Formulaire de Mathématiques 1908

Wickster

278

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

publié par la

" RIVISTA DI MATEMATICA "

TOME I

TURIN
BOCCA FRÈRES ‖ CH. CLAUSEN
LIBRAIRES
1895

Tip. V. Fodratti & E. Lecco, via Gaudenzio Ferrari, 3 - Torino.

PRÉFACE

Le Formulaire de Mathématiques a pour but de publier les propositions connues sur plusieurs sujets des sciences mathématiques. Ces propositions sont exprimées en formules par les notations de la Logique mathématique, expliquées dans l'Introduction au Formulaire.

Des essais des premières parties du Formulaire, ont paru comme suppléments de la « Rivista di Matematica » en 1892 (voir t. II, p. 76).

Les I, II, III parties ont été rédigées et complétées en collaboration auxquelles prirent part notamment à la I partie M. G. Vailati, à la II partie M. F. Castellano, à la III partie M. C. Burali-Forti.

Les Auteurs qui ont rédigé les autres parties sont soussignés.

Les volumes qui paraîtront, contiendront d'autres monographies.

Mais, quel que soit le soin apporté par l'Auteur d'une partie, on pourra y rencontrer des fautes et des lacunes, notamment dans une première édition. D'autre part il est à peu près impossible à une seule personne de compulser tous les livres, de vérifier toutes les indications historiques à cet égard. Nous publierons dans la « Rivista di Matematica » et dans les volumes suivants du Formulaire, toutes les additions et les corrections qu'on nous indiquera. On pourra de même republier une partie qui aurait déjà paru, après l'avoir perfectionnée. Chaque partie du Formulaire, bien que commencée par un Auteur, sera en définitive le résultat du travail de tous les collaborateurs.

Nous ajouterons quelques remarques pour nos futurs collaborateurs.

1. La seule loi qui règle les notations du Formulaire, c'est qu'elles soient les plus simples et les plus précises, pour représenter les propositions dont il s'agit.

2. Les notations sont un peu arbitraires, mais les propositions sont des vérités absolues, indépendantes des notations adoptées.

3. Toutes les fois qu'on traduit en symboles une nouvelle théorie, on introduira des signes nouveaux pour indiquer les idées nouvelles,

ou les nouvelles combinaisons des idées précédentes, qu'on rencontre dans cette théorie.

4. La réduction d'une nouvelle théorie en symboles, exige une analyse profonde des idées, qui figurent dans cette branche; avec les symboles on ne peut pas représenter des idées non précises.

5. On ne doit pas représenter par un signe nouveau toute idée indiquée par un mot simple dans le langage ordinaire. Ce point constitue une différence importante entre le langage ordinaire et les notations de la logique mathématique.

6. On introduira une notation nouvelle, au moyen d'une *définition*, lorsqu'elle apporte une notable simplification. On ne formera pas une notation nouvelle, lorsqu'on peut déjà représenter la même idée simplement par les notations précédentes. Ainsi, on n'a pas introduit un symbole pour indiquer « le nombre a est premier avec b » car on peut écrire $\mathrm{D}(a, b) = 1$. On n'a pas introduit des symboles pour dire « l'ensemble u est fermé, ou parfait, etc. », car on peut écrire $D\,u \supset u$, $D\,u = u$, etc. (Voir les parties V et VI du Formulaire).

7. On introduira une notation nouvelle seulement si la simplification qu'elle apporte se rencontre dans une suite de propositions. On ne formera pas une théorie avec des définitions.

8. Toutefois, il est bien de former une table des noms du langage ordinaire qu'on ne traduit pas par un symbole simple, mais qu'on décompose dans une combinaisoin de signes.

9. Si l'on n'a pas ce soin, on aura les mêmes propositions écrites plusieurs fois, sous des formes différentes, dont on ne reconnaît pas tout de suite l'identité. Quelquefois on présente comme un théorème ce qui n'est qu'une identité.

10. Toute définition est exprimée par une égalité; dans le premier membre on a le signe qu'on définit, qui est ou un signe nouveau, ou une nouvelle combinaison des signes connus; dans le second on a sa valeur (voir Introd., § 36). Il faut que les deux membres soient *homogènes*; ils doivent contenir les mêmes lettres variables. Toutefois on peut sousentendre dans le signe qu'on définit quelque lettre variable, si elle a une valeur constante dans une suite de propositions.

11. Nous invitons nos collaborateurs de prendre les lettres variables sous la forme a, b, ... x, y, z, en italique et de représenter les idées dont la valeur est constante, par les combinaisons des lettres a, b,... en romain, par des majuscules et par des lettres grecques. Dans le manuscrit il convient de souligner les lettres en romain, et non les lettres en italique.

12. Il n'y a pas de confusion possible à représenter par une même lettre des idées différentes dans des propositions différentes. Car au

commencement de chaque proposition, il faut toujours dire la signification des lettres variables.

13. Il convient de dire la signification des lettres variables, et non des combinaisons, ou fonctions des lettres variables, dont la signification est conséquence.

14. Au lieu de rappeler explicitement dans chaque proposition la signification des lettres variables, il suffit de le dire au commencement d'un §, ou d'une suite de propositions (voir p. ex. III § 1, § 2, ... V § 1, § 2, ...). Cela ne constitue pas une convention nouvelle, mais bien une application des identités de logique $ab \supset c . = : a \supset . b \supset c$ et $a \supset b . a \supset c . = . a \supset bc$ (Form. I § 1 P36 et 39).

Ainsi (Form. III § 3 P6, 7) au lieu de dire:

6'. $a, b \varepsilon \mathrm{N} . a \varepsilon \mathrm{N} b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = b .$
7'. $a, b \varepsilon \mathrm{N} . a > b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = \mathrm{D}(b, a - b)$

on peut écrire

6''. $a, b \varepsilon \mathrm{N} . \supset : a \varepsilon \mathrm{N} b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = b$
7''. » $\supset : a > b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = \mathrm{D}(b, a - b)$

et enfin

$a, b \varepsilon \mathrm{N} . \supset :$
6. $a \varepsilon \mathrm{N} b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = b$
7. $a > b . \supset . \mathrm{D}(a, b) = \mathrm{D}(b, a - b)$

comme on trouve dans le Formulaire.

15. Les expressions, comme $a, b \varepsilon \mathrm{N}$, qu'on trouve en tête des § ont la signification expliquée. Elles n'ont pas exactement la signification « dans ce qui suit a, b sont des nombres », car si la proposition $a \varepsilon \mathrm{N}$ se trouve dans la thèse d'une proposition, on ne peut pas la porter dans l'hypothèse, sans contredire aux formules de logique; mais il faut la laisser à sa place.

16. Il faut bien reconnaître dans les différentes parties des propositions les lettres variables, qui sont apparentes dans une expression, c'est-à-dire telles que la valeur de l'expression soit indépendante du nom des lettres. Bien que cela soit expliqué dans l'Introduction au Formulaire, on l'apprend mieux par l'usage.

17. Le signe de déduction $\supset$ entre des propositions a toujours des lettres variables comme indices, deux cas exceptés. Il n'a pas d'indices écrits lorsqu'il est le signe de déduction principal, qu'on reconnaît au plus grand nombre de points écrits à ses côtés; dans ce cas les indices sont sousentendus, et sont toutes les lettres variables qui figurent dans les deux membres (Intr. § 14). L'autre cas d'exception se présente

lorsqu'il est entre deux propositions cathégoriques, qui ne dépendent pas de lettres variables (Intr. § 15), c'est-à-dire qui ne contiennent pas de lettres variables, ou qui contiennent seulement de variables apparentes, ou qui contiennent des variables qui figurent comme indices explicites ou sousentendus, à un autre signe de déduction, et qui dans cette déduction se comportent comme des constantes. Ainsi dans la P6″, ci-dessus écrite, le premier signe de déduction $.\supset:$ ne porte pas d'indices, car il est le signe de déduction principal; les indices sousentendus sont a et b. Le second signe $.\supset.$ ne porte pas d'indices, car dans les deux membres, il n'y a pas de nouvelles lettres variables.

18. Le signe ε (est) sert seulement pour lier le sujet à l'attribut, l'individu à la classe. Il n'a pas la signification de *exister*; on ne peut pas trouver une proposition de la forme $x\,\varepsilon$. On pourrait même théoriquement supprimer ce signe. Car, si aux symboles Np, q, alg_2, ... nous attribuons les significations « est un nombre premier », « est un nombre réel », « est un nombre algébrique quadratique », on pourra écrire

$$7\,\text{Np} \qquad e\,\text{q} \qquad \frac{\sqrt{5}-1}{2}\,\text{alg}_2$$

pour représenter les propositions « 7 est un nombre premier », « e est un nombre réel », « $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ est un nombre algébrique, racine d'une équation du second degré irréductible à coefficients entiers », sans faire usage du signe ε.

19. Les signes de logique, qui figurent entre classes, ou entre propositions, dans le Formulaire, sont au nombre de six, $\frown, \smile, -, =, \supset, \Lambda$; dans la I partie du Formulaire, on donne comme idées primitives les $\frown, -, \supset$, et l'on définit les autres. On pourrait faire des combinaisons différentes. Dans le manuscrit il est bon de donner au signe « non » la forme $\backsim$, afin de ne le pas confondre avec le — (moins).

20. Après avoir écrit une formule en symboles, il convient d'appliquer à la formule quelques transformations de logique. On verra ainsi, s'il est possible de la réduire à une forme plus simple; et l'on reconnaît facilement si la formule n'est pas bien écrite.

21. Car les notations de logique ne sont pas seulement une tachigraphie, pour représenter sous une forme abrégée les propositions de mathématiques; elles sont un instrument puissant pour analyser les propositions et les théories.

22. Il y a toujours des difficultés à ordonner les propositions d'une théorie. On peut les ordonner selon les signes employés pour les écrire. Cette loi conduit, en général, à de bons résultats.

23. Dans la numération des propositions d'un §, il est bien de ne pas adopter la suite continue des nombres, mais de laisser des lacunes; on y écrira les propositions à ajouter.

24. Il est bien de reproduire les indications historiques qu'on rencontre dans les livres, sans les vérifier toutes, car cela exige un long travail, que pourra faire un autre collaborateur.

25. On peut aussi publier les démonstrations des propositions, ou au moins les liens qui subsistent entre les propositions d'une suite. Mais la transformation en symboles d'une démonstration est en général plus difficile que l'énonciation d'un théorème.

26. La réduction d'une théorie en symboles demande des études, des recherches et des soins, qu'on ne s'imagine pas, si l'on n'a pas fait au moins une fois ce travail. Nous prions donc nos collaborateurs à commencer par réduire une partie simple et courte.

27. Et pour les en récompenser en quelque façon, nous offrons l'abonnement annuel à la *Rivista di Matematica* à tous ceux qui contribueront au développement du Formulaire, en ajoutant de nouvelles parties, ou en corrigeant les parties publiées, et les notes historiques.

G. Peano.

Lista bibliografica fino a tutto l'anno 1893.

I. G. Cantor. *Ueber die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen.* Math. Ann., T. 5, 1872, p. 123-132. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 336-348.

II. G. Cantor. *Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen.* Journ. für Math., T. 77, 1874, p. 258-272. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 305-310.

III. G. Cantor. *Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre.* Journ. für Math., T. 84, 1877, p. 242-258. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 311-328.

IV. U. Dini. *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali*, Pisa 1878. Deutsche Uebersetzung von J. Lüroth und A. Schepp, Leipzig 1892.

V. J. Thomae. *Sätze aus der Functionentheorie.* Nachr. von der Ges. der Wiss. zu Göttingen, 1878, p. 466-468.

VI. J. Lüroth. *Ueber gegenseitig eindeutige und stetige Abbildung von Mannigfaltigkeiten verschiedener Dimensionen auf einander.* Sitzungsberichte der phys.-med. Societät zu Erlangen, T. 10, 1878, p. 190-195.

VII. G. Cantor. *Ueber einen Satz aus der Theorie der stetigen Mannigfaltigkeiten.* Nachr. von der Ges. der Wiss. zu Göttingen, 1879, p. 127-135.

VIII. G. Cantor. *Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, I. Math. Ann., T. 15, 1879, p. 1-7. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 349-356.

IX. E. Netto. *Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre.* Journ. für Math., T. 86, 1879, p. 263-268.

X. G. Cantor, *Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, II. Math. Ann, T. 17, 1880, p. 355-358. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 357-360.

XI. G. Cantor. *Id.*, III. Math. Ann., T. 20, 1882, p. 113-121. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 361-371.

XII. G. Cantor. *Id.*, IV. Math. Ann., T. 21, 1882, p. 51-58. Trad. fr. in Acta Math., T. 2, 1883, p. 372-380.

XIII. G. Mittag-Leffler. *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable.* Comptes rendus des séances de l'Ac. des Sc. de Paris, T. 94, 1882, p. 414-416, 511-514, 713-715, 781-783, 938-941, 1040-1042, 1105-1108, 1163-1166; T. 95, 1882, p. 335-336.

XIV. P. du Bois-Reymond. *Die allgemeine Functionentheorie*, I, Tübingen 1882. Tr. fr. di G. Milhaud e A. Girot, Paris 1887.

XV. W. Veltmann. *Ueber die Anordnung unendlich vieler Singularitäten einer Function.* Zeitschr. für Math. und Ph., T. 27, 1882, p. 176-179.

XVI. W. Veltmann. *Die Fourier'sche Reihe.* Zeitschr. für Math. und. Ph., T. 27, 1882, p. 193-235.

XVII. W. Veltmann. *Zur Theorie der Punktmengen.* Zeitschr. für Math. und Ph., T. 27, 1882, p. 313-314,

XVIII. G. Cantor. *Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, V. Math. Ann., T. 21, 1883, p. 545-596. Pubblicato anche a parte sotto il titolo: *Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre*, Leipzig 1883. Estratto in francese: Acta Math., T. 2, 1883, p. 381-408.

XIX. G. Cantor. *Sur divers théorèmes de la théorie des ensembles de points situés dans un espace continu à* n *dimensions. Première communication.* Acta Math., T. 2, 1883, p. 409-414.

XX. I. Bendixson. *Quelques théorèmes de la théorie des ensembles de points.* Acta Math., T. 2, 1883, p. 415-429.

XXI. I. Bendixson. *Några studier öfver oändliga punktmängder.* Öfvers. af vet. akad. förhandlingar (Stockholm), T. 40, 1883, n° 2, p. 31-35.

XXII. M. Guichard. *Théorie des points singuliers essentiels.* Ann. sc. de l'éc. norm. sup., S. II, T. 12, 1883, p. 301-394.

XXIII. G. Cantor. *Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, VI. Math. Ann., T. 23, 1884, p. 453-488.

XXIV. G. Mittag-Leffler. *Sur la représentation anal tique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante.* Acta Math., T. 4, 1884, p. 1-79.

XXV. G. Cantor. *De la puissance des ensembles parfaits de points.* Acta Math., T. 4, 1884, p. 381-392.

XXVI. E. Phragmén. *Beweis eines Satzes aus der Mannigfaltigkeitslehre.* Acta Math., T. 5, 1884, p. 47-48.

XXVII. E. Phragmén. *En n sats inom teorien för punktmängder.* Öfvers. af vet. ak. förh. (Stockholm), T. 41, 1884, n° 1, p. 121-124.

XXVIII. L. Scheeffer. *Allgemeine Untersuchungen über Rectification der Curven.* Acta Math. T. 5, 1884, p. 49-82.

XXIX. L. Scheeffer. *Zur Theorie der stetigen Functionen einer reellen Veränderlichen.* Acta Math., T. 5, 1884, p. 183-194, 279-296.

XXX. I. Bendixson. *Sur la puissance des ensembles parfaits de points.* Bihang till vet. ak. handlingar (Stockholm), T. 9, 1884, n° 6.

XXXI. I. Bendixson. *Un théorème auxiliaire de la théorie des ensembles.* Bihang till vet. ak. handlingar (Stockholm), T. 9, 1884, n° 7.

XXXII. P. Tannery. *Note sur la théorie des ensembles.* Bull. de la soc. math. de France, T. 12, 1884, p. 90 96.

XXXIII. G. Ascoli. *Le curve limite di una varietà data di curve.* Mem. dell'Acc. dei Lincei, Serie III, T. 18, 1884, p. 521-586.

XXXIV. O. Stolz. *Ueber einen zu einer unendlichen Punktmenge gehörigen Grenzwerth.* Math. Ann., T. 23, 1884, p. 152-156.
XXXV. A. Harnack. *Notiz über die Abbildung einer stetigen linearen Mannigfaltigkeit auf eine unstetige.* Math. Ann., T. 23, 1884, p. 285-288.
XXXVI. M. Lerch. *Prispevek k nauce o mnozinach bodu v rovine.* Sitzungsb. d. böhmischen Ges. der Wiss. (Prag), 1884, p. 176-178.
XXXVII. E. Phragmén. *Ueber die Begrenzungen von Continua.* Acta Math., T. 7, 1885, p. 43-48.
XXXVIII. G. Cantor. *Ueber verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmengen in einem n-fach ausgedehnten stetigen Raume G_n.* Acta Math., T. 7, 1885, p. 105-124.
XXXIX. A. Harnack. *Ueber den Inhalt von Punktmengen.* Math. Ann., T. 25, 1885, p. 241-250.
XL. C. Gutberlet. *Das Problem des Unendlichen.* Zeitschr. für Philosophie (Halle), T. 88, 1885, p. 179-223.
XLI. F. Meyer. *Elemente der Arithmetik und Algeb a,* Halle 1885.
XLII. B. Kerry. *Ueber G. Cantor 's Mannigfaltigkeitsuntersuchungen.* Vierteljahrssch. für wissenschaftliche Philosophie, T. 9, 1885, p. 191-232.
XLIII. P. Tannery. *Le concept scientifique du continu: Zenon d'Elée et Georg Cantor.* Revue philosophique, octobre 1885.
XLIV. G. Eneström. *Om G. Cantor 's uppsats: Ueber die verschiedenen Ansichten in Bezug auf die actual unendlichen Zahlen.* Ofvers. af vet. ak. förh., T. 42, 1885, n° 10, p. 69-70.
XLV. G. Cantor. *Ueber die verschiedenen Ansichten in Bezug auf die actual unendlichen Zahlen.* Bihang till vet. akad. handlingar T. 11, 1886, n° 19. Il principio di questo scritto fu riprodotto in Zeitschr. für Phil., T. 88, 1886, p. 224-233, e in Natur und Offenbarung (Münster), T. 32, 1886, p. 46-49. La fine fu pubblicata a parte sotto il titolo: *Zur Frage des actualen Unendlichen.*
XLVI. M. Lerch. *O soustavách bodu a jich vznamu v anal si.* Casopis pro pestovani mathem. (Praga), T. 15, 1886, p. 211.
XLVII. O. Biermann. *Theorie der anal tischen Functionen,* Leipzig 1887.
XLVIII. G. Loria. *La definizione dello spazio a n dimensioni e l'ipotesi di continuità del nostro spazio secondo le ricerche di Giorgio Cantor.* Giorn. di mat., T. 25, 1887, p. 97-108.
XLIX. G. Cantor. *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten.* Zeitschr. für Phil., T. 91 e 92, 1887.
L. K. Beckman. *Om dimensionsbegreppet och dess bet delse för matematiken,* Upsala, 1888.
LI. H. Schwarz. *Ein Beitrag zur Theorie der Ordnungst pen,* Halle 1888.
LII. R. Bettazzi. *Su una corrispondenza fra un gruppo di punti ed un continuo ambedue lineari.* Annali di mat., Serie II, T. 16, 1888, p. 49-60.
LIII. R. Dedekind. *Was sind und was sollen die Zahlen?,* Braunschweig 1888.
LIV. G. Ascoli. *Riassunto della mia memoria: « Le curve limite di una*

varietà data di curve », ed osservazioni critiche alla medesima. Rendiconti dell'Ist. Lomb., Serie II, T. 21, 1888, p. 226-239, 257-265, 294-300, 365-371.

LV. G. Vivanti. *Fondamenti della teoria dei tipi ordinati.* Ann. di mat., Serie II, T. 17, 1889, p. 1-35.

LVI. C. Arzelà. *Funzioni di linee.* Rend. dell'Acc. dei Lincei, Serie IV, T. 5, 1889, 1° sem., p. 342-348.

LVII. G. Peano. *Arithmetices principia, nova methodo exposita,* Torino 1889.

LVIII. R. de Paolis. *Teoria dei gruppi geometrici e delle corrispondenze che si possono stabilire tra i loro elementi.* Memorie della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Serie III, T. 3, 1890.

LIX. G. Peano. *Sur une courbe qui remplit toute une aire plane.* Math. Ann., T. 36, 1890, p. 157-160.

LX. G. Peano. *Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires.* Math. Ann., T. 37, 1890, p. 182-228.

LXI. D. Hilbert. *Ueber die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flachenstück.* Naturf. Ges. Bremen, 1890, p 11-12; Math. Ann., T. 38, 1891, p. 459-460.

LXII. S. Dickstein. *Pojeçia i metody matematyki*, I, Warszawa 1891.

LXIII. G. Veronese. *Fondamenti di geometria*, Padova 1891. Deutsche Uebersetzung von A. Schepp, Leipzig 1894.

LXIV. G. Vivanti. *Notice historique sur la théorie des ensembles.* Bibliotheca mathem., T. 6, 1892, p. 9-25.

LXV. L. Milesi. *Sulla impossibile coesistenza della univocità e della continuità nella corrispondenza che si può stabilire fra due spazi continui ad un numero differente di dimensioni* Rivista di Matematica, T. 2, 1892, p. 103-106.

LXVI. G. Cantor. *Ueber eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre.* Jahresbericht d. deutsch. Mathematiker-Vereinigung, T. 1, 1 92, p. 75-78. Tr. it. di G. Vivanti in Riv. di mat., T. 2, 1892, p. 165-167.

LXVII. E. Amigues. *La théorie des ensembles et les nombres incommensurables.* Ann. de la Fac. des Sc. de Marseille, T. 2, 1892, p. 33-43.

LXVIII. F. Giudice. *Subfiniti e transfiniti dal punto di vista di G. Cantor.* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, T. VI, 1892, p. 161-164.

LXIX. C. Jordan. *Cours d'analyse de l'École Polytechnique, II éd., T. I,* Paris 1892-93.

LXX. G. Peano. *Lezioni di analisi infinitesimale*, Torino 1893.

Avvertenze. — L'indicazione delle pagine del N. XVIII nelle note si riferisce all'edizione a parte.

L'indicazione delle pagine del N. XLIX si riferisce ad un opuscolo contenente i NN. XLV e XLIX, e portante il titolo: *Zur Lehre vom Transfiniten, gesammelte Abhandlungen aus der Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, Halle-Saale, Pfeffer, 1890, 93 pag. 8°.

TABLE DES SIGNES

(Intr signifie Introduction au Formulaire; I, II, III, ... indiquent les parties du Formulaire, § le paragraphe, P la proposition.)

Signes de forme spéciale.

$\cap$ *et*. Signe de la multiplication logique; on le place toujours entre deux propositions ou entre deux classes (Intr § 6, § 9; I § 1; I § 4 P3).

$\cup$ *ou*. Signe de l'addition logique; on le trouve toujours entre deux propositions (I § 2 P6) ou deux classes (I § 4 P4).

$-$ *non*. On l'écrit devant une proposition (Intr § 9, I § 2), ou d'une classe (Intr § 6, I § 4 P5), ou d'un signe de relation ε, $=$, etc. (Intr § 30).

o signe de la disjonction complète (Intr § 8, I § 3 P24). Il ne figure pas dans les formules de mathématiques.

$\cap$' *la classe commune à*; on le trouve devant une classe de classes. (V § 1 P9, Intr § 21).

$\cup$' *la plus petite classe contenant les*; on le trouve devant une classe de classes (V § 1 P10, Intr § 21).

$\supset$ *on déduit*, entre deux propositions (Intr § 9, I § 1).
est contenu, entre deux classes (Intr § 6, I § 4 P1).

$=$ *est égal*. Il figure entre deux individus, ou deux propositions (Intr § 9, I § 1 P3), ou deux classes (Intr § 6, I § 4 P2).

Λ *absurde* ou *rien* (Intr § 6, 9, I § 3 P1, I § 4 P6).

$+$ *plus*. On le trouve entre deux nombres réels (II § 1), ou imaginaires (II § 9 P5), entre un nombre fini et l'infini ou deux infinis (V §1 P6, V § 3 P7), entre deux complexes du même ordre (V § 4 P4), entre deux nombres cardinaux finis ou infinis (V § 5 P23-25, VI § 2 P3), ou entre deux nombres transfinis (VI § 2 P24, 42); on le trouve aussi entre des classes de ces nombres (Intr § 3).

$-$ *moins*. Voir $+$. Le même signe, au-dessus d'une lettre, ou d'une expression, est le signe *d'inversion* (Intr § 17, 27, I § 5 P21).

$\times$ *multiplié par*. Il se place entre deux nombres réels (II § 2), ou imaginaires (II § 9), entre un nombre fini et l'infini, ou deux infinis (V § 3 P8), entre un q et un q_n (V § 4 P6), entre des nombres cardinaux ou ordinaux finis ou infinis (V § 5 P26-30, VI § 2 P4, 26, 43). Il est en général sous-entendu.

/ *divisé par*, entre deux nombres. Voir ×. Devant un nombre seul signifie *le réciproque de* (Int § 22, II § 2 P21). Dans les parties I-IV il a aussi la signification du signe f.

√ *racine arithmétique.* Il se place devant un nombre positif (II § 6).

√* *racines algébriques.* Il se place devant un nombre réel ou imaginaire (II § 9 P11).

! *factorielle* (III § 1 P30, 31).

> *est plus grand que.* Il se place entre deux nombres réels finis (II § 5), entre un nombre fini et l'infini (V § 1 P6, § 3 P7), ou deux transfinis (VI § 2 P13).

< *est plus petit que.* Voir >.

ɟ *fonction.* Voir f.

’ ‘ Signes qui forment des fonctions (Intr § 21). Voir [illegible]‘, [illegible]‘, Nc‘, Ω‘, etc.

$a \vdash\!\dashv b$, $a - b$, $a \vdash b$, $a \dashv b$ *intervalles de a à b*, avec, ou sans les extrêmes (Intr § 2, V § 4 P41-45).

| Signe du produit intérieur de deux nombres complexes du même ordre (V § 4 P24).

$\binom{b}{a}$ Signe de la substitution de b à a (Intr § 28).

∽ *est semblable, ou de la même puissance*; on l'écrit entre deux classes (VI § 1 P1).

II *deuxième classe de nombres transfinis* (VI § 2 P27).

|, ↑, ↓ (Intr § 32-33). Ils ne figurent pas dans le Formulaire.

Lettres grecques.

Δ *discriminant* (IX § 11 P7).

ε *est* (Intr § 6).

θ *l'intervalle* $0 \vdash 1$ (Intr § 2, V § 4 P46).

ι *égal* (Intr § 31, I § 4 P13-16 dans les additions).

πa, où $a \,\varepsilon\, \mathrm{N}$, signifie *nombre non supérieur à a, et premier avec a* (III § 6 P11) (Notation adoptée seulement dans ce §).

π (dans la partie IX) *est premier avec*; relation entre des alg (IX § 3 P4).

Π *produit* (Intr § 25, II § 2 P43, VIII § 1 P2). Voir Σ.

Σ *somme* (Intr § 25). Si $f \,\varepsilon\, \mathrm{q\,f\,Z}_m$, où $m \,\varepsilon\, \mathrm{N}$, $\Sigma_1^m f = \Sigma_{r=1}^{r=m} f r$ indique la somme $f1 + \ldots + fm$ (II § 1 P52); on a aussi l'expression $\Sigma_p^q f = \Sigma_{r=p}^{r=q} f r$ (II § 1 P58). Si $u \,\varepsilon\, \mathrm{q\,f\,N}$, Σu est une nouvelle q f N (VIII § 1 P1). $\overline{\Sigma}$ est l'opération inverse de Σ (VIII § 1 P4).

φa, où $a \,\varepsilon\, \mathrm{N}$, *le nombre des* πa (III § 6 P12).

$\Phi(m, n)$ (VI § 2 P47).

ω *le plus petit nombre transfini supérieur aux* N (V § 5 P21, VI § 2 P20).
Ω (dans la partie VI) *le plus petit nombre transfini supérieur aux nombres* II (VI § 2 P37).
Ω (dans la partie IX) *corps d'algébriques* (IX § 4 P1).
Ω' *corps de* (devant une classe d'alg) (IX § 4 P7, 8).
Ω_n *corps de degré n* (IX § 5 P4).
Ω norm *corps normal* (IX § 4 P23).

Lettres latines.

a. *an* (dans les citations).
alg = N alg, *nombre algébrique* (IX § 1 P3).
alg_n *nombre algébrique d'ordre n* (IX § 1 P10).
alg dec *algébrique décomposable* (IX § 11 P24).
alg id *algébrique idéal* (IX § 17 P31).
alg pr *algébrique premier* (IX § 11 P26).
alg' *algébrique par rapport à* (IX § 4 P5).
A *nombre algébrique entier* (IX § 2 P1).
B *base* (IX § 5 P1, § 10 P3).
B irr *base irréductible* (IX § 10 P6).
B int *base entière de* (IX § 6 P7).
c *contient, est conséquence*; jamais adopté. Voir ɔ.
C fermé (*clausus*). On l'écrit devant un ensemble de q_n (V § 7 P1).
coeff_0, coeff_1, ... les coefficients d'une fonction entière (IX § 1 P19).
conj *conjugué*, devant un alg ou une classe de alg (IX § 1 P12, § 4 P16).
conj' *corps conjugué*, devant un corps d'alg (IX § 4 P18).
Connex *connexe*; propriété des Kq_n (VI § 1 P22)
Contin *continue*; propriété des Kq_n (VI § 1 P24).
contin *continue*; propriété des fonctions.
cres = cresc *croissante*; propriété des fonctions (VII § 2 P11).
cres_0 *croissante, lorsqu'elle varie*, propriété des fonctions (VII § 2 P12).
D (a, b) *le plus grand diviseur commun des nombres a et b* (III § 3 P1).
D dérivé; on l'écrit devant une Kq_n (V § 5 P1).
D dérivé à droite (V § 5 P41).
D_1 *dérivé à gauche* (V § 5 P42).
Def, ou def, *définition* (Intr § 36).
dec = decr *décroissante*; propriété des fonctions (VII § 2 P13).
dec_0 *décroissante, lorsqu'elle varie*; propriété des fonctions (VII § 2 P14).
Det *le déterminant des*; on l'écrit devant une q f (Z_n, Z_n).
e *base des logarithmes naturels* (VII § 4 P11).
E extérieur à (une Kq_n) (V § 6 P2).

max *le plus grand des*; il précède une Kq (V § 2 P1, 17).
med *moyen* (V § 7 P21, 23).
Med *moyen*, dans une autre signification (V § 7 P31, dans les additions).
min *le plus petit des*; il précède une Kq (V § 2 P2, 18).
$\min_1 u$, $\min_2 u$, ... *le premier, le deuxième ... des nombres u, ordonnés suivant leur grandeur* (III § 5 P35-36).
mod = m, *le module de*; il précède un nombre réel (II § 1 P41-43), ou imaginaire (II § 9 P7), ou complexe d'ordre quelconque (V § 4 P9).
Mod *module*; système de nombres algébriques (IX § 7 P1).
Mod prop (IX § 8 P64).
Mod fin, Mod fin_n (IX § 10 P1, 7).
mp (a, b) *l'exposant de la plus grande puissance de a contenue dans b* (III § 5 P19).
N *nombre entier positif* (Intr § 2).
n *nombre entier* (Intr § 2, III § 1).
N_0 *nombre entier positif ou nul* (Intr § 2, III § 1 P34).
Np *nombre premier* (III § 5 P1).
N alg = alg *nombre algébrique* (VI § 1 P8).
Nc *nombre cardinal* ou *puissance* (VI § 2 P1, 2).
Nc' *puissance de* (une classe) (VI § 2 P1, 2).
N trasf *nombre transfini* (VI § 2 P10, 11).
norm *la norme de* (un nombre algébrique ou un id') (IX § 1 P18, § 12 P5).
num *le nombre des* (Intr § 19, V § 1 P1, 2, 4).
P *proposition.*
Pp *proposition primitive* (Intr § 44).
p = pag *page* (dans les citations).
Points et parenthèses (Intr § 10).
Pi *principe d'induction*, seulement dans IV.
pd *proportionnalité directe* »
pi » *inverse* »
Puissance voir *Exposants.*
Q *nombre réel positif* (Intr § 2).
Q_0 *nombre réel positif ou nul* (Intr § 2).
q *nombre réel* (Intr § 2).
q' *nombre imaginaire* (II § 9 P3).
q_n *nombre complexe d'ordre n* (V § 4 P1, 2, 3).
quot (a, b) *le quotient* de la division de a par b (III § 2 P1).
R *nombre rationnel positif* (Intr § 2).
r *nombre rationnel* (Intr § 2).
R (b, a) (IX § 9 P3, 4).

rappr (b, a) (IX § 9 P1).

rest (a, b) *le reste* de la division de a par b (III § 2 P5).

S *est suivi par*. Ce signe se présente seulement dans VI § 2.

sim *univoque et réciproque*; propriété des fonctions (Intr § 26, I § 5 P22).

Sim *semblable*; id. (Intr § 6, I § 5 P34, dans les additions).

t. *tome* (dans les citations).

Ths ou Ts *thèse*.

Tn, Tr, Tq *théorie des nombres entiers, des nombres rationnels, des nombres réels*. On trouve ces abréviations seulement dans la IV partie.

Ty_n *type ordonné à n dimensions* (VI § 2 P39-41).

U *nombre algébrique unité* (IX § 2 P7).

v *vrai* ou *tout*. Ce signe n'est pas adopté. Voir ʌ.

V. ou v. *voyez* (dans les citations).

Y_α *classe bien ordonnée des nombres transfinis non supérieurs à* α (VI § 2 P16, 21).

Z_m, où $m \varepsilon N$, désigne l'ensemble des nombres $1, 2, \ldots m$ (Intr §2, II §1 P51).

$Z(p, q)$, où $p, q \varepsilon N$, $p < q$, désigne l'ensemble $p, p+1, \ldots q$ (Intr § 2, II § 1 P56).

TABLE DES AUTEURS

TABLE GÉNÉRALE

Théorie générale des modules.

Théorie des idéaux dans un corps donné (h), *d'après* Dedekind.