

CHAPITRE XIII.

Des Voûtes en arrétier, ou d'arrêtes.

361. Supposons (fig. 270) que les droites OG, NH soient les traces horizontales des faces intérieures des murs d'une galerie en berceaux, que les droites EK, QM soient celles des faces intérieures des murs d'une seconde galerie en berceau qui rencontre la première d'une certaine manière; supposons que par les points P et I, F et L, où les traces horizontales des faces intérieures des murs contigus se rencontrent, on mène les diagonales PI, FL, et que les naissances des deux berceaux soient sur un même plan horizontal. Cela posé, si les deux berceaux se rencontrent de manière que les projections horizontales de leurs intersections soient les diagonales PI, FL, la voûte qui résultera de la rencontre de ces deux berceaux, sera ce qu'on appelle une *voûte en arrétier*.

On voit, d'après cette définition, que les voûtes en arrétier ont une grande analogie avec celles en arc de cloître; cependant ces deux espèces de voûtes ne se ressemblent nullement: elles sont le contraire les unes des autres.

Il suit de la même définition, et de ce qui a été dit au n°. 316, que les ceintres principaux des deux berceaux qui composent une voûte en arrétier, sont nécessairement dépendans l'un de l'autre, comme dans les voûtes en arc de cloître.

Une voûte en arrétier peut être le résultat de la rencontre de plus de deux berceaux; on peut en supposer trois, quatre, etc., pourvu que les naissances de tous ces berceaux soient sur le même plan horizontal, que les projections horizontales des axes de ces berceaux se coupent toutes en un même point, et que la projection horizontale de l'intersection de deux demi-berceaux contigus soit la droite menée par le point où toutes les projections horizontales des axes des berceaux se rencontrent, et par le sommet de l'angle formé par les faces des piédroits des mêmes demi-berceaux.

Donnons, maintenant, quelques exemples de ce genre de voûtes.

PREMIER EXEMPLE DE VOUTES EN ARRÊTIER.

362. Supposons (fig. 270) que les droites OG, NH, QM et EK soient les traces horizontales des faces intérieures des murs de deux galeries en berceaux qui se rencontrent de manière à former une voûte en arrêtier, ces berceaux se prolongeant, d'ailleurs, de part et d'autre indéfiniment; supposons que les deux axes CR, ST, de ces berceaux, fassent un angle quelconque, droit ou oblique, et que les diamètres des ceintres principaux des mêmes berceaux soient inégaux; enfin supposons que la courbe régulière quelconque ADB soit le ceintre principal du berceau dont l'axe est la droite CR.

Cela posé, on menera les diagonales PI, FL, et on divisera le ceintre principal ADB en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; on abaissera les projections horizontales des arrêtes des douëlles du premier berceau, comme à l'ordinaire, mais on observera que ces projections, d'ailleurs prolongées indéfiniment de part et d'autre, éprouveront une solution de continuité dans les angles opposés au sommet PC/L, FC/I, formés par les diagonales PI, FL; par les points, où ces mêmes projections rencontreront les diagonales PI, FL, on menera les droites a'a, b'b, c'c, dd', ee' et ff', qui seront parallèles à l'axe TS' du second berceau, et qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de ce second berceau. On remarquera encore que ces dernières projections, prolongées, d'ailleurs, indéfiniment, de part et d'autre, éprouveront une solution de continuité dans les angles opposés au sommet PC/F, LC/I, formés par les diagonales PI, FL.

Cela fait, on prendra une ligne de terre UN perpendiculaire à l'axe TS', au-dessus de laquelle on fera les ordonnées $a^1 a^3, b^2 n, c^2 c^3, SV, d^2 d^3$ etc., respectivement égales aux ordonnées $a^4 a^5, b^4 b^5, c^4 c^5, CD, d^4 d^5$, etc. du ceintre ADB, et par les points U, a^3, n, c^3, V, d^3 , etc., on fera passer une courbe UVN, qui sera le ceintre principal du second berceau (si le ceintre ADB est une demi-circonférence, ou une demi-ellipse, le ceintre UVN que nous venons d'obtenir, sera une demi-ellipse). Ensuite, par les points a^3, n, c^3, d^3, c^3 et f^3 , on menera des normales à la courbe UVN, qui seront les coupes du second berceau, et il ne manquera plus, pour avoir terminé l'épure, que de distribuer les voussoirs, pour déterminer les liaisons, ce qu'on fera dans la projection horizontale, ainsi qu'on le voit indiqué dans notre épure. On observera que les voussoirs d'arrêtier doivent, à la fois, faire partie des deux berceaux, ainsi que la clef $tcz/zd'y^2 x^4 d^2 u^2 c'$,

dont la forme, comme on voit, est celle d'une croix. Quant aux autres vousoirs, ils sont tout-à-fait semblables à ceux d'une simple voûte en berceau.

Si l'on désirait avoir la courbe d'arrétier PZI, rabattue autour de la diagonale PI, qui en est la projection horizontale, on élèverait à cette diagonale PI, les perpendiculaires aa^{11} , bb^8 , cc^8 , $C'Z$, dd^8 , ee^8 et ff^8 , que l'on ferait respectivement égales aux ordonnées $a+a^5$, $b+b^5$, $c+c^5$, CD , $d+d^5$, etc., et par les points P, a^{11} , b^8 ,Z,I, on ferait passer une courbe PZI, qui serait celle qu'on demandait.

363. Si l'on tient à donner une forme régulière à l'extrados de la voûte, si, par exemple, on veut que cet extrados soit formé par deux surfaces cylindriques, s'interceptant comme celles de l'intrados, après avoir déterminé, comme à l'ordinaire, la section droite $t^{\circ}D^{\circ}u^{\circ}$ de l'extrados du premier berceau, on prolongera, dans les deux ceintres principaux, les ordonnées qui passent par les arrêtes des douëlles, et on fera les ordonnées $a^{1^{\circ}}a^{\circ}$, b^2n° , c^2c° , Sr , d^2d° , etc., respectivement égales aux ordonnées a^4a° , b^4b° , c^4c° , $C'D^{\circ}$, d^4d° , etc., et par les points a° , n° , c° , r , d^2 , etc., on fera passer la courbe $a^{\circ}rf^{\circ}$, qui sera la section droite de l'extrados du second berceau. Pour avoir les points q et s, de la même courbe, par le point u° on abaissera une perpendiculaire $u^{\circ}i$ à la ligne de terre AB, laquelle ira rencontrer la diagonale PI, prolongée en un point i, par lequel on élèvera une perpendiculaire iq à la ligne de terre UN; puis on fera $q'q'$ égal à uu° , ce qui donnera le point q. On aura le point s de la même manière.

Quant aux projections horizontales des arrêtes des extrémités et des intersections des plans des coupes, voici comment on les obtiendra :

Supposons qu'il s'agisse des coupes b^5x^2 , et np; on prolongera la coupe b^5x^2 jusqu'en y, de manière que la hauteur yB soit égale à la hauteur p'p; par les points p et y on menera les droites py' , yy' respectivement perpendiculaires aux lignes de terre UN, AB, lesquelles droites py' et yy' se rencontreront en un point y', par lequel et le point b on menera la droite by' , qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux plans de coupe que nous considérons, et la droite $y'p'$ sera celle de l'extrémité de la coupe np. Pour avoir la projection horizontale x^3x de l'autre arrête de coupe, par le point x^2 , où la coupe b^5x^2 rencontre la courbe d'extrados $u^{\circ}D^{\circ}t^{\circ}$, on abaissera la perpendiculaire x^2x à la ligne de terre AB que l'on arrêtera sur la diagonale PI au point x; ensuite, on joindra les points x et y' par une courbe xy' , qui sera la projection horizontale de l'intersection de la coupe b^5x^2 avec l'extrados du grand berceau. Afin de pouvoir dessiner cette

courbe xy' , il faut au moins avoir un point a^2 entre x et y' ; on aura ce point, en abaissant une perpendiculaire a^0a^2 , à la ligne de terre AB , par un point a^0 pris sur la coupe b^5y entre les points x^2, y ; en faisant $a^{10}a^9$ égal à a^3a^0 , et par le point a^9 , on abaissera la perpendiculaire a^9a^2 , à la ligne de terre UN , qui ira rencontrer la droite a^0a^2 en un point a^2 qui sera le point demandé. En opérant de la même manière sur les autres coupes, et pour les quatre arrêtiérs, on obtiendra les projections horizontales de toutes les extrémités des coupes, comme on le voit dans l'épure.

On remarquera, dans cette épure, que les deux moitiés de la projection horizontale séparées par la droite ST ne sont pas semblables, pour ce qui est relatif à l'extrados. Dans la moitié à droite de la ligne ST , les deux berceaux sont supposés se prolonger indéfiniment, et par conséquent aussi les projections horizontales des extrémités des coupes. Dans l'autre moitié à gauche de la ligne ST , on suppose que les berceaux ne se prolongent que jusques à la rencontre des plans verticaux élevés sur les droites GT, EQ et OS' (fig. 270), respectivement perpendiculaires aux axes des berceaux.

Si maintenant nous supposons que les têtes de la voûte, situées dans les plans verticaux dont nous venons de parler, soient apparentes sur les faces extérieures des murs, il faudra que ces têtes soient appareillées en état de charge dans une profondeur comprise entre les parallèles EQ et gi, GT et gh, OS' et ik , laquelle profondeur sera égale à l'épaisseur des murs ou à peu près. Par conséquent l'extrados cylindrique de la voûte ne se prolongera pas au-delà des plans verticaux élevés sur les droites gh, gi et ik , parallèlement aux têtes de la voûte. Ainsi, pour terminer l'épure du cas que présente la demi-projection horizontale à gauche de la droite TS' , il faudra abaisser les projections horizontales des extrémités des coupes de la partie en état de charge, ainsi qu'on le voit indiqué dans l'épure.

Je m'en rapporte à l'intelligence du lecteur pour tracer et tailler les voussoirs d'arrêtiérs des deux exemples de voûtes que nous venons de donner. Il y réussira par des moyens d'autant plus abrégés, qu'il aura acquis une plus grande habitude de la coupe des pierres. D'ailleurs il pourra s'aider par l'inspection des figures 271, 272 et 273. La première de ces figures représente un premier voussoir répondant aux piédroits QPO (fig. 270); la fig. 271 représente le second voussoir répondant au même piédroit, dans lequel on voit la forme de l'accord de l'extrados cylindrique avec les états de charge; comme nous venons de l'expliquer plus haut, et dans lequel les arrêtes supérieures de la coupe du lit de dessus sont indiquées par les lettres $l, l', l^2, x, y', l^3, l^4, l^5$, qui sont les mêmes qui indiquent, dans la fig. 270, la projection

horizontale des mêmes arrêtes. La partie d'extrados que forme le même voussoir est indiquée par les lettres l^2 , i , l^3 , y , et x (fig. 272). Enfin, la figure 273 représente un troisième voussoir, indépendant des états de charge. Ce voussoir est vu de manière que la douëlle est par-dessus.

SECOND EXEMPLE DE VOUTES EN ARRÊTIER.

364. Si l'on avait une suite de voûtes en arrêtier disposées sur la même ligne, de manière à former une galerie, on pourrait interposer un arc-doubleau entre deux de ces voûtes, tant pour ajouter à la décoration qu'à la solidité. Ces sortes de galeries se placent, ou autour des façades extérieures des édifices, ou autour des façades d'une cour ou d'une salle.

Supposons qu'il s'agisse de faire une voûte en arrêtier située à l'angle de deux galeries en retour d'équerre, et soit (fig. 274) $abcdef$ la pile formant l'encoignure de ces deux galeries, et ne considérons ici que le quart de la voûte adjacent à cette pile. D'après ces conditions, les droites fg , fk seront les traces horizontales de plans verticaux qui feront parties des façades contiguës de l'édifice. Par conséquent, les deux têtes de la voûte, situées dans ces plans, seront appareillées en état de charge, dans l'étendue comprise entre les parallèles fg et ch , fk et ci , lesquelles parallèles sont en même-temps les projections horizontales des arrêtes des arcs-doubleaux, et les traces horizontales des faces des murs extérieurs de l'édifice.

Si les deux galeries étaient de même largeur, les deux ceintres principaux CD , MO des berceaux seraient égaux entre eux; au contraire, ils seraient inégaux, si les largeurs des galeries étaient différentes. Dans le premier cas, il suffira du seul ceintre CD , et dans le second on obtiendra l'un MO de ces ceintres, au moyen de l'autre CD , et on fera l'épure de la voûte comme dans l'exemple précédent, sans avoir égard aux arcs-doubleaux.

La saillie des arcs-doubleaux sur la surface de la voûte doit être la même partout, et égale à bc ou cd . D'après cette condition, on aura les ceintres principaux EF , NP des arcs-doubleaux, quels que soient ceux de la voûte, en prolongeant les coupes des quantités CE , $n'm'$, $p'o'$, $q'r'$, DF , et MN , nm , po , qr , OP , toutes égales à bc ou cd , et en faisant passer les courbes EF et NP , respectivement par les points E , m' , o' , r' et F ; N , m , o , r et P . Si, ensuite, on abaisse les projections horizontales des arrêtes des douëlles des arcs-doubleaux, qui devront être comprises entre les droites ak , bi et eg , dh , l'épure sera terminée.

Pour se faire une idée de la forme des voussoirs d'arrêtier, il suffira de jeter un coup-d'œil sur la figure 275, qui représente un premier voussoir posé sur la pile $abcdef$.

Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer comment il faudrait faire les voûtes courantes des mêmes galeries, parce qu'elles ne diffèrent pas assez de celles que nous avons expliquées jusqu'ici.

DES VOUTES A DOUBLES ARRÊTIERS.

365. On appelle *voûte à doubles arrêtiens*, celle qui résulte d'une voûte primitive à simple arrêtier, dont on a tronqué les arrêtiens par des pans coupés cylindriques, qui prennent naissance aux sommets des piédroits de la voûte primitive, de manière que ces pans coupés commencent par un point et vont en élargissant à mesure qu'ils s'approchent du sommet de la voûte, où ils sont réunis par une voûte plate d'une forme quadrilatère quelconque.

Les voûtes à doubles arrêtiens sont préférables à celles qui sont à simples arrêtiens, sous plusieurs rapports: d'abord elles sont plus solides, en ce qu'elles ne présentent aucun angle aigu; et ensuite, la partie du sommet, qui est en voûte plate, peut être encadrée et recevoir un tableau de peinture, ou bien être supprimée, et donner la faculté de recevoir le jour par en haut, si on en avait besoin, ce qu'on ne pourrait pas faire dans les voûtes à simple arrêtier. Mais pour que ces sortes de voûtes produisent un bon effet, sous le rapport de la forme, il faut que la partie plane ne soit pas trop petite, ce qui rendrait les pans coupés maigres et mesquins.

366. Supposons maintenant qu'il s'agisse de tracer l'épure d'une voûte à doubles arrêtiens, soit que cette voûte ait des arcs-doubleaux (fig. 276), soit qu'elle n'en ait pas (fig. 278). Comme dans ce genre de voûtes les arcs-doubleaux ne diffèrent en rien de ce que nous en avons dit au n°. 364, nous n'allons expliquer que l'épure de la figure 276, où il n'y en a pas, et nous nous contenterons de renvoyer le lecteur à l'épure de la fig. 278, pour le cas des arcs-doubleaux. Voici donc comment il faudra opérer dans l'épure en question :

On commencera par faire cette épure, comme s'il ne s'agissait que d'une voûte à simples arrêtiens; ensuite, on décrira le quadrilatère *abcd*, de manière que ses sommets soient sur les projections horizontales des axes des berceaux, et qu'il ait la grandeur et la forme qu'on voudra (je suppose ici que c'est un losange dont les côtés sont parallèles aux diagonales *BH*, *LE*); par les sommets de ce quadrilatère et ceux des piédroits de la voûte, on mènera les droites *Bb*, *Bc*; *Ec*, *Ed*; *Hd*, *Ha*; *La*, *Lb*, qui seront les projections horizontales des doubles arrêtiens de la voûte; par les points où ces droites rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douelles, de la voûte primitive, on mènera les droites *hh'*, *ii'*, *kk'*; *oo'*, *pp'*, *qq'*; *ll'*,

mm' , nn' ; cc' , ff' , gg' , qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles des pans coupés, et seront respectivement parallèles, groupe par groupe, aux côtés bc , cd , da et ab du quadrilatère $abcd$, qui est la projection horizontale de la voûte plate du milieu. Cela fait, si l'on ne tient pas à la forme d'extrados, il ne manquera plus que le ceintre principal $LXVUYT$ des pans coupés.

Pour avoir ce ceintre, on menera, par le point L , une droite LT perpendiculaire à la direction des projections horizontales, des arrêtes des douëlles des pans coupés, qui prennent naissance aux points L et E , et on prolongera ces dernières projections horizontales indéfiniment, ainsi que les côtés opposés ba , cd du quadrilatère $abcd$; ensuite, on remarquera que le ceintre demandé $LVUT$ se compose de trois parties distinctes : une VU , au milieu, qui est comprise entre les côtés opposés ba , cd du quadrilatère $abcd$, et qui est droite et horizontale, et deux autres LV et TU qui sont des courbes dépendantes du ceintre principal NOP . On obtiendra ces courbes LV , TU au moyen du ceintre NOP , comme on a obtenu le ceintre QRS , et on aura la partie VU , du milieu, en joignant les points V et U par la droite VU . Ayant obtenu le ceintre $LVUT$, on lui menera des normales par les points e^2 , f^2 , X , Y , p^2 et o^2 , qui seront les coupes des pans coupés; puis, on observera que depuis le point X jusqu'au point Y , le ceintre ne répond plus à aucune arrête de douëlle des berceaux. Pour fermer ce vide, on divisera la distance XY , en un certain nombre de parties égales, en trois, par exemple, aux points Z , Z' . Ces points Z , Z' appartiendront aux arrêtes des douëlles de la voûte plate, puisque ces points sont sur la droite VU ; ainsi, par ces points Z , Z' on menera deux coupes comme pour une voûte plate, et on abaissera les projections horizontales zz' , z^2z^3 , des arrêtes, de douëlles, dépendantes des points Z , Z' . Si, ensuite, on mène les droites z/z^2 et zz^3 , on aura un quadrilatère zz/z^2z^3 , semblable à $abcd$, qui sera la projection horizontale d'une clef, dont l'unique objet sera de boucher le vide qui resterait sans elle. Pour avoir les projections horizontales $vgtt'/ss'kv'$, $xk's'sz^2rr'qx'$, $yq'r'rz^3uu'n'y'$, et $y^3g'tt'/zuu'ny^2$, des clefs véritablement indispensables, par les milieux t' , s , r et u des côtés du quadrilatère zz/z^2z^3 , on menera les droites tt' , ss' , rr' et uu' perpendiculaires aux mêmes côtés du quadrilatère zz/z^2z^3 , et, enfin, on disposera les droites vv' , xx' , yy' , y^2y^3 à la distance, du centre de la voûte, que l'on jugera convenable.

Le lecteur fera bien d'ajouter, à cette épure, les projections horizontales des extrémités et des intersections des coupes, ce qui offre quelques petites difficultés que je lui laisse le plaisir de résoudre. Pour y parvenir, il regar-

dera chaque pan coupé comme un berceau, qu'il combinera avec chaque berceau principal de la voûte, en opérant comme nous l'avons expliqué au n°. 363.

Pour tracer les voussoirs de cette espèce de voûte, on emploiera toujours la méthode par équarrissement, en se servant, autant que possible, des panneaux de tête aussi bien que des panneaux de projection horizontale. La fig. 277 est le premier voussoir qui réponde à la pile MLK.

DES VOUTES EN ARRÊTIER IRRÉGULIÈRES.

367. Nous avons dit, au n°. 361, que les axes des berceaux qui composent une voûte en arrêtier, devaient tous se rencontrer en un même point; mais il peut arriver que cela n'ait pas lieu, ainsi que nous allons le voir dans l'épure suivante, qui achevera de lever les difficultés que peut présenter cette espèce de voûtes.

Supposons que les droites AE, DM (fig. 279) soient les projections horizontales des génératrices de naissance d'un premier berceau, dont la courbe régulière ESM est le ceintre principal; que les droites DL, CK, soient celles des génératrices de naissance d'un second berceau; que les droites CI, BH, soient de même les projections horizontales des génératrices de naissance d'un troisième berceau, et que les droites BG, AF, soient celles des génératrices semblables d'un quatrième berceau: on voit que ces quatre berceaux sont disposés d'une manière quelconque les uns par rapport aux autres, seulement ils peuvent se rencontrer. Supposons donc qu'on veuille les faire rencontrer de manière à former une voûte en arrêtier.

Pour cela, on joindra les sommets A, B, C et D, des piédroits des berceaux, par les droites AB, BC, CD et AD, ce qui donnera le quadrilatère ABCD. On divisera les côtés opposés de ce quadrilatère en deux parties égales par les droites NO, QP, qui se rencontreront en un point V, par lequel, et les quatre sommets A, B, C, D, du quadrilatère ABCD, on menera les droites VA, VB, VC et VD; ces quatre droites et les quatre côtés du quadrilatère ABCD seront les projections horizontales des intersections de huit berceaux dont l'ensemble formera une voûte en arrêtier la plus régulière possible, dans le cas présent. Voici maintenant de quelle manière on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles:

Le ceintre principal MSE étant donné, on le divisera comme à l'ordinaire, et, par les points de division, on abaissera des perpendiculaires à la ligne de terre ME, que l'on terminera à la droite AD, aux points a, b, c, d, e et f, et qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles

du premier berceau; par les points a, b, c, d, e et f , on menera les droites aa', bb', cc', dd', ee' et ff' , parallèlement à la droite NVO , lesquelles rencontreront les droites AV, DV , aux points a', b', c', d', e' et f' ; par ces derniers points on menera les droites $a'a^2, b'b^2, c'c^2, d'd^2, e'e^2$ et $f'f^2$, parallèlement à la droite QP , lesquelles iront rencontrer les droites AB et DC , respectivement aux points a^2, b^2, c^2 , et d^2, e^2, f^2 ; par les points a^2, b^2, c^2 , on menera des parallèles à la droite QR , que l'on prolongera dans le sens QR , et par les points d^2, e^2 et f^2 , on menera des parallèles à la droite PT que l'on prolongera dans le sens PT . Cela fait, on prendra les distances Qg, Qh, Qi , respectivement égales aux distances Qc^2, Qb^2, Qa^2 , et par les points g, h et i , on menera des parallèles à QR , dans le sens QR , et des parallèles gg', hh', ii' à la droite QP , que l'on arrêtera à la droite BV , aux points g', h' et i' , par lesquels on menera les droites $g'g^2, h'h^2, i'i^2$ parallèlement à la droite VO , que l'on arrêtera à la droite BC aux points g^2, h^2 et i^2 , par lesquels on menera des parallèles à la droite OU que l'on prolongera dans le sens OU . Enfin, on fera les distances Pk, Pl, Pm , respectivement égales aux distances Pd^2, Pe^2, Pf^2 , et par les points k, l et m , on menera des parallèles à la droite PT , dans le sens PT , les parallèles kk', ll', mm' , à la droite PV , que l'on arrêtera aux points k', l' et m' , de la droite CV , par lesquels on menera les parallèles $k'k^2, l'l^2$ et $m'm^2$, à la droite VO , que l'on arrêtera aux points k^2, l^2, m^2 , de la droite BC , par lesquels on menera des parallèles à la droite OU , dans le sens OU , et on aura toutes les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte en question, ainsi qu'on le voit dans l'épure. Cela fait, on prendra les lignes de terre FG, HI et LK , respectivement perpendiculaires aux droites QR, OU et PT , pour avoir les ceintres principaux FRG, HUI et LTK , par la méthode donnée dans les articles précédens, au moyen du ceintre ESM . Enfin, on déterminera les courbes d'intersection des berceaux, telles que $AZB, BYC, CC'V^2, DXA, AA'V'$, etc., comme pour les autres voûtes en arrêtier.

En se rappelant ce qui a été dit sur les projections horizontales des extrémités et des intersections des coupes, au n°. 363, et en se conduisant comme nous venons de l'expliquer sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on aura facilement les projections semblables des arrêtes et des intersections des coupes de la voûte actuelle. Quant à la manière de tracer et de tailler les voussoirs de cette voûte, elle est toujours la même, puisque la différence de forme est toujours donnée par les panneaux de projection horizontale et de tête.