterwerke ihres Meisters Phidias betete. Das ist echt griechische Kraft, Frische und Schnelligkeit.

VIII. Pythagoras von Samos.

§ 51. Keiner Persönlichkeit des Altertums hat sich die fromme Legende wie die geschäftige Anekdote liebevoller und erfolgreicher bemächtigt als der Persönlichkeit des Pythagoras. Jene stempelte sein Wesen und Wirken zu dem eines Heiligen, eines Gottessohnes, eines Wundermannes. Diese malte sein Leben und Schaffen mit dramatischer Anschaulichkeit aus und spann aus einzelnen Fäden echter und schlichter Überlieferung mit dichtender Phantasie kunstreiche Gewebe. Nicht immer sind diese Gewächse der Phantasie, die am Körper der Tradition krankhaft wuchern, leicht zu erkennen und auszuschneiden. Nicht immer widersprechen sich Sage und Geschichte so deutlich und kontrollierbar, wie etwa in dem Falle, wo die späte Fiktion (+ 200) ihm den Grundsatz der Ehelosigkeit zuschreibt, die ältere Tradition (— 300) aber von seiner Frau und seinen Kindern zu erzählen mußte. Bei solcher Sachlage kann allein die Methode zu glaubwürdigen Resultaten führen, die nur den ältesten Autoren Glauben schenkt, jüngeren Quellen aber nur dann einen Einfluß gestattet, wenn sie nachweislich aus älteren Quellen geflossen sind. Was sich so aus der reichen Fülle des zuströmenden Stoffes ergibt, ist sehr wenig, aber der reine unvermischte Trank des Geschichtlichen. Solche alten Quellen sind:

1. Die Philosophen Xenophanes von Kolophon, Heraklit von Ephesos, Empedokles von Agrigent, Demokrit von Abdera;
2. Des Herodot erhaltenes Geschichtswerk;
3. Die peripatetische Schule des kritischen Aristoteles und seiner besseren Schüler.

— Was jene älteren Autoren besonders glaubwürdig macht, ist zunächst ihr Alter. Pythagoras' Leben füllt etwa die Zeit von 580 bis 508. Xenophanes war etwa 10 bis 15 Jahre jünger. Die Blütezeit des Heraklit fällt nach einer Tradition um 500, nach der anderen um 460; er ist also spätestens geboren, als Pythagoras starb. Empedokles hatte den Höhepunkt seines Ruhmes um 444 erreicht, war also 10 bis 20 Jahre nach dem Tode des Pythagoras geboren. Herodot erlebte die Perserkriege und starb vor dem Abschluß des Friedens des Nikias (— 421). So ist er ein Zeitgenosse und vielleicht Altersgenosse des Empedokles. Demokrit endlich ist etwa 470 oder 460 geboren. Der Ruhm der jüngsten unter jenen Männern war also fest begründet, als Pythagoras kaum 50 bis 60 Jahre tot war. Ihre Väter haben

vielleicht den samischen Weisen persönlich gekannt. Nur Demokrit ist fast ein Menschenalter jünger als jene. — Was sie alle ferner glaubwürdig erscheinen läßt, ist ihre Herkunft. Wie Pythagoras, so sind die Mehrzahl dieser Männer kleinasiatische Griechen, besonders Ionier von Geburt. Pythagoras aber wirkte zuletzt in den griechischen Kolonien von Italien, z. B. Kroton und Metapont, und zog seine Fäden über alle dorischen Städte des Westens. Zu diesen aber gehörte das sizilische Agrigent, die Mutterstadt des Empedokles. Elea endlich, wohin der Kolophonier Xenophanes in höherem Alter ging und die Schule der Eleaten begründete, ist eine Kolonie der ionischen (ursprünglich äolischen) Stadt Phokäa und liegt in Großgriechenland. In diesen Kreisen mußte man für den Pythagoras Interesse und von ihm reichlich Kunde haben. Nur Demokrit ist an der thrakischen Küste, aber in einer ionischen Stadt geboren und in pythagoreischer Weisheit erfahren. — Anders liegt die Sache bei den Peripatetikern. Sie sind freilich viel jünger. Aristoteles stirbt 322. Der Botaniker Theophrast von Lesbos aber, der Mathematiker Eudemos von Rhodos, der Musiker Aristoxenos von Tarent, der Physiker Straton von Lampsakos, der Kulturhistoriker Dikäarch von Messene in Sizilien, das sind seine unmittelbaren Schüler. Aber auch sie stammen wieder aus der Ionis oder aus Sizilien und Großgriechenland. Was jedoch diese Autoren besonders wertvoll macht, das ist ihre kritische Methode und Schärfe. Aristoteles schuf besonders die Zoologie und die Ästhetik, Theophrast die Botanik. Ihre Methode war die denkbar nüchternste, zutreffendste, zuverlässigste, nämlich die Induktion. Von den tatsächlichen Erscheinungen gehen sie aus. Dieser Sinn für das Tatsächliche der Wirklichkeit macht diese Männer auch in historischen Fragen so vertrauenswert. So sind wir schon einmal auf des Eudemos Worte (§ 35) über Thales eingegangen und haben sie, gerade soweit sie Tradition enthielten, für glaubwürdig erachtet. Genau so wird sich's hier beim Pythagoras ziemen.

Xenophanes erzählt, wie Pythagoras einst die Mißhand- § 52.
lung eines Hündchens mitleidig unterbrochen habe, indem er dem Schlagenden zurief: ‚Höre auf zu schlagen; denn es ist die Seele eines befreundeten Mannes, die ich an ihrer Stimme erkannt habe.‘ Mag der ernste, aber scharfe Vertreter des monotheistischen Glaubens, wie anderwärts schonungslos den Dichter Homer, so hier den Denker Pythagoras verspottet haben, auch

als Spott wird diese anekdotenhafte Geschichte nur unter der Voraussetzung verständlich, daß Pythagoras an Seelenwanderung glaubte. Heraklit erklärte: ‚Vielwisserei lehrt nicht verständig sein; sonst hätte sie's den Hesiod und Pythagoras, und weiter den Xenophanes und Hekataüs gelehrt.‘ Und ein andermal sagt er: ‚Pythagoras, Sohn des Mnesarchos, übte am meisten von allen Menschen Forschung, wählte sich die genannten Schriften aus [wir wissen nicht, welche Schriften gemeint waren] und schaffte sich so eigene Weisheit, Vielwisserei und falsches Zeugnis.‘ Auch dieser Ionier ist dem Pythagoras nicht hold, aber er rühmt sichtlich seine Belesenheit und seine Gelehrsamkeit. Empedokles erwähnte ihn in seinen Hexametern mit Pathos: ‚Da war unter jenen ein Mann, der Überschwengliches wußte, der in der Tat den weitesten Reichtum an Geisteskräften sich erworben und mannichfaltiger schöner Werke Herr war; denn so oft er sich mit allen Kräften des Geistes reckte, erschaute er leicht von allem, was da ist, ein jedes Ding für zehn und auch für zwanzig Geschlechter der Menschen.‘ Der Dorier also lobt den Pythagoras über die Maßen und hebt sichtlich die Vielseitigkeit seiner Wirksamkeit hervor. Herodot spricht wiederholt von Pythagoras und den Pythagoreern. In seiner langen Untersuchung über Ägyptens Kultur und Geschichte sagt er einmal, daß Unsterblichkeit und Seelenwanderung eine alte ägyptische Lehre sei, und schließt: ‚Diese Lehre verwenden manche Hellenen älterer wie jüngerer Zeit, als sei sie ihre eigene Lehre; ihre Namen kenne ich, will sie aber nicht nennen.‘ Daß Herodot hier auch an den Pythagoras denkt, ist kaum zu bezweifeln. Er nennt ihn wohl aus Achtung und Rücksicht nicht. Auffallend aber ist, daß er auch von einer Reise des Mannes nach Ägypten weder hier noch sonst ein Wort zu sagen weiß. An einer anderen Stelle liegt die Sache ähnlich. Er berichtet, die Ägypter trügen beim Gottesdienst wie im Grabe niemals Wolle und stimmten darin überein mit den Orphikern und Bacchikern, die tatsächlich Ägypter seien, und mit den Pythagoreern. ‚Denn auch wer in diese Geheimdienste eingeweiht ist, darf nicht in wollenen Kleidern begraben werden.‘ An einer dritten Stelle spricht er von dem Thrakier Samolxis, über den er von Griechen am Hellespont und Pontos Euxinos erfahren hat. Dieser sei Sklave in Samos gewesen, und zwar des Pythagores, des Sohnes des Mnesarchos. Freigelassen und reich ge-

worden habe er versucht, in seine rohe thrakische Heimat, ionische Kultur und edlere Sitten zu verpflanzen, wie er sie im Verkehr mit Griechen, vor allem dem Pythagores, der nicht eben der schwächste Weise Griechenlands war, gelernt hatte. Wie weit Herodot den Geschichten glauben soll, ist ihm selber zweifelhaft. Er schließt: ‚Ich glaube, dieser Samolxis hat viele Jahre vor Pythagores gelebt.‘ Demokrit endlich galt für einen Anhänger oder Bewunderer der pythagoreischen Lehre. Er schrieb auch ein Werk mit dem Titel ‚Pythagores‘ und schien von dem Samier alle Weisheit entlehnt zu haben. Man konnte glauben, er ‚wäre sein Hörer gewesen, wenn nicht die Chronologie widerspräche.‘ Soviel berichten die älteren Quellen. Wir kommen zu den Peripatetikern.

Aristoteles, der gegen die Lehren des Alkmäon von Kroton § 53. ein besonderes Werk schrieb, sagt einmal, der Alkmäon sei jung gewesen, als Pythagoras alt war, und habe die Lehre von den Gegensätzen (weiß und schwarz, gut und böse, usw.) zum Teil von ihm entlehnt. Aristoteles schrieb ein anderes Buch ‚Über die Pythagoreer‘ und erzählte darin: ‚Pythagoras, Sohn des Mnesarchos, hat sich ursprünglich mit Mathematik und Zahlenkunde befaßt, ist freilich später einmal auch der Wundertuerei des Pherekydes nicht fremd geblieben, für die dann Beispiele angeführt werden, die in Metapont, Kroton und Kaulonia passiert sind. Auch habe er den sie bedrohenden Aufruhr seinen Pythagoreern vorhergesagt. In seiner Poetik erzählte Aristoteles, des Pythagoras Widersacher sei Kylon von Kroton gewesen. Aristoxenos schrieb ein ‚Leben des Pythagoras‘. Er erzählte darin, der Weise sei ein Tyrhener gewesen und auf einer der Inseln geboren, die die Athener besetzten. Es kann nur Lemnos im Ägäischen Meere gemeint sein. Seinen Lehrer Pherekydes von Syros habe er auf Delos begraben. Im Alter von 40 Jahren sei er vor der Tyrannis des Polykrates nach Italien entwichen. Dort seien Lukaner, Messapier, Peuketier, Römer seine Schüler geworden. Er selber aber habe auch den Chaldäer Zaratas besucht. Seine ethischen Lehren verdanke er der Delpherin Themistokleia. Er habe verboten, das Fleisch des Pflugrindes und des Widders zu verzehren, aber den Genuß von Bohnen, Spanferkeln und Lämmern empfohlen. Den Gebrauch der Maße und Gewichte habe er zuerst in Griechenland eingeführt. Den Aufruhr des Kylon, den sich Pythagoras ‚bereits in höherem Alter‘ dadurch ver-

feindete, daß er ihm die ‚Teilnahme am pythagoreischen Leben‘ wegen seines gewaltsamen und herrischen Wesens versagte, und das berüchtigte Blutbad im Hause des Milo zu Kroton, das den Bund sprengte und die Jünger zerstreute, habe er nicht erlebt. Er habe den Aufstand vorausgesehen, sei nach Metapont gezogen und dort gestorben. Dikäarch aber und andere ‚sorgfältigere‘ Autoren behaupteten des Pythagoras Gegenwart bei diesem feindseligen Angriff. — Damit treten wir denn bereits in das Meer von Widersprüchen und Fabelgeschichten ein, das nun die Geschichte des Weisen von Samos zu überschwemmen beginnt. Mit den zitierten Sätzen aber stimmen einige andere, selbst spätere Notizen gut überein. So setzt Diogenes Laërtios seine Blütezeit in die Jahre 540—537. Cicero verlegt die Übersiedlung des Pythagoras nach Italien in die Regierungszeit des Tarquinius Superbus (534—510), genauer etwa 140 Jahre nach dem Tode des Numa Pompilius (715—673), also etwa in das Jahr 533. Plato spricht davon, daß Pythagoras eine Art ‚Homerischen Lebensweges‘ geliebt und dadurch sich beliebt gemacht habe. Der Römer Justinus berichtete, Pythagoras habe 20 Jahre in Kroton gelebt, sei dann nach Metapont gezogen und dort gestorben; sein Haus aber habe man daselbst zum Tempel gemacht. Als einst Cicero Metapont besuchte, da ging er nach seiner eigenen Erzählung zunächst zu jener Wohnstätte, wo einst Pythagoras gehaust, und dann erst zum Hause des Gastfreundes, bei dem er zu logieren gedachte. — Was ergibt sich aus diesen Berichten für ein glaubwürdiges Lebensbild?

- § 54. Die Zeit des Pythagoras fällt in das sechste Jahrhundert. Polykrates herrschte als Tyrann von Samos 532—522. Damit stimmt, daß Aristoxenos jenen vor dieser Tyrannis fliehen, Cicero ihn aber etwa 533 nach Italien kommen läßt. Nun ist aber die Zahl des Cicero erst berechnet, weil sie ja die künstliche römische Zeitrechnung der sogenannten Varronischen Ära mit der griechischen Chronologie in Beziehung setzt. Hat er richtig berechnet? Die Zahlen wohl; aber die überlieferten Worte scheinen anders verstanden werden zu müssen. Aristoxenos spricht nicht direkt zu uns, sondern durch den Mund des Neuplatonikers Porphyrios (etwa + 234/304), der eine uns erhaltene Biographie des Pythagoras geschrieben hat. Der also sagt, 40 Jahre alt habe (nach Aristoxenos) Pythagoras Samos verlassen, weil er die Tyrannis des Polykrates strenger werden sah. Ein weitsichtiger Mann

durchschaut aber die schlau vorbereitende Wühlarbeit einer berechnenden Gewaltnatur lange vorher, ehe sie die reife Frucht pflückt, wie Demosthenes den Philipp von Makedonien, wie Solon den Pisistratos von Athen durchschaut hat. Eine aristokratische Natur mit echtgriechischem Haß gegen alle Despotie weicht nicht erst, wenn die Tyrannis ‚strenger‘ wird. Es ist wahrscheinlich, daß ^{Polykrates} Polykrates schon früher Samos verließ, ehe der stetig wühlende und wachsende Einfluß des Polykrates eine wirkliche Tyrannis zeitigte. Es scheint, als habe schon Aristoxenos dergleichen geschrieben. Es scheint auch, als habe der Geograph Strabo (um + 20) dergleichen gelesen, wenn er sagt, Pythagoras habe Samos verlassen, als er jene Tyrannis ‚werden‘ sah. Dann verließ jener Samos vor 533 und war also in diesem Jahr mehr als 40 Jahre alt. Auch mögen hinter jener Zahl 40 der Abrundung wegen noch einige Einer ausgelassen sein. Das stimmt mit Diogenes Laërtios, der seine Blütezeit in die Jahre 540—537 verlegt. So ergibt sich etwa 580 als das gesuchte Geburtsjahr, etwas nach 540 als die Zeit seiner Auswanderung. Wenn er ferner als ‚alter Mann‘ vor Kylon weicht und dann in Metapont stirbt, so muß man ihn doch wohl die 70 überschreiten lassen. Also starb er nach 510. Um ungefähre, aber leicht zu behaltende Zahlen anzusetzen, ergibt sich danach etwa 580—508 als die Zeit seines Lebens. — Seiner Herkunft nach ist er Ionier. So sagen die ältesten Autoren. Samos ist sein Geburtsort. Mnesarchos heißt sein Vater. Wäre das ein Dorier, so würde er irgendwo einmal Mnasarchos genannt werden. Attische Schriftsteller wenigstens nennen Dorier mit dorischer Namensform, z. B. den Spartanerkönig Archidamos so und nicht Archidemos. Den Vater des Pythagoras aber nennt auch Aristoteles nicht dorisch Mnasarchos, sondern ionisch Mnesarchos, trotzdem er den Sohn dorisch Pythagoras, nicht ionisch Pythagores (wie es Herodot und Demokrit getan haben) nennt. Also ist der Weise ionischer Abkunft. Woher kommt dann aber die dorische Form seines Namens? Seinen Ruhm begründete er schon in Samos. Seine Macht aber entstand erst in den Dorierstädten Großgriechenlands. Hier entwickelte er seine durch Erlebnisse erstarkte aristokratische Gesinnung. Hier wurde er die Seele eines Adelsbundes. Hier wurde er Dorier unter Doriern. Der dorische Stamm hat das urgriechische lange A bewahrt. So zeigen es auch die mit dem Urgriechischen verwandten italischen Sprachen, die neben dem

‚phēgos‘ und ‚phēmē‘ ihr *fagus* und *fama* sprechen. So zeigen es die Dialekte von Tarent, Metapont, Kroton und anderen dorischen Kolonien, denen die Römer ihr Fremdwort *māchina* entlehnten. Ihnen verdanken wir die dorische Form ‚Maschine‘ neben dem ionisch-attischen Fremdwort ‚Mechanik‘. So nannten ihn Dorier und Italiker Pythagoras. Unter diesem Namen und in diesem Geiste ist er bekannt. Darum sind ihm jene Ionier (§ 52) nicht recht gewogen. Xenophanes scheint seiner zu spotten, Heraklit ihn gar als Rabulisten zu verdammen, Herodot ihn mit kargem Lobe gelten zu lassen. Erst der jüngste von ihnen, Demokrit, erkennt ihn an. Der Dorier Empedokles aber zollt ihm ungeteilte Bewunderung und verleiht ihm den Blick des

§ 55. Sehers. — Die Orte seiner Tätigkeit sind Samos, Kroton und Metapont. In Samos ist er geboren. Hier lebte er noch im Alter von mindestens 40 Jahren. Sein Wissen und Wirken muß ihm früh bekannt gemacht haben. Die Ionier Kleinasiens kennen ihn. Thales soll ihn nach Ägypten geschickt haben. Von den Griechen am Hellespont und Pontos erhielt Herodot Nachrichten über ihn. Selbst die Legende vom Samolxis umspinnt den bereits berühmten Namen in ionischen Gegenden. Vor des Polykrates drohender Tyranis flieht er die Vaterstadt. Nun sendet ihn die Tradition auf Reisen. Daß er solche gemacht hat, ist an sich wahrscheinlich. Nur die Ziele sind nicht bekannt. Wer als echte Überlieferung liest, daß er den ‚Chaldäer‘ Zaratas (= Zoroaster) sprach, dann aber als späte Übertreibung daraus gemacht sieht, er habe die ‚Magier der Perser‘ besucht (§ 49), der mißtraut all diesen Geschichten. Wo man nur entfernte Anklänge an die Lehren der Pythagoreer entdeckt hatte oder zu entdecken wähnte, dahin schickte die geschäftige Phantasie den allweisen Meister, der aller Menschheit Wissen mit seinem gottbegnadeten Geiste umfaßt haben sollte. Tyrus und Sidon, Ägypten und Babylon, gallische Druiden und indische Brahmanen, Juden und Araber, sie alle müssen dem weisheitsdurstigen Manne ihre Geheimnisse verraten. So wird ihm denn auch alles aufgebürdet, was erst spätere pythagoreische Geschlechter ersonnen und entwickelt haben. So wenig alle diese Kenntnisse und Schöpfungen von ihm selber stammen, so wenig hat er alle diese Reisen gemacht und Gespräche geführt, die jenes Wissen und Wirken zu erklären bestimmt sind. So wird selbst die wahrscheinlichste seiner Reisen zweifelhaft, jene, die ihn nach Ägypten führte.

Wir sahen, wie Herodot von einer solchen augenscheinlich nichts weiß. Aufgebracht hat sie der Rhetor Isokrates in einer Prunkrede, wie sie der Geschmack des Altertums gleichsam als Konzertstücke des rhetorischen Virtuositums liebte. Solch ein Schaustück ist nicht auf Wahrheit gebaut, sondern auf Wirkung berechnet. Eine Geschichtsquelle daraus zu machen, das wäre etwa ebenso falsch, wie wenn man eine jede höfliche gesellschaftliche Phrase als bare Münze wollte nehmen. Ägyptische Weisheit konnte Pythagores auch in Samos reichlich erfahren: Die Lehre von der Seelenwanderung z. B. war auch sonst verbreitet; und von Pyramiden sprach bereits Thales. So bleibt auch diese Reise des Pythagoras fraglich. Sie ist nicht unmöglich, nicht einmal unwahrscheinlich, aber jedenfalls ‚unerweislich‘. Endlich aber kam er nach Großgriechenland. Er gründete seinen Bund in Kroton und zog von dort dessen Fäden über andere Städte des Westens. Er lehrte und leitete bald Schüler auch von anderer als griechischer Abkunft. Dorische Strenge und aristokratischer Stolz, aber auch sittlicher Ernst und edler Sinn ließ ihn scharfe Zucht üben und sorgsame Wahl treffen. So verfeindete er sich manche Elemente, besonders den Kylon. Seine Erfahrungen in Samos ließen ihn die Katastrophe ahnen. Er suchte sie zu vermeiden oder aufzuschieben, indem er den Wohnsitz wechselte. So zog er nach Metapont. Dort ist er betagt und berühmt gestorben. Sein Haus wurde eine heilige Stätte, zu der die Männer der Weisheit und des Lehrberufs noch nach Jahrhunderten voller Andacht pilgerten.

Damit ist zugleich die Wirksamkeit des Pythagoras im § 56. Umriß gegeben: er gründet einen Klub, er bildet eine Schule, er schafft gewisse Lehren. Er ist also politisch, pädagogisch, wissenschaftlich tätig. Was wird von diesen drei Zweigen seiner Tätigkeit berichtet? Wieviel von dem, was später als Pythagoreisch ausgebildet und bekannt war, geht auf den Meister selber zurück? — A. Von seinem Klub redet die Überlieferung deutlich. Schon Herodot spricht von Pythagoreern und kennt gewisse Pflichten oder Sitten, an die der Bund die Glieder fesselte. Und wenn er ihre Sitzungen oder Feste ‚Orgien‘ nennt, so verbindet er damit die feste Vorstellung von Geheimnissen heiliger und bindender Kraft, den Begriff eines veredelnden und erlösenden Kultus, der den Eingeweihten erhebt und beglückt. Alle solche Geheimbünde haben, wo sie nicht verflacht sind und mit dem Mysteriösen nur kokettieren, zum materiellsten

Eigennutz oder zu schwärmerischem Wahnwitz geführt. Den Pythagoreerbund mögen materielle Interessen leidlich gesund erhalten haben. Jeder echte Adel haßt nach oben wie nach unten. Er ist dem Tyrannen so feind wie dem Pöbel. Er will nicht Hofschranze sein, noch der Bürgerkanaille dienen. So denkt der Spartaner, so jeder wahre Dorier, so mag auch Pythagoras gedacht haben. Gewaltnaturen wie Polykrates und Kylon ist er gram. Volksmassen und Demokratentum weist er ab. Vornehmer, exklusiver Stolz ist seines Bundes Wesen; Herrschaft des Adels der Gesinnung und Gesittung ist seines Bundes Ziel. Das ist das Gepräge des Klubs zu allen Zeiten gewesen. Es ist kein Grund, den Prägstock seinem Meister abzusprechen. — B. Von seiner Schule zu reden ist dasselbe, wie von seinem Klub zu sprechen. Augenscheinlich machten seine Jünger eine Zeit der Prüfung durch, die sie sittlich reifen und vielleicht auch wissenschaftlich bilden sollte. Daß zu diesen Geboten strenge Selbstbeherrschung und Selbstbeobachtung gehörte, ist glaublich: mehrjähriges Schweigen und tägliche Prüfung der eigenen Taten werden wiederholt als Aufgaben der jungen Pythagoreer angeführt. Daß ein unbedingter Gehorsam gefordert wurde, ist nicht zu bezweifeln. Denn nur so wird der sprichwörtliche Ausdruck ‚Er hat's gesagt‘ erklärlich: sein Wort genügte eben, seine persönliche Autorität ersetzte die sachliche Begründung. Was er sprach, das waren ‚goldene Worte‘. Wie weit auch Kleidung und Nahrung durch Gebote wie Verbote schon von ihm geregelt waren, ist nicht mit Sicherheit zu entscheiden. Auch hier widerspricht sich die Tradition, die ihn beispielsweise Bohnen teils als unverdaulich verbieten, teils als abführend empfehlen läßt. Natürlich griff manche solcher Bestimmungen aus den Kreisen der Lehrlinge in die der Gesellen und Meister über, und es wird unmöglich, zu entscheiden, wieviel davon der Weise für die Schule, wieviel für den Klub bestimmte. — C. Von seinen Lehren sind einige religiös, einige ethisch, einige wissenschaftlich. Zu den religiösen Lehren gehörte sicherlich die von der Seelenwanderung. Man erzählte später, er habe seine eigene Seele für die des in der Ilias fallenden Helden Euphorbos ausgegeben, dessen im Heratempel aufbewahrten Schild wiedererkannt und durch die Inschrift, die im Innern des Schildes angebracht gewesen sei, identifiziert. Zu den ethischen Begriffen, die er besonders betonte, gehört der Grundsatz der Gerechtig-

keit, der Gleiches gegen Gleiches abwägt. Man schrieb ihm später die Vorstellung zu, daß der Satz $2 \times 2 = 4$ das Sinnbild der Gerechtigkeit sei, und stempelte ihn so auch zum Schöpfer der im Pythagoreismus herrschend gewordenen Symbolik. Zu den wissenschaftlichen Problemen, die er behandelte, gehören die Verhältnisse von Maß und Zahl. Aristoteles spricht ausdrücklich von ‚Mathemata‘ und ‚Arithmoi‘, wenn auch schon Aristoxenos übertreibend von der ersten Einführung der Maße und Gewichte in Hellas redet. Was auf diesem Gebiete dem Pythagoras persönlich zugeschrieben wird, das ist folgendes: 1. der sogenannte pythagoreische Lehrsatz; 2. die sogenannte Harmonie der Saiten und der Sphären. Von diesen zu reden, ist die Aufgabe der folgenden Abschnitte (§ 58 ff.).

Diese wissenschaftlichen Arbeiten werden den Pythagoras § 57. als einen nüchternen Gelehrten erscheinen lassen, als den Meister der Beobachtung, der Messung, der Induktion. Sie lehren ihn uns kennen als exakten Forscher: den Begründer der Flächenmessung, den Erfinder der Akustik, den Benenner der ‚Hypotenuse‘, den ersten Unterscheider ‚hoher‘ und ‚tiefer‘ Töne. Und dieser klare Denker und nüchterne Beobachter, dieser erfolgreiche Schöpfer wissenschaftlicher Termini, die noch nach $2\frac{1}{2}$ Jahrtausenden gültig sind und sich eine Welt von Nationen erobert haben, der soll ein symbolisierender Träumer, ein gaukelnder Wundermann gewesen sein? Nein! Sicher ist er es nicht gewesen, aber geworden. Der Ionier in Samos war ein Denker, der Dorier in Italien ward zum Groß-Kophtha. Schon manchen hat die Politik und das Präsidententum, wo nicht verdorben, so doch umgewandelt. Wem Jünger täglich Weihrauch zünden, dem steigt der Rauch zu Kopfe und er kommt sich selbst wie ein Geweihter vor. Wer aber politisch wirken will, bedarf der Autorität und des Mysteriösen. Er braucht blinde Hingabe und den Reiz des Geheimnisvollen. Er darf nicht alles, was er sinnt und plant, verraten und muß oft sprechen, um seine Gedanken zu verschweigen. So wurde Pythagoras zum rätselhaften Schweiger, wie zum orakelnden Propheten. Den Nimbus, den jugendliche Verehrung um seine Gestalt wob, hat er nicht zerstört, sondern als Mittel für seine Zwecke ausgenutzt. Den Ruf, der Priesterin des delphischen Orakels verdanke er göttliche Weisheit, hat er sicherlich wo nicht verbreitet, so doch nicht bestritten. Auch ihm, der Macht brauchte, hat der Zweck

das Mittel geheiligt. Daß dieser Prozeß der Umwandlung langsam vor sich ging, liegt in der Natur der Sache. Es ist das aber auch überliefert. Aristoteles sagt (§ 53) ausdrücklich, Pythagoras habe sich ursprünglich mit Mathematik und Zahlenkunde befaßt, sei aber später einmal auch der Wundertuerei des Pherekydes nicht fremd geblieben. Gerade die Beispiele aber, die er für dieses Wundertun anführt, weisen auf die italischen Städte Kroton, Kaulonia und Metapont. Hat also wirklich Pherekydes, der auf der Insel Syros im Ägäischen Meere geboren war und auf der Kykladeninsel Delos begraben wurde, in dem genannten Sinne den Pythagoras beeinflusst, so ist der Schüler erst in höherem Alter in seines Lehrers Fußstapfen getreten. Erst als aus dem Pythagores ein Pythagoras geworden, wandelte sich langsam der Forscher zum Propheten um. Man gibt aber nicht ungestraft Heimat, Muttersprache und den angeborenen Beruf auf. Wer ein Stück seines Wesens opfert, der opfert einen Teil der Wahrheit. So spielte Pythagoras den Propheten. Die fromme Lüge aber ist fruchtbarer als die feige Lüge. So hoben ihn die Jünger in göttliche Regionen und machten ihn zum Sohne des Lichtgottes Apollo. Mit einer Apotheose krönt die Legende ihr Werk. Pythagoras wurde Gottessohn, aber auf Kosten seines Menschentums. Für das himmlische Dasein, das die Legende ihm vindizierte, gab er in der Tradition ein gut Stück irdischen Lebens dran. Und wer dieses rekonstruieren will, hat die größten Schwierigkeiten und stößt auf verwickelte Widersprüche.

IX. Herkunft des Wortes ‚Hypotenuse‘.

- § 58. Das Wort ‚Hypotenuse‘ (*ὑποτεινούσα*) scheint von Pythagoras (580—508) als Terminus der Geometrie geprägt zu sein. Es besteht aus der Präposition ‚unter‘ (*ὑπό*) und dem Femininum des Participium Praesentis Activi von ‚spannen‘ (*τείνω*), heißt also wörtlich: die ‚unterspannende‘. Wer aber vorsichtig Übersetzung und Erklärung von Wort und Begriff vornehmen will, darf dabei nicht stehen bleiben. Denn sowohl die Präposition als auch das Partizipium können noch eine zweite Bedeutung haben. Je nachdem die Präposition den Genetiv, Dativ oder Akkusativ regiert, steht sie auf die Fragen woher (‚von unten‘),

wo (unten) oder wohin (nach unten). Insbesondere bei Verben der Bewegung bedeutet sie mit Vorliebe ‚von unten, hervor, herauf, nach oben‘. Die Verba der Bewegung aber werden in allen möglichen Sprachen gern und oft intransitiv gebraucht. Wie wir sagen ‚der Wagen hält‘ für ‚er wird gehalten‘, oder ‚ein Kind schlägt zu Boden‘ oder ‚das Schiff treibt vor dem Winde‘, so gebraucht auch der Grieche die gleichen Verba (*ἐπιβάλλειν*, *ἔχειν*, *ἐλαύνειν*) und andere Transitiva ohne Objekt. Wie wir also von einer Wunde sagen können, sie ‚spanne‘, so kann auch das griechische Wort Hypotenuse intransitiv sein und einen passiven Sinn haben. Das ergibt vier Kombinationen für die Bedeutung des Wortes *ὑποτείνουσα*: 1. die unterspannende; 2. die untergespannte; 3. die hinaufspannende; 4. die hinaufgespannte. Welche dieser Übersetzungen (A) ist die richtige?

Es entsteht aber bei der Betrachtung des Wortes noch eine zweite Verlegenheit. Welches Femininum ist bei diesem Adjektivum ursprünglich zu ergänzen? Es liegen wiederum zwei Möglichkeiten vor. Entweder ist von einer wirklichen Spannung die Rede, also einer Art von Zug, oder Druck, von Last oder Wucht. Oder die Spannung ist nur ein anschauliches Bild, eine Art von Metapher für Linien und Formen, die einem ziehenden, drückenden, lastenden, wiegenden Gegenstände äußerlich einigermaßen ähnlich sehen. In jenem Falle lassen sich ergänzen: a) das Seil (*ἡ σπειρα*, *σειρά*, *σπάρτη*); b) die Sehne (*ἡ νευρά*, *ἕς*, *ἀγκύλη*); c) die Saite (*ἡ χορδή*). Für diesen Fall finden sich die Wörter: d) der Balken (*ἡ δοκός*); e) die Linie (*ἡ γραμμή*); f) die Seite (*ἡ πλευρά*). Alle die genannten griechischen Vokabeln sind Feminina. Man greift nun gewöhnlich mit schneller Wahl sowohl aus jenen vier Übersetzungen als auch aus diesen sechs Ergänzungen je die zweite heraus und übersetzt flott ‚die untergespannte Sehne‘. So hat es der Verfasser dieser Zeilen einst von seinen Lehrern gelernt und unbedenklich geglaubt. So werden es auch heute noch die meisten Lehrer übersetzen und die meisten Schüler glauben. Stutzig aber muß schon der Umstand machen und hat bei der Lektüre griechischer Mathematiker uns in der Tat die ersten Zweifel gebracht, daß bei einer solchen Sehne, ob man dabei an den Bogen der Schützen oder den Kreis der Mathematiker denkt, zunächst die Beziehung zu einem gegenüberliegenden Winkel fehlt, die doch der antiken Vokabel meist, der modernen Vokabel sogar stets innewohnt. Wir

werden also auch die sechs ergänzten Vokabeln sorgfältiger zu prüfen haben. Welche dieser Ergänzungen (B) ist die richtige?

§ 59.

A. Unter den vier Übersetzungen sind zunächst die transitiven (1 und 3) auszuschneiden. Es haben sich bei einer sorgfältigen Sammlung von griechischen Stellen freilich solche gefunden, die dem Worte einen Akkusativ beifügen. Man liest gelegentlich eine Wendung wie ‚die den rechten Winkel unterspannende‘ (Hypotenuse) im Gegensatz zu ‚den den rechten Winkel umfassenden‘ (Katheten). Man liest auch zuweilen von ‚einer einen Kreisbogen unterspannenden‘ (Sehne). Es hat sich aber bei einer sorgfältigen Vergleichung dieser Textstellen ergeben, daß ihre Verfasser verhältnismäßig spät und ihr Sprachgebrauch ziemlich vorübergehend ist. So ist jene Stelle beim Euklid (um — 300), diese beim Archimedes († — 212) zu finden, also beide zwei bis drei Jahrhunderte nach Pythagoras. Dagegen liest man wieder die herkömmliche Ausdrucksweise von der ‚unter den rechten Winkel‘ oder ‚unter den Kreisbogen‘ (sich) Unterspannenden unter anderen bei dem Stoiker Geminus (— 77) und beim Astronomen Ptolemäos (um + 150). Der transitive Sprachgebrauch kommt also vor, ist aber nicht der ursprüngliche. Er kann also nicht dazu dienen, jenen Kreis von Vorstellungen festzustellen, aus dem Pythagoras Wort und Begriff entlehnte. Es bleiben für diesen Zweck nur die beiden intransitiven Bedeutungen (2 und 4) zur Wahl.

B. Unter den sechs Ergänzungen scheidet die zweite Reihe (d bis f) aus. Die Vorstellungen ‚Linie‘ und ‚Seite‘ (eines Dreiecks) sind bereits mathematische Abstraktionen, die von jeder besonderen Anschauung an Objekten losgelöst sind. Natur und Technik bieten unserem Auge wohl Umrisse und Ränder, Kanten und Grenzen, Fäden und Seile, Stäbe und Striche, aber nicht Linien und Seiten. Diese Bedeutungen sind selber schon geometrische Verallgemeinerungen, können also nicht die Quelle der Anschauung bilden, aus der solche Vorstellungen durch Abstraktion geschöpft sind. Der Begriff ‚Balken‘ erfüllt freilich die Forderung sinnlicher Anschaulichkeit. Griechische Tempel haben ja ein Giebeldach. Die Decke wird innen von größeren Balken getragen, die ihrerseits schräg zum First aufsteigende kleinere Balken zu gleichschenkligen Dreiecken ergänzen. Jene größeren Balken können wie solche ‚Unterspannungen‘ aussehen. Sie haben aber tatsächlich keine Spannung. Auch findet sich

keine einzige Stelle, die an einen solchen Sprachgebrauch erinnert. Das Deminutivum ‚Stab‘ oder ‚Latte‘ (*ῆ δουίς*) wird freilich in den sogenannten ‚Knochenbrüchen‘ des Arztes Hippokrates († — 460) einmal ‚unter ein Sofagestell der Länge nach untergespannt‘. Die Schrift gilt auch als echt und alt. Doch ist das ‚Unterspannen‘ hier von den Gurten entlehnt, die in der Quere unter solche Gestelle gespannt werden. Diese Gurte aber laufen parallel und liefern nirgends ein Dreieck, so daß man von ihnen zur ‚Hypotenuse‘ des Pythagoras keine Brücke finden kann. So ist also weder die ‚Linie‘ noch die ‚Seite‘, weder der ‚Balken‘ noch die ‚Latte‘ geeignet, die zugrunde liegende Grundanschauung des pythagoreischen Terminus zu bilden. Es bleiben für diesen Zweck nur die drei ersten Ergänzungen (a bis c) zur Wahl.

C. Es gilt nun unter den Kombinationen, die zwischen § 60. den Übersetzungen 2 und 4 und den Ergänzungen a bis c möglich sind, die rechte Auswahl zu treffen. Zunächst vereinfacht sich die Zahl dieser Fälle wieder erheblich. Die gewöhnlichen Wörter für ‚Sehne‘ sind gar nicht die oben (b) angegebenen Feminina, sondern ein Neutrum (*τὸ νεῦρον*) und ein Maskulinum (*ὁ τένων*). Erst ganz spät, in der römischen Kaiserzeit, wird eines der Feminina (*νευρά*) mit jenem Neutrum verwechselt und auch in der Prosa bald für ‚Sehne‘, bald für ‚Saite‘ gebraucht. Dazu kommt, daß der Schießbogen wieder keinerlei Beziehung zu einem Gegenwinkel ermöglicht, da er entweder aus einem gerundeten Ganzen oder aus zwei durch einen Steg verbundenen ‚Hörnern‘ besteht. Ganz ähnlich sieht es mit den Wörtern für ‚Seil‘ aus. Jene Feminina (a) sind poetisch oder spätprosaisch. Zwei von ihnen (*σπειρα*, *σειρά*) kommen z. B. in dem ausführlichen Blümmerschen Werk über Terminologie und Technologie der Alten (Leipzig 1875—87) gar nicht vor. Das dritte aber (*σπάρα* = *σπαρίνη*) ist in der neutralen (*τὸ σπάρον*) und maskulinalen (*ὁ σπάρος*) Form üblicher, sowie ein anderes Wort ‚Schoinos‘ ebenfalls als Maskulinum (*ὁ σχοῖνος*) und Neutrum (*τὸ σχοινίον*) allgemein in Gebrauch ist und erst seit dem Aufblühen der Botanik (es bedeutet eigentlich ‚Binse‘), also seit Theophrast (— 320), zum Femininum wird (§ 43 II). Aber alle diese Wörter machen auch sachlich Schwierigkeiten. Was sollen solche Seile unterspannen? Man denkt an Krane. Diese sind aber in ihrer ganzen Gestalt völlig ungeeignet, die Vorstellung der Hypotenuse

zu erwecken. Man denkt an Rundbögen. Diese sind aber bei den Griechen äußerst selten und gestatten wieder keine Beziehung zu einem Winkel. Man denkt endlich an Spitzbögen. Diese finden sich freilich in den Mauern von Tirynth wie in den sogenannten Kuppelgräbern, sind aber nicht durch Anlage der Konstruktion, sondern durch nachträgliche Abmeißelung entstanden, sind ebenfalls vereinzelt geblieben und gestatten kaum den Begriff einer Spannung. So sind denn auch die ‚gespannten Taue‘ eine unklare, man möchte sagen heimatlose Vorstellung. — Scheiden auf diese Weise die Sehnen und Seile aus, so bleibt für Hypotenuse nur noch der Begriff ‚der untergespannten (2) oder der hinaufgespannten (4) Saite (c)‘ übrig. Und auch diese Wahl vereinfacht sich noch. Man denke an die Form der Geigen, Leiern oder Harfen und frage sich, wo denn wohl eine Saite untergespannt werde. Überall werden sie hinaufgespannt. Am unteren Ende des Instrumentes wird die Saite befestigt, dann wird sie zum oberen Ende des Instrumentes hinaufgezogen (*ὑποτείνειν*) und dort um den Wirbel geschlungen und gespannt (*ἐπιτείνειν*). Geigen freilich liegen wagerecht und haben streng genommen kein Oben und kein Unten. Geigen aber sind auch dem Altertum unbekannt. Die Leier steht freilich aufrecht und ist das heilige Instrument des Apollo und darum überall bei den Griechen bekannt und beliebt. Sie hat aber keinen der hinaufgespannten Saite gegenüberliegenden Winkel. Die Harfen endlich sind zwar ägyptischen Ursprungs, aber aus Bildern, Prosastellen und Versen bei den Griechen nachzuweisen. Sie haben zwei Arme, die einen Winkel bilden. Ihm liegt die aufgespannte Saite als die dritte Seite eines Dreiecks gegenüber. Dieser Anschauung muß des Pythagoras ‚Hypotenuse‘ ihren Namen verdanken. Das Wort bezeichnet also ursprünglich eine ‚aufgespannte‘ Harfensaite (*χορδή chorda*). Zu diesem Resultate führen uns unsere Schlüsse. — Stimmt mit diesen Schlüssen die Tradition?

- § 61. Sprachliches: 1. Daß die Präposition die Bedeutung ‚hervor, von unten herauf‘ im Griechischen (*ἐπί*) wie im Lateinischen hat, ist sicher. Sie steckt in Verbindungen wie: scheinlich oder argwöhnisch ‚aufblicken‘ (*ἐποβλέπειν, ἐπόδρα ἰδόν*), den Arion ‚auf seinen Rücken nehmen‘ (*δέλφις ἐπολαβών*), die Stadt liegt nicht in der Ebene, sondern auf dem ‚Aufstieg der Berge‘ (*ἐπιώρεια*); oder wie: Schiffe ‚auf das Land ziehen‘ (*subducere naves*), den Vorhang ‚aufziehen‘ (*aulaeum subducere = tollere*),

die Rinde ‚wächst von unten herauf nach‘ (*succrescit ab imo cortex*). — 2. Das Verbum für das Aufspannen der Saite ist nicht überliefert. Die Manipulation ist so trivial, daß man davon ebenso wenig spricht, wie etwa in unserer Literatur eine Notiz existieren mag, die das Anzünden des Feuers mit schwedischen Streichhölzern schildert. Die Tradition bestätigt also unsere Deutung nicht, aber sie widerspricht ihr auch nicht. Da aber das Anspannen, das Anziehen oder Stimmen der Saiten durch Komposita von ‚spannen‘ (*ἐπιτείνειν, ἐντείνειν*) ausgedrückt wird, wird man für das Aufziehen der Saiten auch ein solches suchen müssen. — 3. Homer gebraucht einmal unser Verbum in einer charakteristischen Verbindung. Griechen ziehen das Schiff auf das Land und ‚spannen‘ auf beiden Seiten lange Stützen ‚von unten dagegen‘. Man hat diese Stützen richtig ‚Streben‘ genannt; sie stemmen sich sozusagen ‚nach oben‘ (*ὑποτανύειν*). Und da, wo man diese Streben wieder ‚darunter hervorzieht‘, gebraucht Homer genau dieselbe Präposition (*ὑφαίρειν*). Das Bild aber, das ein solches Schiff vom Meer oder vom Lande aus gesehen bietet, gleicht dem der Harfe: Schiffsbauch und Erdboden sind die Arme, die Streben aber sind die Saiten. Und diese Streben sind ‚hinaufgespannt‘. — 4. Als die Römer Syrakus belagern (— 212), sucht Marcellus mit *Sambucæ* (*σαμβύκαι*) die Mauer zu stürmen. Diese Maschinen bestehen nach Polybios (um — 140) aus paarweise gekoppelten Schiffen, auf deren Vorderdeck Leitern liegen, die man schräg gegen den Mauerrand stemmt. Oben ist ein Schanzwerk angebracht, hinter dem sich hinaufgekletterte Belagerer schützen. Das Wort heißt ‚Harfen‘. Und man hatte in der Tat, wenn man die Sambuken von der Seite sah, das Bild der Harfen vor sich: Schiffsdeck (samt Erdboden) und Mauer sind die Arme, die Leitern aber die Saiten; der Schiffsbauch ist Resonanzboden, das Schanzwerk Wirbel. Hätte Homer das Ding geschildert, er hätte gewiß die Leitern ‚hinaufgespannt‘ (*ὑποτανύειν*); Polybios läßt sie ‚anheben‘ (*ἐξάγειν*). Jedenfalls dient also die Harfe auch sonst als Bild, das der Sprache Metaphern liefert. — 5. Freilich stehen die Arme der Harfen nicht immer aufeinander senkrecht. Das macht stutzig und läßt an unserer Deutung irre werden, weil es für die Auffassung von der Arbeit des Pythagoras einen besonderen Fall, einen merkwürdigen Zufall in Anspruch zu nehmen scheint. Dem ist aber nicht so. Das Wort ‚Hypotenuse‘ heißt bei den Griechen zunächst ‚Gegenseite‘ und wird von jeder Dreiecksseite

gebraucht, was für einem Winkel sie auch gegenüberliegen möge. So nennt Euklid (um — 300) im pythagoreischen Lehrsatz die Hypotenuse ausdrücklich ‚die unter den rechten Winkel Gespannte‘. Erst die Zufügung des rechten Winkels gibt der Hypotenuse den modernen Begriff. Darum kennen die Griechen auch keine ‚Katheten‘ im modernen Sinne des Wortes: Diese Vokabel bedeutet soviel wie ‚Lot‘. Gerade sprachlich ist unsere Deutung einleuchtend. Sie setzt zwei gegebene, einen beliebigen, gelegentlich auch rechten Winkel bildende Lineale, Stäbe oder Linien voraus und verbindet zwei Punkte dieser Schenkel durch ein drittes Gebilde, sei es Lineal, Stab oder Linie. Wo läßt

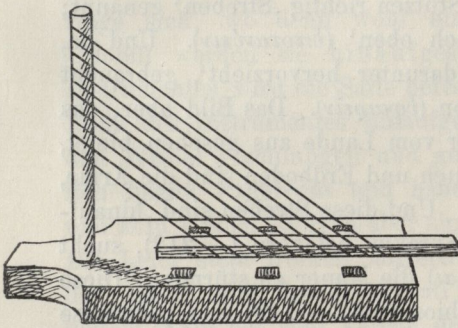


Fig. 8.

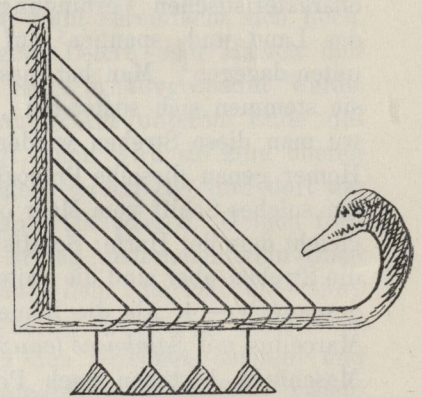


Fig. 9.

sich das einfacher und anschaulicher finden, als bei den Armen und der ‚aufgespannten‘ Saite einer Harfe?

§ 62.

Sachliches: 1. Bildwerke und Schriftstellen stimmen darin überein, daß die Saiten unten befestigt und dann nach oben gespannt wurden. Dort wurden sie meist an Wirbeln festgebunden und mit deren Hilfe gespannt. So ist's bei den Leiern, so bei den Harfen. Während aber bei jenen die verschiedene Tonhöhe ausschließlich durch die Spannung der Saiten erreicht wird, erzielt man bei diesen dasselbe Resultat im wesentlichen durch die Länge der Saiten. Die Saiten der Leier sind gleich lang, die der Harfe verschieden lang. Einige Bilder ägyptischer Harfen aus den Gräbern von El-Amarna machen das besonders deutlich. Solche Harfen zeigen die Fig. 8—10, während die Fig. 11 eine Muse auf einer in München befindlichen griechischen Vase darstellt. Ein Blick auf diese Instrumente lehrt aber auch, daß

sie sozusagen mathematische Beobachtungsinstrumente sind. Man kann ja an ihnen gewisse Sätze auf induktivem Wege förmlich ablesen. Einige Beispiele sind die folgenden: a) Parallele Linien bilden mit einer gemeinsamen Schnittlinie gleiche Gegenwinkel; b) Parallelen zwischen den Schenkeln eines Winkels haben zueinander wie zu den Abschnitten der Schenkel ein konstantes Verhältnis; c) Das Quadrat der Maßzahl einer Hypotenuse addiert die Quadrate der Maßzahlen ihrer Katheten. Nun war der eine Arm meist kürzer als der andere. Die Abschnitte also, welche die Knüpfpunkte der Saiten abgrenzten, waren auf dem einen kürzer als auf dem anderen. Ergaben sich beim Messen rechtwinkliger Arme die Zahlen 3 und 4, oder 5 und 12, oder 8 und 15, so maßen die entsprechenden Saiten 5, 13, 17. Durch Rechnung ergab sich dann leicht das Resultat $3^2 + 4^2 = 5^2$, ferner $5^2 + 12^2 = 13^2$, endlich $8^2 + 15^2 = 17^2$. Daß Pythagoras seinen Hypotenusensatz erst an einem bestimmten Beispiel und an einer Art von Gestell (*norma*) gefunden habe, das haben schon die Alten behauptet. Der Architekt des Kaiser Augustus, Vitruv, nennt ausdrücklich die Maßzahlen 3, 4, 5 als die Länge dreier Lineale (*regulae*). So scheint es in der Tat völlig einleuchtend, daß

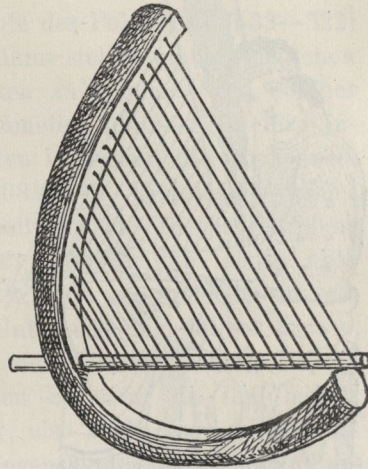


Fig. 10.

der Samier den ‚pythagoreischen‘ Lehrsatz an solchen Harfen, deren Arme zufällig rechtwinklig standen, wo nicht entdeckt, so doch geprüft habe, oder aber daß er sich nach dem Muster solcher Harfen Gestelle konstruierte, um an ihnen die Maßverhältnisse zu beobachten. Gerade die Eigenart seiner Verbindung von Messen und Rechnen, seiner Kombination von Geometrie und Arithmetik macht das wahrscheinlich. Dabei hat er denn einerseits mit hölzernen Armen (*ἀγκῶνες*), die er vielleicht als Untergestell (*βάσις*) und Höhe (*ἕψος*, *βάθος*) oder als Breite (*πλάτος*) und Länge (*μῆκος*) bezeichnete, anderseits mit ‚aufgezogenen‘ Saiten (*ὑποτείνουσαι*) operiert. So bezeichnet teilweise noch der Pythagoreer Nikomachos (um + 140) gelegentlich

die Grenzlinien rechtwinklig angeordneter Zahlendiagramme. So fügt er gar einmal das Wort ‚Hypotenuse‘ für die Querlinie hinzu. So also mag Pythagoras durch sinnliche Anschauung auf den anschaulichen Ausdruck ‚Hypotenuse‘ gekommen sein.

§ 63. Geschichtliches: 1. Haben aber die Griechen auch solche Harfen gekannt? Das ist unzweifelhaft. Bis 1882 waren bereits 22 Bilder von Harfen aus der griechischen Kunst bekannt und veröffentlicht. Uns aber liegen etwa ebensoviele Stellen aus der griechischen Literatur vor. Und beide Sammlungen sind ohne



Fig. 11.

Anspruch auf Vollständigkeit. Freilich liebten die Griechen das ausländische Instrument nicht. Sie überließen es, so wird vielfach berichtet, Weibern und Sklaven. Das ist aber eine musikalische, nicht eine technische Frage. Sie spielten vielleicht die Harfe nicht selber, sie duldeten sie jedenfalls nicht neben der nationalen heiligen Leier. Aber sie kannten sie, stellten sie dar, besprachen sie. Also haben sie sie auch beobachtet. Und darauf allein kommt es hier an. — 2. Hat man sie aber auch in Samos gekannt? Wenn irgendwo, dann gerade hier. In Klein-

asien berührte sich die griechische Kultur mit der orientalischen (§ 46 ff.). Hier lernte man die ‚lydische‘ und ‚phrygische‘ Flöte kennen. Hier besiegte der edle Leierspieler Apollo den frechen Klarinettenspieler Marsyas. Zwei der beliebtesten griechischen Tonarten hießen die ‚lydische‘ und ‚phrygische‘. Bekannt ist die Seeherrschaft des Samiers Polykrates. Den Besuch des Ägypterkönigs Amasis kennt alle Welt aus Schillers ‚Ring des Polykrates‘ (§ 48). Samos ist ionisch. Im Heere des Psammetich dienten ionische Söldner und haben auf die Felsen des ägyptischen Abusymbol ihre Namen eingeritzt (§ 48). Für ägyptisch erklärte der Astronom Ptolemäos die Harfen. Ägyptische Bilder

und Schriften bestätigen das in reichstem Maße. Wo sollte man diese Instrumente also eher kennen, als gerade in Samos? — 3. Hat endlich auch Pythagoras die Harfen gekannt? Auch das ist so gut wie sicher. Aristoteles († — 322) rechnet die Harfen zu den ‚alten‘ Instrumenten. Der älteste griechische Zeuge, der Dichter Alkman, ist im lydischen Sardes unter König Ardys (— 652/615) geboren und spielt die Harfe. Jener alte Wander-sänger, den uns die Überschrift von Schillers ‚Kranichen des Ibykos‘ nennt (§ 48), kam schon vor der Tyrannis des Polykrates (um — 560) nach Samos und galt als Erfinder einer Form der Harfe. Der Lyriker Anakreon, den wir aus unseren deutschen Anakreontikern kennen, traf am Hofe des Polykrates (533—522) mit jenem Ibykos zusammen und rühmt sich in einem erhaltenen Vers, auf einer Harfe mit 20 Saiten zu spielen. Die Söldner von Abusymbel dienten unter Psammetich (656—615), ihre Inschriften gehören also zu den ältesten ionischen, die wir kennen. Nun lebte Pythagoras etwa — 580/508 (§ 54). Erst des Polykrates (— 533/522) werdende Tyrannis soll ihn aus Samos getrieben haben. Er hatte bereits die Vierzig überschritten, als er nach Italien ausgewandert und dort seinen Klub gegründet haben soll. Jedenfalls lebte er, vielleicht mit Unterbrechung einiger Reisen, in seiner Heimat lange genug, um auch dort durch seine Lehren und seine Person bekannt gewesen zu sein, da ihn bereits Herodot (um — 440) genauer kennt, also auch lange genug, um mit den zahlreichen ägyptischen Gegenständen sich vertraut gemacht zu haben, die gerade in dieser Zeit des 7. und 6. Jahrhunderts nach Samos gekommen sein müssen. Soll die Harfe davon ausgeschlossen werden? — 4. Eine Geschichte hat aber auch das Wort ‚Hypotenuse‘, sowohl in seiner Konstruktion als auch in seiner Bedeutung. Kontrollieren (B) können wir beides an den Schriftstellen erst seit Plato (um — 380), der etwa 1½ Jahrhunderte nach Pythagoras schrieb. Diese Zwischenzeit (A) aber ist unkontrollierbar. Nun bedeutet in der Periode B das Wort zunächst allgemein Gegenseite, dann spezieller gelegentlich Hypotenuse, endlich Sehne sowohl im Kreise wie auch im kreisumschriebenen regulären Polygon. Der älteste Begriff ist also der der Gegenseite und widerspricht unserer Deutung gewiß nicht. Konstruiert aber wird das Partizipium zunächst mit der Präposition ‚unter einen Winkel untergespannt‘, dann mit dem Objekt ‚einen Winkel oder einen Bogen unterspannend‘. Das

Wort hat also innerhalb der Periode B einen Wandel der Konstruktion durchgemacht. Der Schluß auf einen gleichen Vorgang in der Periode A ist also gewiß nicht allzu kühn. Die Umdeutung des Pythagoreischen ‚hinauf‘ in das Platonische ‚unter‘ ist nicht streng nachzuweisen, aber auch nicht streng abzuweisen. Wo 150 Jahre lang die Tradition schweigt, muß eben die Kombination das Fehlende ergänzen.

§ 64. Resultat: Pythagoras hat den Begriff ‚Hypotenuse‘ allgemein als ‚Gegenseite‘ aufgefaßt. Er hat ihn der Anschauung ägyptischer Harfen entlehnt und das Wort in der Bedeutung ‚aufgezogene Saite‘ vorgefunden. Er hat also seine geometrischen Entdeckungen und Ausdrücke demjenigen Gebiete entlehnt, dem seine sonstigen Studien galten. Denn an musikalischen Instrumenten hat er die einfachen Zahlenverhältnisse festgestellt, in denen die Längen harmonisch klingender Saiten stehen (§ 65 ff.). Da es sich hierbei um Längen, nicht um Spannung der Saiten handelt, so hat er Harfen, nicht Leiern vor sich gehabt. Seine musikalischen Resultate prüfte er experimentell an einer einzigen Saite. Das betreffende Experimentierinstrument nannte man danach ‚Monochord, (von *μόνος* ‚allein‘ und *χορδή* ‚Saite‘). Dasselbe Wort also, das in diesem Namen steckt, ist bei dem Partizipium ‚Hypotenuse‘ zu ergänzen. So hat also Pythagoras die ägyptische Harfe zur Mutter eines interessanten Geschwisterpaares gemacht, des Monochords und der Hypotenuse. Wer seinen Aufenthalt in Ägypten, wohin griechische Legenden den Mann auf seinen Reisen schicken, für bloße Erfindung hält (§ 55), weiß nun in der Welt der Tatsachen auch den Punkt anzugeben, an dem die sprießende Legende ihren Keim ansetzte, einen viel greifbareren und sinnenfälligeren Punkt, als es die abstrakte Lehre von der Seelenwanderung (§ 56) und die hygienische Maßregel gewisser Speisegebote (§ 56) sein dürften.

X. Die Saitenharmonie des Pythagoras.

Bekanntlich haben die alten Griechen nichts Klares von § 65. Elastizität gewußt. Der Ausdruck ist, wenn auch mit Hilfe eines griechischen Wortstammes, so doch mit lateinischer Ableitung und Endung gebildet und ebenso modern wie der damit bezeichnete Begriff. Die Griechen haben also auch keinen Maßstab für die Stärke der Elastizität erfinden können. Ebenso wenig kannten die Alten unsere Schwingungszahlen. Wohl haben die Pythagoreer den Begriff der Schwingungen oder ‚Schläge‘, wie sie sagten, erfaßt und auch die Höhe und Tiefe der Töne von der wachsenden und fallenden Menge der Schwingungen abgeleitet. Aber ein Mittel wie unsere Sirenen oder sich spiegelnde Schwingstäbe, um diese Schwingungen sichtbar und zählbar zu machen, ist im Altertum nicht entdeckt worden. Was die Alten aber messen konnten und gemessen haben, das sind die Saitenlängen, wie wir es kurz nennen wollen. Wir denken dabei aber sowohl an die Länge gleichstarker und gleichgespannter Saiten wie auch an die Höhe von schwingenden Luftsäulen in Flöten oder ähnlichen Instrumenten. Die Entdeckung, daß solche Größen, wenn sie die einfachsten Tonintervalle ergeben, im Verhältnis der einfachsten ganzen Zahlen stehen, wird dem Pythagoras zu geschrieben. Wie ist er darauf gekommen?

I. Vorbemerkungen. Die überlieferten griechischen Stellen § 66. sind oft zitiert, aber nie kritisiert worden. Man ist über gewisse gelegentlich hingeworfene Notizen, die meist nur Einzelheiten herausgriffen, nicht recht fortgekommen. So lohnt sich nicht nur eine zusammenhängende Besprechung, die Sachlage fordert sie. Aber sie trifft selbst bei Philologen vielfach auf mangelhafte Vorbereitung, weil eben die Einzelheiten der überlieferten Texte noch wenig verbreitet und wenig verarbeitet sind. Um also all den Mißverständnissen der Leser vorzubeugen, wie sie solche fremdartigen Texte nur zu leicht erzeugen, dazu schickt der Verfasser einige Vorbemerkungen voraus. Setzte er in die deutsche Übersetzung griechischer Stellen unsere moderne Nomenklatur, so würden sich ohne Zweifel philologische Leser über seine willkürliche Deutung empören. Brächte er dagegen die echte griechische Ausdrucksweise ohne jede orientierende Erklärung, so würden sich ohne Zweifel akustische Leser von solchem unklaren Wüste abwenden. — 1. Das Wort Harmonie hieß

im Griechischen nicht das, was es heute heißt. Die Frage, ob die Griechen überhaupt mehrstimmige Musik, also eine moderne Harmonie gekannt haben, ist noch immer nicht erledigt. Aber etwas wie einen Kammerton haben sie gehabt. Sie stellten diese ziemlich feste, nahezu immer gleiche Tonhöhe freilich nicht mit Stimmgabeln fest. Auch diese Frage, wie sie eine solche verhältnismäßig sichere Konstanz der Schwingungen erreicht haben, ist noch offen. Aber daß sie sie besaßen, ist so gut wie sicher. Von dieser Tonhöhe aus, die irgend einer ihrer Töne ein für allemal besaß, stimmten sie in festen Intervallen ihre Tonreihen, sowohl die Tonleitern, wie die Tongeschlechter. Das war also die Aufgabe jedes Leierspielers, ehe er sein Spiel begann. Und dieses Stimmén heißt ‚harozein‘, in wörtlicher Übersetzung ‚passend fügen‘. Harmonie ist also die ‚passende Fügung‘ der Töne, d. h. die richtige Stimmung des Instruments. Bekanntlich dachte man im Altertum an eine Harmonie der Sphären. Es war ein Glück, daß die Götter den Griechen die Fähigkeit, diese sieben bis acht abgestimmten Töne einer griechischen Normaltonleiter zu hören, versagt hatten. Diese himmlische Harmonie könnte unmöglich himmlisch geklungen haben. Sie hätte einen Klang gegeben, wie wenn man mit beiden Händen auf dem Klavier die Tasten einer Oktave gleichzeitig niederdrückt. Die fromme Legende erzählte freilich, Pythagoras habe den Vorzug genossen, diese Harmonie zu hören. Da bricht sich eben die Legende einmal selbst den Hals. Man wird nun wohl begreifen, zu welchen Irrtümern der kommen muß, der die richtige Bedeutung des Wortes ‚Harmonie‘ in griechischen Texten verfehlt. Man wird nun aber auch verstehen, was in unserer Überschrift das Wort Saitenharmonie bedeutet. Pythagoras hat zahlenmäßig, zwar nicht die absolute Tonhöhe — dazu hätte er Schwingungszahlen nötig gehabt —, wohl aber die relative Tonhöhe, d. h. das richtige Intervallverhältnis wo nicht aller, so doch der wichtigsten Töne festgestellt. — 2. Das Wort Tetrachord bedeutet ein Ding mit vier Saiten; denn ‚Chorde‘ heißt ‚Saite‘ (§ 58 c). Dieses Ding ist entweder ein wirkliches Instrument, also gegenüber der üblichen siebensaitigen Leier der Alten eine einfache, ältere viersaitige; oder es ist nur ein Komplex von Saiten oder Tönen, die im Unterricht zusammengefaßt werden, wie unsere ‚eingestrichenen‘ oder ‚zweigestrichenen‘ Töne. Tatsächlich scheint nur das letztere zu sein, fingiert aber ist von

den Alten auch das erstere. Sie nahmen an, Heptachord und Oktachord seien aus zwei älteren Tetrachorden durch Vereinigung entstanden. Hatten diese beiden Tetrachorde zusammen nur sieben Saiten, also den mittelsten Ton gemeinsam, z. B. c d e f und f g a h, so hießen sie ‚verbunden‘ und ergaben das Heptachord. Hatten die beiden Tetrachorde aber acht Saiten, z. B. c d e f und g a h c, so hießen sie ‚getrennt‘ und bildeten das Oktachord. So gestalteten die Griechen theoretisch die Sache. Historisch hat sie sich sicherlich anders entwickelt. Es hat schwerlich je tetrachordische Leiern gegeben. Man schied ursprünglich in der Praxis des Leierunterrichts die vier Saiten der linken Hand von den vier der rechten Hand und hat daraus in der Theorie der Musik ein veraltetes Instrument von vier Saiten rekonstruiert. — 3. Wie Harmonie, ist auch Symphonie § 67. etwas anderes, als was wir so nennen. Es bedeutet weder eine wohlklingende Harmonie, noch etwa gar eine bestimmte Kunstform. Man nannte symphonisch die harmonischen Intervalle, wie Quinte oder Quarte. Eine Abart davon heißt diaphonisch, nämlich das Intervall der Oktave. Asymphonisch, d. h. unsymphonisch heißen alle disharmonischen Intervalle, z. B. die Sekunde. — 4. Die Alten unterschieden zwei Arten von Gewichten: Schwergewichte (*βάση*) und Zuggewichte (*όλκαι*). Der Unterschied trifft die Sprache, nicht die Sache, trifft den zufälligen Zweck der Verwendung, nicht die stetige Art der Wirkung. Mit jenen will man Lasten wägen, eine Schwere feststellen: man legt sie auf (Meßgewichte *σηκώματα*). Mit diesen will man Spannung schaffen, eine Richtung herstellen: man hängt sie auf (Hängengewichte *έξαρήματα*). Jene werden gebraucht auf der Wage, bei Kauf und Verkauf; diese an einer Schnur, beim Bau von Wänden und Wegen. Jene heben eine Last bis zum Gleichgewicht, diese strecken eine Schnur in die Lotrichtung. Jene werden auf den Kaufwagen, diese bei den Setzwagen und Bleiloten verwendet. Im Grunde sind beide Sorten ganz dasselbe, aber Ausdrucksweise und Gebrauchsweise hat sie unterschieden. Ihre Verwechslung aber hat ein gewisses Unheil angerichtet. — 5. Was endlich die Schriftsteller betrifft, so hat Pythagoras (— 580/508) selber nichts geschrieben. Doch kennt bereits Philolaos (5. Jahrh.), der älteste pythagoreische Schriftsteller, die dem Pythagoras zugeschriebenen Verhältniszahlen der Intervalle. Er war auch als Klarinettenbläser bekannt. Einer der

jüngsten Pythagoreer ist Nikomachos (+ 140). Seine Schrift heißt ‚Handbuch der Harmonie‘, ist uns erhalten, benutzt gute und alte Quellen und bietet für die Entdeckung des Pythagoras die Hauptstelle (Kap. 6). Ähnliches berichtet auch Theo v. Smyrna (um + 130). Jene Hauptstelle ist von noch jüngeren Autoren wie Gaudentios und Jamblichos so gut wie ausgeschrieben worden. Zu diesen Griechen kommen römische Quellen: Censorinus (+ 238) in seiner Schrift ‚Der Geburtstag‘ (Kap. 10) und Boëtius († + 525) in seinem ‚Musikalischen Unterricht‘ (Buch I 11). Beide bieten etwas mehr als Nikomachos, müssen also in Betracht gezogen werden.

§ 68. II. Überlieferungen: Wir geben eine möglichst wörtliche Übersetzung der Berichte und setzen bei den wichtigen Stellen, die in der folgenden Besprechung (III) vorkommen, orientierende Buchstaben in Klammern, um nachher bequem zitieren zu können. — Nikomachos: ‚Daß Quarte und Quinte sowie ihre Vereinigung, die Oktave, endlich auch das zwischen beiden Tetrachorden [vgl. I 2] liegende Tonintervall das eben genannte zahlenmäßige Verhältnis haben, ist durch ein bestimmtes, von Pythagoras beobachtetes Verfahren sichergestellt. Der ging einmal sinnend spazieren, in gespanntem Nachdenken darüber, ob man nicht für das Gehör eine feste und untrügliche instrumentale Hilfe ersinnen könne, wie sie das Auge an Zirkel, Lineal und Diopter, wie sie der Tastsinn an der Wage und Erfindung der Maße habe (A). Da kam er durch eine Art von göttlicher Fügung (B) an einer Schmiede vorbei und hörte, wie darin Hämmer auf einem Amboß Eisen schlugen und immer paarweise völlig symphonische [vgl. I 3] Klänge ergaben, mit Ausnahme eines einzigen Paares. Er erkannte dabei den symphonischen Klang von Oktave, Quinte und Quarte. Das Intervall zwischen Quarte und Quinte aber empfand er als asymphonisch, wenn man es für sich betrachte, sah aber in ihm die zweckmäßige Ergänzung des größeren unter ihnen (C). In der freudigen Überzeugung nun, die Gottheit führe seinen Plan zu gutem Ende (D), lief er in die Schmiede und entdeckte durch mannigfaltige Versuche, daß die Verschiedenheit des Klanges der Körpermasse der Hämmer entspreche (E), aber weder der Kraft der hämmernden Personen, noch den Formen der benutzten Hämmer, noch endlich der allmählichen Umgestaltung des getriebenen Eisens. Er wählte also sorgfältig Schwergewichte (!) aus und nahm ganz gleiche Wägungen der

Hämmer vor (F). Dann ging er heim. Dort nahm er einen diagonal (G) laufenden Pflock, den er in den Wänden (!) befestigte, und zwar einen einzigen, damit nicht auch daraus eine Differenz sich herausstelle oder auch nur eine Abweichung sich vermuten lasse, wenn man etwa gesonderte Pflöcke nehme; knüpfte daran vier Saiten von gleichem Stoff und gleicher Länge (H), gleich dick und gleich gedreht, eine neben die andere, und band am unteren Ende ein Zuggewicht (I) an. Die Längen der Saiten machte er völlig gleich (!), dann schlug er je zwei abwechselnd an und fand die oben genannten Symphonien, jede bei einem anderen Paar. Denn die vom größten Hängegewicht § 69. gestreckte Saite stand nach seiner Beobachtung zu der vom kleinsten Gewicht gestreckten im Verhältnis der Oktave; sie war aber von zwölf Gewichtseinheiten gespannt, die andere von sechs. Also erwies er das Verhältnis 2:1 als das der Oktave, wie es die Schwergewichte (K) selber vermuten ließen. Die größte Saite ferner zur zweitkleinsten (L) — sie hatte acht Gewichtseinheiten — erwies er als im Intervall der Quinte stehend, woher er deren Verhältnis als 3:2 [= 12:8] bestimmte, entsprechend den Zuggewichten (I). Dieselbe Saite wieder zur nächstschweren, die also größer als die übrigen war (L) und neun Gewichtseinheiten hatte, bildete das Intervall der Quarte, entsprechend den Schwergewichten (K). Und dieses stellte sich deutlich als das Verhältnis 4:3 [= 12:9] heraus. Diese Saite ihrerseits bildete zur kleinsten (L) das Verhältnis 9:6 oder 3:2, die zweitkleinste zur kleinsten das Verhältnis 8:6 oder 4:3, zur größten das Verhältnis 12:8 oder 3:2 (M). Die Differenz also zwischen Quinte und Quarte wurde als das Verhältnis 9:8 erwiesen. Andererseits erwies sich die Oktave als verbundene [vgl. I 2] Zusammenstellung von Quinte und Quarte, d. h. als das Verhältnis 12:8:6, oder aber umgekehrt als Zusammenstellung von Quarte und Quinte, d. h. als das Verhältnis 12:9:6. Nachdem er nun Hand und Ohr an den Hängegewichten (I) geübt und die entsprechenden Verhältnisse sichergestellt hatte, übertrug er geschickt die einheitliche Festbindung der Saiten an einem diagonalen Pflock auf den Läufer des Instruments, den er Saitenspanner [wir: Saitenhalter] nannte, die beliebig große Spannung aber, im richtigen Verhältnis zu den Gewichten (N), auf die entsprechende Umdrehung der Wirbel. Mit Hilfe dieser Anleitung und untrüglichen Richtschnur dehnte er dann die Versuche auf mannigfaltige

Instrumente aus, geschlagene Becken, Klarinetten, Pfeifen, Monochorde, Harfen und ähnliche (O) und fand überall das Zahlenverhältnis voll bestätigt. Nun benannte er Höchstton [so bezeichnete er in der Tat den tiefsten Ton] den, der die Zahl 6 erhielt (P), Mittelton den mit der Zahl 8, Neben-Mittelton den mit der Zahl 9, Endton den mit der Zahl 12. Dann füllte er nach dem diatonischen Geschlecht die Zwischenintervalle mit entsprechenden Tönen aus (Q) und organisierte so nach den Verhältnissen 1:2, 2:3, 3:4, 8:9 ‚die achtsaitige Leier‘. — Censorinus weiß nichts von der Schmiede und den Hämmern, sondern erzählt, Pythagoras spannte gleich dicke (Z) und gleich lange Saiten durch verschiedene Gewichte und entdeckte durch Ausprobieren jene Verhältnisse. Dann habe er dasselbe an Klarinetten erprobt. ‚Er schaffte sich vier Klarinetten gleicher Stärke, aber ungleicher Länge, z. B. von 6, 8, 9, 12 Finger Länge‘ (R). Censorinus schließt die Darstellung mit dem Satze: ‚Doch besteht zwischen Saiten und Klarinetten der Unterschied, daß diese durch Zunahme der Länge sich vertiefen, jene durch Vermehrung des angefügten Gewichts sich erhöhen‘ (S). — Boëtius erzählt die Geschichte von der Schmiede, läßt den glücklichen und gewissenhaften Pythagoras ‚zufällig‘ (*forte*) fünf Hämmer finden (T) und die Gesellen einmal mit den Hämmern tauschen (U). Seine Versuche aber läßt er ihn zu Hause so anstellen: ‚Bald hängt er gleiche Gewichte (V) an die Saiten und prüft mit dem Gehör ihre Saiten, bald gewann er durch die verschiedensten Versuche mit verschieden langen Rohrpfifen (W) absolut sichere Resultate. Oft goß er auch nach bestimmtem Verhältnis Nöselchen (irgend einer Flüssigkeit) von gleichem Gewichte (X) in Gefäße, oft auch schlug er die Gefäße selber, die von verschiedenem Gewichte waren (Y). Dann endlich ging er daran, Länge und Dicke (Z) von Saiten zu messen, und erfand so seinen Kanon [gemeint ist das Monochord].‘

§ 70.

III. Untersuchung: 1. Einige Stellen sind unklar ausgedrückt oder unsicher überliefert. Daß das asymphonische Intervall (C) die notwendige Ergänzung bilde, kann sich wohl nur darauf beziehen, daß es zur Quart gefügt die Quinte ergebe, z. B. c—f (Quarte) dazu f—g (jenes C), ergibt c—g (Quinte). Der Pythagoreer sucht eben in allem Vollkommenheit, Maß und Ordnung. Ihn stört in dieser Welt göttlicher Vollendung das Asymphonische. So sucht er es durch den genannten Satz gleichsam zu entschuldigen und hebt dessen Zweckdienlichkeit hervor.

Anders liegt der Fall bei den gleichen Wägungen (F). Was sie neben den Schwergewichten (!) sollen, ist nicht zu verstehen. Dieser Mangel des Ausdrucks kommt von der plötzlichen Unterschiebung der Schwergewichte (K) an Stelle der Zuggewichte (I), die nun im folgenden lustig durcheinander wirbeln. Nikomachos spürt eben, daß er plötzlich mit Gewichten, die bisher bloß spannten, zu wägen anfangen will. Hier steckt eine ganz dunkle Ahnung vom Begriff der Elastizität und erzeugt eine noch dunklere Redewendung. Ebenso unklar ist der diagonale Pflock (G). Da er mehrere Wände, es folgt ja der Plural (!), in Anspruch nimmt, so mag man an eine schräg von Wand zu Wand laufende Stange denken. Bei der erstaunlichen Kleinheit griechischer Zimmer, die wir kleine Kammern oder Zellen nennen würden, ist die Sache ganz plausibel. Unklar ist auch der Ausdruck von der gleichen Länge der Saiten (H), da unmittelbar danach (!) ausdrücklich versichert wird, daß die gespannten (!) Saiten völlig gleich lang gemacht werden. Ebenso unklar spricht der Autor im folgenden wieder von größten und kleinsten Saiten (L), statt die daran hängenden Gewichte zu meinen. Auch war die Wiederholung des Quintenintervalls (M) nicht nötig, da es schon wenige Zeilen vorher angegeben war. — 2. Alle diese Unklarheiten finden sich in der ersten Hälfte der Beschreibung, die von dem Gewichtsverfahren handelt. Sie alle betreffen die Sache selber, d. h. die Ausführung dieses Verfahrens. Das ist vollkommen begreiflich. Denn die ganze Geschichte ist bloße Fiktion, weil sie sachlich unmöglich ist. Daß schlagende Schmiedehämmer von bestimmter Körpermasse (E) in dieser Weise akustisch meßbare Töne geben, ist ein ‚Märchen‘. Daß hängende Gewichte auf Saiten in dieser Weise wirken, ist geradezu falsch, da die Töne höchstens ‚den Quadratwurzeln der spannenden Kräfte proportional‘ sein können. Der Glaube an die göttliche Fügung (B), das planmäßige Vorgehen des Forschers (A), der Gedanke an eine die Intentionen des Denkers fördernde Vorsehung (D), das sind die üblichen Requisiten, mit denen die fromme Legende arbeitet, wenn sie Menschen zu Propheten stempelt. Die Folgezeit setzt die Mythenbildung fort. Immer planmäßiger und folgerechter wird des Meisters Verfahren, als arbeite er nach einem systematischen Lehrplan; immer seltsamer und absichtsvoller wird die göttliche Hilfe, als sei der Pythagoreismus ihr weltbeglückendes Lieblingskind. So findet denn der Weise ein paar Jahrhunderte später

‚zufällig‘ fünf genau abgestimmte Hämmer (T); damit aber nicht die Kraft der Hämmernden den Meister irreführe, läßt er sie die Hämmer tauschen (U). Das erfand eine Zeit, die es bereits gelernt hatte, bei Experimenten störende Momente zu berücksichtigen und zu beseitigen. Zu guter Letzt werden nach wieder zwei bis drei Jahrhunderten auch noch die Gefäße voll abgemessener Flüssigkeit (X), dann die abgewogenen Gefäße (Y), wie auch noch die Dicke der Saiten (Z) eingeführt. Letztere berührt bereits Censorinus, ja schon vor ihm Theo von Smyrna (um + 130). Einfache Versuche zeigen, daß eine in Gläser eingegossene Flüssigkeit die Schwingungen der Wände der Gefäße freilich verlangsamen, aber den Ton um höchstens eine Quart vertiefen. Daß nicht allein das Gewicht der Gefäße den Ton bestimmt, sondern auch ihre Form und die Dicke ihrer Wände, ist klar. Die Dicke der Saiten aber ohne Berücksichtigung ihres Querschnitts ergibt auch nicht das geforderte Resultat. Hier hat die Phantasie gearbeitet. Ihre Fiktionen wuchern wie die Schling-

§ 71. gewächse des Urwaldes. — 3. Es bleibt der zweite Teil des Nikomachischen Berichts übrig. Hier ist das Verfahren selber im ganzen klar und richtig. Aber der Bericht macht zwei Sprünge, wo der Autor nicht überbrücken kann. Die eine Lücke klafft da, wo er das Experiment der Saitenlängen aus dem der Gewichte ableiten will (N). Weil eben die Gewichte bloße Erfindung sind, so weiß der phantasievolle Verfasser zwar zu sagen, daß, aber nicht wie der Weise diese Übertragung gemacht haben soll. Die zweite Lücke klafft da, wo er von den vier Tönen des Pythagoras auf die acht Töne der Leier überspringt (Q). Auch hier fehlt es sichtlich an einer Überlieferung, deren Mangel durch die Redensart ‚er füllte aus und organisierte so‘ verhüllt wird. — 4. Was übrig bleibt, ist zweierlei: Erstens entdeckte Pythagoras die Zahlverhältnisse der Oktave, Quinte und Quarte. Zweitens probierte er diese Verhältnisse an Becken, Klarinetten, Pfeifen, Monochorden, Harfen, und ähnlichem‘ durch (O). Wie ist das zu denken? Zunächst sind die Becken zu streichen, so gut wie Hämmer und Gefäße es waren. Der Ausdruck ‚und ähnlichem‘ kann nur auf andere Formen von Harfen gehen, als diejenigen sind, die der vom Autor benutzte Ausdruck (*ργίγωνον*) bezeichnet. Wir kennen solcher Formen und Namen noch mehrere. Die Klarinetten und Pfeifen bestätigt der Bericht des Censorinus (R), wenn er auch wieder durch eine kindliche Bemerkung zu den

spannenden Gewichten (S) zurückzuleiten sucht. Es bleiben also übrig Klarinetten und Pfeifen, Monochorde und Harfen. Nun verhalten sich die Harfen zu den Monochorden genau wie die Pfeifen (es sind die bekannten Hirtenpfeifen gemeint: *σύριγγες*) zu den Klarinetten (sie nennt man meistens ungenau ‚Flöten‘: *αἰλοί*). Harfen und Syringen haben nämlich für jeden Ton eine besondere Saite und eine besondere Röhre, und zwar beidemal von verschiedener Länge. Monochorde und Klarinetten aber haben nur eine einzige Saite oder Röhre, deren verschiedene Verkürzung die verschiedenen Töne ergibt. Nun haben wir bereits den Pythagoras als den Kenner und Beobachter der ägyptischen Harfen kennen gelernt (§ 62 ff.). Geht man wieder von diesen aus, so ergibt sich die Überlieferung als auf den Kopf gestellt. Die Reihenfolge ist also die umgekehrte: Harfen, Monochorde, Syringen, Klarinetten. Es kann wohl sein, daß der Meister des Dreiecks bloß die dreieckigen Harfen maß und seine Resultate an Monochorden kontrollierte, daß dann Philolaos [vgl. I 5], den die Überlieferung ausdrücklich als Klarinettenisten nennt, die entsprechende Messung an den Syringen und Klarinetten fortsetzte und bestätigte.

IV. Methode der Untersuchung. Die beiden Elemente § 72. unserer Betrachtung sind Tradition und Kombination. 1. Die Tradition ist im vorliegenden Falle ebenso an sich spät wie in sich widersprechend. Sie nimmt ferner an Einzelheiten ganz auffallend zu, je jünger sie ist. Das macht um so mehr stutzig, als ja Pythagoras keine Schrift hinterlassen hat. An dieser Tradition hat also die Sage mehr Anteil als die Geschichte. Sie ist mehr phantastisch als historisch. Sie fordert also eine Kritik nicht bloß heraus, sie erfordert sie vielmehr, um das Brauchbare daraus überhaupt erst zu gewinnen. 2. Die Kombination muß sie kontrollieren und korrigieren. Im allgemeinen ist nun jede Kombination unsicher und subjektiv. Hier aber setzt sie sich aus zwei heterogenen Bestandteilen zusammen. Sie ist teils physikalisch, teils historisch. Nur diese ist subjektiv. Jene aber ist völlig objektiv, da sie durch die Gesetze der Natur bestimmt wird. So wenig ein Weiser beobachten konnte, daß in Samos die Sonne des Nachts scheine, aber der Mond bei Tage, so wenig konnte er seine Saitenharmonie in der angeblichen Weise an schlagenden Hämmern oder mit hängenden Gewichten entdecken. So bleibt also an unseren Kombinationen nur der historische Teil bis zu einem gewissen Grade unsicher. Dieser aber be-

schränkt sich auf die eine Behauptung, daß Pythagoras von den Harfen ausgegangen sei.

- § 73. V. Resultat der Untersuchung. Pythagoras verbrachte die ersten Jahrzehnte seines Lebens in seiner Geburtsstadt Samos zu einer Zeit, wo die Fürsten der Insel mit den Königen von Ägypten in lebhaftem Verkehr standen (§ 63). So soll Amasis den Polykrates besucht haben. So soll Pythagoras durch seinen Lehrer Thales zu einer Reise nach dem Nillande veranlaßt sein (§ 114 E). Zu den Gegenständen nun, die dem Auge eines Griechen bei den Fremden auffallen mußten, gehörten die ägyptischen Harfen, die abweichend von den gleichsaitigen Leiern der Griechen verschieden lange Saiten hatten. Die Literatur bestätigt durch zahlreiche Stellen die wachsende Bekanntschaft der Griechen mit solchen ungleichsaitigen Instrumenten gerade während des Jahrhunderts des Pythagoras (§ 63). Einem für Maßverhältnisse von Natur veranlagten Auge, wie es das Auge des Mannes gewesen sein muß, der das Verhältnis der Hypotenuse zu den Katheten feststellte, müssen diese verschieden langen Saiten aufgefallen sein. Ihnen verdankte er den Namen der Hypotenuse, d. h. der aufgespannten Saite (§ 64), wie auch den des Höchsttones (P) oder der Hypate, d. h. der am weitesten hinaufgespannten Saite. So muß er auch beobachtet haben, daß von der verschiedenen Länge der Saiten die verschiedene Höhe der Töne abhängt. So mag er sich wiederholt von spielkundigen Leuten die übliche Harmonie, d. h. die richtige Stimmung an Harfen (vgl. I 1) haben herstellen lassen, um durch Messung der Saiten für jenes Abhängigkeitsverhältnis den zahlenmäßigen Ausdruck zu finden. Die Unsicherheit solcher Beobachtungen ist ihm durch kleine Differenzen zum Bewußtsein gekommen. Das Ungefähre der Resultate muß aber natürlich innerhalb so enger Grenzen sich gehalten haben, daß er auf den Gedanken kam, an einer einzigen Saite die gefundenen Maße zu kontrollieren. So erfand er das Monochord und stellte an ihm die Verhältniszahlen der Oktave, Quinte und Quarte fest. Was er entdeckte, hat dann er selbst oder einer seiner Nachfolger, z. B. der Philosoph und Klarinettist Philolaos, an Syringen und Klarinetten bestätigt gefunden. So verdanken wir ägyptischen Instrumenten die älteste akustische Anregung, einem griechischen Weisen aber das älteste akustische Gesetz. *Ex oriente lux, ex occidente lex.*

XI. Herkunft des Wortes ‚Peripherie‘.

Die griechische Sprache besitzt einen Verbalstamm *phēr*, § 74. in gesteigerter Form *phōr*, verwandt mit dem lateinischen *fēr*, dem deutschen *ber* und *bar*. Die Grundbedeutung (A) dieses Stammes ist: ‚tragen‘. Aus ihr entwickeln sich die allgemeineren, verblassteren Bedeutungen des Transports überhaupt (B): ‚bringen, schaffen, fördern, führen, fahren‘. Diese Bedeutung spezialisiert sich wieder zu der der eiligen und unwiderstehlichen Beförderung (C): ‚reißen, jagen, stoßen‘, oder im Passivum ‚fortgerissen werden, eilen, hasten, stürmen, jagen, rennen, stürzen, sausen, schwirren‘. Die Bedeutung A, in Vokabeln wie griech. *phēro* (tragen), *phōros* (Beitrag, Steuer), *phērtron* (Tragbahre), *phōrtos* (Last), wie lat. *fero* (tragen), *ferculum* (Bahre), *fertilis* und *ferax* (ertragfähig), wie dtsh. Bahre (Stamm *bar*), Zober (= *Zwo-ber*) und anderen deutlich erkennbar, ist für unseren Zweck nebensächlich. Die Bedeutung B ist belegt durch Wendungen wie: Rosse ‚fahren‘ uns zur Stadt, der Weg ‚führt‘ ans Ziel, seinen Tribut ‚bringen‘, Gewinn ‚schaffen‘. Die Bedeutung C ist besonders im Passivum unendlich häufig; Beispiele sind: Hephästos wird von Zeus geschleudert und ‚saust‘ zur Erde; es ‚fegt‘ der Sturm, es ‚fällt‘ das Wasser, man ‚stürzt‘ vom Felsen und ‚stürmt‘ unter die Feinde; von einer Menge wird man ‚fortgerissen‘, von einer Leidenschaft ‚gepackt‘; in der Rennbahn ‚hastet‘ alles. Setzt man nun den Stamm *phēr* oder *phōr* mit der Präposition *pēri* ‚herum‘ zusammen, so entstehen folgende Nomina, deren jedem die beiden Bedeutungen B und C zugrunde liegen können: 1. *pēriphērēs* (*περιφερός*), B: herumgeführt, herumgezogen, C: herumgeschleudert, herumgeschwungen; 2. *pēriphōra* (*περιφορά*), B: Umführung, C: Umschwung; 3. *pēriphēreia* (*περιφέρεια*), B: Herumführungslinie, Bahn des Herumgezogenen; C: Umschwungslinie, Bahn des Herumgeschleuderten. Aus diesem letzten Wort entsteht unser Fremdwort ‚Peripherie‘. Dieses läßt also eine doppelte Deutung zu, je nachdem wir die Bedeutung B oder C zugrunde legen. Behandeln wir einmal zunächst jede Bedeutung (I und II) für sich, als sei sie die einzige und die richtige. So wird sich am leichtesten die treffende Auswahl (III) ermöglichen.

I. Das Bedürfnis, kreisförmige Gegenstände herzustellen, § 75. ist uralt. Der Wagner empfand es wie der Töpfer, der Erz-

gießer wie der Zimmermann. Denn jedes Tellerrad, jeder Radreif, jede Töpferscheibe, mancher Becherrand, mancher Erzschild, mancher Schiffsteil stellt einen Kreis dar. Da Homer alle diese Dinge kennt, so muß seine Zeit (vor — 700) eine Methode der Kreiszeichnung gehabt haben, ehe nach Thales († um — 545) der Versuch einer Kreistheorie angebahnt wurde. Solche Methode kann man sich zwiefach denken. Entweder nahm man eine zwischen zwei Stiften oder Nägeln gespannte Schnur oder man bediente sich zweier durch ein Charnier verbundener Stäbe oder Füße. Jenes ist eine Zirkelschnur, dieses ist ein Zirkel (§ 44). Beider Benutzung läuft auf dasselbe hinaus. Beide ermöglichen innerhalb gewisser Grenzen eine Verkleinerung oder Vergrößerung des Radius, also auch des Kreises, dadurch daß man die Schnur auf einen der beiden Stifte auf- oder abwickelt oder aber dadurch daß man die beiden Füße des Zirkels durch Drehung nähert oder spreizt. Der eine Stift oder Fuß wird eingestochen, der andere wird herumgeführt (B). Jener gibt den ‚Stich‘ (κέντρον), dieser die ‚Umführungslinie‘ (περιφέρεια); jener also das Zentrum, dieser die Peripherie. Es scheint, als habe die Zirkelschnur ursprünglich den Namen ‚Dreher‘ (τόρνος) besessen. Der Zirkel hieß ‚Spreizer, Ausschreiter‘ (διαβήτης: Fig. 4 und 5 Mitte) oder, wenn seine Beine krumm waren, also als sogenannter Tasterzirkel, auch ‚Krebs‘ (καρκίνος: Fig. 5 unten). Je häufiger und mannigfaltiger die Zirkel wurden, desto mehr mögen sie die primitivere Zirkelschnur verdrängt und deren Namen auch für sich beansprucht haben, so daß man unter ‚Dreher‘ (τόρνος) nun auch den Zirkel verstand (§ 44). — Wie steht es nun mit der Überlieferung? Die Zirkelschnur ist weder durch Bild noch durch Schrift ausdrücklich überliefert. Für eine bildliche Darstellung eignet sich auch ein Faden wenig. Eine Beschreibung aber wird auch vom Zirkel nicht geradezu gegeben. Es ist außerdem höchst unwahrscheinlich, daß schon Homerische Zeiten einen wirklichen Zirkel gekannt haben. Er gilt der späteren Zeit unter anderem als Werkzeug des Schiffbauers, der ihn beispielsweise bei der Herstellung der Ruderlöcher und des Schiffsauges gebraucht haben könnte. Woher soll nun z. B. Odysseus, als er sich bei Kalypso das Schiff zimmert, einen Zirkel bekommen? Was müßte das ferner für ein Riesenzirkel gewesen sein, mit dem man einmal im Homer ein kreisrundes Grabmal um einen großen Scheiterhaufen herum

abzirkelt? Aber gesetzt auch, unsere Vorstellung von der Zirkelschnur sei bloße Idee, nicht Wirklichkeit, für unsern Zweck ist's schließlich gleichgültig: ein Zentrum und eine Peripherie ergibt sich so wie so. Was aber den Zirkel betrifft, so existierte er sicherlich. Mindestens vier verschiedene Formen sind bildlich überliefert. Eine Reihe von Schriftstellen nennt ihn und seinen Zweck. Eine Quelle vergleicht ihn treffend mit der Gestalt des griechischen Buchstabens Lambda (Λ). Auch die Ausdrücke für ‚Kreis‘ ($\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$) und ‚Herumführung‘ ($\pi\epsilon\rho\iota\phi\omicron\rho\acute{\alpha}$) werden dabei erwähnt. Die Schriftsteller endlich, die über ihn wie etwas Selbstverständliches sprechen, reichen von der Zeit des Dichters Theognis (vor — 490) bis in die Zeiten der römischen Kaiser. Es muß also der Zirkel und mit ihm ‚Zentrum‘ und ‚Peripherie‘ bekannt gewesen sein, als man die mathematische Theorie des Kreises auszubilden begann. Und es macht danach den Eindruck, als könnte man den Ausdruck ‚Peripherie‘ mit Fug und Recht auf die technische Verwendung, wo nicht der Zirkelschnur, so doch des Zirkels selber zurückführen.

II. Weiter auszuholen haben wir bei der zweiten Ableitung § 76. des Wortes, die wir nunmehr völlig selbständig vortragen. — Mit der ganzen kecken Frische, die dem alten Griechenvolke eigen ist, stürzten sich gleich die ersten seiner Denker mitten in die philosophischen Probleme hinein: sie packten den Stier bei den Hörnern. Während aber die Ionier seit Thales († — 545) vom Stoffe ausgingen und aus Urstoffen, Atomen, Homöomerien den Bestand der Welt erklärten, faßten die Dorier seit Pythagoras († — 508) zuerst den Begriff des Maßes und suchten in der Zahl den Ausgangspunkt für die Bildung der Welt zu bestimmen. Beide Versuche waren verfrüht. Das Wesen des Stoffes hatten die Sinne noch nicht genügend beobachtet, die Abstraktion der Zahl war für den ungereiften Verstand einstweilen noch zu hoch. Für beide Begriffe waren außerdem die zu erklärenden Erscheinungen in Natur und Leben zu mannigfaltig, die vorhandenen Bezeichnungen in Sprache und Literatur zu vieldeutig. Es gab noch keine Sichtung des sachlichen und noch keine Prägung des sprachlichen Materials. Man warf heterogene Gegenstände der Betrachtung durcheinander und mengte Ethisches mit Arithmetischem, Ästhetisches mit Astronomischem; man verwechselte heterogene Bedeutungen einer Vokabel miteinander und verstand unter Prinzip bald Urstoff bald Urkraft. Trotzdem

sind diese Versuche ringenden Denkens und lallenden Sprechens von der größten Bedeutung und von dem höchsten Interesse. Denn Denken und Sprechen lernt der Mensch nur durch Denken und Sprechen; Erkenntnis aber der Jugendfehler der Menschheit schützt auch die vorgeschrittenere Wissenschaft vor ähnlichen, sich leicht immer wiederholenden Fehlern. Oft ist auch ein Flickchen jenes alten Rockes am modernen Gewande hängen geblieben und scheint sich durch die Betrachtung jener ersten kosmologischen Versuche zu erklären. Solch ein Flickchen dürfte das Wort ‚Peripherie‘ sein. — Die Pythagoreer sind es also gewesen, die ein abstraktes Prinzip der Welt annahmen, das Maß. Wer mißt, der zählt. So liegt den Maßen die Zahl zugrunde. Maß und Zahl aber nur mathematisch zu fassen, mißlang der Mehrzahl der Pythagoreer. Sie schoben den beiden abstrahierten Begriffen nachträglich doch wieder sinnliche oder halbsinnliche Vorstellungen unter und trübten das rein geometrische oder arithmetische Bild. Sie trieben mit Zahlen und Formen ein symbolisches, ethisierendes oder ästhetisierendes Spiel. So nannten sie die Gerechtigkeit eine Quadratzahl, ein ‚Gleichmalgleich‘. So nannten sie alle Zahlen, die man durch Addition ihrer Faktoren entstanden denken kann, ‚vollkommene‘ Zahlen. ($6 = 1 + 2 + 3$. Und $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ usw.) So übertrugen sie die einfachen Zahlenverhältnisse der Längen harmonisch klingender Saiten auf die Abstände der acht Himmelsphären und konstruierten eine ‚Sphärenharmonie‘. So nannten sie vor allen Dingen infolge der zentralen Regelmäßigkeit den Kreis die ‚vollendetste‘ Figur, die Kugel den ‚vollendetsten‘ Körper. Für die lichten Regionen, wo die Götter wohnen und die Sterne wandeln, ist das ‚Vollendetste‘ gerade gut genug, ein Geringeres aber undenkbar. Alle Himmelskörper also haben die Gestalt von Kugeln, laufen in Kreisbahnen, bewegen sich un-
 aufhörlich und völlig gleichmäßig. Jede Unterbrechung oder Verschiebung, Umgestaltung oder Verlangsamung wäre eine göttlicher Vollkommenheit widersprechende Unregelmäßigkeit. — Es gibt Kinder, die vor den einfachsten Rechenoperationen stutzen. Sie sinnieren und träumen und vergessen darüber, die Aufgabe auszuführen, ob sie gleich deren Art und Weg längst begriffen haben. Sie wittern hinter diesen leeren Formen und Formeln noch einen geheimen Sinn, eine tiefere Bedeutung. Das sind mit nichten die flachsten oder blödesten Köpfe. Das sind viel-

mehr die pythagoreischen Naturen unter den Kindern. So ging es eben den Pythagoreern auch. Sie träumten, aber nicht fahrig. Sie irrten, aber sinnig. Sie boten vielfach Spekulationen statt Beobachtungen, Begriffe statt Anschauungen, aber alles mit System und Logik. Manche naturwissenschaftliche Spekulation neuerer Zeiten hätte von den Pythagoreern lernen können, wie man es nicht macht. Trotzdem hat sich wenigstens die astronomische Voraussetzung über die Bahnen der Planeten ohne Untersuchung erhalten, bis Kepler 1609 die pythagoreischen Kreisbahnen durch elliptische ersetzte. Bei jenen alten Kreisbahnen nun wollen wir verweilen.

Die Ableitungen des Stammes *peripher* enthalten an sich § 77. die Vorstellung vom Kreise nicht so ohne weiteres. Denkt man sich einmal die Dinge wirklich im Kreise geschwungen (C), so wird eine solche Bestimmung ‚im Kreise‘ hinzugefügt. Wie konnte nun diese Vorstellung vom Kreise mit jenem Stamm so fest verwachsen, wie es das Wort ‚Peripherie‘ zeigt? — Zunächst haben die genannten Vokabeln ihre Anwendung auf die Astronomie gefunden. Auch von den Sternen, vom Himmel, vom Monde, von der Sonne hat man diese Ausdrücke ‚Schwung, Umlauf, herumgeschwungen‘ (C) gebraucht. Auf diesem Gebiete aber herrschte jene pythagoreische Vorstellung von den himmlischen Kreisen und Kugeln. Sie übertrug sich deshalb unwillkürlich auf die Wortfamilie des Begriffs ‚Peripherie‘ und wurde ein fest integrierender Bestandteil ihrer Bedeutung. Wer die Riesenarbeit kennt, die das Altertum verwendet hat, um die Ungleichmäßigkeit der Umlaufgeschwindigkeit und die Unregelmäßigkeit der Umlaufbahnen des Mondes wie der Planeten mit der Theorie von der gleichförmigen und gleichmäßigen Kreisbewegung in Einklang zu versetzen, wer beobachtet, wie lebhaft diese ganze Frage ein Volk beschäftigte, dessen Schönheitsgefühl, dessen Sinn für Harmonie und Ordnung, dessen Hang ethische und ästhetische Vollkommenheit im Grunde für eins zu halten in dieser für uns rein astronomischen Sache bestimmend mitsprach, wer sich dies alles gegenwärtig hält, der begreift es, wie fest der Begriff des Kreisförmigen mit jenen Begriffen des Umschwungs verwachsen mußte. Plato (geb. — 427) nahm außer der Sphäre des Fixsternhimmels nur die 7 Sphären der Pythagoreer an. Sein 20 Jahre jüngerer Schüler Eudoxos brachte die Zahl der zur Erklärung zu Hilfe gezogenen Sphären bereits auf 27.

— Sodann aber hat nun ihrerseits die Mathematik jene Begriffe der Astronomie benutzt, um für die Kreislinie einen technischen Ausdruck zu gewinnen. Und wir scheinen hier wieder einmal in der glücklichen Lage, den Ursprung der mathematischen Terminologie belauschen zu können. Die Mathematik ist es dann gewesen, die das Wort ‚Umschwungslinie‘ (= Peripherie) zu dem Worte ‚Kreislinie‘ umgeprägt hat. Euklid definiert den Kreis als eine von einer einzigen Linie, die Peripherie heißt, umgebene ebene Figur; und Aristoteles scheidet die Figuren in solche, die von geraden, und solche, die von peripheren Linien umgeben werden. Die antike Terminologie hat sich bis heute erhalten, aber eine Einschränkung erfahren. Die Alten verstehen unter Peripherie sowohl die ganze Kreislinie als auch Stücke derselben. Wir aber benutzen für die ganze Linie das Wort ‚Peripherie‘, für einen Teil das Wort ‚Bogen‘. Hier hat also die deutsche Sprache die in der Geometrie sonst griechische Terminologie (§ 8) durchbrochen, um eine Unterscheidung herzustellen, für die den Griechen der sprachliche Ausdruck fehlte. — Das Wort ‚Peripherie‘ aber ist jenes alte Flickchen am Gewande der modernen Mathematik, von dem wir zu Anfang sprachen. Es ist in seinem etymologischen Bestande das letzte winzige Überbleibsel der alten pythagoreischen Lehre von den regelmäßigen Kreisbahnen der Planeten. Es hat aber auch in seiner technischen Bedeutung die Erinnerung an diesen Ursprung treulich bewahrt, sofern es auffallenderweise stets auf den Kreis, nie auf andere geschlossene krumme Linien, wie Ellipse oder Lemniskate, Anwendung findet. Es gibt also Fälle, wo auch der Sprachgebrauch eine Art von Beharrungsvermögen besitzt (§ 19).

- § 78. III. Welche dieser beiden Ansichten ist nun die richtige? Hat die Technik des Zirkelgebrauches (I) oder die Theorie der Planetenbewegung (II) den Ausdruck ‚Peripherie‘ geschaffen? Gegen jene Erklärung spricht der Umstand, daß der technische Ausdruck für das ‚Herumführen‘ (B) des Stifts oder Fußes, wie schon die angeführten Stellen zeigen, ein anderes (*περιάγειν, περιγράφειν*) ist als unser Stammverbum (*περιφέρειν*), und daß der Ausdruck *pēriphōra* nur einmal so vorkommt, aber bei einem Dichter (Euripides), und auch da neben dem anderen Ausdruck (*περιγράφειν*). Gegen die zweite Erklärung spricht der Umstand, daß die Vorstellung von den Bahnen der ‚herumgeschwungenen‘ (C) Gestirne zu abstrakt, zu wenig anschaulich ist, und daß sie

der Beobachtung, die mathematische Terminologie der Griechen beruhe auf den allersinnlichsten konkreten Vorstellungen, zu widersprechen scheint. Indessen ist uns die alte Sprache, besonders die der technischen und banausischen Handgriffe, viel zu fragmentarisch erhalten, um feste Schlüsse aus dem Vorkommen einer Vokabel ziehen zu können. Die Anschauung vom Himmel aber ist den Alten überhaupt, ihren Mathematikern aber insbesondere viel geläufiger, viel unmittelbarer sinnenfälliger als uns. Wir sind der Meinung, daß beide Deutungen richtig sind, beide Vorstellungen ineinander schwammen. Die ‚Umführungslinie‘ (B) des Zirkelfußes wurde unvermerkt zur ‚Umschwungslinie‘ (C) der Planeten, bis auch diese Vorstellung verblaßte und die ‚Peripherie‘ das bedeutete, was sie noch heute bedeutet, abstrakt die ‚Kreislinie‘. Wer weiß, wie eindringlich Plato die ‚reine‘ Mathematik vor der Vermischung mit technischen Vorkehrungen zu hüten empfahl, wie begeistert er dagegen von den Sternen und ihren Sphären dachte und sprach, der wird eine solche Ummünzung des Ausdrucks begreiflich finden, die einen mathematischen Begriff der niedrigen Sphäre des Handwerks entzog und zur göttlichen Region der Gestirne erhob. Entstanden ist die Benennung ‚Peripherie‘ aus dem ‚Herumführen‘ des Zirkelfußes oder der Zirkelschnur, eingebürgert und geadelt hat ihn die pythagoreische Vorstellung von den kreisförmig ‚herumgeschwungenen‘ Planeten.

XII. Euklid von Alexandria.

Wir haben die Grundsteinlegung der griechischen Geometrie § 79. verfolgt. Wir sahen, wie Thales und Pythagoras ihre ersten Gebilde und Gesetze bestimmten. In der Folge schießen nun die neuen Entdeckungen wie die Pilze aus der Erde. Es ist, als sei der Boden nun mit befruchtender Feuchtigkeit getränkt. Je reicher aber die Vorstellung wird, desto ärmer wird die Überlieferung. Wir sind kaum noch imstande, die Bildung der Terminologie zu verfolgen. Es ist das aber auch nicht so notwendig, wie bei den genannten Ausdrücken. Mancher Terminus ist allbekannt und durchsichtig, wie ‚Zylinder‘. Andere sind uralt und deutlich, wie ‚Zyklus‘. Wieder andere lassen nur eine

Ableitung, aber viele Herleitungen zu, wie das Wort ‚parallel‘, das ‚nebeneinander (herlaufend)‘ bedeutet, aber sowohl von den Geleisen der fest in den Stein gehauenen Wege, wie von den Kanten der Architrave, wie von den neben eine Strecke gelegten Meßbruten oder Maßstäben herkommen kann. Wir lernten bereits die Schule des Plato als die vermutliche Zerstörerin dieser leitenden Spuren kennen (§§ 21, 22, 78). Sie scheint sich bemüht zu haben, die Erinnerung an das Instrumentale, das Banausische, das Materielle aus der Terminologie verwischt zu haben. Darum nannten wir den Plato, der einer der größten Förderer geometrischer Wissenschaft ist, auf dem Gebiete unserer Forschungen einen der größten Hinderer (§ 21). Wir nannten aber ebenda einen zweiten solchen Hinderer, den Euklid. Er hat den endgültigen und folgenreichen Abschluß der griechischen Elementarmathematik geschaffen. Aber sein Werk ist von so überwältigendem Ansehen geworden, daß es alle Vorläufer erdrückte. Nur dürftige Zitate und Notizen sprechen von den Leistungen seiner Vorgänger. Nur mühsam folgt die Forschung der Entwicklung der Wissenschaft. Noch mühsamer folgt sie der Bildung ihrer Terminologie. Wir sind nicht einmal imstande, das Originale an der Leistung des Euklid selbst festzustellen. Da aber sein Werk das bedeutendste Werk des Altertums auf diesem Gebiete ist, da es ferner bisher das älteste geblieben ist, das kennen zu lernen uns die Ungunst der Überlieferung vergönnt hat, so wäre eine terminologische und historische Untersuchung arg unvollständig, wenn sie nicht den leisen Versuch machte, jenen Schleier der Tradition ein wenig zu lüften. Viel wird nicht dabei herauskommen, aber einige Andeutungen sollen gegeben werden.

§ 80. Vom Leben des Euklid wissen wir wenig. Allgemein heißt er Alexandriner. Er hat also mit dem Philosophen von Megara (— 432), dem Schüler des Sokrates, so wenig etwas zu tun, wie mit dem Archonten von Athen (— 403), unter dessen Amtsführung die Gesetze Solons revidiert wurden. Er lebte unter Ptolemäos I., dem Sohne des Lagos, der — 306 den Königstitel annahm und 20 Jahre regierte (bis — 285). Der antike Bearbeiter der ‚Kegelschnitte‘, Apollonios von Perge in Pamphylien, der unter Ptolemäos III. Euergetes (— 247/222) schrieb, hat lange Zeit in Alexandria mit Schülern des Euklid verkehrt, die von ihm zu erzählen wußten, er sei sehr tüchtig und gegen alle wohlwollend gewesen, die auch nur ein bisschen die Wissen-

schaft zu fördern das Zeug hatten; sie bewunderten seine Schärfe, die nie verletzend oder streitlustig gewesen sei. Daß er ebensowenig wie nach unten hochmütig, so nach oben demütig erschien, lehrt die Anekdote, wie er dem König, der in abgekürzter Form in die Hauptsätze der Geometrie eingeführt werden wollte, zur Antwort gab, zur Geometrie führe kein Richtweg für Könige, indem er dabei auf die gerade Königsstraße anspielte, die einst Darius von Sardes nach Susa erbaut hatte, um königliche Depeschen auf dem kürzesten Wege zu befördern. Er war also Gelehrter, Lehrer und Schriftsteller. Gelehrt hat er natürlich am Museion der Ptolemäer, das eine Verbindung von Bibliothek, Gymnasium und Universität, vielleicht auch Museum war, ähnlich der entsprechenden Anstalt, die bald darauf nach ihrem Muster die Attaliden von Pergamon gründeten. Geschrieben hat er eine große Anzahl von mathematischen und physikalischen Schriften, die aber alle vom Ruhme seiner ‚Elemente‘ überstrahlt worden sind. Man findet ihn darum bei den Alten öfters ohne Namen als den ‚Verfasser der Elemente‘ bezeichnet. Das ist alles, was wir von dem großen Meister wissen. — Es ist ihm wie dem großen Astronomen Ptolemäos (+ 125/151) ergangen. ‚Oft gleicht die biographische Tradition über bedeutende Forscher ihrem wirklichen Leben. Wie sie selber über ihren wissenschaftlichen Interessen leicht die persönlichen vergessen und in vielen Beziehungen lebendigen Abstraktionen ähnlich werden, so vergißt die Überlieferung von ihrer Person zu reden und registriert nur die Resultate ihrer Forschung. Sie adelt durch Erinnerung nach dem Tode nur das, was als Leistung im Leben adelte. Die Geschichte weiht die sterblichen Personen der Vergessenheit, die unsterblichen Werke der Ewigkeit. Der großen Forscher Leben ist eben ihr Leisten. Die Lücke der Überlieferung ist auch wohl leichter zu verschmerzen beim Forscher physischer und mathematischer Gesetze, als sie etwa bei Künstlern, Lehrern oder Staatsmännern wäre, weil die ästhetische, pädagogische oder politische Auffassung der Dinge weit subjektiver, weit abhängiger von der Eigenart der Personen ist, als die Erforschung der Größen, Maße oder Formen es je sein kann oder darf, da ja gerade sie eine strenge Objektivität erfordert.‘

Die Elemente bestehen aus 13 Büchern. Die ersten sechs § 81. Bücher behandeln die Geometrie. Die folgenden drei handeln von den Zahlen. Das zehnte Buch bringt die Lehre vom In-

kommensurablen. Die letzten drei Bücher behandeln die Stereometrie. Ein 14. Buch über die regulären Körper fügte der Alexandriner Hypsikles (— 150) hinzu, bei dem, allerdings in einer anderen Schrift, zum ersten Male die Einteilung des Kreises in 360 Grade benutzt ist. Ein späterer Anonymus hat noch ein 15. Buch hinzugefügt. Abgesehen von diesen unechten Anhängseln findet man in den Elementen Einschiebsel ebenso wie Lücken. Wie weit man darin gehen darf, solche anzunehmen, das ist eine sehr fragliche Sache. Hier und da legt sie uns die Überlieferung der Handschriften nahe oder spricht ihr Vorhandensein ein antiker Autor ausdrücklich aus. Im ganzen sind sie wenig erheblich und verraten sich meist dadurch, daß sie den eigenartigen Vorzug des Werkes, den streng geschlossenen, lückenlosen Aufbau (§ 83), stören. Es ist selbstverständlich, daß nicht der gesamte Inhalt der Elemente eine originale Leistung des Euklid ist (§ 23). Er benutzte die Sätze seiner Vorgänger, z. B. des Thales (§ 33 ff.), des Pythagoras (§ 51 ff.), des Eudoxos und Theätet, zweier Schüler des Plato. Wenn er trotzdem keinen seiner Vorgänger nennt, so ist das nicht eine Folge der Sucht, sich mit fremden Federn zu schmücken; es entspricht vielmehr der Mode der Zeit und der Art des Werks. Auch heute noch pflegen Lehrbücher der Mathematik nicht bei jedem Satz oder Beweis ihre Quelle anzugeben und machen von dieser Sitte selten, wie etwa beim pythagoreischen Lehrsatz, eine Ausnahme. Solche Bücher haben nicht historischen oder literarischen Charakter, sondern technischen. Es sind eben Lehrbücher. Strenge Sachlichkeit ist ihr Gepräge. Und gerade die Objektivität des Euklid erkannte das Altertum ebenso an, wie seine freundliche Anerkennung fremder Leistungen. Er war eben ein echter Gelehrter: ernst und sachlich, einfach und gründlich, ohne Dünkel und ohne Furcht, so stolz wie bescheiden, ein Vertreter reiner Wissenschaftlichkeit. — Die heutige Scheidung in Definitionen, Axiome und Postulate, Lehrsätze und Aufgaben, der Aufbau der Beweise aus Voraussetzung, Behauptung und Beweis, der formelhafte Schluß der Beweise (*quod erat demonstrandum*) wie der Aufgaben (*quod erat faciendum*) ist auch seine Art, aber kaum sein Werk. Es sind diese Formen wohl ein Produkt der geschichtlichen Entwicklung. Die eigenartige Leistung des Euklid haben wir also auf einem anderen Gebiete zu suchen. Proklos (+ 410/485) rühmt von ihm, er habe ,die schlafferen

Beweise der früheren auf unwiderlegliche Beweise emporgehoben.
Was soll das bedeuten?

Sprachlich rühmt Proklos damit die Präzision und Klassizität seiner Ausdrucksweise. Das Lob trifft ebenso die stilistische wie die technische Seite seiner Sprache. — Euklids Sprache ist rein und klar, schlicht und übersichtlich. Man dürfte kaum ein Wort oder eine Wendung treffen, wie sie nicht auch in der besten Prosa klassischer Zeit vorkommen könnten. Durch sorgfältige Definitionen, durch Ausscheidung überflüssiger Synonyma oder doppelsinniger Bedeutungen ist alles einfach und unzweideutig gestaltet. Jedes Mißverständnis ist ausgeschlossen, jede Unreinheit des Ausdrucks vermieden. Für Anfänger bestimmt, redet das Werk eine völlig klare und leicht verständliche Sprache. Ohne diesen Vorzug hätte es schwerlich alle Vorgänger aus dem Felde schlagen und seinen Verfasser zum König im Reiche der Elementarmathematik machen können. Die Sorgfalt und Geschicklichkeit, die immer den treffendsten Ausdruck und die präziseste Fassung zu finden weiß, ist bewunderungswürdig und macht den Euklid zu einem der größten Sprachmeister wie Lehrmeister aller Zeiten. Man begreift, wie Proklos das Straffe an Euklids Sprache bewundernd empfand. — So sieht's mit der stilistischen Seite seiner Sprache aus. Ein gleiches Lob verdient die technische Sprache der Elemente. Die Terminologie ist mustergültig. Eine ganze Reihe von älteren Termini ist ausgemerzt. Euklid kennt kein ‚Glied‘, keine ‚Front‘, keine ‚Stirn‘ des Quadrats oder Würfels, nur eine ‚Seite‘. Er scheidet neben dem Wort ‚Zeichen‘ das Wort ‚Stich‘ für ‚Punkt‘ aus (§ 28). Er kennt aber auch für jede Vokabel, die er verwendet, nur eine einzige feste Bedeutung. Alle anderen Bedeutungen, in denen diese Vokabeln sonst vorkommen, schiebt er durch klare, kurze, scharfe Definitionen absichtlich und ausdrücklich ab. ‚So gebraucht er das bekannte griechische Wort, das sowohl ‚Grenze‘, als auch ‚Definition‘ bedeutet, ausschließlich in jenem ersten Sinne (§§ 29, 31 E). Wer die Elemente aufschlägt, liest freilich als erstes Wort des Ganzen den Plural jenes Ausdrucks in der Bedeutung von ‚Definitionen‘. Aber erstens ist durchaus unwahrscheinlich, daß solche Überschriften von Euklid selber herrühren. Zweitens stehen solche Überschriften ebenso außerhalb des eigentlichen Systems, wie die Unterschrift am Sockel einer Statue außerhalb des eigentlichen Kunstwerkes steht. Es ist also die

bewußte Verbannung aller synonymen Vokabeln wie aller synonymen Bedeutungen ein Meisterwerk ihres Schöpfers. Man kann sie auf sprachlichem Gebiete mit dem vergleichen, was man auf natürlichem Gebiete Zuchtwahl nennt. Uns ist heutzutage diese Erscheinung geläufig und selbstverständlich wie das tägliche Brot. Sie mußte doch aber eines Tages einmal mit feinem Sprachgefühl und scharfem Denkvermögen geplant und ausgeführt werden. Dieser sprach- und sachkundige Denker ist der Verfasser der Elemente'. Wer in unseren Tagen aus falsch verstandenem Patriotismus Euklids Termini verdeutscht und so an Stelle der einheitlichen Nomenklatur eine schwankende setzt (§ 12), zerstört des Meisters Meisterwerk. Euklid hat eben der Mathematik zu ihrem Bau jenes wunderbare Handwerkszeug geliefert, um das alle anderen Wissenschaften sie beneiden dürften: die gefügte, treffsichere, einheitliche Terminologie.

§ 83. Sachlich zeichnet sich die Mathematik durch das Zwingende ihrer Schlüsse, die Geschlossenheit ihres Aufbaus, die Abrundung ihres Systems aus. Dieses Gut hat Euklid in seinem Wert und Wesen erkannt und in seiner Darstellung und Darlegung zum Ausdruck gebracht. ‚Kein Steinchen des Baues läßt sich verschieben oder verwerfen. Bis zu scheinbarer Pedanterie geht die Gewissenhaftigkeit, mit der jede Voraussetzung vermieden wird, die nicht vorher besprochen ist, und umgekehrt jeder Begriff oder Satz berücksichtigt wird, der vorher aufgestellt ist. So beweist er zuerst den bekannten Proportionssatz: wenn $a : b = c : d$, dann $a : bn = c : dn$. Darauf folgt der Beweis des Satzes: wenn $1 : b = c : d$, dann $1 : bn = c : dn$. Man stutzt zunächst über diese unnötige Weitschweifigkeit. Sie ist aber ein Beweis dafür, wie unbeirrt Euklid den Aufbau seines Systems im Auge behält. Ihm fehlt nämlich noch die von den Arabern übermittelte Null. Die Sonderstellung, die sie bei uns einnimmt, erhält bei ihm, freilich unberechtigterweise die Eins. Er beginnt die Zahlenlehre mit den beiden Definitionen: Monade ist die Eins, Zahl ist eine Vielheit von Monaden. Man mag heutzutage über die Tautologie in diesen Erklärungen vielleicht ebenso lächeln wie über die Absonderung der Eins. In zwei Jahrtausenden schreiten natürlich Erkenntnis und Sprachfertigkeit vorwärts. Sicherlich hat auch ein Euklid sowohl das scheinbar Nichtssagende der Definitionen gefühlt als auch das Unberechtigte einer Absonderung der Eins in der Praxis gemerkt, sie aber dennoch fest-

gehalten, um eine sachliche Grundlage für das System und eine sprachliche Verständigung mit dem Leser zu gewinnen. Auf dieser Basis baut er nun stilgerecht und unfehlbar auf. Was er also für eine beliebige Zahlgröße bewiesen hat, beweist er konsequentermaßen streng auch für die Eins. Hier liegt also ein Beispiel von wissenschaftlicher Konsequenz, nicht von kindischer Pedanterie vor. Das die ihrem Wesen nach exakteste aller Wissenschaften auch ihrem Gewande nach die exakteste aller Wissenschaften geworden ist, daß sie als das, was sie ist, auch erscheint, das verdankt sie dem Verfasser der Elemente. Er hat den Begriff der elementaren Mathematik mit ihrem klaren Aufbau und ihrer unzerstörbaren Vollständigkeit im wesentlichen geschaffen. Er hat dafür gesorgt, daß die Mathematik so, wie sie heißt, auch sich zeigt, das, was ihr Name verspricht, auch leistet: die ‚Lehre‘ (*μαθηματα*) an und für sich, das Muster einer Wissenschaft, der wissenschaftliche Typus zu sein. Hier feiert der wissenschaftliche Geist des griechischen Altertums seinen höchsten Triumph; das haben auch die Griechen nachweislich empfunden. Sie haben die Mathematik als ‚die‘ Wissenschaft angesehen und andere Weisheit so weit für Wissenschaft gehalten, wie sie nach dem Muster der Mathematik an untrüglicher Sicherheit und endgültiger Problemlösung Anteil hatte. So dürfen auch wir den Euklid zu den größten Lehrmeistern und Gelehrten aller Zeiten rechnen. Es ist wahrlich kein Wunder, wenn die älteste und sehr bedeutende Kennerin und Erzieherin moderner Technik, die englische Nation, noch heute allem mathematischen Unterricht den Euklid selber zugrunde legt. Schöpft sie doch auf diesem Wege aus der besten Quelle von der Welt: aus dem Original der Elementarmathematik.

XIII. Das Rechnen bei den Griechen.

Wer die arithmetischen Bücher des Euklid durchliest, dem § 84. werden drei Eigentümlichkeiten beim ersten Blick auffallen, die von unseren Lehrbüchern abweichen. Das führt uns zur Terminologie des Rechnens bei den Alten. Jene drei Dinge sind folgende.

I. Die Beweise des Euklid sehen sonderbar aus. Man findet überall die Zahlen durch Strecken ersetzt. Will Euklid den Satz beweisen, daß für Produkte die Reihenfolge der Faktoren gleichgültig sei, so zeichnet er vier Strecken auf, eine

Strecke A , eine Strecke B , eine Strecke Γ , eine Strecke Δ und beweist seinen arithmetischen Satz mit diesen geometrischen Strecken. Man sieht, daß die ‚Arithmetik‘ jünger ist als die Geometrie. Was die Alten als Arithmetik bezeichneten (§ 85), sieht nicht wie die Schwester, sondern wie die Tochter der Geometrie aus. Darum sprechen die Alten auch von ‚ebenen‘ und ‚körperlichen‘ Zahlen, z. B. $6 = 2 \times 3$, oder $30 = 2 \times 3 \times 5$. Darum heißen die Faktoren der genannten Zahlen ‚Seiten‘; sie sind gedacht als Maßzahlen von Linien, die ebene Figuren oder stereometrische Körper begrenzen. Darum gibt es bei ihnen quadratische und kubische Zahlen, Ausdrücke, die sie auf uns vererbt haben, da auch wir noch vom Quadrat oder Kubus einer Zahlgröße sprechen. Darum kennen sie aber auch Ziegelzahlen, Ständerzahlen, Keilzahlen, d. h. Produkte nach den Formeln $a^2(a-n)$ und $a^2(a+n)$ und $a \times b \times c$, z. B. $18 = 3 \times 3 \times 2$ und $36 = 3 \times 3 \times 4$ und $60 = 3 \times 4 \times 5$, lauter Zahlen, deren drei Faktoren, als die Maße von Länge und Breite und Höhe aufgefaßt, die stereometrische Form jener körperlichen Gebilde ergeben, nach denen sie genannt sind. — In dieser Beziehung hat sich die antike Arithmetik seit Euklid nur wenig weiter entwickelt (§ 85). Das hat gute Gründe. Vor allem fehlt dem gesamten Altertum die Null und der Stellenwert. Erst die Araber haben diese indischen Erfindungen dem Abendlande übermacht. Sodann fehlt dem Altertum jene internationale Kraft der Wissenschaft, die auch ausländische Alphabete zu Hilfe nimmt, wo das eigene nicht ausreicht. Eine Algebra mit lateinischen Buchstaben als Zahlzeichen zu erfinden, das verbot der Nationalstolz der Griechen (§ 87). Endlich fehlen überhaupt echte Ziffern. Man hat Notbehelfe. Die Lettern des Alphabets, die Anfangsbuchstaben der Zahlwörter müssen aushelfen. Aber auch das ist nicht einheitlich. Zählt man Dinge, z. B. die Bücher des Homer, so nimmt man die fortlaufende Reihe des Alphabets, z. B. $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \vartheta \iota$ für die 9 Einer. Rechnet man aber, so schiebt sich zwischen ϵ und ζ ein Stigma ($\varrho = st$) ein, so daß das Jota (ι) nicht mehr 9, sondern 10 bedeutet. So sind also die Rechenzeichen unbeholfen. Erst sehr spät findet sich ein Zeichen für Minus. Wurzelzeichen und Potenzbezeichnung hat es nie gegeben. Kurz alles das fehlt, was unser Rechnen so einfach und elegant macht. Die Arithmetik ist eben nie von der Geometrie unabhängig geworden. Sie steht unter Kuratel der

Mutter. Darum kennt Euklid auch die Lehre von den Proportionen nur in geometrischen Linien. Und wer bei ihm diese Lehre sucht, wird sie unter den 6 geometrischen Büchern finden (§ 81), nämlich im fünften Buche. — Haben denn aber, wird man fragen, die Griechen nie gerechnet? Haben sie nicht schon in Homerischen Zeiten, also lange vor der Geburt der Geometrie, die ihre Mutter sein soll, gerechnet? Sicherlich! Aber die Griechen rechnen zur ‚Arithmetik‘ gar nicht das elementare Rechnen. Das führt uns zum zweiten Mangel des Euklid.

II. Es fehlen beim Euklid alle Regeln über Operationen § 85. des Rechnens wie so manche andere unserer arithmetischen Erscheinungen. Überhaupt machen auf zwei Gebieten altgriechische Lehrbücher einen völlig anderen Eindruck, als ihr Titel nach unserem Sprachgebrauch vermuten läßt, auf den Gebieten der Musik und der Arithmetik. In den musikalischen Büchern der Griechen findet man so gut wie nichts von Harmonielehre, Formenlehre, Kompositionslehre, von Akkorden, Stimmführung, Kontrapunkt, von Vokal- und Instrumentalmusik; es ist nur von Tönen, Tonleitern, Tongeschlechtern, sozusagen von den technischen, akustischen, mathematischen Elementen der Tonkunst die Rede. Ähnlich täuschen uns die Titel der arithmetischen Bücher. Sie handeln gar nicht von ‚Arithmetik‘ in unserem Sinne. Die Lehre von der Algebra ist den Alten unbekannt. Die Lehre von den Gleichungen steckt demnach in den Kinderschuhen und ist sehr jung. Auch die Lehre von Potenzen und Wurzeln steht noch in den ersten Anfängen. Von Brüchen kennt Euklid und mit ihm fast das ganze Altertum nur wenig (§ 87). Die Logarithmen endlich sind erst 1611 erfunden und so benannt worden (§ 11). Es bleiben die vier Spezies mit ganzen Zahlen. Und gerade von diesen ist in den ‚Arithmetiken‘ der Alten keine Rede. Bekanntlich unterscheidet man heute niedere und höhere Zahlenlehre. Jene (A) heißt Arithmetik und umfaßt die Lehre vom Rechnen, also: a) die vier Spezies, b) die Bruchrechnung, c) das Potenzieren und Radizieren, d) die Proportionen, e) die Logarithmen. Diese (B) heißt Zahlentheorie und umfaßt die Lehre von den Zahlen, also a) die Prim- und Sekundärzahlen, b) die Quadrat- und Kubikzahlen, c) die Zerlegung in Faktoren, und so weiter. A nennen die Griechen, soweit sie ihnen bekannt ist, also besonders das elementare Rechnen mit ganzen, unbenannten Zahlen, ‚Logistik‘ = Rechen-

lehre. B dagegen nennen sie ‚Arithmetik‘ = Zahlenlehre. Wer mithin in einer griechischen ‚Arithmetik‘ die Regeln der Multiplikation oder das Verfahren und die Schreibweise der Division sucht, verfehlt das Ziel, weil er A gleich B setzt, d. h. ‚Logistik‘ mit ‚Arithmetik‘ vermenget.

§ 86. Über A gab es nun, soweit wir wissen, im griechischen Altertum überhaupt keine Regelbücher und keine Literatur. Man besaß wohl gewisse praktische Kunstgriffe, manipulierte mit Rechenbrettern und Rechensteinchen, übte sich im Zählen und Rechnen mit Fingern und Armen, aber man schrieb nicht Elementarbücher über das Rechnen wie bei uns. Es gab in Altgriechenland keinen Adam Riese, kein echtes Einmaleins, keine feste Nomenklatur. Man rechnete mühsam, ungeschickt, mechanisch. Noch Diophant empfiehlt denen, die seine Gleichungen kennen lernen wollen, flotte Übung im Elementarrechnen, eine Forderung, die man bei uns als selbstverständlich und bereits erfüllt voraussetzen würde. So ist denn die Terminologie 1. unfertig, 2. unsicher, 3. unvollständig; die Termini sind 1. nicht klar, 2. nicht einheitlich, 3. nicht ausreichend. 1. Man unterscheidet Eins (Monade) und Zahl (Arithmos); die Monade ist keine Zahl, die Zahl ist aus Monaden zusammengesetzt. Geht eine kleinere Zahl in einer größeren ohne Rest auf, so ‚mißt‘ sie dieselbe, ist ihr ‚Teil‘; sie heißt aber ‚Teile‘ (im Plural), wenn sie es nicht tut. 2. Addieren heißt bald ‚zuzählen‘, bald ‚hinzusetzen‘, bald ‚zusammenstellen‘, bald ‚summieren‘. Ist nur von zwei Zahlen die Rede, so sagt man auch ‚beide zusammen‘. Subtrahieren heißt bald ‚herunternehmen‘, bald ‚fortnehmen‘. Gelegentlich heißt Subtraktion einmal ‚Herabnahme‘. 3. Technische Ausdrücke für ‚Summanden‘ und ‚Faktoren‘, ‚Produkt‘ und ‚Quotient‘ fehlen völlig. Für ‚Differenz‘ gibt's einen Ausdruck: ‚Überschuß‘. Man hilft sich aber oft mit der Bezeichnung ‚das Übrige‘. So hat die allgemeine Umgangs- und Literatursprache die ihr begrifflicherweise anhaftende Unsachlichkeit und Ungründlichkeit an die Stelle einer wohldurchdachten und wohldurchsiebten Kunstsprache da gebracht, wo die letztere nicht ausgebildet war. Dergleichen existiert auch bei uns. Auch wir ersetzen das Wort ‚addieren‘ gelegentlich durch ‚zusammenzählen‘, wie das Wort ‚subtrahieren‘ durch ‚abziehen‘. Bei uns aber tut das die gewöhnliche Sprache neben, nicht statt der technischen. Diese ist klar und konstant.

Tritt auch einmal das aufdringliche Französische in Form von ‚Posten‘ und ‚Rest‘ in die wissenschaftliche Terminologie ein, solche Übergriffe sind vereinzelt, solche Angriffe bleiben erfolglos, sie verdrängen weder die klassischen ‚Summanden‘ noch die altangesessene ‚Differenz‘. Die griechische Sprache des Elementarrechnens aber konnte den Forderungen einer mathematischen Fachsprache nicht genügen. Dazu war sie der großartigen Einfachheit, Eindeutigkeit und Vollständigkeit der geometrischen Terminologie des Euklid nicht ebenbürtig genug. Der Meister der Elemente sah die Logistik nicht für ebenbürtig an und widmete ihr nicht jene grandiose Zuchtwahl, die er sonst seiner Wissenschaft gewidmet hat. Er mag sie als Kunst der Händler und Elementarlehrer, als banausisch verachtet und so wieder jenen aristokratischen Hochmut bewiesen haben, der den griechischen Denkern eigen ist (§ 16. 21). So ist denn seine geometrische Sprache noch heute herrschend, die Sprache des Rechnens aber ist eine andere als die der Griechen (§ 3B).

III. Endlich fehlen dem Euklid die Algebra und die Brüche. § 87.

Darum sind diese beiden Begriffe bei uns nicht durch griechische, sondern durch ein arabisches und ein deutsches Wort ausgedrückt (§ 3C. § 11e). Der Gedanke, der uns nahe liegt, ein fremdes Alphabet zur Bezeichnung unbestimmter Zahlenwerte zu benutzen, lag den Hellenen mit ihrem naiven Stolz, sich stets im Gegensatz zu den ‚Barbaren‘ anderer Länder zu fühlen, so fern, daß sie auf den bloßen Gedanken überhaupt nicht kommen konnten (§ 84). Das eigene Alphabet aber hatten sie bereits zur Bezeichnung bestimmter Zahlenwerte verwendet, da ihnen eigentliche Ziffern fehlten. Nur ein einziger Buchstabe, das Schlußsigma (σ), hatte noch keinen Zahlenwert. Hier war also eine ganz geringe Möglichkeit, einen Keim zur Algebra zu legen, gegeben. Und es ist ein Beweis für die Genialität der Griechen, daß sie den Keim wirklich legten und damit selbständig die Algebra soweit erfanden, wie es ihnen möglich war. Diophant (um + 300) schrieb sechs Bücher ‚Arithmetica‘, behandelte darin die jetzt sogenannten Gleichungen und bezeichnete die Unbekannte mit dem Schlußsigma. Das also ist unser x . Ein Blick auf diese Gleichungen Diophants, die ganz etwas anderes sind als unsere ‚Diophantischen‘ Gleichungen, lehrt den Fortschritt gegen Euklid, aber auch den Unterschied von unserer Algebra. Er operiert mit Zahlen, nicht mit Strecken, aber die Zahlen sind bestimmte,

nicht unbestimmte. Man kann den Unterschied so formulieren: Euklid beweist geometrisch, Diophant logistisch, wir algebraisch; d. h. Euklid konstruiert Strecken, Diophant rechnet mit Zahlen, wir mit Buchstaben. Euklid kennt ferner keine algebraischen Symbole, Diophant kennt wenigstens ein Minuszeichen, wir besitzen ein Zeichen für Plus, für Gleichheit, für Wurzeln und vieles andere. — Nicht minder dürftig sieht es mit den Brüchen aus. Euklid operiert nur mit ganzen Zahlen. Und noch ein Ptolemäos (um +150) muß den Bruch $11\frac{1}{88}$ recht unbehilflich umschreiben (§ 8). Eingehender gekannt haben die Griechen eigentlich bloß die Stammbrüche. Eine geschickte Art, sie zu schreiben, so daß man mit ihnen wie mit ganzen Zahlen rechnen und bestimmte beweisbare Regeln aufstellen konnte, haben sie auch hier nicht erfunden. Da das auch den Römern nicht gelungen ist, so mußte der Deutsche für seine Bruchrechnung deutsche Vokabeln erfinden (§ 3 C) und eine eigene Schreibweise verwenden. Genaueres über die Bruchrechnung der Alten zu sagen, muß einer anderen Arbeit überlassen bleiben.

§ 88. Wie haben denn nun die Griechen gerechnet? Sicherlich fast immer, wenn sie es nicht mit Fingern und Armen taten, mit Hilfe von Rechenbrettern. Auf den Schultischen, den Ladentischen, den Wechseltischen, neben jedem Wirtschaftsbuche wie jeder Kaufmannswage figurierte das Rechenbrett. Deshalb haben die Griechen eigentlich nur addiert. Das hat die doppelte Folge gehabt, daß sie weder ein Einmaleins besaßen noch das Kopfrechnen übten. Ansätze sind natürlich zu beiden vorhanden. Aristoteles († — 322) sagt einmal: wie man in der Geometrie mit den Elementen Bescheid wissen müsse, so müsse man auch in der Arithmetik die ‚Kopfrechnungen‘ bei der Hand haben, um schnell die übrigen Multiplikationen richtig ausführen zu können. Ein griechischer Erklärer aber (+ 200) bemerkt dazu, bei Kopfrechnungen denke Aristoteles an die Multiplikationen der ersten Zahlen bis zur Zehn; denn durch Übung hierin erkenne man auch die Multiplikationen der folgenden, größeren, jenen ähnlichen Zahlen; wie denn aus dem Exempel $2 \times 2 = 4$ sich leicht ergäben die Exempel $2 \times 20 = 40$ und $20 \times 20 = 400$ und $200 \times 20 = 4000$. Diophant aber (+ 300) hält es noch ein Jahrhundert später für notwendig, seinen Schülern eine flotte Übung im Rechnen besonders anzuempfehlen, ehe sie an seine Behandlung der Gleichungen herantreten, und nennt dabei Addition,

Subtraktion und Multiplikationen. Er übergeht die Division. Man sieht, wie unvollkommen eine solche Übung im Rechnen, die wir als längst im Kindesalter erledigt voraussetzen würden, bei den Griechen gewonnen worden ist. Es scheint, als seien sie über den Gebrauch der Rechenbretter nicht hinausgekommen. Eine Bestätigung für diese Unsicherheit im Rechnen liefert noch um 1333 der griechische Mönch Planudes, der eines der ältesten Rechenbücher herausgegeben hat, die wir besitzen. Er kennt die indischen Ziffern, den Stellenwert und die Null. Er sagt aber ausdrücklich, daß er anderer (er nennt den Theo) und eigene Methoden mit indischer Weisheit mische. Und dieser Mann hält zur Kontrolle eines einfachen Additionsexempels von nur zwei Summanden eine Probe, die sogenannte Neunerprobe, für nötig. Wir schließen unser Kapitel mit der wörtlichen Wiedergabe der Addition, wie sie Planudes beschreibt:

„Addition“ heißt Vereinigung von zwei oder mehr Zahlen § 89. zur Summe (*συγκεφαλαίωσις*) einer einzigen, wie wenn wir 2 und 3 zusammenlegen und 5 daraus machen. Das geschieht folgendermaßen. Ordne Ziffern nebeneinander, wie viele und welche du willst, und wieder darunter beliebige andere, die ebensoviel oder auch mehr oder auch weniger Stellen einnehmen. Sie seien aber so gestellt, daß die Einerstelle unter der Einerstelle, die Zehnerstelle unter der Zehnerstelle steht, und so fort. Dann addiere jede Kolumne einzeln, d. h. die erste mit der ersten, die zweite mit der zweiten, und so fort. Und die aus beiden gewonnene Zahl schreibe über die oberste Reihe, die Summe der ersten Ziffern über die erste, die Summe der zweiten über die zweite, und so immer weiter. Ist nun die jedesmalige Größe der addierten Zahlen 2 oder 3 oder 4 bis 9, so wird sie, wie gesagt, darüber geschrieben. Ist sie aber gerade 10, dann schreibe eine Null hin, die nichts bedeutet, und behalte 1 statt 10 und diese 1 addiere zu den in der nächsten Kolumne addierten Ziffern. Ist sie endlich über 10, dann schreibe den Überschub über die addierten Zahlen, wie oben angegeben, behalte aber wieder 1 statt 10 und addiere diese 1 zur nächsten Kolumne. — Damit aber auch an einem Beispiele das Gesagte klar werde, sei folgendes Schema aufgestellt.

8	0	3	0	2
5	6	8	7	8
2	3	4	3	3

Sage also so, mit 3 und 7 beginnend: 3 und 7 sind 10. Schreibe oben 0, merke 1, die 10 bezeichnet. Weiter 4 und 8 sind 12. Lege die gemerkte 1 hinzu, macht 13. Merke wieder die 1, die 10 bedeutet, und schreibe oben 3 hin. Und weiter: 3 und 6 macht 9. Lege die gemerkte 1 zu, macht 10. Schreibe oben 0 und merke wieder 1. Und weiter: 2 und 5 macht 7. Lege die gemerkte 1 zu, macht 8. Diese schreibe oben hin.

§ 90. Also geben 5687 und 2343 addiert 8030. — Man macht aber auch die Probe, durch die wir erfahren, ob wir die Addition richtig machten oder nicht, auf folgende Weise. Nimm den Wert der einzelnen Ziffern nicht mehr nach dem Stellenwert, sondern alle als Einer aufgefaßt. Addiere jede der Zeilen für sich, nimm die aus jeder Zeile gewonnene Summe, ziehe von jeder immer wieder 9 ab, bis ein Rest bleibt, diesen setze vor die Zeile, deren Rest er ist. Wenn nun die Reste der beiden unteren Zahlen 9 oder weniger sind, braucht man nichts abzuziehen. Wenn sie aber 9 überschreiten, muß man wieder 9 abziehen und den Rest festhalten. Ist nun dieser Rest gleich dem der obersten, also dritten Reihe, so ist die Addition als fehlerlos anzuerkennen, andernfalls nicht. Der Deutlichkeit halber sei das auch an dem aufgestellten Beispiel dargelegt. Wir sagen also: 8 und 3 macht 11, ziehe 9 ab, bleibt 2. Ferner 5 und 6 macht 11, ziehe 9 ab, bleibt 2; 2 und 8 macht 10, ziehe 9 ab bleibt 1; 1 und 7 macht 8; und diese 8 schreiben wir seitwärts auf die mittlere Zeile. Und weiter 2 und 3 macht 5; 5 und 4 macht 9; diese nimm weg, dann bleibt die folgende Zahl 3 übrig; und diese schreibe neben die eben addierten Zahlen. Nun macht 3 und 8 addiert 11, ziehe 9 ab, bleibt 2. Da hast du jene Zahl, die wir am Anfang der Probe erhielten. Also ist die Addition ohne Fehler.

XIV. Das Rechnen bei den Römern.

§ 91. Bei den Römern liegt die Sache mit der Kunst des Rechnens noch ärger, als bei den Griechen. Sie sind äußerst nüchtern und praktisch, ein Volk von richtigen Bauern, ohne Phantasie und ohne andere Begeisterung als die, den Acker zu bebauen, das Wirtschaftsbuch zu führen, den Ertrag der Ernte

zu verwerten oder zu verkaufen, Hab und Gut zu erwerben oder zu verteidigen, Recht und Sitte zu entwickeln und zu bewahren. Einen Kunstsinn und einen Gedankenreichtum, wie er den Griechen eigen war, müssen sie für einen ebenso überflüssigen wie verderblichen Besitz gehalten haben. Eine Vielseitigkeit, wie sie das Griechentum anstrebte und erreichte, galt ihnen als eine Gefahr für das praktische Leben und als eine Verkürzung der politischen Interessen. Nutzen und Erfolg, das sind die Götter Roms. Flur und Markt, das sind die Stätten römischer Arbeit. Als das Griechische in Rom Mode wurde, haßte es der alte Cato (— 184 *ensor*). Als einmal athenische Philosophen als Gesandte in Rom weilten (— 155), trieb er die gefährlichen Verderber altrömischer Sitte und Schlichtheit aus. Erst der siebzigjährige Alte erklärte sich für überwunden und lernte griechisch. Als Cicero den Verres wegen seiner Erpressungen verklagte (— 70), da mußte er vielfach von den Kunstwerken sprechen, die der freche Räuber in Sizilien gestohlen hatte. Er tat es mit größter Vorsicht, ließ sich scheinbar die Namen der griechischen Meister wie Phidias und Polykletos von jemand zuflüstern, als wisse er sie nicht und halte es für unter seiner Würde, solche brotlosen Künste zu kennen. Dabei verfehlte aber der gescheite Mann, der ebensowohl seine Römer kannte, wie er die Kunst der Griechen schätzte, klüglicherweise nie, den hohen Preis anzugeben, den man auf dem Kunstmarkt für jene Werke forderte oder bot. So haben denn auch die Römer keine eigentliche Wissenschaft gefördert. Sie haben eine Zahlentheorie ebensowenig geschaffen wie eine Geometrie. Die Schriftsteller, die in lateinischer Sprache über mathematische Dinge geschrieben haben, sind Apuleius (+ 160), Martianus Capella (+ 429), Boëtius (+ 525), Cassiodor (+ 530). Sie alle lebten in der Kaiserzeit und schrieben die Werke des Griechen Nikomachos (+ 140) aus; von irgend einer Originalität ist bei diesen Römern keine Rede (§ 106). Über Feldmessung haben die Römer so viel zu sagen verstanden, wie viel der Bauer, der Äcker kauft und verkauft, und der Staat, der durch Gesetz und Gericht diesen Handel regelt, nicht entbehren kann. So haben sie auf diesem Gebiete eine gewisse selbständige Leistung und eine Art eigener Literatur aufzuweisen. Die Leistung besteht in der Konstruktion und Verwendung eines besonderen Instrumentes zum Vermessen der Äcker, der sogenannten *groma* (§ 112 C). Die Literatur aber besteht in den

Büchern römischer Feldmesser, die unter dem Namen der ‚Gromatiker‘ oder ‚Agrimensoren‘ bekannt sind.

§ 92. Aber gerechnet müssen doch die Römer haben, so wird man einwenden, auch ehe sie griechische Wissenschaften lernten. Das ist selbstverständlich und läßt sich nachweisen. Aber auch hier ist alles so schlicht und nüchtern wie möglich, ebensowohl die Technik wie die Terminologie des Rechnens. Um zunächst von den Termini zu sprechen, so sind die Teile und Formen des menschlichen Körpers, z. B. der Kopf, und die Werkzeuge des Bauern- und Marktlebens, z. B. die Wage, die einzigen sinnlichen Anschauungen, die wir hier voraussetzen können. Unseres Wissens ist die älteste Rechnung, die wir aus römischen Quellen nachweisen können, in einem der sogenannten Licinisch-Sextischen Gesetze (— 376) aus der Zeit der alten Standeskämpfe zwischen Patriziern und Plebejern angedeutet. Das Gesetz lautet in völlig wortgetreuer Übersetzung so: ‚Nachdem vom Kopfende das heruntergezogen ist, was durch Interessen abgezahlt ist, soll das, was noch oben steht, in drei Jahren mit gleichen Wägungen abgelöst werden.‘ Der Ausdruck ist so anschaulich, aber auch so einfach wie denkbar. Man sieht das Kapital oben stehen (§ 93 ff.), die Posten werden von oben an herabgenommen (§ 95 B). Das Kapital ist der ‚Kopf‘ der Rechnung. Die Zinsen sind die ‚Ausnutzung‘ des Kapitals. Die Teilzahlungen sind in jenen primitiven Zeiten, wo man das Edelmetall nicht prägt, sondern wägt, natürlich ‚Wägungen‘. Die Rückzahlung endlich wird zum befreienden ‚Lösen‘. Über diese einfachen Anschauungen sind die Römer nicht viel hinausgekommen. Auch sie rechnen kaum je im Kopf, kaum je nach Regeln. Sie bedienen sich beständig des Rechenbretts, des sogenannten *abacus*. Ohne solches ging kein Schulbube an die Arbeit, kein Händler ans Geschäft, kein Bauer an sein Wirtschaftsbuch. Wie die Groma, so gehört der Abacus zu den Attributen des römischen Bauernstaates. Als Cicero in Syrakus unter Dornen und Gestrüpp das verwahrloste Grabmal des großen Griechen Archimedes wieder entdeckte, fand er auf dem Grabstein eine Kugel und einen Zylinder angebracht. Wollte man in analoger Weise bei einem römischen Mathematiker ähnliche Symbole suchen, so müßte man nach *groma* und *abacus* spähen.

XV. Herkunft des Wortes ‚Summe‘.

Es ist allgemein bekannt, daß die weitverbreitete Vokabel, § 93. mit der, nicht nur in deutscher Sprache, ein jedes Backfischchen, ja selbst die kleinsten Abc-Schützen das Resultat der Addition bezeichnen, ein Fremdwort aus dem Lateinischen ist. Das Wort ‚Summe‘ ist das lateinische *summa*, d. h. die feminine Form des Adjektivums *summus* = ‚oberster‘. Wer nach einem Substantivum sucht, das in alter Zeit der Römermünd bei diesem Femininum ergänzt haben mag, kann kaum ein anderes auffindig machen, als das Wort *linea*. Dann hieße also *summa* eigentlich soviel wie ‚die oberste Linie‘. Ist diese Kombination richtig, dann müssen die Römer die Summanden von unten nach oben geschrieben, oder mindestens die Summe auf die oberste Linie gesetzt, also in der umgekehrten Richtung gerechnet haben wie wir. Läßt sich dieser Schluß beweisen?

Möglich ist die angegebene Erklärung. Es gibt der Bei- § 94. spiele genug dafür, daß das Femininum eines Adjektivums durch Auslassung eines Substantivums selber zum Substantivum wurde. Man nennt eine solche Entwicklung der Vokabel heutzutage Isolierung. So entstand *aquila* ‚Adler‘ durch Isolierung aus *aquila avis* ‚der grauschwarze Vogel‘. Das Adjektivum *aquilus* ist verschollen, aber überliefert; der Spätlateiner Festus sagt: *aquilus color est fuscus et subniger*, d. h. ‚dunkelfarbig und schwärzlich‘. So entstand *gallina* ‚Henne‘ durch Isolierung aus *gallina femina* ‚Weibchen des Hahnes‘. Das alte Adjektivum *gallinus*, von *gallus* ‚Hahn‘ abgeleitet, ist durch die Neubildung *gallinaceus* verdrängt worden. So entstand *medicina* durch Isolierung aus *medicina ars* ‚die ärztliche Kunst‘, oder aus *medicina res* ‚die Medizin‘, z. B. in der populären Verbindung ‚Medizin geben‘ *medicinam dare* bei Curtius (+ 41). Mit beiden Substantiven kommt tatsächlich das seltene Adjektiv verbunden vor. So entstand *regina* durch Isolierung aus *regina mulier* ‚das Weib des Königs‘. Noch Virgil († — 19) verbindet *regina sacerdos* ‚eine königliche Priesterin‘, noch Curtius (+ 41) *virgines reginae* ‚Königstöchter‘. So entstand *fossa* ‚Graben‘ durch Isolierung aus *fossa linea* oder ähnlichem. Und wie man *lineam ducere* ‚eine Linie ziehen‘ sagte, so verband man auch *fossam ducere*. Auch bei *murum ducere* ‚eine Mauerlinie ziehen‘ schwebt der Begriff der Linie vor. So muß man also die angegebene

Erklärung für wohl möglich ansehen. Danach gleicht *summa* sprachlich den deutschen Ausdrücken ‚die Ebene‘ für ‚die ebene Fläche‘, und ‚die Gerade‘ für ‚die gerade Linie‘.

§ 95. Wahrscheinlich ist die angegebene Erklärung ebenfalls, und zwar aus zwei Gründen. — A. Für die Griechen läßt sich erweisen, daß sie die Summe, zum mindesten ursprünglich und häufig, auf die oberste Linie schrieben; der Analogieschluß für die Römer liegt also nahe genug. Schon Herodot (— 440) nämlich nennt die Summe das ‚Kopfende‘ der Rechnung. Der Ausdruck kehrt noch deutlicher, und zwar im Sinne des Resultates einer Addition mit Rechensteinchen, bei Theophrast († — 287), dem Schüler des Aristoteles (und Schöpfer der Botanik), wieder. Auch der Spötter Lucian (geb. + 125) wendet dasselbe Wort auf die Addition gleicher Summanden, also die Multiplikation, an. Noch Planudes (+ 1333) nennt die Addition eine ‚Zusammenköpfung‘, d. h. eine Vereinigung der Summanden am Kopfende der Rechnung (§ 89). Von diesem Substantivum ‚Kopfende‘ bildeten die Griechen auch ein Verbum mit der Bedeutung ‚addieren‘, dessen Wortsinn also genau der Grundbedeutung des Verbums ‚summieren‘ entspricht. Auch dieses Wort ist zu allen Zeiten gebräuchlich. So ‚summiert‘ die Rechnung (d. h. schließt sie durch Ausrechnung des Kopfendes ab) der attische Redner Äschines (— 330), der Gegner des großen Demosthenes. So ‚summiert‘ (d. h. bildet die Summe einer Reihe von) Stadien der griechische Geograph Strabo (+ 20). Und der spätgriechische Biograph (+ 500) des bekannten Fabeldichters Äsop läßt diesen antiken Till Eulenspiegel zu seinem Herrn sagen: ‚Wenn du bis zur entsprechenden Größe (Höhe?) addierst und wieder subtrahierst und die Summe ziehst (das Resultat berechnest), da gibt’s keinen Fehler‘. Hier scheint ein deutlicher Hinweis auf die Rechenbretter (‚bis zur entsprechenden Höhe‘) und die Schulsprache (‚da gibt’s keinen Fehler‘) der Jugend vorzuliegen. Ausdrücklich bestätigt endlich wird der Schluß, den der Ausdruck ‚Kopfende‘ der Rechnung uns ziehen heißt, durch jenen griechischen Mönch Maximus Planudes, der um + 1333 in seinem Rechenbuche die Operation der Addition so schreibt, daß die Summe über den Summanden steht (§ 89). — B. Bei den Römern heißt ‚subtrahieren‘ *deminuere*, *demere*, *detrahere*, *deducere*. In all diesen Verben steckt die Präposition *de* ‚herab‘. Man vermutet also, daß die entgegengesetzte Operation ein *sub*

‚von unten‘ oder ‚hinauf‘ gewesen sei. So heißt denn auch ‚die Summe ziehen‘ *summam subducere*. Man kann alle diese Ausdrücke durch die ganze Literatur der Römer verfolgen. Will Plautus († — 184) von einer Anzahl Mark ein paar Groschen ‚fortnehmen‘ lassen, so sagt er *deminuere*. Das Wort *demere* gebraucht Varro († — 27), wenn er von den 12 Unzen eines Pfundes eine Unze ‚abzieht‘. Wenn Cicero († — 43) von einer ganzen Summe zwei Fünzigstel ‚subtrahieren‘ will, so wendet er das Wort *detrahere* an. Hieß es nach Livius (— 27) in den bekannten Licinischen Gesetzen (— 367), es sollten von einem geschuldeten Kapital die bereits bezahlten Zinsen abgezogen werden, so steht bei Livius, vermutlich schon bei Licinius, das Verbum *deducere* (§ 92). Soll umgekehrt das Resultat einer Addition festgestellt, also die Summe ‚gezogen‘ werden, so bedient sich Cicero des Kompositums *subducere*. Dasselbe Verbum gebraucht derselbe Autor auch mit dem Objekt *calculos*, zum Beweis dafür, daß man auch die Rechensteinchen ‚nach oben zog‘, wie die Griechen ‚die Summe hinaufzogen‘.

Erwiesen scheint die angegebene Erklärung durch ein § 96. kleines Überbleibsel der antiken Schreibweise, nämlich durch unsere althergebrachte Art, ein Subtraktionsexempel zu schreiben. Wir setzen den Minuendus (m) oben hin, den Subtrahendus (s) darunter, die Differenz (d) unter beide. Liest man diese Reihe von unten nach oben, so erhält man das Additionsexempel $d + s = m$, in der antiken Form geschrieben. Es gehörten zu dieser Manier Rechenbretter, in denen man die Steinchen auf senkrechten Linien schob. So erschloß sie aus der Überlieferung schon Cantor (1880), freilich ohne dabei des Wortes *summa* zu gedenken, für Griechen wie Römer. So gewinnt gar manche Redensart wie des Livius (— 27) Ausdruck ‚einer über dem anderen‘ für ‚einer nach (zu) dem anderen‘ oder des Horaz‘ (— 23) Wendung vom Zecher, der ‚vom ganzen Tage (Volltage) einen Teil abzieht‘, also schon vor Anbruch des Abends zu zechen beginnt, oder endlich des Cicero (— 43) Ausdruck ‚dies ist die Spitze (das Fazit) meiner Darlegung‘ ein besonders charakteristisches Gepräge. Daß hier überall ganz sinnliche Vorstellungen aus dem Elementarrechnen zugrunde liegen, wird um so zweifelloser, wenn man die große Fülle der Ausdrücke berücksichtigt, die auch sonst das Latein dieser Sphäre der Bauernökonomie entnommen hat.

§ 97. Bestätigt wird endlich unsere ganze Betrachtung und Auffassung durch zwei Punkte. — A. Wenn die ‚Summe‘ auf der obersten Linie steht, so liefert sie der Sprache ein hübsches und populäres Bild für den Titel eines Buches, für die Überschrift eines Abschnitts, für den Schlußstein einer Betrachtung, für den Kernpunkt einer Darlegung, oder aber für den Vorrang, Höhepunkt, Gesamtbegriff, Inbegriff auf anderen Vorstellungsgebieten. Und in der Tat ist dieser Sprachgebrauch ganz geläufig, verbreitet und langlebig. Schon Thukydides (— 400) nennt den wichtigsten Punkt eines inhaltreichen Briefes sein ‚Kopfstück‘. Die attischen Redner (— 422/322) fassen oft das Resultat der gesagten Worte als ihre ‚Summe‘ zusammen. Plato († — 347) nennt den Kern einer Untersuchung oder das Ziel einer Betrachtung ihr ‚Kopfende‘. Unendlich oft heißt von Plato bis Lucian (+ 160) unser ‚in Summa‘ in wörtlicher Übersetzung griechisch ‚am Kopfende‘. Polybios († — 120) nennt einen abgekürzten Bericht ‚summarisch‘. Ein Gegner des Demosthenes († — 322) setzt durch ein gewisses Verfahren seinen jugenhaften Streichen die Krone, griechisch das ‚Hauptstück‘ auf. Die Hauptpunkte oder Kapitelüberschriften seiner Optik nennt Damianos (nach + 200) ‚Kopfenden‘. Und ähnlich ist's bei den Römern mit ihrem Worte *summa*. Derselbe Plautus (— 200), der eine Anzahl von Menschen als die ‚Summe‘ 7000 bezeichnet, nennt auch den Inbegriff aller Sorgen und Wünsche deren ‚Summe‘; und wenn er sagen will, daß jemand in einem Kreise allein den obersten Rang einnimmt, so weist er ihm die *summa* an. Derselbe Seneca († + 65), der einen alternden Herrn seinen weinenden Sklaven kleine ‚Summen‘ Geldes schenken läßt, kennt den älteren Ausdruck *summarium* statt des modernen *breviarium* im Sinne von ‚Inbegriff der Hauptpunkte‘. Ganz bekannt ist, daß man die Oberleitung, die oberste Stelle, die Hauptentscheidung, das Endresultat im Kriege, im Kommando, im Rate, im logischen Schluß mit *summa* bezeichnet. Und unsere Ausdrücke ‚in Summa‘ und ‚Summa Summarum‘ sind im übertragenen Sinne von Plautus bis Seneca gebräuchliches und gutes Latein. — B. Ganz ähnlich steht es mit dem Ausdruck *caput* ‚Kopfende, Spitze‘. Der römische Bauer hat wohl den Bestand seines Vermögens auf die oberste Linie seines Wirtschaftsbuches geschrieben und ebenso den Kopf genannt, wie wir das oberste Ende eines Schülerzeugnisses, mag es nur die persönlichen Notizen über

den Schüler oder auch die zusammenfassenden Urteile über Betragen, Fleiß und Aufmerksamkeit enthalten, den Kopf der Zensur nennen. So bedeutet *caput* soviel wie unser deutsches ‚Grundkapital‘, ein Wort, das aus dem von *caput* abgeleiteten Adjektivum *capitalis* gebildet ist. Auch dieses Substantivum wird übertragen gebraucht und bezeichnet unter anderem den Hauptinhalt eines Gesetzes oder Briefes. Wie es selber unser Wort Kapital geliefert hat, so ergab sein Deminutivum *capitulum* unser Wort Kapitel, das Luther in seinem Katechismus als ‚Hauptstück‘ verdeutschte. Davon ist *capitulatim* in der Bedeutung ‚summarisch‘ abgeleitet, ein Adverbium, das der ältere Plinius († +79) mit dem Adverbium *breviter* ‚kurz‘, ebenso verbindet, wie Seneca *summarium* mit *breviarium* auf eine Stufe gestellt hat.

Resultate: 1. Die Alten schrieben also die Addition um § 98. gekehrt wie wir: die Summanden übereinander, die Summe auf die oberste Linie. Die Grundbedeutung des Wortes *summa*, die übertragene Anwendung des Wortes summarisch und die moderne Schreibweise der Subtraktion sind die letzten Reste dieser antiken Manier. 2. Der römische Bauer scheint das *caput*, den Bestand eines Vermögens oder einer Berechnung, auf die Spitze der Seite seines Wirtschaftsbuches gesetzt zu haben. Die deutschen Fremdwörter Kapital und Kapitel sind die letzten Überbleibsel dieser römischen Mode.

XVI. Zur lateinischen Terminologie der elementaren Arithmetik.

Die Termini der Zahlenkunde sind, von Einzelheiten ab § 99. gesehen, der lateinischen Sprache entlehnt (§ 3). Wir reden von den vier Spezies, von Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, von Posten, Summanden, Summe, Fazit, Resultat, von Subtrahendus, Minuendus, Differenz, von Multiplikator, Multiplikandus, Faktoren, Produkt, von Divisor, Dividendus, Quotient. Wir reden auch, um ein wenig höher zu steigen, von Null und Primzahlen, von plus, minus, positiv, negativ, von reell, inkommensurabel, irrational, imaginär, komplex, von Permutationen und Kombinationen, von Potenz, Radix, Effizient. Über die

griechischen Wörter ‚Arithmetik, dekadisch, Basis‘, über die künstliche Bildung ‚Logarithmus‘, über die arabische Bezeichnung ‚Algebra‘ ist bereits an anderer Stelle (§ 11) gehandelt worden. Auch über die deutschen Ausdrücke der ‚Bruch‘-Rechnung ist schon gesprochen (§ 87). Hier handelt es sich also um die lateinische Terminologie. Die erste Frage, die sich erhebt, wie es nämlich komme, daß diese Ausdrücke nicht, wie die Termini der Geometrie, griechisch sind, ist im vorangehenden erörtert worden (§ 88). Es entsteht nun die zweite und letzte Frage: Wie und wann sind diese Ausdrücke innerhalb der lateinischen Sprache entstanden oder gebildet worden?

§ 100. Die lateinischen Fremdwörter unserer Sprache zerfallen in zwei Arten, klassische und nachklassische. Die letzteren wiederum sind entweder spätlateinische oder moderne Bildungen. Jene lassen sich wieder nach Altertum — α) Silberlatein, β) Spätlatein — und Mittelalter unterscheiden. Unsere Einteilung ergibt also drei Sorten lateinischer Fremdwörter: A. Klassische Vokabeln, d. h. Wörter, die in derselben Bedeutung schon im guten Latein bis zur Regierung des Augustus üblich gewesen sind. B. Spätlateinische Vokabeln, d. h. Wörter, die in dieser Form oder in diesem Sinn zwar nach der Periode des goldenen Lateins, aber a) noch im Altertum vor dem Absterben des lebenden Lateins (+ 550), oder b) erst im Mittelalter im Latein der Kirche, Klöster und Scholastik gebildet oder gebraucht sind. C. Moderne Vokabeln, d. h. Wörter, die in Wissenschaft, Industrie und Handel in den letzten Jahrhunderten a) neugebildet oder b) umgedeutet worden sind. Beispiele für diese Schichten sind: A. Konsul, Offizin, importieren; Ba. Kombination, Kreatur, trivial; Bb. Messe, Transsubstantiation, Kloster; Ca. Egoismus, Mimose, Magnesium; Cb. Datum, liberal, Akkumulator.

Nun ist klar: 1. daß überall da, wo eine Kulturerscheinung oder Institution vom Altertum an ohne Unterbrechung weiterläuft, auch die Vokabeln weiterlaufen werden (A und B); 2. daß überall da, wo eine Kulturerscheinung am Schluß des Altertums abbricht, auch die lateinische Vokabel verschwinden und eventuell später ersetzt werden muß (C). Beispiele für Fall 1: Der Titel ‚Konsul‘ wurde allmählich in der Kaiserzeit der Ausdruck für die obersten städtischen Beamten; solche gab es überall, auch nach der Völkerwanderung; so ging der Titel ohne Unterbrechung an die städtischen Bürgermeister im Frankenreiche

über. ‚Den Arzt bezahlen‘ hieß *honorem dare medico*, woraus das Wort ‚Honorar‘ entstand; die medizinische Tätigkeit ist natürlich nie unterbrochen worden, so daß wir noch heute dem Arzte ein ‚Honorar‘ zahlen. Gewisse Gehälter wurden in der Kaiserzeit in Geld statt wie vorher in Salz gezahlt und hießen darum ‚Salzgelder‘; daß solche Gehaltszahlungen nie abreißen, weil es stets Beamte gibt, ist natürlich; so zahlt man noch heute ‚Salair‘. Beispiel für Fall 2: Die Schauspieler erhielten von den Kaisern Gehälter, zur Zahlung war die Forstkasse angewiesen; darum hieß dies Gehalt *lucar* (v. *lucus* = Forst); in den Wirren der Völkerwanderung und durch den Übergang der römischen Kultur auf germanische Völker starb begreiflicherweise das antike Theaterwesen ab, sonst erhielten vielleicht noch heute die Schauspieler, jenem ‚Salair‘ entsprechend, ihr ‚Lucair‘.

In welche Kategorie gehören nun jene Termini der Rechen- § 101.
kunde? Haben wir hier auch die Arten A, B, C und die Fälle 1 und 2 zu unterscheiden? Was man nach dem Gesagten erwarten sollte, ist folgendes. Ausfallen muß so gut wie ganz die Art C und der Fall 2. Gerechnet hat man natürlich ohne Unterbrechung, auch in den schlimmsten Zeiten der Völkerwanderung. Noch kurz vor Geiserichs Ankunft (429) war Martianus Capella in Afrika Anwalt, ein Jahrhundert später (525) ließ Theodorich der Große den Boëtius hinrichten, ein Jahr danach (526) ging Theodorichs Geheimschreiber Cassiodor ins Kloster. Alle drei schrieben über Arithmetik. Des Cassiodor Werk aber ging direkt als Lehrbuch in die mittelalterlichen Klosterschulen über. Danach bleibt nur der Fall 1 mit den Arten A und B übrig. Wir vermuten also, daß die Fremdwörter der arithmetischen Kunstsprache teils dem goldenen Latein (A), teils dem silbernen und späteren Latein (Ba) angehören, aber im ganzen vor dem Zusammenbruch des römischen Imperiums vollständig vorliegen, daß dagegen das Klosterlatein und die Gelehrtensprache des Mittelalters (Bb) ebensowenig wie die moderne Kunstsprache (C) etwas wesentliches hinzugefügt haben. Wir erwarten, um es anders auszudrücken, in der technischen Sprache unserer Arithmetik lebendiges, nicht aber totes Latein. Liegt die Sache wirklich so?

Unsere Erwartung erfährt eine ganz auffallende Enttäuschung. Was die Sprache des Verkehrs an lateinischen Ausdrücken geschaffen hat, das entzieht sich zwar streng genommen unserer Kenntnis, muß aber doch am Ende auch irgendwo und irgend-

wann einmal in der Literatur zum Vorschein kommen. Was aber diese Sprache der Literatur betrifft, so hat sie unserer arithmetischen Terminologie wohl vorgebildet, sie aber in den seltensten Fällen wirklich ausgebildet. Wir haben zunächst die einzelnen Fälle an Beispielen vorzuführen, dann die Resultate zusammenzufassen (§ 105), um endlich für diese Tatsachen eine Erklärung zu suchen (§ 106). Eine absolute Vollständigkeit kann hier natürlich nicht erreicht werden.

- § 102. Beispiele: A. Das Wort *species* heißt bei Boëtius nicht die Spezies, sondern wie überall ‚Art‘ oder ‚Form‘. So spricht er von den verschiedenen ‚Arten‘ der Ungleichheit (*de speciebus maioris quantitatis et minoris*) oder vom Vielfachen und seinen ‚Formen‘ (*de multiplici eiusque speciebus*). So nennt er Gerade und Ungerade zwei ‚Formen‘ der Zahl (*utrasque species numeri*). Aber nie heißt es ‚Rechnungsart‘. Cassiodor nennt das Wort nicht. — B. Das Wort Summe (*summa*) bedeutete zuerst ‚die oberste Reihe‘ (§ 93), bekam aber bereits im klassischen Latein die Bedeutung der auf die oberste Reihe gestellten ‚Summe‘, so daß selbst Wendungen wie ‚eine Summe vermehren‘ oder ‚ziehen‘ (*summam augere, subducere*) lebendiges Latein sind. Boëtius redet sogar von einer ‚verkleinerten Summe‘ (*deminuta summa*), so daß die Grundbedeutung des Wortes bereits im Munde der alten Römer verblaßt war. — C. Die Ausdrücke Addition und addieren sind im Lateinischen freilich vorgebildet, aber nicht zu technischen Ausdrücken erstarrt. Man kann zu jeder Menge, z. B. von Körnern, Wörtern, Tagen, einige hinzulegen, also auch eine Summe *addendo* vergrößern. Dem entsprechend heißt eine jede Zufügung ‚Addition‘; selbst der Körper des Menschen bekommt so einen Zuwachs (*corpori fit additio*). Aber das ‚Summieren‘ oder ‚Addieren‘ wird auch auf andere Weise bezeichnet; es werden bei Boëtius zwei Zahlen auch einmal ‚in eine zusammengefaßt‘ (*in unum colligantur*) oder ‚verbunden‘ (*iunguntur*) oder ‚gesellt‘ (*congregantur*), ‚angegliedert‘ (*adgregantur*), ‚angefügt‘ (*adiciuntur*), eine auf die andere ‚draufgesetzt‘ (*superponuntur*). — D. Die übrigen Ausdrücke der Addition, zunächst Posten und Summanden, sind völlig unklassisch. Beide heißen einfach ‚Zahlen‘ (*numeri*), wie ihr Resultat stets ‚Summe‘ (*summa*). Das Wort ‚Posten‘ (von *positus*) ist in leiser Vorahnung angedeutet, wenn Boëtius die zu addierenden Zahlen ‚über (einander) setzt‘ (*super-posuero*). Der Ausdruck ‚Summand‘ aber kommt von

einem Verbum ‚summieren‘ (*summare*) her, das seinerseits, vom Kompositum *consummare* abgesehen, nur aus einer einzigen Stelle der sogenannten Scholia Bobiensia zu Ciceros Reden zitiert ist, also aus nachklassischen, vielleicht sehr späten Kommentaren zu jenen Reden stammt. — E. Die Ausdrücke Subtraktion, Subtrahendus, Minuendus, Differenz sind wieder im Lateinischen nicht geläufig, zum Teil kaum vorhanden. Das häufige Verbum ‚subtrahieren‘ (*subtrahere*) heißt sonst soviel wie ‚unten (leise, heimlich) fortziehen, entziehen, weglassen‘; Boëtius freilich gebraucht es in seiner Musik (soviel wir sehen, nicht in seiner Arithmetik) auch für ‚abziehen‘ in arithmetischer Beziehung. Das davon abgeleitete Gerundivum (*subtrahendus*) kommt in der modernen Bedeutung nie vor. Das Substantivum aber (*subtractio*) wird nur einmal aus der Vulgata (nach + 400), doch in unmathematischer Bedeutung zitiert; kommt aber auch einmal bei Boëtius, freilich neben synonymen Vokabeln (*retractio, detractio*) in mathematischem Sinne vor. Das Verbum ‚vermindern‘ (*minuere*) wird von jeder Art der Verkleinerung oder Verringerung, aber ganz vereinzelt und neben anderen Ausdrücken (*detrahi minuique*) für unser ‚abziehen‘ gebraucht. Endlich bedeutet ‚Differenz‘ (*differentia*) jede Form der ‚Unterscheidung‘ oder ‚Abstufung‘. Die gewöhnlichen Wendungen aber für ‚subtrahieren‘ sind im Lateinischen: ‚fortnehmen‘ (*auferre de = ex*), ‚herabziehen‘ (*detrahere de = ex*, *deducere*), ‚herunternehmen‘ (*demere de = ex*); die für ‚Differenz‘ dagegen: ‚das Übrige‘ (*reliquum*), ‚was übrig bleibt‘ (*quod relinquitur*), ‚Restsumme‘ (*summa reliqui*). — F. Sehr häufig ist das Verbum multiplizieren (*multiplicare*) und das Substantivum Multiplikation (*multiplicatio*). Schon der Architekt Vitruv (um — 14) spricht von Zahlen, die sich durch Multiplikationen (*multiplicationibus*) nicht herausbringen lassen; 14 mit sich selber multipliziert (*multiplicati*) sei 196; die Größenverhältnisse der Wurfmaschinen knüpfen an einfache geometrische Konstruktionen und bekannte Multiplikationen (*multiplicationes*) an. So sagt auch der agrarische Schriftsteller Columella (um + 65), der Schritt als Maß sei das Vielfache des Fußes (*multiplicatus pes*); die beiden Summen 240 und 120 multipliziert (*inter se multiplicatae*) ergeben 28 800; der Flächeninhalt eines Quadrats sei, wenn man das Maß der Seite mit sich selbst multipliziere (*multiplicantur in se*), die aus dieser Multiplikation entstehende Summe (*summa ex multiplicatione*). Einmal multipliziert er gar eine

Zahl ‚mit‘ einer anderen (*multiplicare latitudinem cum basi*), ein andermal soll eine Summe ‚elfmal‘ genommen werden (*hanc summam undecies multiplicato*). — G. Auch andere Formen des Verbums ‚multiplizieren‘ finden sich (*multiplicabis, multiplicando, multiplicato* usw.), besonders zahlreich bei Boëtius. So mag denn auch irgendwo einmal die Form des Gerundivums *multiplicandus* zu lesen sein. In technischem Sinne aber gibt's bei den Alten kaum einen Multiplikandus oder Multiplikator, sicher keine Faktoren oder Produkte. Für *multiplicandus* kennen wir keine Stelle. Der Ausdruck *multiplicator* wird aus den Briefen des Paulinus, des Bischofs von Nola (nach + 400), zitiert. Er begegnet uns noch einmal in der Musik des Boëtius, wo es heißt, daß Zahlen, mit 3 multipliziert, dasselbe Verhältnis zueinander bewahren, wie sie es hatten, ehe der *multiplicator* 3 hinzutrat. Er findet sich endlich wiederholt in der Geometrie des Boëtius, die aber im Mittelalter mindestens interpoliert, wo nicht ganz verfaßt ist, da sie die sogenannten arabischen Ziffern enthält. Das Wort *factor* bedeutet einen Arbeiter, der etwas herstellt oder handhabt. Das Partizipium *productus* heißt ‚in die Länge gezogen, ausgedehnt, verlängert‘, sein Verbum *producere* bedeutet ‚weiterführen, fördern langziehen‘. Beide Begriffe schillern in den verschiedensten Bedeutungen. Für das Wort ‚Produkt‘ aber § 104. sagt der Lateiner ‚Summe‘. — H. Nicht viel anders liegt die Sache mit den Wörtern Dividieren, Division, Divisor, Dividendus. Wieder darf die unechte Geometrie des Boëtius nicht herangezogen werden, die in dem Kapitel *de divisionibus* sowohl den *divisor* wie den *dividendus* nennt. Das lebende Latein kennt das Verbum *dividere* und das Substantivum *divisio* in allen möglichen Bedeutungen. Im technischen Sinne scheint es aber erst in spätester Kaiserzeit vorzukommen. Bei Vitruv (um — 14) wird freilich einmal ‚in fünf Teile geteilt‘, aber eine räumliche Länge. Boëtius gebraucht beide Wörter absolut in dem Sinne ‚halbieren‘ und ‚Halbierung‘. Aus Augustinus (um + 390) zitiert man das Exempel ‚150 in 3 zerlegen‘ (*in tria* oder *in tres partes dividere*). Im Capella aber (vor + 429) finden sich wohl Wendungen, wie ‚9 in 5 und 4 zerlegen‘ oder ‚in zwei Teile zerlegte Zahlen‘, aber keine Stelle für unsere moderne Bedeutung. — I. Die Adjektiva positiv und negativ sind im lebendigen Latein nicht vorhanden, weil den Alten die diesen Worten zugrunde liegenden Begriffe fehlten. Die Ausdrücke

Fazit, Rest, Resultat, Quotient, reell sind schon aus sprachlichen Gründen unmöglich. Jene drei sind nicht Substantiva, sondern Verbalformen (3. Pers. Sing.), die letzten beiden haben gar eine unlateinische Endung. — K. Das Wort Exempel ist freilich altes Latein, doch bedeutet *exemplum* jedes ‚Beispiel‘, nur nicht ein Rechenexempel. Unsere Permutationen und Kombinationen sind den Alten ebenso unbekannt wie die Begriffe komplex und imaginär; im Lateinischen bedeutet *permutatio* jeden ‚Wechsel‘ oder ‚Tausch‘, *combinatio* ‚Vereinigung‘, *imaginarium* jeden, der ‚ein Bild entwirft‘ oder ‚einen Schein erweckt‘, *complexus* endlich ‚umfassend‘ oder ‚in sich schließend‘. Den Begriff des Irrationalen kennen freilich Griechen und Römer; diese aber entlehnen von jenen die griechische Bezeichnung (*ἄλογος*); *irrationalis* heißt ‚vernunftwidrig‘ oder ‚vernunftlos‘. Nur an einer Stelle übersetzt Martianus Capella das Wort *ἄλογος* durch *irrationabilis*. Unsere Begriffe der Adverbien plus und minus sind dem Lateiner fremd; *plus* und *minus* sind Komparative und bedeuten ‚mehr‘ und ‚weniger‘. — L. Zwei Adjektiva bleiben noch übrig, die lebendes Latein sind: *incommensurabilis* oder *incommensurabilis* und der erste Bestandteil des Wortes Primzahl. Griechen wie Römer kennen die Zahlen, die sich in keinerlei Faktoren zerlegen lassen, und nennen sie *primi numeri* (*πρῶτοι ἀριθμοί*), weil diese die ursprünglichen Bestandteile der anderen seien; die Alten sind also die Entdecker der Primzahlen. Größen aber, insbesondere Zahlen, die ‚im Verhältnis zueinander Primzahlen sind‘, d. h. kein gemeinsames Maß, keinen gemeinsamen Faktor haben, heißen bei ihnen *incommensurabiles* (*ἀσύμμετροι*). Und schon Aristoteles († — 322) nennt Seite und Diagonale des Quadrats als ein Beispiel. Also ist das Wort ‚incommensurabil‘ mit nichten neulatinisch, wie man öfter zu lesen bekommt. — M. Die Verba potenzieren und radizieren erweisen sich schon durch ihre Endung als unlateinisch. Ihre Stammwörter Potenz und Radix sind im Lateinischen vorhanden. Potenzen nennt der Grieche *δυνάμεις*; die Lateiner des Mittelalters übersetzen das Wort mit *potentiae*. Die Pythagoreer bezeichneten die Anfangsglieder gewisser Zahlreihen, also deren Grundzahlen, als *πυθαγόρειες* oder *ρίζαι*; die Lateiner griffen das Wort auf und übersetzten es mit *radices*. Hier liegt also der singuläre Fall vor, daß einmal arithmetische Termini mittelalterliche Übersetzungen aus dem Griechischen

sind. Das Wort Effizient ist das Partizipium des Verbums *efficere*, das die Klassiker für die Wendung ‚das Resultat ergeben‘ gebrauchen. Eine Null kennt das Altertum nicht. Das Wort stammt von *nullus* = keiner. Vorgebildet ist der Begriff, wenn z. B. Boëtius die Aufgabe $0 + 0$ so ausdrückt: *si nihil nulli iungas*.

§ 105. Resultate: A. Gutlateinische Wörter, die schon bei Cicero vorkommen, gibt es in der gesamten Nomenklatur nicht, außer Summe. Vorgebildet und neben manchen anderen Wörtern in Gebrauch ist das Verbum addieren. Alle übrigen Rechnungen werden als Additionen betrachtet, ihr Resultat steht immer wieder auf der obersten Reihe, ist also wiederum eine *summa*. So finden sich die Zusammenstellungen *summa reliqui* = Rest, *numeri multiplicantur in summam* und *numeri multiplicati faciunt summam* = Produkt. — B. Spätlateinische Wörter der Kaiserzeit sind multiplizieren, Multiplikation, Multiplikator, kommensurabel, inkommensurabel, Primzahl. Vorgebildet sind mit einer gewissen Deutlichkeit die Wörter Addition, subtrahieren, Subtraktion, dividieren, Division, ganz vereinzelt auch das Wort irrational. Man sieht, wie brüchig die zufällige Überlieferung oder der wirkliche Bestand der Terminologie ist. Vermutlich ist der ursprüngliche Tatbestand, nicht die zufällige Ungunst der Tradition schuld, wie das Folgende deutlich machen wird. — Bb und C. Alles übrige vom Summandus, Subtrahendus, Minuendus, Multiplikandus, Dividendus an, die Differenz und der Rest, das Produkt und der Quotient, die Potenz und die Radix, die Faktoren und die Posten selbst die Spezies und das Exempel, sowie alle die anderen Ausdrücke unseres modernen Rechnens mit Reihen und Gleichungen, mit positiven und negativen Zahlen, mit Null und Unendlich, all das ist nach dem Zusammenbruch des Römerreiches gebildet worden. Wieviel davon im Mittelalter, wieviel in der Neuzeit entstanden ist, was die katholischen Klöster, was die weltlichen Gelehrten geschaffen haben, das festzustellen geht über den Rahmen unserer Untersuchung hinaus.

§ 106. Erklärung: I. Bei den Römern war es wie bei den Griechen. Ihre Rechenkunst (*λογιστική*) war äußerst simpel. Sie rechneten mit dem Rechenbrett. Sie schoben und zählten die Steinchen. Daher gab es keine eigentlichen Rechenregeln oder Rechenbücher. Man kannte eben nur einzelne Rechensteinchen (*calculi*), fügte

zu vorhandenen neue hinzu (*addere*), nahm gelegentlich wieder welche herunter (*demere*) und setzte das Resultat auf die oberste Linie (*summa*). So gibt's eigentlich bloß ein Zufügen und Herunternehmen, das Fazit ist immer eine ‚Summe‘, auch das der Subtraktion (*summa reliqui*), selbst das der Multiplikation (*summa multiplicationis*). — II. Was aber ihre Zahlenlehre (*ἀριθμητική*) betrifft, so ist sie völlig von den Griechen abhängig und oft nach griechischen Originalen verflacht. Den Nikomachos (um + 140) übersetzt zuerst Apuleius v. Madaura (nach + 160), dann Martianus Capella (vor + 429), dann Boëtius (vor + 525), bis endlich Cassiodor (nach + 526) einen dürftigen Auszug, eine trockene Aufzählung von Definitionen daraus macht. Diese Arbeiten würden aber wohl auch dann, wenn es eine feste Terminologie gegeben hätte, sie uns kaum klar und schlicht überliefern. Denn diese Schriften sind nicht technischer, sondern literarischer Natur. Sie sind nicht Werke der wissenschaftlichen, sondern der schönen Literatur. Sie folgen darum nicht den Gesetzen einer Kunstsprache, sondern denen der Sprachkunst. Jene fordert eine Festigkeit der Terminologie, diese einen Wechsel im Ausdruck. Jene verlangt Klarheit, diese verlangt Schönheit. Jene strebt es an, für jeden Begriff möglichst nur ein Wort und für jedes Wort möglichst nur eine Bedeutung festzulegen, um jedes Mißverständnis auszuschließen. Diese strebt dahin, für jede Vorstellung eine reiche Fülle von Worten zu schaffen und zu benutzen, um jede Langeweile auszuschließen. Jene belehrt, diese ergötzt. Ist z. B. auch das Gewand, in das Martianus Capella seine Arbeit kleidet, die ‚Hochzeit der Philologie und des Merkur‘, außerordentlich geschmacklos, so ist doch des Verfassers Absicht eine künstlerische und sein Stil folgt rhetorischen Gesetzen. So wird mit dem Ausdruck gewechselt und dieselbe Rechenoperation in demselben Kapitel oft mit vier oder fünf Namen bezeichnet. — Nach alledem wird den Philologen, der die klassische Literatur und ihre Eigenart kennt, das Resultat, zu dem die Untersuchung geführt hat, nicht allzu sehr in Erstaunen versetzen. Den Mathematiker aber, der sich beim Gebrauche seiner lateinischen Termini ihrer lateinischen Abkunft bewußt geblieben ist, wird es geradezu verblüffen.

Schluß.

§ 107. Wir sind zu Ende. 1. Zur Geometrie erhielten die Griechen die erste Anregung aus dem Orient. Ägyptische Pyramiden und Harfen mögen die Gegenstände gewesen sein, die den wissenschaftlichen Sinn der Griechen weckten. *Ex oriente lux*. Was sie aber so beobachteten oder erfuhren, das waren Einzelheiten. Sie begründeten und verbanden diese Einzelheiten und machten daraus erst eine systematische Wissenschaft. *Ex occidente lex*. Die Römer haben dazu nichts Eigenes gefügt. Sie haben griechisches Wissen ausgeschrieben und vielfach die Terminologie beibehalten. Ihr praktischer Sinn aber hat all dieses Wissen im wesentlichen auf jene Bauernweisheit eingeschränkt und oft verflacht, die Äcker mißt und Grundstücke berechnet. So schloß die Geometrie mit dem Ausgang des Altertums ein. Erst die Renaissance weckte sie zu neuem Leben. Diese aber ging an die Quelle. Sie wandte sich an den Euklid. In Venedig wurde 1505 zum erstenmale aus dem Griechischen der gesamte Euklid ins Lateinische übersetzt (Zamberti). Diese Übersetzung wurde 1509 wieder gedruckt (Paciolo). Dieser zweite Herausgeber ist ein Mönch und erzählt, wie er unter Anrufung des heiligen Geistes in einer Kirche vor einer ansehnlichen Versammlung von Theologen und Mathematikern das fünfte Buch der Elemente besprochen habe. Natürlich las bald alle Welt die Elemente griechisch. So ward die griechische Geometrie wiedergeboren und die griechischen Termini wurden von neuem lebendig. Sie beherrschen noch heute die geometrische Wissenschaft der europäischen Nationen. — 2. Die Arithmetik aber war, soweit sie elementare Rechenkunst bedeutet, auch ohne fremde Anregung vorhanden: sie ist aber nicht literarisch behandelt worden. Soweit sie dagegen über die vier Spezies und die ganzen Zahlen hinausging, war sie unentwickelt und wurde auch von den Römern nicht weiter gefördert. Gerechnet aber hat man natürlich fort und fort. Und so läuft hier eine ununterbrochene Tradition aus dem Altertum in das Mittelalter herüber. Das Latein ward Klostersprache. So gab das Latein die Vokabeln auch für den Rechenunterricht her. Freilich wurde es ein Kirchenlatein, das sich um klassischen Stil nicht kümmerte. Aber es war doch und blieb doch Latein. So herrscht noch heute in unserer Sprache des Rechnens die lateinische Terminologie, soweit es sich wenigstens um ganze Zahlen handelt.

Sterbende Eltern hinterlassen den Kindern zweierlei Güter, mittelbare und unmittelbare. Jene kommen vielleicht erst nach Jahren, vielleicht erst an Enkeln und Urenkeln zur Geltung, zur Verwendung, zum Vorschein: Es sind die Ideen ihres Lebens, die Macht ihres Beispiels, die Eigenheiten ihres Wesens. Diese aber sind greifbar und werden sofort Gegenstände der Verwertung, der Abnutzung, vielleicht gar des streitenden Unfriedens: Es sind die äußeren Güter, die Kleider, Möbel, Äcker, Häuser, Gelder, über die das Testament Bestimmungen gibt. Auch das Altertum, die schöne Griechenwelt und das starke Römertum, ist solch ein Elternpaar und hinterließ den jüngeren Generationen und Nationen Europas solche Güter. Zu den mittelbaren Gütern dieses Erbes gehört die Geometrie der Griechen: Sie ist erst spät wirksam geworden. Zu den unmittelbaren Erbstücken aber gehört das Rechnen der Lateiner: Es ist durch Testament vermacht. Der Notar, der dieses Testament aufsetzte, ist Cassiodor, dessen Text Klosterschulbuch wurde. Er schrieb darin den Satz: ‚Nimm dem Geschlechte der Menschen das Rechnen, und blinde Unwissenheit packt alles.‘ Das ist das Testament des Altertums.

Anmerkungen.

§ 108. A. Motto: Die Formel *ex oriente lux* ist allgemein bekannt. Den Zusatz *ex occidente lex* hat der Verfasser gebildet. Er versteht Latein genug, um zu wissen, daß *lex* eigentlich im Sinne des Staatsgesetzes gebraucht wird. Er glaubt aber, da wir manches Zitat dem Spätlatein, dem Kirchenlatein, dem Neulatein verdanken, auch seinerseits eine Weiterbildung des Goldlateins da anwenden zu dürfen, wo es sich nicht um Befolgung strenger Stilgesetze, sondern um eine treffende, kurze Formel handelt, die zu einer bereits vorhandenen auch dem Klange nach das Gegenstück bilden soll.

B. Zu § 1: Der Verfasser schrieb 1883 (Philol. Wochenschrift III 41), als er die Hellersche Geschichte der Physik besprach, die Worte: ‚So, wie der Referent meint, läßt sich die Geschichte der alten Physik heute freilich noch nicht schreiben; dazu fehlen noch durchaus die zahllosen Vorarbeiten im einzelnen. Erst muß man an erhaltenen Brücken oder Keilschnittgewölben messen, wie weit dem richtigen Verhältnis von Kraft und Last Rechnung getragen sei. Erst muß das in allen möglichen Stellen der Literatur zerstreute Material gesammelt und gesichtet sein. Erst müssen die Gegenstände, die man etwa ausgegraben hat, beschrieben, besprochen, gemessen sein. Was muß nicht alles noch erst geschehen sein, was ein Einzelner allein nimmermehr bewältigen kann!‘ Diese Worte sind noch immer gültig. Die Kapitel über Hypotenuse und Spärenharmonie werden dafür einen kleinen Beitrag liefern. — Die jüngste Arbeit über das Homerische Epos von Fritzsche (1904, Neue Jahrbücher 545 ff.) erklärt die Ilias für jünger als 580. Wilamowitz dagegen (1905, Die griechische Literatur 9) glaubt nachdrücklich betonen zu müssen, daß unsere Ilias seit 700 im wesentlichen bestanden hat, ja daß Homer seit 700 bereits Schulschriftsteller war.

C. Zu § 2: Der Wunsch, jedes Kapitel als ein für sich lesbares Ganzes abzurunden und abzuschließen, zwingt gelegentlich zu kleinen Wiederholungen. Sie werden der Deutlichkeit so wenig schaden, wie die Einteilung in Paragraphen, die der Kürze des Zitierens, und die Zerlegung in Sonderabschnitte, die der Schnelligkeit des Orientierens zu dienen bestimmt sind. Man erkläre damit die I und II, die A und B und C, und dergleichen.

D. Zu § 3: In einzelnen Abschnitten druckt der Verfasser, teilweise in veränderter Form, Artikel ab, die er in der Naturwissenschaftlichen Wochenschrift gleichsam als tastende Versuche seit 1901 erscheinen ließ. Das trifft besonders die Kapitel I, IX, X, XI, XV, XVI.

E. Zu § 8: Jahre vor Christo unterscheiden wir durch ein Minuszeichen, Jahre nach Christo durch ein Pluszeichen. — Euklid Elem. I def. 15: κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδος ὑπὸ μᾶς γραμμῆς περιεχόμενον. 17: διάμετρος . . . διχα τέμνει τὸν κύκλον. Den Radius bezeichnet einmal Cicero mit *radius*: Tim. de univ. 6. Dann verliert sich der Begriff, bis ihn erst Petrus Ramus (kurz vor 1600) wieder auffrischt.

F. Zu § 14: Der neueste Versuch, auch geläufigere Wörter wie οὐ, γάμος, ἀγαπᾶν, μάχεσθαι, καλεῖν, βομός und viele andere, für Fremdwörter aus dem Semitischen anzusehen, ist sachlich, sprachlich, geschichtlich verunglückt (E. Aszmann, Das Floß der Odyssee. 1904 Weidmann).

G. Zu § 15: Der vierjährige Schiller nannte jeden Fluß ein ‚Neckarle‘. Hebel sagt ‚Reinli‘ und ‚Wöschli‘. — Polyb. VIII 6, 4: ὑπερπέσει θωρακίος. Athen. p. 208 E: εἰς τὰ θωράκια. Athen. p. 206 E: ἐπὶ τῷ λυχνίῳ. — Synes. epist. 15: τοῦτό ἐστι τὸ βαρύλλιον. Gemin. Isag. 1: ὁ τῶν ζῳδίων κύκλος. Aristoph. Ach. 22: τὸ σχοινίον φεύγουσι τὸ μεμικτωμένον.

A. Zu § 16: Hero beschreibt z. B. einen Heronsball als Springbrunnen § 109. (Pneumat. I 10). Die Beschreibung umfaßt 61 Zeilen der Teubneriana und enthält 6 Deminutiva: ὑποσπίριον, στόμιον, σωληνάριον, κλειδίον, ἀσάριον, σωληρίδιον. Fesselnd ist auch der Vergleich der Briefe des Alkiphron. Gleich die ersten 3 Briefe, angeblich von Fischern an ihre Liebsten geschrieben, haben auf 68 Zeilen 7 Deminutiva: χομιάτιον, σαφίδιον, ἀργύριον, παιδίον, μειρακίσκος, φερνίον, στιχίδιον. Das ist der Typus der Arbeitersprache, des Vulgärgriechisch. Unsere deutsche Fabriksprache bekundet denselben volkstümlichen Ursprung auf andere Weise, nämlich durch eine Unzahl seltenerer, teilweise sonst ungebräuchlicher Vokabeln, wie sie z. B. Luther beim Handwerker zu studieren suchte. Beispiele sind: Kolben, Gehäuse, Spindel, Auflager, Flansch, Nute, Muffe, Düse, federn, löten, versteifen, dichten.

B. Zu § 17: Strab. p. 583: Ἴδη σκολοπενδρώδης οὔσα. p. 83: πλατάνου φύλλῳ. Thuk. VI 4: τὸ δρέπανον οἱ Σικελοὶ ζάγκλον καλοῦσιν. Strab. 118: χλαμυδοειδὲς σχῆμα. p. 395: τὰ ἐκ τοῦ ἀστεος (= Ἀθηνῶν) σκέλη. Aristoph. Lysistr. 1170: τὰ Μεγαρικὰ σκέλη. Liv. IX 2, 6. 11, 3: *fureulae Caudinae*. XXXI 24: *porta velut in ore urbis posita*. Nepos Epam. 10, 4 (von Theben): *caput totius Graeciae*. Plin. n. h. III 29: *e radicibus Pyrenaei*. Caes. b. g. I 52, 6: *acies a sinistro cornu pulsa*. — Σ 378: οὐατα. Vgl. 4 264. Hor. Od. I 9, 8: *diota*. Plut. Marc. 15: *στόμασιν εἰκασμένοις γεράνων*. Herod. VII 36: *στρεβλοῦντες ὄνοισιν ξυλνοῖσι τὰ δπλα*. Vitruv. arch. IX 8, 1. ἀράχνην *Eudoxus astrologus* (ἰννεῖν), *Patrocles πελεκίνον*. Hero Belop. 10: *καλεῖται δὲ (τὸ ὄργανον) πτέρυξ*. Belop. 3: *ἐδύτονα ἔτινες καὶ σκορπίους καλοῦσιν ἀπὸ τῆς περὶ τὸ σχῆμα ὁμοιότητος*. Sext. Emp. adv. phys. II 54: *ὁ κυκλογραφῶν καρζίνος*. Vitruv. arch. IX 8, 5: *regula versatili tympano denticulis aequalibus perfecta*. X 7, 2: *nares fistularum*. 7, 3: *emboli masculi*.

C. Zu § 19: A 105: κέρατα. Luc. nav. 5: *χρυσῶν χηρίσων ἐπιχειμένη*. Ver. hist. II 41: *ὁ ἐν τῇ πρόμνη χηρίσκος*. — Gell. I 1: *modum spatiumque plantae Herculis tanto fuisse quam aliorum procerius, quanto Olympicum stadium longius esset quam cetera*.

D. Zu § 21: Euklid Elem. I def. 22: τὰ δὲ παρὰ τὰτα τετράπλευρα (σχήματα) τραπέζια καλεῖται. — Val. Max. VIII 7, 7: *Noli istum (pulverem) disturbare*. Vgl. § 112 A. — Über Plato vgl. § 116 D. — Plut. Marc. 14:

(*Αρχιμήδης*) Ἰέρωνι τῷ βασιλεῖ συγγενῆς ὢν καὶ φίλος. Cicero nennt ihn *humilem homunculium* (Tusc. V 64), Silius Italicus *midus opum* (XIV 343). — Proklos, ed. Friedlein, p. 68: *Μη εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίας*. — Ptol. Alm. I 12: *διὰ καθέτιον μεθοδεύεται*.

E. Zu § 24: Vitruv. arch. IX 7, 2: *describatur linea in planitia et e media πρὸς ὀρθὰς erigatur*. Ael. var. hist. X 17: *Οἰνοπίδης ὁ Χίος ἀστρολόγος κ. τ. λ.* Proklos, ed. Friedlein, p. 283: *Τοῦτο τὸ πρόβλημα (sc. ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν κάθετον ἀγαγεῖν) Οἰνοπίδης ἐξήγησε χρήσιμον αὐτὸ πρὸς ἀστρολογίαν οἰόμενος· ὀνομάζει δὲ τὴν κάθετον ἀρχαϊκῶς, κατὰ γνώμονα, διότι καὶ ὁ γνώμων πρὸς ὀρθὰς ἔστι τῷ ὀρίζοντι*.

F. Zu § 25: Eukl. Elem. I def.: 1. *Σημεῖον ἔστιν, οὗ μέρος οὐθέν*. 2. *Γραμμὴ δὲ μήκος ἀπλατές, γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα*. 3. *Εὐθεῖα γραμμὴ ἔστιν, ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημεῖοις κείται*. 4. *Ἐπιπέδου δὲ ἔστιν, ὃ μήκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει*. 5. *Ἐπίπεδος ἐπιπέδου ἔστιν, ἣτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κείται*. 6. *Γωνία ἔστιν ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων ἢ πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις*. 7. *Ὅρος ἔστιν, ὃ τινὸς ἔστι πέρασ*.

§ 110. A. Zu § 27: Proklos (ed. Friedlein) p. 25 betrachtet die Geodäsie als angewandte Geometrie und scheidet τὰς τῶν αἰσθητῶν ἐμπειρίας τῶν ἐν αὐτῇ (= τῇ μαθηματικῇ) καθόλου θεωρουμένων οἶον γεωδεσίαν γεωμετρίας. Er sagt p. 38: *τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης (μαθηματικῆς) δύο τὰ πρόωιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίας, τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξ, μηχανικὴν, ἀστρολογίαν, ὀπτικὴν, γεωδεσίαν, κανονικὴν, λογιστικὴν*. — Ptol. Geogr. I 1: *Ἡ γεωγραφία μίμησις ἔστι διὰ γραφῆς τοῦ κατελημμένου τῆς γῆς μέρους ὅλου*. — Hero defin., ed. Hultsch p. 8: *Γραμμὴ τὸ διαιροῦν ἀπὸ τῆς σκιᾶς τὴν ἡλιακὴν ἀκτῖνα ἢ ἀπὸ τοῦ πεφωτισμένου μέρους τὴν σκιάν, καὶ ἐν ἱματίῳ ὡς ἐν συνεχεῖ νοουμένῳ τὸ χωρίζον τὴν πορφύραν ἀπὸ τοῦ ἕριον καὶ τὸ ἕριον ἀπὸ τῆς πορφύρας. . . .* *Ἀέριον γοῦν· εἷς τοῖχος ἔστι καθ' ὑπόθεσιν πηχῶν ὃ, ἢ ὁδὸς σταδίων ν'.* — *Κανόνες* am Schild: Θ 192; am Webstuhl: Ψ 761. — Proklos, ed. Friedlein p. 110: *ὁ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθείαν ὠρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν*. p. 109: *ὁ δὲ Πλάτων ἀφορίζει τὴν εὐθείαν γραμμὴν, ἥς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ*. p. 110: *πάντα αὐτῆς τὰ μέρη πᾶσιν ὁμοίως ἐφαρμόζει*. Plat. Parm. 137 C: *εὐθύ γε (ἔστι τοῦτο), οὗ ἂν τὸ μέσον ἀμφοῖν τοῖν ἐσχάτου ἐπιπροσθεν ἦ*.

B. Zu § 28: Dion. Thr. Gramm. 4: *Στιγμαί εἰσι τρεῖς, τελεία, μέση, ὑποστιγμή· καὶ ἡ μὲν τελεία στιγμὴ ἔστι διανοίας ἀπρητισμένης σημεῖον, μέση δὲ σημεῖον πνεύματος ἔνεκεν παραλαμβανόμενον, ὑποστιγμὴ δὲ διανοίας μηδέπω ἀπρητισμένης ἀλλ' ἔτι ἐνδεοῦς σημεῖον*. — Cic. Mur. 25: *res in singulis litteris atque interpunctionibus verborum occupatae*. Sen. ep. 40, 11: *not etiam cum scribimus interpungere adsuevimus*. — Aristot. Rhet. III 5 (Ed. Acad. Berol. 1407 b): *Τὰ Ἡρακλείτου διαστίξαι ἔργον διὰ τὸ ἀθλιον εἶναι ποτέρω πρόσκειται κ. τ. λ.* — Demosth. Mid. 115: *ἀρ' ἂν, εἰ γ' εἶχε στιγμὴν ἢ σκιάν τούτων ὧν κατεσκεύαζε κατ' ἐμοῦ, ταυτ' ἂν εἴασεν*; Aristot. Metaph. XII 2 (Ed. Ac. Ber. 1076 a): *οὐθὲν γὰρ ἐκ γραμμῶν οὐδ' ἐπιπέδων οὐδὲ στιγμῶν φαίνεται συνίστασθαι δυνάμενον*. Und so oft.

C. Zu § 29: Aesch. Prom. 287: *οἰωνὸν γνώμη στομίον ἄτερ εὐθύων*. Pers. 411: *ἐπ' ἄλλην δ' ἄλλος ἴθυεν δόρυ*. 773: *Κύρου δὲ παῖς τέταρτος*

ἴθυνεν στρατόν. Freilich liest man auch hier öfters *εἴθυνεν*. Das scheint uns aber nebensächlich. Die Hauptsache bleibt doch bestehen, daß der Begriff des Geraden aus dem des Horizontalen entwickelt ist. — U. Köhler, Mitt. des d. arch. Inst. zu Athen, VIII 359. Th. Gomperz, Über ein bisher unbekanntes griechisches Schriftsystem. Wien 1884. M. Giltbauer, Die drei Systeme der griech. Tachygraphie. Wien 1894. Stellen aus dieser Inschrift: *Ἡ μὲν εὐθεία καὶ βραχεῖα γραμμὴ. Πρὸς τὴν ὀρθὴν ἔχον κεραιὰν. Ταῖς κεραιαῖς ἀμφοτέραις τῆς ὀρθῆς ἀποκλίνον.* Uns scheint die Inschrift, auf die uns Herr Stadtschulrat Karl Th. Michaelis aufmerksam machte, mit der Umschrift der Solonischen Gesetze unter Euklid (— 403) zusammenzuhängen und eine Art von offizieller Orthographie für die Amtsschreiber zu bieten.

D. Zu § 30: Der Begriff der syntaktischen oder konstruierten Komposita fehlt in allen dem Vf. bekannten Büchern, z. B. bei Behaghel, Die deutsche Sprache, Leipzig 1904. — Arist. de sens. 3 (Ed. Ac. Ber. 438a): *Τὸ χρῶμα ἢ ἐν τῷ πέρατι ἔστιν ἢ πέρας· διὸ καὶ οἱ Πυθαγόρειοι τὴν ἐπιφάνειαν χροιάν ἐκάλουν.*

E. Zu § 31: Homer a 193: *ἐρπύζοντ' ἀνὰ γουνὸν ἄλωψ οἰνοπέδοιο.* I 534: *ὁ οἱ οὔτι θαλύσεια γουνῶ ἄλωψ Οἰνεὺς ῥέξεν.* Σ 57: *τὸν μὲν ἐγὼ θρέψασα, φυτόν ὡς γουνῶ ἄλωψ.* — Herod. IV 99: *τὸν γουνὸν τὸν Σουνιακόν.* — Homer M 421: *ἄλλ' ὥστ' ἄμφ' οὔροισι δν' ἀνέρε θηριάσθον, μέτρο' ἐν χερσὶν ἔχοντες, ἐπιξύνω ἐν ἀρούρη.* δ 563: *ἀλλὰ σ' ἐς Ἥλισιον πεδίον καὶ πείρατα γαίης ἀθάνατοι πέμψουσιν.* Θ 478: *οὐδ' εἴ κε τὰ νεῖατα πείραθ' ἴκηαι γαίης καὶ πόντοιο.* Ξ 200 u. 301: *πολυφόβου πείρατα γαίης.*

A. Zu § 33: Die Stellen sind mustergültig zusammengetragen und ge- § 111. ordnet bei H. Diels, Vorsokratiker, Berlin 1903.

B. Zu § 34: Diog. L. I 24f.: *Παρά τε Αἰγυπτίων γεωμετρῶν μαθόντα φησὶ Παιμφίλη πρῶτον καταγράψαι κύκλου τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ θῦσαι βῶδν. οἱ δὲ Πυθαγόραν φασίν, ὃν ἔστιν Ἀπολλόδοωρος ὁ λογιστικὸς.*

C. Zu § 35: Prokl. p. 352: *Ἐθδημος δὲ ἐν ταῖς γεωμετρικαῖς ἱστορίαις εἰς Θαλήν τοῦτο ἀνάγει τὸ θεώρημα· τὴν γὰρ τῶν ἐν θαλάττῃ πλοίων ἀπόστασιν, δι' οὗ τὸν τρόπον φασίν αὐτὸν δεῖκνύναι, τοῦτω χρῆσθαι φησὶν ἀναγκαῖον.* Vgl. Brettschneider, Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Leipzig 1870, § 30. Wenn Brettschneider behauptet, daß Eudemos den *τρόπος* des Thales sichtlich ‚genau kannte‘, so wird das durch das Wort *φασίν* widerlegt. An Brettschneider schließt sich an M. Cantor, Vorlesungen über Gesch. d. Math. Leipzig 1880. S. 122. — Die Fig. 1 verdankt der Vf. der geschickten Hand des königl. Zeichenlehrers und Bildhauers Herrn O. Hülcker.

D. Zu § 36: Diog. L. I 27: *Ὁ δὲ Ἰερώνυμος καὶ ἐκμετρῆσαι φησὶν αὐτὸν τὰς πυραμίδας, ἐκ τῆς σκιᾶς παρατηρήσαντα, ὅτι ἡμῖν ἰσομεγέθης ἐστίν.* Plin. n. h. XXXVI 82: *mensuram altitudinis earum (sc. pyramidarum) omnemque similem (lies omniumque similitum) deprehendere invenit Thales Milesius umbram metiendo, qua hora par esse corpori solet.* Plut. conv. sept. sap. 2 (Didot p. 147 A; Tauchnitz vol. I 342): *Σοῦ τε καὶ τὰ ἄλλα θανάμζει, καὶ τῆς πυραμίδος τὴν μέτρησιν ὑπερφυῶς ἠγάπησεν, ὅτι ἄνευ πραγματείας καὶ μηδενὸς ὀργάνου δεηθεῖς, ἀλλὰ τὴν βακτηρίαν στήσας ἐπὶ τῷ πέρατι τῆς σκιᾶς, ἣν ἡ πυραμὶς ἐποίει, γενομένων τῇ ἐπιφῆ τῆς ἀκτίνος δυοῖν τριγώνων ἔδειξας, ὃν ἡ σκιὰ πρὸς τὴν σκιὰν λόγον εἶχε, τὴν πυραμίδα πρὸς τὴν βακτηρίαν ἔχουσαν.* — Brettschneider verwandelt das Pyramidenproblem in ein Obeliskenproblem und sucht in dem Plinianischen *similitum* diese Obelisken.

E. Zu § 37: Prokl. p. 250: τῷ μὲν οὖν Θαλῇ τῷ παλαιῷ πολλῶν τε ἄλλων εὐρέσεως ἕνεκα καὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος χάριν. λέγεται γὰρ δὲ πρῶτος ἐκεῖνος ἐπιστῆσαι καὶ εἰπεῖν, ὡς ἄρα παντὸς ἰσοσκελοῦς αἰ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι εἰσίν, ἀρχαϊκώτερον δὲ τὰς ἴσας ὁμοίας προσειρηκέναι. — Die Einteilung der Kreislinie in 360 Grade findet sich zuerst bei Hypsikles (— 150), vgl. § 117 C.

F. Zu § 38: Prokl. p. 299: τοῦτο τοίνυν τὸ θεωρήμα δείκνυσιν, ὅτι δύο εὐθειῶν ἀλλήλας τεμνουσῶν αἰ κατὰ κορυφὴν γωνίαι ἴσαι εἰσίν, εὐρημένον μὲν, ὡς φησιν Εὐδημος, ὑπὸ Θαλοῦ πρῶτον. — Herod. II 13: τὸ καλεόμενον Λέλιτι. Arr. Alex. V 6, 5: δῶρον τοῦ ποταμοῦ. Herod. II 6 f.: στάδιοι ἐξηκόσιοι καὶ τρισχίλιοι und σταδίων πεντακοσίων καὶ χιλίων.

G. Zu § 39: Κύκλος = Rad, z. B. Ω 324. — Ptol. Alm. I: ἡ ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν εὐθεῖα. — Ψ 255: τορνῶσαντο δὲ σῆμα θεμελίδια τε προβάλλοντο ἀμφὶ πυρῆν. Σ 600: ὡς δτε τις τροχὸν ἄρμενον ἐν παλάμῃσιν ἐξόμενος κεραμεὺς περιήσεται, αἶκε θέρσιν.

H. Zu § 40: Über geometrische Vasen handelt Wide im Jahrb. d. arch. Inst. 1899. Bd. XIV. Wie sich Wide die ‚mit dem Zirkel gezogenen konzentrischen Halbkreise‘ (S. 40) denkt, ist dem Vf. nicht klar.

§ 112. A. Zu § 41: Die *μητις* preist Nestor Ψ 315 ff. — Über Archimedes: Cic. Tusc. V 64: *homunculum a pulvere et radio excitabo*. Vgl. de nat. deor. II 48: *pulvis eruditus*. Verg. Ecl. III 41. Aen. VI 856. Amm. Marc. XXII 16, 17. Arnob. II 23. Val. Max. VIII 7, 7: *Noli istum (= pulverem) disturbare*. Tzetz. Chil. II 35, v. 135. Zonaras IX 5.

B. Zu § 42: Die Stellen sind gesammelt in Diels' Vorsokratikern. Die Ausdrücke ‚seitlich‘ und ‚kreisförmig‘ stecken in den Präpositionen der Wörter *πάροδος* und *περίοδος*. Vgl. Max Schmidt, Real. Chrestomathie II 78. 84. III 194. Naturwiss. Wochenschrift 1902. N. F. I 271.

C. Zu § 43: Die Instrumente bespricht Hugo Blümner, Technologie und Terminologie der Gewerbe und Künste bei Griechen und Römern. Leipzig 1879 ff.; II 231 ff., III 91. Die Klischees der Figuren 2 bis 4 (Blümner III 91) überließ die Teubnersche Buchhandlung käuflich dem Verfasser, der für die freundliche Erlaubnis des Abdrucks hier seinen Dank ausspricht. Es sind Reliefs aus römischen Museen, nach Originalzeichnungen abgedruckt. Gleichen Dank schuldet der Vf. für die Figuren 5 bis 7. Sie sind bei Blümner (II 236 f.) abgedruckt aus Gruter p. 644 und Rich p. 351 und 461. Man darf sich nicht wundern, wenn hier teilweise römische Bilder für griechische Dinge beweisen sollen. Die Römer haben auf diesem Gebiete von den Griechen entlehnt oder wenigstens mit den Griechen gemeinsames Gut. Original ist hier den Römern nur die *groma* (§ 91). — Über *ξανών*: Viktor Hehn, Kulturpflanzen und Haustiere 1894. S. 297. 579. Bei Homer: Ψ 761. Θ 193. Ν 406. Vgl. Buchholz, Die Homerischen Realien. Leipzig 1881. II 186. 363. — Zu *γνώμων* ist zu vergleichen *μνήμων*, *ἐπιλήσιμων*, *ἐπιστήμων*, *πολυπράγμων*, *στήμων* etc. — Sonnenuhren haben bei den Alten stets einen zum Horizont senkrechten Stift; er steht *πρὸς ὀρθάς*: Vit. arch. IX 7. Vgl. Max Schmidt, Real. Chrest. III 187.

D. Zu § 44: Homer Ψ 255: *τορνῶσαντο δὲ σῆμα*. — *Πρὸς ὀρθάς* (Vit. arch. IX 7) = *κατὰ κάθετον* (Plut. de plac. phil. II 24; ed. Tauchn. V 266) = *πρὸς κάθετον* (Plut. de facie in orb. lun. 24; ed. Tauchn. V 379). — Vgl. Diod. Sic. I 98, 9. IV 96, 3: *τὰ σκέλη διαβεβηκότα* an den Statuen des Dädalos.

Hesych. s. v. *στάθμη*: τὸ ἐν τῷ διαβήματι μολιβοῦν σεῦδος. Γ 315: *χῶρον διεμέτρον* (cf. 344), was durch *διαβαίνειν* (cf. M 458 εἰ διαβάς) geschehen sein wird. Wie *διαβήτης* das Instrument zum Abtragen eines Maβes vom ‚Ausschreiten‘ herkommt, so kommt umgekehrt das französische *arpenter* ‚auschreiten‘ von dem alten keltischen Maβe *arepennis*. Vgl. Colum. rust. V 1, 6: *Galli semiugerum arepennem vocant*. Daudet, Fromont j. et Risler aîné 1: *arpentant sa chambre* = mit Schritten durchmessend.

E. Zu § 45: Plut. reip. ger. praec. 6 (ed. Tauchn. V 63): *περιόδοις πρὸς κανόνα καὶ διαβήτην ἀπηρειωμέναις*. Nikom. mus. ench. 6: *βοήθειαν ὀργανικήν . . ., οἷαν ἢ μὲν ὕψις διὰ τοῦ διαβήτου καὶ διὰ τοῦ κανόνος ἔχει, κ. τ. λ.* Galen. de opt. doct. 47: *εἰ δ' οὐκ ἔγραψε τις ὑπὲρ . . . οὐτ' ἐγύμνασεν, ὁμοίον τι ποιεῖ τέκτονι κελεύοντι τῷ μαθητῇ μετρησαί τε καὶ στήσαι καὶ ἐπιτείνειν καὶ κύκλον γράφειν χωρὶς τοῦ πῆχυν δοῦναι καὶ ζυγὸν καὶ κανόνα καὶ καρχίνον*. Theogn. 805: *τόρνον καὶ στάθμης καὶ γνώμονος ἄνδρα θεωρὸν, ἰθύτερον χορῆ ἔμην, Κύρνε, φυλασσόμενον*. 543: *χορῆ με παρὰ στάθμην καὶ γνώμονα τήνδε δικάσαι*. Leider ist die Echtheit der Theognisverse nicht über allen Zweifel erhaben. (Vgl. *ὀρθότης* = Rechtschaffenheit, z. B. Plat. Crit. p. 46B.) Plat. Phileb. 56B: *κανόνι γὰρ καὶ τόρνω χρῆται καὶ διαβήτη καὶ στάθμη*. Eurip. Bacch. 1066: *κυκλοῦτο (ὁ κλάδος) δ' ὥστε τόξον ἢ κυρτὸς τροχὸς τόρνω γραφόμενος περιφορὰν ἔλικοδρομόν*. Kallim. im E. M. p. 223, 20: *γαιοδόται καὶ σπάρτα διηνεκὲς εὔτε βάλονται*. Eurip. H. F. 945: *φοίνικι κανόνι*. Vgl. § 112 D: *πρὸς κάθετον*. Pind. Nem. 6, 7. Theoc. 25, 194. Athen. 564 E etc.: *πρὸς (κατὰ, παρὰ) στάθμην*. Hero dioptr. p. 218 (ed. H. Schöne): *τὸ διάστημα τὸ πρὸς διαβήτην*. Diod. Sic. IV 76, 5: *τῆς ἀδελφῆς τοῦ Λαυδάλου γενόμενος Τάλας . . . τὸν τόρνον εὐρών κ. τ. λ.* Plin. VII 198: *normam autem et libellam et tornum et clavem Theodorus Samius (invenit)*. Herod. III 60: *τρίτον δέ σφι (= Σαμίσιον) ἐξέργασται νηὸς μέγιστος πάντων νηῶν τῶν ἡμεῖς ἴδμεν, τοῦ ἀρχιτέκτων πρῶτος ἐγένετο Ροῖκος Φίλειω ἐπιχώριος*. Vitruv. VII pr. 12: *de aede Junonis quae est Sami dorica* (Urlichs: *ionica*) *Theodorus (volumen edidit)*. Vgl. Paus. VIII 14, 8. X 38, 5. Diod. Sic. I 98. Herod. III 41.

A. Zu § 46: Herod. I 142. — Strab. 643: *τὸν Κολοφῶνα ἐπέθηκον*. — § 113. Über Bias: Cic. Parad. I 8.

B. Zu § 47: Strab. 634: *λέγω δὲ τῶν περὶ Μίλητον καὶ Ἐφεσον αὐταὶ γὰρ ἀρισταὶ πόλεις καὶ ἐνδοξόταται*. — Homer B 867: *Νάστις αὐτὸν Καρῶν ἡγήσατο βαρβαροφώνων, οἳ Μίλητον ἔχον*. — Über Androklos: Strab. 632 f. — Strab. 635: *ἔχει δὲ τέτταρας λιμένας ἢ νῦν, ὧν ἓνα καὶ στόλῳ ἰκανόν*. — Über Phrynichos: Strab. 635. — Über Ἰπποδάμιος: Aristot. pol. II 8. Ebenda VII 11: *κατὰ τὸν νεώτερον καὶ τὸν Ἰπποδάμιον τρόπον*.

C. Zu § 48: Strab. 637: *φέρει καὶ ὀρνίθων γάλα*. — Über Kreophylos Strab. 638. — Des Semonides *ἀρχαιολογία τῶν Σαμίτων* erwähnt Suidas. — Über Anakreon und Ibykos Herod. III 121. Strab. 638. — Beispiel für solche Weihgeschenke: Herodot I 70. — Über Rhoikos und Theodoros vgl. § 112 E. Über den ägyptischen Aufenthalt vgl. Diod. Sic. I 98. — Über Eupalinos Herod. III 60. E. Fabricius, Mitt. d. arch. Inst. 1884. IX 162 ff.

D. Zu § 49: Strab. 663. 641. — Acta Apost. 19, 34. — Homer B 461: *Ἀσίῳ ἐν λιμῶνι Καῦστρίου ἀμφὶ ἔσθηρα*. — Über Ephesos vgl. den Artikel der Realenzyklopädie von Pauly-Wissowa. — Hippol. Ref. I 2, 11: *φασὶ πρὸς Ζαράταν τὸν Χαλδαῖον ἐλληλυθέειν Πυθαγόραν*. Cic. fin. V 87: *Persarum*

magos adit. — Über Herostratos Plut. Alex. 3. Cic. de div. I 47. — Über das *Ἀθήναιον* Strab. 634. — Über das Meer am *Ἀρτεμισίον* Plin. n. h. II 201. XXXVI 95. — Einer mit Deichen durchzogenen Ebene scheint Homer sein Bild von den *γέρνραι* des Krieges zu verdanken; vgl. E 88 mit A 371. — Über Heraklit: Diog. L. IX 6. Strab. 632 f.

E. Zu § 50: Über die Söhne Javan: Genesis I 10, 4. Vgl. H. Kiepert, Lehrbuch der alten Geographie § 111.

§ 114. A. Zu § 51: Die Stellen zu Pythagoras sind vollständig und muster-gültig gesammelt in Zellers Geschichte der griechischen Philosophie und in Diels' Vorsokratikern. — Ehelosigkeit: Clem. Strom. III 435 C. Frau Theano: Hermesianax bei Athen. 599 A. Tochter in Kroton: Timäus bei Porph. vit. Pyth. 4.

B. Zu § 52: Xenophanes: Diog. L. VIII 36. — Heraklitos: Diog. L. IX 1. VIII 6. — Empedokles: Diog. L. VIII 54. — Demokritos: Diog. L. IX 46. 38. — Herodot: II 123. 81. IV 95.

C. Zu § 53: Aristoteles: Metaph. I 5 (ed. Acad. Berol. p. 986 A). Poët. II 46. Apollon. mir. 6. — Aristoxenos: Clemens Strom. I 62. Diog. L. VIII 1. I 118. Porphyr. vita Pyth. 9. 22. Diog. L. VIII 8. 20. Gell. IV 11, 4—6. Diog. L. VIII 14. Jamb. vita Pyth. 248—251. — Dikaiarchos: Porph. vita Pyth. 56. — Diog. L. VIII 45: *ἤμαζε δὲ κατὰ τὴν ἐξηκοστὴν ὀλυμπιάδα*. Plat. rep. p. 600 A: *ὁδὸν τινα παρέδοσαν Ὀμηρικὴν, ὥσπερ Πυθαγόρας αὐτός* z. t. l. Justin. XX 4. Cic. de fin. V 4.

D. Zu § 54: Über Polykrates: Busolt, Griech. Geschichte II 508 ff. — Porphyr. vit. Pyth. 9: *γεγονότα δ' ἐτῶν τεσσαεράζοντα, φησὶν ὁ Ἀριστοξένος, καὶ ὀρῶντα τὴν τοῦ Πολυκράτους τυραννίδα συντονωτέραν οὖσαν* z. t. l. Cic. de rep. II 28. Strab. 638: *Πυθαγόραν ἰστοροῦσιν ἰδόντα φρομένην τὴν τυραννίδα ἐκλιπεῖν τὴν πόλιν καὶ ἀπελθεῖν εἰς Αἴγυπτον καὶ Βαβυλῶνα φιλομαθείας χάριν* ἐπανόντα δ' ἐκείθεν, ὀρῶντα ἐπι συμβέρονσαν τὴν τυραννίδα, πλείοντα εἰς Ἰταλίαν ἐκεῖ διατελέσαι τὸν βίον. Jamb. vit. Pyth. 248: *Κύλων ἀνὴρ Κροτωνιάτης . . . προσελθὼν πρὸς αὐτὸν τὸν Πυθαγόραν ἤδη πρεσβύτην ὄντα ἀπεδοκιμάσθη*. — Herod. IV 95: *ἐν Σάμῳ . . Πυθαγόρῳ τῷ Μνησάρχου*. — Den Gegensatz von ‚Maschine‘ und ‚Mechanik‘ betonte der Vf. bereits 1899 in seiner Broschüre ‚Zur Reform der klass. Studien auf Gymnasien‘ (Dürr, Leipzig) S. 39. Jetzt findet er 1905 dasselbe Wort ebenso behandelt bei Jakob Wackernagel, Die griech. Sprache, S. 306 f. in dem Sammelwerk ‚Die Kultur der Gegenwart‘, Bd. I.

E. Zu § 55: Jamb. vit. Pyth. 12: *προετρέψατο (Θαλῆς) τὸν Πυθαγόραν εἰς Αἴγυπτον διαπλεῦσαι*. — Über die Magier vgl. § 113 D. — Isokr. Bus. 28: *Πυθαγόρας ὁ Σάμιος . . ἀφικόμενος εἰς Αἴγυπτον* z. t. l.

F. Zu § 56: Herod. II 81: *τούτων τῶν ὀργίων μετέχοντα*. — Aristoph. Schol. Nub. 196: *αὐτὸς ἔφα*. Cic. de nat. deor. I 10: *ipse dixit*. — Diog. L. VIII 22: *πῆ παρέβην; τί δ' ἔρεξα; τί μοι θεόν οὐκ ἐτελέσθη*; — Diog. L. VIII 10: *αὐτοῦ οἱ μαθηταὶ . . . πενταετίαν δ' ἡσύχαζον μόνον τῶν λόγων κατακοῦντες*. — Über das Bohnenverbot: Gell. IV 11, 1 ff. — Über Euphorbos: Diog. L. VIII 4. Π 808. P 59. Horaz Od. I 28. — Aristot. bei Apoll. mir. 6: *διεπονεῖτο πρῶτον περὶ τὰ μαθήματα καὶ τοὺς ἀριθμούς*. Aristox. bei Diog. VIII 14: *πρῶτον εἰς τοὺς Ἕλληνας μέτρα καὶ σταθμὰ εἰσηγήσασθαι*.

G. Zu § 57: Aristoteles bei Apoll. mir. 6: τὸ μὲν πρῶτον διεπονεῖτο περὶ τὰ μαθήματα καὶ τοὺς ἀριθμούς, ὕστερον δὲ ποτε καὶ τῆς Φερεκίδου τερατοποιίας οὐκ ἀπέστη. καὶ γὰρ ἐν Μεταποντίῳ κ. τ. λ.

A. Zu § 58: Die wissenschaftliche Behandlung der Hypotenusenfrage § 115. gab der Vf. 1905 in seinen Terminologischen Studien (Dürr, Leipzig) § 9 ff. Ebenda finden sich auch die Figuren 8 bis 11, für deren Zeichnung auch hier der Vf. Herrn O. Hülcker Dank sagt.

B. Zu § 59: In den Terminologischen Studien erklärte der Vf. die ‚Knochenbrüche‘ für unecht. Einer brieflichen Mitteilung von H. Schöne verdankt er den Nachweis, daß die Schrift eine der wenigen echten Schriften sei.

C. Zu § 60: Krane: Blümer T. u. T. III 155. Rundbögen: Blümer III 155. Spitzbögen: Baumeisters Denkmäler 995 und 1811.

D. Zu § 61: Homer A 485: ὑπὸ δ' ἔρματα μακρὰ τάνυσσαν. B 154: ὑπὸ δ' ἦρον ἔρματα νηῶν. Besonders lehrreich ist Γ 372: (ἡμᾶς) ὅς οἱ ὑπ' ἀνδρεῶνος ὄχεὺς τέτατο τρυφαλείης. — Σαμβῦλαι: Polyb. VIII 4, 2. 11. — Euklid I 47: τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς.

E. Zu § 62: Die ägyptischen Harfen bespricht Naumann, Gesch. d. Musik 1880. Die Muse findet sich in Baumeisters Denkmälern Fig. 1608. Über die Figuren 8 bis 11 vgl. § 115 A. — Nikom. ed. Hoche p. 51: βᾶθος und μῆκος. p. 52: πλάτος. p. 78: βᾶθος, πλάτος, ὑποτείνουσα.

F. Zu § 63: Ptol. Harm. III 7. — Aristot. Pol. VIII 6: ὄργανα ἀρχαῖα. — Max Schmidt, Terminologische Studien § 18. § 21 ff.

G. Zu § 65: Vorsichtig sagt Theo v. Smyrna, ed. E. Hiller p. 56: τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους πρῶτος ἀνευρηγμένοι δοκεῖ Πυθαγόρας. — Die scheinbaren Schwingungszahlen der Alten sind bloße Verhältniszahlen, wovon der Vf. handelt in der Naturwissenschaftlichen Wochenschrift 1906. S. 55 ff.

H. Zu § 66: Theo Smyrn. (Hoche) p. 48: ἁρμονία δὲ ἐστὶ συστημάτων σύνταξις, οἷον Λύδιος, Λώριος, Φρύγιος. — Ein Fachmann, der Leierspieler Timotheos v. Milet, weiß von der ältesten griechischen Leier, der des Orpheus, nur als einem Heptachord, nicht als einem Tetrachord zu sprechen (Perser 234 ff.).

I. Zu § 70: Theo Smyrn. (Hoche) p.: δύο γὰρ ἴσων τὸ τε μῆκος καὶ πᾶχος χορδῶν καὶ τᾶλλα ὁμοίων τὸ πλεῖον βᾶρος διὰ τὴν πλείω τάσιν τὸν ὀξύτερον ποιήσει φθόγγον.

K. Zu § 71: Andere Harfennamen sind: σαμβύκη (§ 115 D) und μάγαδις, z. B. bei Athen. 634 F. 635 A. 182 F.

A. Zu § 75: Homer: § 111 G. Vgl. Ψ 255. E 453. 722. — Theognis: § 116. Τόρνον καὶ στάθμης (Bleilot) καὶ γώμονος (Winkelmaß) ἄνδρα θεωρόν. — Herodot: Ἰκκιανὸν γράφουσι πέριξ τὴν γῆν, ἐούσαν κυκλωτερέα ὡς ἀπὸ τόρνον. — Euripides: Κυκλωῦτι (ὁ κλάδος der Zweig) ὡς τε . . . τροχός (Rad, Reif), τόρνω περιγραφόμενος περιφορὰν ἐλικοδροῖον (krummlaufend). — Hesychios: Τόρνος ἐργαλεῖον (Werkzeug) τεκτονικόν, ᾧ τὰ στρογγύλα σχήματα (runden Figuren) περιγράφουσιν. — Sextus Empiricus: Ὁ κυκλογραφῶν καρκίνος. — Schol. zu Aristoph. Nubb. 178: Ἐργαλεῖον ὁ διαβήτης . . . τῆ Ἀ παρειοῦς. τούτου τὸ ἐν μέρος ἐντιθέμετες, τὸ δὲ ἕτερον περιάγοντες κύκλους γράφουσιν usw. — Der Versuch von Max Simon in Straßburg, κέντρον von dem homerischen ‚Ochsenstachel‘ (Θ 396) abzuleiten, ist verunglückt und sei nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

B. Zu § 76: Aristot. Eth. magn. I 1 (ed. Acad. Berol. 1182a): *ἔστι γὰρ ἡ δικαιοσύνη ἀριθμὸς ἰσῶς ἴσος*, was freilich und natürlich Aristoteles selber leugnet. — Euklid VII def. 23: *τέλειος ἀριθμὸς ἔστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν* (= der Summe ihrer Faktoren) *ἴσος ὢν*, Cic. somn. Scip. 4: *plenus numerus*. Vgl. M. Schmidt, Chrestomathie I § 20 κζ. — Gem. Isag. 1, 19 f. (ed. Manitius p. 10): *οἱ γὰρ Πυθαγόρειοι πρῶτοι προσελθόντες ταῖς τοιαύταις ἐπιζητήσεσιν ὑπέθεντο ἐγκυκλίους καὶ ὁμαλὰς ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν πέντε πλανητῶν ἀστέρων τὰς κινήσεις. τὴν γὰρ τοιαύτην ἀταξίαν οὐ προσεδέξαντο πρὸς τὰ θεῖα καὶ αἰῶνια, ὡς ποτὲ μὲν κ. τ. λ.* Vgl. Cic. n. deor. I 24. II 47. Diog. L. VIII 105.

C. Zu § 77: Plato Parm. 138 C: *ἦτοι ἐν τῷ αὐτῷ ἐν περιφερόντο κύκλῳ ἢ μεταλλάσσοι* (wechseln) *χώραν ἑτέραν ἐξ ἑτέρας*. — Plat. legg. (— 350) p. 897 C: *ἡ ξύμπασα οὐρανοῦ ὁδὸς ἕμα καὶ φορὰ*. Autolycoe (— 325) de ort. et occ. II 1: *ὄλην τὴν ὑπὲρ γῆς φορὰν*. Diod. Sic. (— 40) II 30, 6: *φορὰ τῶν ἀστέρων*. — Aristoph. Nubb. (— 423) 172: *τῆς σελήνης τὰς ὁδοὺς καὶ τὰς περιφορὰς*. Plat. Phaedr. (— 390) 247 D: *ἕως ἐν κύκλῳ ἢ περιφορὰ εἰς ταυτὸν περιενέγκη*. Aristot. de caelo (— 330) II 2: *τῆς τῶν πλανήτων περιφορὰς* und τοῦ οὐρανοῦ *τῆς περιφορὰς*. II 14: *ὥστ' οὐ μόνον ἐκ τούτων δῆλον περιφερὲς ὂν τὸ σχῆμα τῆς γῆς, ἀλλὰ καὶ σφαιρὰς οὐ μεγάλης*. Meteor. I 3: *τὴν κύκλῳ φορὰν*, und: *τὸν κύκλῳ ἀέρα* (Atmosphäre) *ὅσος μὴ* (soweit sie nicht) *ἐντὸς τῆς περιφερείας λαμβάνεται τῆς ἀπαρτιζούσης* (die dazu genügt), *ὥστε τὴν γῆν σφαιροειδῆ εἶναι πᾶσαν*. Auch Cicero sagt: *stellae circum terram feruntur*. — Euklid I 15: *Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣτις καλεῖται περιφέρεια*. Aristot. de cael. II 4: *ἔπαν δὲ σχῆμα ἐπίπεδον ἢ εὐθύγραμμὸν ἔστιν ἢ περιφερόγραμμον*. — Bei Euklid I 218 heißt der Satz vom Peripheriewinkel: *Ἐν κύκλῳ ἢ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίον ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ* (Kreisperipherie), *ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν* (Kreisbogen) *βάσιν ἔχουσιν αἱ γωνίαι*. — Ein Versuch des Hero, *περιφερῆς* überhaupt für ‚krumm‘ zu gebrauchen, scheint vereinzelt geblieben zu sein: Dioptr. cp. 24 (ed. H. Schöne p. 266). Auch er unterscheidet die *κυμπύλη γραμμῆ* von der *περιφερεῖ*: cp. 23 (p. 264).

D. Zu § 78: Vgl. Kleomedes, cykl. theor. I 7 (ed. H. Ziegler p. 62): *κύκλον οὖν περιγράφουσαι παρ' αὐτοῖς αἰ σκιαὶ περισπίους αὐτοῦς ποιοῦσιν*. — Euripides: vgl. § 112 E. — Plato: vgl. Terminologische Studien § 25 f.

§ 117.

A. Zu § 79: Zu Euklid vgl. M. Cantor, Vorlesungen über Gesch. der Mathematik 1880. I 221 ff. M. Schmidt, Chrestomathie I § 1 ff. und Realistische Stoffe im humanist. Unterricht, Kap. XII. Gelegentliche wörtliche Zitate stammen aus den beiden letztgenannten Stellen, da der Vf. möglichst eigenes bieten möchte.

B. Zu § 80: Verwechslung mit dem Megarensen bei Valer. Max. VIII 12, ext. 1: *Euclidem geometren*. — Prokl. Comm. in Eucl. libr. I (ed. Friedlein): *γέγονε* (blühte) *ἐπὶ τοῦ πρώτου Πτολεμαίου*. — Über Apollonios und Euklid: Papp. Alex. Synag., ed. Hulthsch II 676 ff. — Prokl. in Eucl., ed. Friedlein p. 68: *μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίας*.

C. Zu § 81: Hypsikles XIV. Buch edierte Friedlein 1874 Rom (Bullet. di bibliogr. delle scienze matem. VI). In desselben Autors *Ἀναφορικὸς* sind zuerst die 360 Grade benutzt. — Über Varianten in den Elementen: Heiberg, Ausg. d. Euklid I 8—11, Leipzig 1883 (Teubner). — Prokl. ed. Friedlein p. 196. — Sogar *στοιχεῖα* soll man schon vor Euklid geschrieben haben: Prokl. p. 66. —

Prokl. p. 68: *πολλά μὲν τοῦ Εὐδόξου συντάξας, πολλά δὲ τῶν Θεαιήτου τελεωσάμενος.* — Prokl. p. 81: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι* und *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.* — Prokl. p. 68: *τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα εἰς ἀνελέγκτους ἀποδείξεις ἀναγαγόν.*

D. Zu § 82: Verbesserte oder ausgemerzte Ausdrücke: Homer *Ψ* 164: *ἔνθα καὶ ἔνθα.* Herod. I 126: *πάντη* (cf. *Ξ* 413). I 178. II 124. IX 15: *μέτωπον.* I 178: *μετώπῃς.* II 126. 134. IV 108. 62. Plat. legg. 947 E. Archim. ed. Heiberg III 102 ff.: *κῶλον.* Xen. Anab. III 4, 19. Thuk. VI 67. Plut. Anton. 26: *πλαίσιον.*

E. Zu § 83: Prokl. in Euclid. p. 26: *συνήρτηται αἰεὶ τὰ ἐπόμενα τοῖς ἐμπροσθεν, καὶ τὰ μὲν ἐξ ἀρχῆς ἔχει λόγον, τὰ δὲ τῶν ἐπομένων ταῖς πρώταις ὑποθέσειν.* — Eukl. VII 15 (Heiberg Bd. II 220): *ἐὰν μονὰς ἀριθμὸν τινα μετρῇ κ. τ. λ.* Vgl. M. Schmidt, Chrestomathie Bd. I § 7 u. 77. — Eukl. VII def. 1 u. 2 (Heiberg Bd. II 184): *Μονὰς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται. Αἰριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.* Diese Definitionen sollen den Begriff der unbenannten Zahl fixieren. Sie sind also nur ‚scheinbar‘ so nichtssagend, wie sie klingen. Erst Spätere haben das überspannt und verzerrt, z. B. Pseudo-Boëtius, ars geom. p. 397 f (ed. Friedlein): *unitas numerus non est, sed fons et origo numerorum.* — Arist. Quint. mus. I 4 sagt, Musik sei *ἐπιστήμη* oder *τέχνη* oder *γνώσις* oder *θεωρία* u. dgl., und fährt fort, *ἐπιστήμη* dürfe man sie nennen, *ἢ γνώσις ἀσφαλῆς ὑπάρχει καὶ ἀδιάπτωτος· τῶν γὰρ ἐν αὐτῇ λεγομένων ἢ ὡς προβλημάτων ἢ ὡς ἀποτελεσμάτων οὐκ ἂν ποτε μεταβολὴν ἢ ἀλλοίωσιν ἐπιδέξαιτο.* Darum hieß bei den Pythagoreern die Mathematik auch einfach ‚Forschung‘. Jambl. de comm. math. scientia (ed. Festa) p. 78: *ἐκαλεῖτο δὴ ἡ γεωμετρία πρὸς Πυθαγόρου ἱστορία.*

A. Zu § 84: Der Leser wird im XIII. wie im XIV. Kapitel nicht eine **§ 118.** vollständige Darlegung des Rechnens bei den Alten, vor allem keine Behandlung der Rechenbretter, erwarten dürfen. Es handelt sich hier ja nicht um die Geschichte, auch nicht um die Technik des Rechnens, sondern um die ‚Entstehung und Terminologie der Elementarmathematik‘. — Die Beispiele aus Euklids Elementen (Heibergs Ausgabe): VII 16 (Bd. II 222). VII def. 17 ff. (Bd. VII 186 f.): *ἀριθμὸς ἐπίπεδος, στερεός, πλευραί, τετράγωνος ἀριθμὸς, κύβος.* — Über *πλινθίδες, δοκίδες, σφηγίσκοι*: Terminol. Studien § 3ff.

B. Zu § 86: Über Diophant: § 118 C. — Über *μονάς*: § 118 E. — Über *μετρῆν* und *μέρος* Eukl. El. VII, Def. 3 f. (Bd. II 184): *Μέρος ἐστίν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα. Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.* Beispiel: 2 ist *μέρος* von 10 (Stammbruch $\frac{1}{5}$), 4 ist *μέρη* von 10 (weil $\frac{2}{5}$). — Andere Ausdrücke: *Προσαριθμεῖν, προστιθέναι, συντιθέναι, συγκεφαλαιοῦν, συναμφότεροι.* Ὑφαιρεῖν, ἀφαιρεῖν, κατάληψις. *Τὸ λοιπόν, ἢ ὑπεροχή.*

C. Zu § 87: Über Diophant: Chrestomathie I § 11. Ausgabe von P. Tannery. Leipzig 1892, Teubner. — Ptol. Alm. I 12 (Heiberg Bd. I 68): *γίνεται τοιούτων ἢ μεταξὺ τῶν τροπικῶν τῶ ἔγγιστα, οἷον ἐστίν ὁ μεσημβρινὸς πᾶν.*

D. Zu § 88: Aristot. Top. IX 14 (ed. Acad. Berol. p. 159 B): *ὥσπερ ἐν γεωμετρίας πρὸ ἔργον τὸ περὶ τὰ στοιχεῖα γεγυμνάσθαι, καὶ ἐν ἀριθμοῖς τὸ περὶ τοὺς κεφαλισμοὺς προχείρως ἔχειν μέγα διαφέρει πρὸς τὸ καὶ τὸν ἄλλον ἀριθμὸν γνώσκειν πολλαπλασιούμενον, κ. τ. λ.* Alex. Aphrod. dazu

(p. 279): Κεφαλισμούς λέγει Ἀριστοτέλης τοὺς τῶν πρώτων ἀριθμῶν μέχρι δεκάδος πολλαπλασιασμούς. διὰ γὰρ τῆς περὶ τοῦτων γυμνασίας καὶ οἱ τῶν ὑστερῶν καὶ μειζόνων καὶ ὁμοίων αὐτοῖς πολλαπλασιασμοὶ κατὰ μετάβασιν γνωρίζονται. ἀπὸ γὰρ τοῦ ,δὲς δύο τέσσαρα' γνωρίζεται ὁ ,δὲς κ' μ' καὶ ὁ ,εἰκοσάκις κ' υ' καὶ ὁ ,δικοσιοντάκις κ' τετρακοσιλίαι' καὶ ἕξης ὁμοίως. — Dioph. ed. Tannery I 14: καλῶς ἔχει ἐναρχόμενον τῆς πραγματείας συνθέσει καὶ ἀφαιρέσει καὶ πολλαπλασιασμοῖς γεγυμνάσθαι. — Über Planudes: Terminol. Studien § 33 ff., wo auch der griechische Text abgedruckt ist.

§ 119. A. Zu § 91: Über Cato vgl. Plin. n. h. VII 112: *legatos eos censuit dimittendos*. Gell. VI 14, 9: *erant isti philosophi Carneades ex Academia, Diogenes Stoicus, Critolaus Peripateticus*. — Über Feldmesser: 1. Gromatici veteres; ed. C. Lachmann u. A. Rudorff. Berlin 1848. 2. Dazu als II. Band: Die Schriften der römischen Feldmesser; von F. Blume, C. Lachmann, A. Rudorff. Berlin 1852. 3. Die römischen Agrimensoren; von M. Cantor. Leipzig 1875.

B. Zu § 92: Liv. VI 35, 4: *ut deducto eo de capite, quod usuris pernumeratum esset, id, quod superesset, triennio aequis portionibus persolveretur*. — Cic. Tusc. V 64 — 66. Vgl. Chrestomathie III § 66.

C. Zu § 95: Herod. III 159: ἐπέταξε (Λαρεῖος) τοῖσι περιοίκοισι ἔθνεσι (Nachbarstämmen) γυναῖκας Βαβυλῶνα κατιστάναι (zu schaffen), ὅσασδὴ (eine bestimmte Anzahl) ἐκάστοισι ἐπιτάσσω, ὥστε πέντε μυριάδων τὸ κεφαλαίωμα τῶν γυναικῶν συνῆλθε. — Theophr. Charact. 14, 1: ὁ ἀναισθητος (der Stumpf-sinnige) τοιοῦτός τις, οἷος λογισάμενος (rechnend) ταῖς ψήφοις (Steinchen) καὶ κεφάλαιον ποιήσας ἐρωτᾷν τὸν παρακαθήμενον (danebensitzenden): τί γίνεται; (was kommt heraus?). Ebenso 24, 3: Λογίζομενος πρὸς τινα (ὁ ὑπερηφανῆς der Hochmütige) τῷ παιδί συντάξει τὰς ψήφους διωθεῖν (schnell schieben) καὶ κεφάλαιον ποιήσαντι γράψαι αὐτῷ εἰς λόγον (auf die Rechnung). — Lucian Hermot. 48: Πόσα οὖν ταῦτα συντεθέντα (addiert) ἐν κεφαλαίῳ (in summa) γένουσι ἄν; — Aeschines in Ctesiph. 59: ἐπειδὴν ὁ λογισμὸς συγκεφαλαιωθῆ. Strabo p. 91: ὥστε τὴν σύμπασαν (ὄδον) κεφαλαιοῦσθαι ἑκακοχιλίων ἑξακοσίων (σταδίων). Vita Aesopi cap. 11: τὸ ἐκ προσθέσεώς τε καὶ ἀφαιρέσεως εἰς τὸ κατὰ λόγον ποσὸν συγκεφαλαιούμενον οὐκ ἔστιν ἀμάρισμα. Ein Dichter gebraucht dafür auch einmal das Wort κορυφοῦν (v. κορυφή Spitze). Wie sich Pyramiden zu einem Punkte ,zuspitzen' (εἰς μονάδα κορυφοῦσθαι Jamblichos), so die Summanden zur Summe (κορυφοῦμενος εἰς ἓν ἀριθμὸς Griech. Anthologie). — Des Planudes Titel: ψηφοφορία κατ' Ἰνδοῦς ἢ λεγομένη μεγάλη. — Plautus: *diminuere de mina una quinque nummos*. Varro: *unde (= de asse) unā unciā demptā deunx (fit)*. Cicero: *detrahere de tota summa binas quinquagesimas*. Livius: *de aere alieno deducto eo, quod usuris pernumeratum esset*. — Cic. ad Att. V 21, 11: *subducamus summam*. — *Subducere calculos*. Ἀνάγειν κεφάλαιον Plut. Arist. 24. Vgl. oben die Worte τὰς ψήφους διωθεῖν καὶ κεφάλαιον Theophr. Char. 24, 3.

D. Zu § 96: M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Leipzig 1880. S. 45. 110. 448. — Liv. I 50, 6: *alii super alios*. Hor. Od. I 1, 20: *partem solido (v. sollus ganz) demere de die*. Cic. Phil. II 32: *haec summa est conclusionis meae*. — Beispiele für die Ausdrücke aus dem Elementarrechnen: *putare* und *veri* ,rechnen', *ratio* ,Rechnung', *disputare rationem cum aliquo* mit jemand abrechnen (wörtlich: seine Rechnung auseinanderrechnen), *digitis rationem computat* Plaut. mil. glor. 204.

E. Zu § 97: Thuk. IV 50: αἷς ἐν ἐπιστολαῖς πολλῶν ἄλλων γεγραμμένον κεφάλαιον ἦν πρὸς Λακεδαιμονίους. Isokr. IV 149: κεφάλαιον δὲ τῶν εἰρημένων. Plato Phaedr. p. 95 C: τὸ κεφάλαιον ὧν ζητεῖς. Plato Gorg. p. 453 A: ἡ πραγματεία ἅπασα καὶ τὸ κεφάλαιον εἰς τοῦτο τελευτᾷ. Plato Phaedr. p. 267 D und Lucian Nigr. 1: ἐν κεφαλαίῳ. Ebenso Xenoph. Cyrop. VI 3, 18: τὸ πλῆθος (τῶν πολεμικῶν τάξεων) ἡμῖν εἰπέ ἐν κεφαλαίῳ (in Bausch und Bogen, Summa Summarum). Polyb. III 5, 9: τὰς ἐπιφανεστάτας τῶν πράξεων ἐπὶ κεφαλαίου διεληλύθαμεν. Und I 65, 5: ἐπὶ κεφαλαίου καὶ διὰ βραχέων (τοῦ πολέμου) ποιήσασθαι τὴν ἐξήγησιν. Demosth. XXI 18: δύο ταῦτα ὡσπερεὶ (sozusagen) κεφάλαια ἐφ' ἅπασιν τοῖς ἑαυτῶν νεανειυμένοις ἐπέθηνεν. Damianos: κεφάλαια τῶν ὀπτικῶν ὑποθέσεων. — Plautus: *quantā istae hominum summa est? Septem milia;* und *omnem meorum maerorum atque amorum summam edictavi tibi;* und *solus summam hic habet apud nos.* Seneca: *minutas summulas distribuit fletibus servis;* und *quae nunc volgo breviarium dicitur, olim cum latine loqueremur, summarium vocabatur.* Cicero: *haec summa est conclusionis meae.* Tacitus: *summa vocat et imperii.* Caesar: *summa omnium rerum consiliorumque* usw. — Cicero in Verr. III 81: *quibus ille de capite dempsisset* (wieder demere = abziehen). Quintilian (+ 68) inst. orat. X 7, 32 verbindet *caput* und *summa* in übertragenem Sinne: *displicet mihi in his quae scripserimus summas* (Hauptpunkte) *in commentarium* (Exzerpt) *et capita* (Kapitelüberschriften) *conferre.* Nepos (+ 34) Cato III 3: *haec omnia capitulatim sunt dicta.* Plinius (+ 77) nat. hist. II 55: *breviter atque capitulatim attingam.*

A. Zu § 100: *Honorem habere (dare) medico* z. B. bei Cic. ad fam. § 120. XVI 9, 3. Daher *honorarium* bei den lateinischen Juristen. — Das *lucar* z. B. bei Tac. Ann. I 77. Das *salarium* z. B. bei Tac. Agr. 42. Plin. n. h. XXXI 89. XXXIV 11.

B. Zu § 102: Boëtius, inst. arith. I 22 u. 23: *species.* Vgl. I 5. I 8. — Über *summa*: § 93 ff. Boët. I 14: *deminuta summa.* — Cicero de off. I 59 sagt, in allen Fragen der Pflicht müßten wir feinfühlig werden, *ut boni ratiocinatores officiorum esse possimus et addendo deducendoque videre, quae reliqui (des Restes) summa fiat.* — *Jungi, colligi* usw.: Boët. II 33. 9. — Über *numeri* = Posten, vgl. Jahns Jahrb. 1898, S. 869. — *Consummare*: Columella de re rust. V 2 (ed. Gesner Bd. I 257. 259).

C. Zu § 103: *Auferre, detrahere,* usw. Boët. I 18. — *Multiplicationes*: Vitr. arch. IX praef. 4. X 11, 1. Colum. rust. V 1. — *Multiplicator*: Boët. mus. II 28: *antequam his ternarius multiplicator accederet.* Geom. (ed. Friedlein) p. 395. 398. — *Producere*: Boët. arith. I 28. — Boët. I 23: *duo enim per duo multiplicati quaternariam faciunt summam.* Vgl. mus. V 2: *multiplicantur in summam.*

D. Zu § 104: Vitr. X 11, 7: *climacidos superior pars . . . tota longitudine dividatur in partes quinque.* Boët. I 3: *potest in aequalia duo dividi.* Vgl. II 50. Mart. Cap. VII 780: *dividuntur novem in quattuor et quinque.* Vgl. VII 749. — Aristot. eth. Nicom. III 5: *περὶ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πλευρᾶς, οἱ ἀσύμμετροι.* Andere Größen sind (Boët. arith. I 18): *aliquā mensurā commensurabilis.* Über *ἄλογος*: Mart. Cap. VI 720. Vgl. IX 992: *sunt sane qui etiam irrationabiles esse dicuntur, quos alogos vocitamus.* — Boët. arith. II 4: *si nihil nulli iungas.*

E. Zu § 105: Tatsächlich bezeichnen *additio*, *subtractio*, *multiplicatio* nicht Rechnungsarten, sondern die einzelnen Rechenexempel. Das beweisen die Plurale wie *multiplicationes* (§ 120 C. Vgl. *πολλαπλασιασμοί* § 118 D). Ein Begriff wie unser ‚die Multiplikation‘ ist den Alten so gut wie fremd. Wollte der Römer ihn ausdrücken, so müßte er etwa *ratio multiplicandi* (oder *ratio multiplicationum*) sagen, wie Cicero z. B. wenn er ‚das Verzeihen‘ als eine Lebensmaxime oder sittliche Anschauung, nicht als einzelnen Akt auffaßt, sich des Ausdrucks *ratio ignoscendi* bedient (Rosc. Am. 3).

F. Zu § 106: Cassiodor de artibus ac discipl. lib. litt. cap. 4 fin.: *arithmetica apud Graecos Nicomachus diligenter exposuit. Hunc primum Madaurensis Apuleius, deinde magnificus vir Boëtius latino sermone translatum Romanis contulit lectulandum.*

G. Zu § 107: Römische Verflachung zeigt sich recht deutlich in der Geometrie des Pseudo-Boëtius (ed. Friedlein). Des Verfassers Art und Absicht verrät sich gelegentlich unfreiwillig und unwillkürlich, wenn er einen Flächeninhalt plötzlich ‚Acker‘ nennt, z. B. Seite 387: *in duas eum agrum dividet partes.* — H. Weißenborn, Die Übersetzungen des Euklid durch Campano und Zamberti. Halle 1882. — Cassiodor. l. l. pag. 578 (ed. Garetii):

*Tolle saeculo computum:
et omnia ignorantia caeca complectitur.*



Professor Dr. Max C. P. Schmidt in Berlin:

Realistische Chrestomathie.

Aus der Literatur des klassischen Altertums in drei Büchern:

I. Buch. Mit 56 Figuren	№ 2,40.
II. Buch. Mit 5 Figuren	№ 3,—.
III. Buch. Mit 26 Figuren	№ 4,20.

Zur Reform der klassischen Studien auf Gymnasien.

75 Pfennig.

Realistische Stoffe im humanistischen Unterricht.

1 Mark.

Altphilologische Beiträge.

I. Heft: Horaz-Studien	№ 1,20.
II. Heft: Terminologische Studien	№ 1,40.

Urteile über Professor Max Schmidts Schriften:

Wochenschrift für klass. Philologie. Nr. 12. 20. März 1901.

Soll ich über Schmidts Reformvorschläge ein Gesamturteil abgeben, so meine ich, daß die von ihm empfohlene maßvolle Berücksichtigung der antiken Realien der Schule nur zum Vortheile gereichen kann, und daß seine Schriften und seine Chrestomathie dem Lehrer nützliche Fingerzeige geben können, worauf es etwa ankomme, und wenn in solchen Lehrern, die bisher diesen Dingen ganz fern gestanden haben, das Bewußtsein dafür geweckt wird, daß sie den Schülern in so bedeutsame Gebiete des antiken Geisteslebens und der Kulturgeschichte einen Einblick zu gewähren verpflichtet sind, so hat Schmidt sich dadurch ein wirkliches Verdienst erworben

Berliner Philologen-Wochenschrift. 2. März 1901.

. . . . gern gestehen, daß der Verfasser nicht bloß ein kenntnisreicher Mann, sondern auch ein kluger und feiner Kopf ist.

Literarisches Centralblatt. 1900. Nr. 40.

Die Chrestomathie wird zunächst das Interesse der Fachgenossen erregen, von denen sich bisher wohl nur wenige mit diesem Teile der griechischen Literatur beschäftigt haben. Den Einwänden, die sich gegen ihre Benutzung im Unterricht erheben werden, bricht der Herausgeber dadurch die Spitze ab, daß er selbst erklärt, er habe niemals daran gedacht, daß sie auch nur eine Woche lang ausschließlich mit Schülern gelesen werden soll, vielmehr sei er zufrieden, wenn auch nur ihre gelegentliche Benutzung gestattet werde. Warum sollte das nicht? Wenn man dafür den Preis nicht zu hoch findet, bei dem der Verleger noch wenig verdienen wird. Es tut dem griechischen Unterrichte gewiß keinen Eintrag, wenn die Schüler aus einigen Proben kennen lernen, wie sich die ihnen wohlbekannten Lehrsätze im Griechischen ausnehmen.

Verlag der Dürr'schen Buchhandlung in Leipzig
(Gegründet 1656).

Die Post. Nr. 578. 35. Jahrgang. 1900.

In der Tat kann der Unterricht in den alten Sprachen durch ständige Bezugnahme auf das moderne Leben, wie es gewiß bei vielen Lehrern schon der Fall ist, ganz besonders belebend und anregend wirken. So verdienen viele Vorschläge des Verfassers sorgsame Prüfung, und selbst seine Anregung, der Jugend die Anschauungen der Stoiker vorzutragen, ist mit der Begründung, die Schmidt gibt, durchaus nicht von der Hand zu weisen.

Evang. Schulblatt. XXXV. Jahrgang, Nr. 8 u. 9. 1901.

Der Verfasser hebt, wie uns scheint sehr mit Recht, hervor, daß das klassische Altertum selbst einen mit sehr realistischen Augen ansehe, und daß in den Werken der antiken Schriftsteller realistische Bildungstoffe genug vorhanden sind, denen gegenüber unsere Realisten sehr unrecht haben, wenn sie das klassische Altertum geringschätzig ansehen.

Beilage zur Allgemeinen Zeitung. 1900. Nr. 163.

Vielleicht entschließt sich doch einmal der eine oder andere Lehrer praktische Versuche über die Lesung solcher Vorlagen bei seinen Schülern anzustellen. Das redliche, zielbewußte Streben des Autors wäre jedenfalls solcher Erfolge sehr würdig, die freilich nur dann möglich sind, wenn man sich zur Durchbrechung alter Vorurteile zu entschließen vermag.

Blätter für das bayr. Gymn.-Schulwesen. 1901. Heft 3/4.

Speziell hinweisen möchte ich nur noch auf die vortrefflichen Einleitungen über die benutzten Schriftsteller und Schriftstellen. Wie gut läßt sich z. B. das über den Stoiker Gesagte für die Erklärung des Horaz verwenden? Somit möchte ich das Buch jedem Lehrer der oberen Klassen und nicht nur den Philologen, sondern auch den Mathematikern bestens empfehlen; zum mindesten sollte es doch in keiner Lehrerbibliothek mangeln. Ganz besonders aber wird es in kleineren Orten sich erwünscht machen, wo die einschlägigen Autoren entweder gar nicht, oder doch nur in vorsintflutlichen Ausgaben zu haben sind.

Vossische Zeitung. 1899. Nr. 388.

Neben all den humanistischen Stoffen kann dieser realistische Inhalt seine anregende und erholende Wirkung nicht verfehlen. Den Tüchtigen wird er erfreuen, den Gleichgültigen wird er beleben, den Widerwilligen wird er überraschen. Alle aber wird er mit dem klassischen Altertum, das ja gar nicht so veraltet, so mühselig, so unpraktisch ist, wie heutzutage alle Welt behauptet, aussöhnen und aus den Reihen seiner Feinde die besten Kräfte auf die Seite des Humanismus locken. Wir halten den Gedanken einer solchen Chrestomathie für sehr glücklich. Sie würde auch dem hohlen Renommieren mit dem von den Alten bereits errungenen Wissen ein Ende machen. Da prahlt man mit den mathematischen Einsichten der Griechen, und wie viele Philologen gibt es wohl, die das grundlegende Werk des Euklid selbst jemals in der Hand gehabt haben? So könnte man das Wichtigste von seinen Sätzen den Schülern vorlegen, man könnte, zumal da seine Sprache leicht verständlich ist, das Prahlen durch den Hinweis auf die in den Euklid tatsächlich eingeführten Schüler ersetzen. Wir heben noch ausdrücklich hervor, daß Schmidt die einschlägigen Streitfragen in knapper und klarer Darstellung und mit großer Unparteilichkeit und Ruhe erörtert hat.

Allgemeines Literaturblatt. Nr. 13. XIII. Jahrg.

Die kleine Schrift bringt eine Reihe scharfsinnig erdachter und gut begründeter neuer Erklärungsversuche zu den Oden und Epoden. Es ist kein einziges unter den Kapiteln, aus dem man nicht Neues lernen oder Anregung schöpfen könnte und vieles ist auch ganz evident richtig. Erklärungen, wie die zu *partem solido demere de die* oder *Latus mundi* werden sicherlich bald Gemeingut aller Horazausgaben sein.

Buchdruckerei des Waisenhauses in Halle a. S.