RUMBOWICZ — POCZĄTKI LINEARNEGO RYSUNKU

# POCZĄTKI
## LINEARNEGO
# RYSUNKU.

Dozwala się drukować pod tym warunkiem, aby po wydrukowaniu, nie zaczynaiąc przedawać, złożone były w Komitecie Cenzury exemplarze tey książki Ustawami przepisane. Wilno 1. Czerwca 1827.

*Cenzor, Radzca Stanu*
*Ignacy Reszka.*

---

Złożywszy prawem przepisaną liczbę exemplarzy, oświadczam iż prawnie poszukiwać będę wszelkich fałszowanych edycyi; i dla tego kładę móy podpis na każdym exemplarzu nineyszego wydania.

# POCZĄTKI

## LINEARNEGO

# RYSUNKU

*UŁOŻONE*

DLA SZKÓŁ PARAFIALNYCH

PRZEZ

HIPOLITA RUMBOWICZA

UNIWERSYTETU ADJUNKTA.



WILNO.

NAKŁADEM I DRUKIEM N. GLÜCKSBERGA.

1827

# CZĘŚĆ I.

Z IX TABLICAMI WZORÓW

i

ZADANIAMI DO NICH NALEŻĄCEMI

oraz

Z DWIEMA TABLICAMI

DLA OBJAŚNIENIA TEXTU.

# INSTRUKCYA

## DLA

## NAUCZYCIELÓW.

Na wstępie, w sposobie do poięcia łatwym; opowie nauczyciel, iż: żaden opis słówny nie może dadź tak rychło i tak iasnego wyobrażenia o zewnętrzney postaci ciała, iak obraz iego, dobrze zrysowany; a zatém, że: rysunek uważać można iako ięzyk szczególny, którym wyobrażenia i myśli nasze o zewnętrzney postaci, względném położeniu, farbie i wielkości ciał tłumaczymy. Umieiętność iego nabywa się przez należyte wyćwiczenie oka i ręki: tak iako, wprawiaiąc ucho i organ mówienia, uczymy się mówić i rozumieć mówiących. Wyrazami tego ięzyka są poiedyncze rysy, to iest: liniie ograniczaiące obraz, lub wyrażaiące wklęsłe albo wypukłe krawędzie bryły. Dla większey zrozumiałości, częstokroć wydaiemy w obrazie cień i rozmaite stopniowanie światła, iakie na powierzchni przedmiotu spostrzegamy: a nawet farby, ieżeli za pomocą obrazu, złudzić oko i przedmiot nieobecny zupełnie przedstawić chcemy. Rysunek taki mianuiemy właściwym dla rozróżnienia od, tak zwanego, linearnego rysunku, którym się wyraża postać tylko przedmiotów, względne ich wielkość i położenie, nie daiąc baczności na kolory, cienie i światło.

Rysunek linearny na trzy ieszcze rodzaie rozdzielić się może, to iest: 1ód geometryczny (1), używany zwyczaynie w wykładzie geometryi elementarney. 2re pokazuiący przedmioty w perspektywie, czyli tak iak ie rzeczywiście widzimy, i 3cie rysunek linearny rzutowy, który iest przedmiotem geometryi wykreslnéy. W sztukach przemysłowych wyłącznie prawie rysunek się linearny używa; łatwieyszym iest od zwyczaynego i dla téy przyczyny, naukę rysunku od niego zaczynać należy.

Aby iednak usposobić uczniów do rysowa-

(1) Tak niektórzy zowią rysunek wykonywany za pomocą narzędzi podług prawideł geometrycznych. Nazwanie to iest niewłaściwe: bo i perspektywie linearney i rysunkowi rzutowemu zarówno służyćby mogło; tém więcey że we wszystkich tych rodzaiach rysunku, kreślimy częstokroć od ręki, gdy nie podobna iest albo trudno użyć dokładnych narzędzi, iak n. p. w zakreślaniu wielorakich liniy krzywych przez szczególne punkta zadeterminowanych.

nia przedmiotów używanych w gospodarstwie, sztukach lub rzemiosłach, zacząć należy od nayłatwieyszych przykładów, to iest: liniy prostych i krzywych, figur i brył geometrycznych, wszystko to ze wzorów obiaśnionych, gdzie potrzeba, modelami, które przygotuią nauczyciele podług opisania i rysunków, na końcu tey książki umieszczonych. Przytém, pożyteczną będzie dać poznać uczniom, własności geometryczne figur maiących się wykreślać, ile to do ułatwienia i większey dokładności rysunku przyłożyć się może.

Każdy rysunek ucznia powinien bydź przeyrzanym i gdzie potrzeba, poprawionym; sam nauczyciel w szkole, bez znaczney straty czasu, tego dopełnić nie może, naylepszy na to środek iest zaprowadzenie sposobu wzaiemnego uczenia.

Na ten koniec zacznie nauczyciel od wyprobowania zdolności i usposobienia swych uczniów każąc rysować z kolei wszystkim, iedną lub więcey początkowych figur ze wzorów; potém podzieli ich na gromady po ośmiu do dziesięciu uczniów, i z lepszych, dla każdey, wyznaczy iednego monitora.

Początkowe ćwiczenie się w rysunku odbywa się dwoiakim sposobem: naprzód, kredą na tablicach drewnianych i wtedy uczniowie są podzieleni na gromady, stoiący przed tablicą; powtóre, siedząc w ławkach powtarzaią też same figury w mnieyszych wymiarach, na tabliczkach kamiennych. W obu razach monitorowie poprawuią roboty uczniów innych i, podług postępu, naznaczaią dla każdego właściwe mieysce. W dalszym ciągu wskaże się, które figury nie na kamiennych tabliczkach lecz atramentem na papierze powtarzać się maią. Rysunki takie nauczyciel do siebie odbierać a po lekcyi przezierać i poprawiać będzie.

Oprócz duzey tablicy, którą nauczyciel pod ręką mieć powinien, dla każdey gromady będzie w szkole osobna tablica czarna, długa na półtora arszyna, a na ieden szeroka, zawieszona na ścianie w wysokości od podłogi, mniey więcey, iednego arszyna. Na brzegach tablicy oznaczyć należy farbą trwałą miary arszyna i łokcia, z podziałami na wierszki i cale; na brzegach pionowych z iedney strony arszyn a z drugiey łokieć i podobnie na brzegach poziomych: aby uczniowie mogli wprawiać oko do wymiarów długości w obu tych położeniach, i aby w rysowaniu mogli miec miarę wielkości liniy i figur, które, za danem hasłem nauczyciela, wykreślać będą.

Przy każdey takiey tablicy ze strony lewey powinna bydź szafka z półkami. Na półkach będą złożone modele, narzędzia i wzory naklejone na deskach lub tekturze z osóbną książką, w którey zadania porządkiem figur są wypisane. Na wierzchu szafy umieszczać się będą z kolei wzory i modele do rysowania.

Dla każdey gromady do sprawdzania i poprawiania rysunków będą potrzebne następujące narzędzia:

1) Podziałka, to iest: liniia drewniana długości trzech ćwierci łokcia, podzielona z iedney strony na wierszki i dalsze części arszyna, a z drugiey na cale, połowy cala i t. d.

2) Węgielnica drewniana: ramiona iey nie powinny bydź krótsze nad cali dziewięć.

3) Cerkiel duży, prostey roboty, z metallu lub drewniany, tak urządzony, iżby podług potrzeby, do iednego ramienia kredę wprawiać można.

Prócz tego, każdy uczeń mieć powinien małą tabliczkę kamienną iakich zwyczaynie używaią do pisania i przerabiania zadań arytmetycznych po szkołach wzaiemnego uczenia.

Nauczyciel przed każdą lekcyą powinien przeyrzeć wzory i zagadnienia, które ma przeyść z uczniami, odczytać w książce uwagi do nich ściągaiące się, i, ieżeli niema dostateczney wprawy, wykreślić ie kilkakrotnie, aby był w stanie poprawić roboty uczniów swoich.

Lekcya 1sza. Nauczyciel uszykowawszy w półkole każdą gromadę uczniów około osóbney tablicy, naznaczaiąc przy szafce pierwsze mieysce dla monitora, każe wszystkim przodem się obrócić do tablicy wielkiey, na którey wykreśli pierwszą figurę wzorów i zadanie do niey należące opowie. Potém da hasło następuiące:

„Monitorowie umieszczą na postumentach „pierwszą tablicę wzorów!

„Wszyscy uczniowie obrócą się przodem „do swoich tablic!

„Monitorowie odrysuią ze wzorów liniią „pierwszą! „

Obeydzie potém wszystkie gromady, poprawi rysunki przykładaiąc liniią drewnianą i każdemu z monitorów każe wziąć podziałkę z szafy i książkę z zadaniami. Gdy nauczyciel powróci na swoie mieysce każdy monitor głosno przeczyta z książki zadanie pierwsze, potem wskazuie ucznia, który przystąpiwszy do tablicy rysuie; ieżeli dobrze to wykona, każe zetrzeć tablicę i toż samo drugiemu powtórzyć albo poprawić tylko źle odrysowaną figurę i tak daley z kolei aż do ostatniego. Monitor, ieżeliby nie mógł sądzić od oka, czyli odrysowana liniia iest poziomą, mierzy za pomocą podziałki odległość obu icy końców od poziomey krawędzi tablicy. Jeżeliby żaden z uczniów nie odrysował dobrze tey figury, monitor na końcu, za pomocą podziałki, sam dokładnie ią wykreśli. Każdy uczeń który dobrze poprawi rysunek poprzedzaiącego staie na iego mieyscu.

W czasie rysowania posłuszeństwo dla monitora i ściśłe milczenie ma się zachować; monitor zaś w naykrótszych wyrazach, albo znakiem tylko, rozkazy swoie wyrażać powinien.

Gdy wszyscy skończą, nauczyciel każe monitorom schować wzory do szafek i z pamięci toż samo rysować. Potem przeydą uczniowie do ławek, w tym samym porządku iak przy tablicach stali i też same figury na kamiennych tabliczkach powtórzą. Monitorowie po odrysowaniu podadzą nauczycielowi do poprawienia swoie tabliczki, a roboty dalszych uczniów sami z kolei poprawią.

Dla oszczędzenia czasu, można za iednem uszykowaniem się uczniów około tablic, kilka razem figur wykreślić: a potem, za powrotem do ławek, na tabliczkach kamiennych wszystkie przerysować. Większa lub mnieysza łatwość, z iaką uczniowie wykreślać będą zadane sobie figury, wskaże nauczycielowi, iak wiele ich na każdey lekcyi odrysować można.

Trudnieysze wykreślenia kilka razy powtarzać należy zmieniaiąc wielkość lub sposób rysowania; liniią n. p. poziomą kreślić można, raz od ręki lewey ku prawey, drugi raz w kierunku przeciwnym i t. p. a to dla tego, żeby nie zrażać uczniów zbytecznem powtarzaniem iedney figury. Z początku zwłaszcza nie można zbyt wiele po uczniach wymagać; wprawa albowiem w rysunku z czasem się nabywa, i pierwsze figury nie mogą bydź tak dobrze kreślone iak dalsze. W opisaniu wzorów znaydzie nauczyciel ostrzeżenie, nad któremi więcey swoich uczniów zatrzymać będzie powinien.

W sposobie dopiero wyłożonym, ten może zdarzyć się przypadek, iż uczniowie lepsi, na monitorów wybrani, nie będą mieli potrzebnych do tego zdolności; w takim razie nauczyciel wprzódy należycie ich usposobi sam zostaiąc dla nich monitorem.

Jeżeliby w szkole liczba uczniów nie przechodziła piętnastu, tedy sposób wzaiemnego uczenia nie będzie potrzebnym; nauczyciel iednak nie odstąpi tego porządku, aby uczniowie wprzód na tablicy kredą rysowali, a potém na kamiennych tabliczkach lub papierze też same powtarzali figury.

---

# OPISANIE I WYKŁAD GEOMETRYCZNY WZORÓW LINEARNEGO RYSUNKU.

## TABLICA I. (fig. 1).

Do wzoru pierwszego należą siedm początkowych pytań (obacz zadania), które będąc przez się iasnemi, nie potrzebuią żadnego wykładu, ile że, w opisaniu lekcyi pierwszey, iuż się obszernie o tey figurze mówiło. Wymiary długości liniy maiących się kreślić, dla przykładu tylko wskazane są w pytaniach; monitor może i powinien ie odmieniać, podług własney woli lub potrzeby. Sprawdzenie wymiarów i kierunku liniy odbywa się prędko i dokładnie za pomocą podziałki.

Trudno byłoby opisać początkowym uczniom co iest właściwie liniia pozioma; dosyć przeto będzie, gdy sam nauczyciel wprzódy ią wykreśli i wskaże, iż oba iey końce od dolney n. p. krawędzi tablicy powinny bydź równie oddalonémi.

Fig. 2. Nić, na którey końcu zawieszony iest ciężar, gdy się nie rusza, ma położenie pionowe; liniia w tym samym kierunku nakréślona zowie się także pionową. Chociaż kréślenie tey linii łatwieyszém iest od poziomey, ale iey podział na równe części, dla niewprawnego oka, znacznie iest trudnieyszym, dla tego powtórzyć go wielokrotnie z uczniami potrzeba na liniiach różney długości, nim się przystąpi do rysowania następuiących figur.

Fig. 3. Liniie tak nakreślone są do siebie prosto-padłemi, to iest, iż: iedna nie nachylaiąc się ku drugiey na żadną stronę, prosto na nią pada. Dwie liniie proste zbiegaiące się w iednym punkcie mogą bydź lub nie bydź prostopadłemi do siebie: powiadamy iż takie liniie kąt z sobą czynią, a ten troiaki bydź może to iest: prosty, ostry lub roztwarty. Kąt prosty tworzą liniie prostopadłe do siebie; ieżeli iedna z tych liniy, obracaiąc się o-

koło punktu im wspólnego, przychyli lub się odchyli od drugiey, w pierwszym przypadku utworzy kąt ostry, w drugim roztwarty. Jako liniia, tym sposobem obracaiąca się, mniey lub więcey może się przychylać lub odchylać od drugiey, tak podobnie i kąty utworzone ostre lub roztwarte rozmaitey wielkości bydź mogą; zawsze iednak ostry kąt mnieyszym iest od prostego a ten od roztwartego. Punkt gdzie się zbiegaią lub przecinaią liniie czyniące kąt iakikolwiek, zowie się wierzchołkiem tego kąta, a same liniie ramionami iego.

Liniie prostopadłe przecinaiące się tworzą cztery kąty proste, maiące wspólny wierzchołek. Jeżeli się iedna z nich nachyli ku drugiey obracaiąc się około punktu wzaiemnego ich przecięcia się, natenczas dwa przeciwne kąty o tyle się zmnieyszą o ile dwa drugie powiększą; summa ich iednak takaż samą przestrzeń zaymuie około rzeczonego punktu, iaką zaymowały cztery kąty proste: a przeto równa iest summie tych ostatnich. Ztąd prosty wniosek, że: summa dwóch kątów przyległych linii prostey utworzonych z drugą liniią dotykaiącą się w iednym iey punkcie, równa iest summie dwóch kątów prostych; i, że kąty wierzchołkami przeciwległe utworzone przez dwie liniie przecinaiące się, są sobie równemi. Dosyć iest dla przekonania uczniów, opowiedzieć te prawdy i wskazać na figurze, bez ścisłego geometrycznego dowodu.

Fig. 4, 5. Kierunek liniy ukośnych dowolnym bydź może: dla wskazania iak ma uczeń kreślić liniią pochyła, przyłożyć wprzód należy podziałkę do tablicy w takimże kierunku; liniia kreślona powinna bydź do podziałki równoległą. Nauczyciel powie, iż: dwie linie zowią się równoległemi gdy przez całą długość równie od siebie są oddalone. Przykłady liniy równoległych w różnych kierunkach i w różney wzaiemney odległości nakreśli nauczyciel na swoiey tablicy.

Fig. 6. Powtórzywszy opisanie liniy prostopadłych pokaże nauczyciel węgielnicę, służącą do mierzenia kątów prostych i nauczy monitorów iak iey używać maią dla poprawienia rysunków podług fig. 6.

Fig. 7......12. Dla wprawy ręki kreślić będą uczniowie strychy, to iest liniie krótkie równoległe i iedne od drugich w równey odległości prowadzone; strychy takie na kamien-

nych tabliczkach a potém atramentem na papierze powtarzać mogą.

Przestroga: Nauczyciel dopilnuie aby uczniowie rysuiąc w ławkach prosto trzymali papier lub tabliczki przed sobą; w takiém położeniu linije, kreślone równolegle do brzegów tabliczek, będą poziomémi albo pionowémi.

Fig. 13. We wzorach ieden tylko położony iest przykład strychów krzyżowanych; dla wiekszey wprawy niechay kreślą uczniowie rozmaicie po dwa i trzy razy krzyżuiące się: staraiąc się o to mianowicie, ażeby przestrzeń niémi zapełniona, nie pokazywała żadnych plam i nierówności. Strychy na papierze rysowane, mogą bydź dosyć cienkie i aby się nie zalewały, wprzódy ich nie należy krzyżować aż zupełnie wyschną.

Fig. 14......18. Na przykładach następuiących widocznie się pokaże iak dalece są usposobionymi uczniowie do rysowania liniy prostych rozmaitego względnego położenia i wielkości.

Uwaga. Jeżeliby z trudnością przychodziło uczniom wykreślać te ostatnie wzory, należy raz ieszcze z niemi powtórzyć wszystkie od początku figury.

Fig. 19. Przystępuiąc do rysowania kwadratu opowie nauczyciel, iż: tak mianuiemy płaszczyznę ograniczoną czterema liniiami równemi i prostopadłemi do siebie, które się zowią bokami kwadratu; kwadrat zatém, iest to: figura czworokątna maiąca boki równe i kąty proste. Bok poziomy, na którym kwadrat stoi, nazywamy podstawą i ten iest szerokością iego; boków pionowych przyległych podstawie, iest dwa, każdy z nich zowiemy wysokością kwadratu. Wszystkie liniie pionowe ograniczone bokami poziomemi kwadratu są sobie równe; wysokością zatém iest także: każda liniia prostopadła do postawy kwadratu, z boku iey przeciwnego poprowadzona. W kwadracie podstawa zawsze iest równą wysokości.

Fig. 20. Aby ułatwić rysowanie kwadratu, którego podstawa nie iest w położeniu poziomem, należy wprzód nakreślić dwie liniie równe, prostopadłe do siebie i w połowie przecinaiące się; łącząc potém ich końce liniiami prostemi, te ostatnie zamkną kwadratową przestrzeń. Jeżeli iedna z liniy przecinaiących się iest poziomą, kwadrat wykreślony tym spo-

sobem, będzie w takiém położeniu iak na figurze 20.

Liniie proste prowadzone przez wierzchołki kątów przeciwległych w kwadracie, zowią się przekątnemi iego; przekątna dzieli kwadrat na dwa tróykąty przystaiące do siebie a zatém równe. Pokaże to nauczyciel na kwadracie wykroionym z papieru, zginaiąc go w kierunku przekątnéy; łamiąc ieszcze w połowie ten sam kwadrat, na dwa prostokąty, pokaże drugi sposób dzielenia go na dwie równe części.

Trzech naymniéy potrzeba liniy prostych do ograniczenia płaszczyzny: taką figurę tróykątem zowiemy. Liniie ograniczaiące tróykąt są iego bokami, każda z nich może bydź wzięta za podstawę tróykąta. W tróykacie są trzy kąty, z których ieden tylko prostym bydź może; bo ieżeliby dwa były prostémi, wtedy boki im przyległe, będąc, tak iako w kwadracie, równoległemi do siebie, nie mogłyby zamknąć tróykątnéy figury. Tróykąt maiący kąt prosty zowie się prostokątnym: bok przeciwny kątowi prostemu przeciw-prostokątną mianuiemy, a dwa inne boki katetów noszą nazwisko. Jeżeli ieden z kwadratów weźmiemy za podstawę tróykąta prostokątnego, drugi katet będzie iego wysokością. W ogólności: biorąc ieden z boków, iakiegobądź tróykąta, za podstawę iego, wysokością tego tróykąta będzie liniia prosta i do podstawy lub iey przedłużenia z wierzchołka kąta przeciwnego prostopadle poprowadzona.

Fig. 21, 22. Prostokąt tém się od kwadratu różni, iż boki iego nie wszystkie są sobie równe, a zatém i wysokość nie iest równa szerokości czyli podstawie; lecz maiąc, iak kwadrat, wszystkie kąty proste, boki przeciwne mieć musi koniecznie równe. Opisanie podstawy i wysokości kwadratu zastosuie nauczyciel do prostokąta.

Fig. 23.......28. Porównywaiąc wzaiemnie rozmaite prostokąty za wzory wykreślone, nauczyciel da poznać z łatwością następuiące prawdy:

Prostokąt iest połową drugiego prostokąta, gdy ma wysokość równą wysokości iego a podstawę dwa razy mnieyszą i wzaiemnie. Przy równych podstawach, gdy prostokąt ieden ma wysokość dwa, trzy, cztery i t. d. razy mnieyszą lub większą od wysokosci prostokąta drugiego, iest tyleż razy większym lub mnieyszym od niego. Gdy podstawa prostokąta ilekolwiek razy iest większa od podstawy prostokąta drugiego, ale wysokość tyleż razy iest mnieyszą od wysokości tego ostatniego, prostokąty takie muszą bydź sobie równe (fig. 25, 26). Czyli toż samo wyrażaiąc ogólniey:

1ód Prostokąty o równych podstawach, tak się maią do siebie, iak ich wysokości i wzaiemnie.

2re Prostokąty będą równémi, gdy ich podstawy są w odwrótnym stosunku z wysokościami.

Stosunkiem zowie się stosowanie, to iest: porównanie dwóch iakichkolwiek wielkości, n. p. dwóch liniy, dwóch kwadratów i t. p.

Uwaga. Naylepiey byłoby, przez zręcznie zadawane pytania, doprowadzić uczniów do odkrycia niejako przez się prawd wymienionych. Korzyści z takiego sposobu wynikaiące są te mianowicie, naprzód: większa pewność przekonania i łatwość zatrzymania w pamięci prawd przez się odkrytych; powtóre: ożywienie nauki przez podniesioną czynność umysłu, oraz zaprawienie do większego współubiegania się, które w młodzieży iest naydzielnieyszą pobudką do znacznych w nauce postępów. Sposób ten nauczania, sokratycznym zwany, niżey się w przykładach pokaże.

Fig. 29, 30. Równoległobok iest to figura czworokątna zamknięta czterema liniiami prostemi i maiąca boki przeciwne równe sobie i równoległe. Jakoż, na figurach wskazanych, dwa boki równoległoboku są w tém samém położeniu iak prostokąta; a dwa inne są przekątnemi końcowych kwadratów. Nie masz potrzeby ściśle tego dowodzić: uczniowie lepiey to uczuią widząc i kreśląc figurę, iak słysząc lub powtarzaiąc długi geometryczny dowód.

Fig. 31. Trapezem zowie się figura czworokątna maiąca dwa tylko boki przeciwne równoległe; każdą zaś figurę czworokątną, ograniczoną czterema liniiami prostémi, czworokątem w ogólności zowiemy.

Kwadrat, prostokąt, równoległobok i trapez są także czworokątami: lecz może bydź taki czworokąt, który nie iest żadną z wymienionych figur. Czworokąt albowiem wtenczas tylko będzie trapezem gdy ma dwa boki równoległe a dwa drugie nie równoległe do siebie; będzie równoległobokiem ieżeli iedne i drugie dwa boki przeciwne są równoległemi;

prostokątem, gdy ma boki przeciwne równoległe i kąty proste: nakoniec będzie kwadratem, gdy ma wszystkie boki równe i kąty proste. Po takiém powtórzeniu ucznióm własności tych figur, nauczyciel zada im następuiące pytania:

P. Jaka iest różnica między kwadratem a prostokątem?

P. Jaka iest różnica między prostokątem a równoległobokiem?

P. Różnica między równoległobokiem a trapezem?

P. Różnica między czworokątem a wymienionémi figurami?

P. Czy w równoległoboku mogą bydź, iak w kwadracie, wszystkie boki równe?

O. Bydź mogą.

Taka figura więcey iest iak równoległobok zwyczayny i zowie się kwadratem ukośnym albo rombem.

P. Czy można ograniczyć płaszczyznę cztérema liniiami prostémi tak, aby wszystkie były równe i ażeby na przeciw siebie położone równoległemi nie były?

O. Nie można.

Ta prawda iasną będzie dla tych, co się dobrze obeznali z wyobrażeniem kwadratu i równoległoboku.

Fig. 32, 33. Z porównania połów kwadratu, dwoma sposobami podzielonego, łatwo będzie doprowadzić uczniów do następuiacych wniosków:

1ód Iż prostokąt iest równy tróykątowi prostokątnemu, gdy maią równe wysokości, a podstawa tróykąta iest dwa razy większą od podstawy prostokąta i wzaiemnie.

2re Iż tróykąt prostokątny iest połową kwadratu gdy ma podstawę i wysokość równą podstawie i wysokości kwadratu.

Fig. 34, 35. 3cie Iż tróykąt prostokątny równym iest kwadratowi, gdy oba maią podstawy równe, a wysokość tróykąta iest dwa razy większą od wysokości kwadratu i wzaiemnie.

Z dalszego porównywania czwartych części kwadratu wniosą uczniowie:

Fig. 36, 37. 4te Iż tróykąt prostokątny równy iest nieprostokątnemu, gdy maią podstawy i wysokości równe.

Tróykąt albowiem prostokątny, wynikły z podziału kwadratu na dwie równe części, składa się z dwóch pomienionych tróykątów, z których ieden prostokątny, będąc czwartą częścią kwadratu (fig. 32, 34) pokazuie, że i drugi tróykąt nie prostokątny czwartą częścią tegoż samego kwadratu bydź musi, a przeto dwa te tróykąty są sobie równemi.

5te Dwa tróykąty nieprostokątne są wtedy równe gdy maią podstawy i wysokości równe. Nakoniec:

Fig. 37, 38. 6te Dwa tróykąty są także równemi gdy maią podstawy w odwrotnym stosunku z wysokościami.

## TABLICA II. (Fig. 1).

Przystępuiąc do tey figury, wykreśli nauczyciel na swoiey tablicy trzy liniie tak, aby dwie którekolwiek razem wzięte większe były od linii trzeciey. Jedne z nich nakreśli osóbną w położeniu poziomem, a z końców poprowadzi dwie liniie pionowe równe dwóm pozostałym, (fig. A) dopiero powie, iż: dla zamknięcia mieysca temi liniiami, należy pionowe liniie nachylać ku sobie, ażby się końcami w iednym punkcie zbiegły. Narysuie też same liniie nachylone, lecz nie zbiegaiące się, a przeto da uczuć, iak trudno iest bez pewnego sposobu trafić na takie ich położenie, iakie mieć powinny dla zamknięcia tróykąta.

W tym celu utwierdzi nić do końca linii poziomey i długością linii pionowey łuk zakreśli, wskazuiąc uczniom iż odległość końca linii poziomey od każdego punktu łuku zakreślonego, iest równą długości nici, a przeto liniy daney; kreśląc podobnie z drugiego końca linii poziomey, łuk drugi długością nici równą trzeciey linii daney i punkt ich przecięcia się łącząc z końcami linii poziomey zamknie tróykąt, którego bokami widocznie są trzy linie dane. Dopiero pokaże cerkiel i opisze go iako narzędzie mogące zastąpić w tym przypadku nić, którey używał; co i w rzeczy samey da widzieć, rozwiązuiąc raz drugi, za iego pomocą, toż samo zagadnienie.

Dane trzy linie, do złożenia tróykąta, mogą bydź iednakiey długości; tróykąt z nich utworzony będzie miał wszystkie boki równe, zowiemy go przeto t r ó y k ą t e m  r ó w n o b o c z n y m. Tróykąt maiący dwa tylko boki równe zowie się r ó w n o r a m i e n n y m; będzie zaś r ó ż n o b o c z n y m gdy wszystkie trzy boki tróykąta są rozmaitey wielkości.

P. Ile mieć potrzeba liniy danych dla wykreślenia tróykąta równobocznego?

O. Dosyć iest iedney.

P. Ile, aby wykreślić tróykąt równoramienny?

O. Dwie.

P. Boki równe w tróykącie równoramiennym czy iednako są nachylone do trzeciego?

O. Jednako.

Dla pokazania oczewiście tey prawdy, nakreśli nauczyciel liniią poziomą (fig. 6) i z obu iéy końców wyprowadzi dwie równe pionowe, lecz tak: aby z nich każda większą była od połowy liniy poziomey. Dla utworzenia z nich tróykąta równoramiennego, przychylić należy pionowe liniie aby się ich końce w iednym punkcie zbiegły; widoczna iż nachylenie do poziomey obu tych liniy będzie iednostaynem, a przeto w takim tróykącie boki równe są iednostaynie do trzeciego nachylonemi: czyli że w tróykącie równoramiennym na przeciwko boków równych leżą kąty równe. Z tego ieszcze wypada, iż: w tróykącie równobocznym wszystkie kąty są równe; tróykąt albowiem równoboczny iest oraz i równoramiennym, a zatem kąty, przeciwne którymkolwiek dwóm bokóm, muszą bydź sobie równe.

Jakikolwiek tróykąt z trzech liniy wykreślać będziemy, summa dwóch zawsze bydź musi większą od trzeciey: biorąc albowiem iedną z nich za podstawę tróykąta, dwie drugie razem dodane dłuższe bydź od niey powinny; w przeciwném zdarzeniu dwie liniie których summa równą iest, lub mnieyszą od linii trzeciéy, przyłożone końcami do téy ostatniéy i ku niéy nachylane, padną w iey kierunku i nie utworzą tróykąta, lecz ieno liniią prostą. Ztąd wypada, że: w każdym tróykącie summa dwóch boków większą iest od boku trzeciego.

Po takiem dopiero poznaniu głównych własności tróykąta, uczniowie mogą przystąpić do rysowania.

Fig. 2, 3. Przypomni wprzód nauczyciel wyżey dowiedzioną (Tab. I. fig. 36, 37) prawdę, że tróykąty nieprostokątne są równe sobie, gdy maia podstawy równe i wysokości; ztąd wypada iż dzieląc podstawę danego tróykąta na dwie połowy i srodek łącząc z wierzchołkiem przeciwnego kąta, tróykąt rozdzieli się na dwa tróykąty równe. Widocznie to pokazać można na tróykącie równobocznym z papieru wykroionym, zginaiąc go w takim sposobie na dwie połowy przystaiące. Lecz że w takim tróykącie wszystkie trzy boki są równe; dzieląc przeto bok którykolwiek podobnie iak podstawę, i środek łącząc z wierzchołkiem przeciwnego kąta, rzeczony tróykąt rozdzieli się na dwie połowy.

Toż samo zagadnienie na tróykącie równoramiennym i różnobocznym mogą rozwiązać uczniowie, a nauczyciel pokaże, iż: wszystkie tróykąty z takiego podziału wynikłe, są zawsze sobie równe, iako maiące podstawy równe i wysokości.

Fig. 4. Przed rysowaniem następuiącey figury może nauczyciel zadać uczniom takie pytania:

P. Czy podobna iest wykreślić tróykąt równoboczny taki, któregoby kąty nie były sobie równemi?

P. Czy można wykreślić czworokąt, którego by cztery boki były równe a kąty nierówne?

O. Można: będzie to kwadrat ukośny.

P. Czyli w kwadracie ukośnym lub równoległoboku, nie odmieniaiąc wielkości boków, można odmieniać kąty?

O. Można.

P. A w tróykącie bez odmiany boków czy podobna kąty odmienić?

O. Niepodobna.

A zatém w tróykącie kąty zależą od boków, a w czworokącie nie zależą.

Fig. 5, 6, 7. Po tém, co poprzedziło, figury następuiące nie potrzebuią obiaśnienia.

Fig. 8, 9. Namieniło się wyżey iż przeciwne boki w równoległoboku są równe: nauczyciel, przywiodłszy to uczniom na pamięć, wystrzyże z papieru taką figurę i rościąwszy ią w kierunku iedney przekątney pokaże, iż: przekątna dzieli równoległobok na dwa tróykąty równe. Uważaiąc rozdzielony tym sposobem równoległobok (fig. 9), każdy ze dwóch tróykątów, z takiego podziału wynikłych, iest czwartą częścią kwadratu ukośnego (fig. 7); lecz że inny tróykąt (fig. 9) iest także czwartą częścią tegoż samego kwadratu, przeto trzy te tróykąty są pomiędzy sobą równemi. Wykreśliwszy ie razem z równoległobokiem (iak na fig. 9) wypada że: tróykąty są sobie równe, gdy stoią na wspólney podstawie a wierzchołki przeciwnych kątów maią na linii równoległey do niey.

Fig. 10, 11. Tróykąt różnoboczny wykreślony ze trzech liniy, których długości w miarach arszyna lub łokcia dane bydź mogą, troiako rozdzielą uczniowie na dwie połowy równe, to iest: łącząc środek któregokolwiek boku z wierzchołkiem kąta iemu przeciwnego. Wykreślić zatém można sześć różnych tróykątów, każdy równaiący się połowie danego tróykąta różnobocznego.

Wielkość liniy prostych oznaczać i wymierzać umiemy; zastanówmy się teraz iakim sposobem mierzą się i oznaczaią kąty, czyli wzaiemne nachylenie liniy.

Liniie proste, to iest długość, mierzymy liniią długości znaney: nachylenie ich zatém, czyli kąty, mierzyćby należało kątem. Znamy wprawdzie kąt prosty, który w każdey potrzebie łatwo iest wykreślić, możnaby go przeto użyć do mierzenia innych; lecz że kąty ostre są zawsze od prostego mnieyszémi, a roztwarte nie przechodzą dwóch kątów prostych (1), miara zatem taka byłaby niedogodną w użyciu. Na zaradzenie temu użyto pewney linii krzywéy, za pomocą którey wszystkie kąty, naymnieysze nawet, wymierzać i wzaiemnie porównywać można. Tu nauczyciel poprowadziwszy na tablicy liniią prostą AB (fig. C) przy punkcie A utwierdzi koniec nici, do drugiego zaś, przy punkcie B zastosuie kredę. Nadaiac nici położenie AF zakreśli łuk BF i oznaczy kredą liniią AF; a postępuiąc daléy tym samym porządkiem przyydzie do wykreślenia całey figury (C). Dopiero wskaże ucznióm: iż do mierzenia kątów używamy właśnie tey linii krzywéy, która się tu nakreśliła końcem nici obracaiącey się około punktu stałego A. Punkt rzeczony iest wierzchołkiem wspólnym rozmaitych kątów, między ramionami których zawarte są łuki składaiące pomienionią liniią krzywą. Kątóm mnieyszym odpowiadaią łuki mnieysze, większym większe, tak, iż z porównania łuków sądzić można o względney wielkości kątów. Liniia którey ieden koniec iest przytwierdzonym stale, a drugim

(1) Nie łącząc do tego kątów wskazujących, o których uczniowie nie wiedzą.

łuk nakreślony został, nazywa się **promieniem** tego łuku.

Nakreśliwszy potem kąt (fig. D) i z wierzchołka łuk miedzy iego ramionami, powie: iż kąt, czyli nachylenie liniy, nie odmienia sie iakkolwiek ie daleko przedłużymy; a kreśląc z tegoż samego wierzchołka, między liniiami przedłużonemi, łuki coraz większe, wskaże, iż: iednemu kątowi odpowiadać może nieskończona liczba łuków rozmaitey długości.

Każdy łuk iest częścią pewney linii krzywéy, o którey się wyżey wspomniało, zowiemy ią **okręgiem koła**. Im większym promieniem łuk iest nakreślony, tém i okrąg koła, do którego należy, większym bydź musi; co pokaże przedłużaiąc dwa lub więcey łuków i kreśląc, za pomocą nici albo cerkla, całe kół okręgi. Do przedłużonego na obie strony ramienia kąta, poprowadzi przez wierzchołek iego, liniią prostopadłą; tym sposobem utworzą się cztery kąty proste, dzielące okręgi kół każdy na cztery równe części. Zwróciwszy uwagę na ieden kąt prosty MNP, widoczna, że łuki mierzące go, każdy iest czwartą częścią swoiego okręgu koła, tak iako i kąt uważany, zabiera, przy punkcie środkowym koła, część czwarta mieysca zaiętego przez całe koło. Ztąd wnieść należy, że i łuki R, S, T, W, i t. p. są iednostaynémi częściami okręgów kół do których należą. Wypada przeto, że iakimkolwiek promieniem z wierzchołka kąta danego, zakreślimy łuk między iego ramionami, znaiąc, iaką częścią iest ten łuk względem okręgu koła, do którego należy, znamy tém samém kąt, to iest nachylenie ramion iego. Dopiero pokazawszy przenośnik metallowy, albo zrobiony przez siebie z papieru, powie, iż to narzędzie służy do mierzenia i porównywania kątów; w takiém narzędziu (fig. E) półokręgu koła dzieli się zwyczaynie na 180 części równych, zwanych stopniami: stopień każdy bywa dzielony na połowy, trzecie lub czwarte i t. d. części, a niekiedy, w wielkich tego rodzaiu narzędziach, na części 60, które minutami zowiemy. Im narzędzie iest większe tém większemi będą stopnie i dalsze ich części; lecz że wielkość kąta nie od długości, ale od nachylenia ramion zależy, przeto kąt ieden na przenośnikach różney wielkości, obeymie ramionami łuki, równą liczbę odpowiednych podziałów w sobie zamykaiące.

Dla oznaczenia, za pomocą przenośnika, iakiemu łukowi odpowiada kąt dany, czyli iak mówimy inaczey, ile zamyka stopni: należy tak położyć przenośnik, izby środek iego zgadzał się z wierzchołkiem kąta, a początek podziałów przypadał na iednem ramieniu; drugie ramie tego kąta wskaże liczbę stopni ile zawiera.

Fig. 12, 13. Przystępuiąc dopiero z uczniami do rysowania koła opowie, iż: tak sie nazywa pewna figura ograniczona liniią krzywą, którey wszystkie punkta w równey są odległości od iednego środkowego punktu; punkt taki środkiem koła zowiemy. Liniia krzywa ograniczaiąca koło nazywa się okręgiem koła, odległość któregobądź punktu tey linii od środka koła promieniem mianuiemy. Liniia prosta przez środek koła przechodząca, a końcami dotykaiąca się okręgu, zowie się średnicą; średnica dzieli koło i okrąg iego na dwie części równe. W iednem kole wszystkie promienie są równe sobie: osobno zaś wzięta każda średnica iest dwa razy od promienia większą, iako składaiąca sie z dwóch odległości środka od okręgu koła. Liniia prosta dotykaiąca się końcami okręgu koła, lecz nie przechodząca przez środek, dzieli koło na dwa odcinki nierówne i okrąg koła na dwa nierówne łuki; taką linię cięciwą zowiemy. Rysowanie koła trudném z początku będzie, niech to iednak nie zraża nauczyciela; przy cierpliwości z niewielką pracą doprowadzić można uczniów, iak to pokazało doświadczenie, do rysowania od ręki dokładnego prawie okręgu koła. Żeby zmnieyszyć trudność nie należy zaraz wymagać oznaczenia środka, tém bardziey zaś aby kreślone koła były pewney determinowaney wielkości.

Fig. 14, 15, 16. Kreślenie, podział na części i przedłużanie łuków, będzie dalszém ćwiczeniem się uczniów w dokładném od ręki kreśleniu krzywizny okręgu koła.

Fig. 17, 18. Aby pokazać, iż nie tylko iedną długością promienia determinuiemy wielkość koła, albo krzywiznę łuku: wykreśli nauczyciel kąt z łukiem służącym mu za miarę i cięciwę iego, a przez wierzchołek kąta i środek cięciwy poprowadzi liniią prostą (fig. F); zginaiąc tę figurę w kierunku rzeczoney linii, obie iey strony dokładnie przystaną: kąty więc zawarte między cięciwą i liniią środkową muszą bydź równe, a zatém proste; liniia przeto łącząca środek cięciwy ze środkiem okręgu koła do którego łuk należy, iest do cięciwy prostopadłą. Ztąd wynika nawzaiem, że liniia prostopadła do cięciwy i ze środka iéy wyprowadzona, przechodzić musi przez środek koła do którego odpowiadaiący łuk należy. Na téy prawdzie opiera się sposób determinowania środka okręgu koła, przez trzy dane punkta przechodzącego.

Jakoż poprowadziwszy w łuku danym (fig. G) dwie iakiekolwiek cięciwy, a przez ich środki dwie liniie do nich prostopadłe, każda z dwóch tych liniy przeydzie przez środek koła do którego łuk należy: albo mówiąc inaczéy, środek koła musi znaydować się na obu tych liniiach. Lecz ponieważ w kole ieden tylko punkt iest iego środkiem, a punkt ieden nie może się razem znaydywać na dwóch liniiach chyba w tém mieyscu gdzie się wzaiemnie przecinaią, punkt zatém przecięcia się dwóch poprowadzonych prostopadłych bydź musi środkiem koła, do którego łuk dany należy. Raz ieszcze rozwiąże nauczyciel toż samo zagadnienie, prowadząc dwie cięciwy z iednego punktu wychodzące (iak na fig. 17 tablicy II), a to dla pokazania, iż maiąc oznaczone trzy punkta, przez które łuk albo okrąg koła ma bydź poprowadzony, można tym sposobem wynaleść środek i oznaczyć długość promienia. Łącząc albowiem dane trzy punkta liniiami prostemi i w połowie każdey prowadząc do nich prostopadłe, te wzaiemnie się przetną, ieżeli dane trzy punkta nie znayduią się w kierunku linii prostey. Połączywszy nakoniec punkt przecięcia się prostopadłych, z trzema z punktami przez które okrąg koła ma przechodzić, oznaczą się promienie do tego koła należące.

P. Przez trzy punkta, niebędące w kierunku linii prostey, ile okręgów kół poprowadzić można?

O. Jeden tylko.

A zatem trzy punkta należące do okręgu koła determinuią wielkość i położenie iego.

P. Czy podobna iest poprowadzić łuk albo okrąg koła przez trzy punkta wzięte na linii prostey?

O. Nie, bo prostopadłe wyprowadzone ze środków liniy łączących będą do siebie równoległemi, a zatem nigdzie się nie przetną.

P. Czy dwa punkta nie determinuią położenia łuku i wielkości iego promienia?

O. Determinować nie mogą, ponieważ nieskończona liczba rozmaitych okręgów kół przez też same dwa punkta poprowadzić się może.

Środki iednak wszystkich kół takich, znayduią się na iedney linii prostey (fig. 18) prostopadłey w pośrodku do linii łączącey dwa rzeczone punkta.

Fig. 19. Przystępuiąc do fig. 19, należy wprzód dadź uczniom wyobrażenie linii styczney. W tym celu nakreśliwszy koło i kilka liniy równoległych odcinaiących łuki coraz mnieysze (fig. H) poprowadzi nauczyciel promień do tych liniy prostopadły, a przez punkt ostateczny iego, na okręgu koła będący, iedną ieszcze liniią równoległą do pierwszych. Zastanawiaiac się nad szeregiem tych liniy widoczna iest, że: liniia prostopadła do promienia przecina okrąg koła w dwóch punktach iednostaynie oddalonych od końca promienia; a zatém: że posuwaiąc się w tém położeniu ku końcowi promienia, punkta, w których przecina okrąg koła, iednostaynie do tegoż końca promienia zbliżać się będą. Nakoniec przyydzie do tego, iż: oba punkta w których okrąg koła przecina, w końcu promienia razem się znaydą; lecz liniia w ten czas ieden tylko punkt

wspólny z okręgiem koła mieć będzie. Liniią prostą, w takiém położeniu względem okręgu koła, zowiemy styczną, która dotyka w iednym punkcie okręgu koła i do promienia przez ten punkt przechodzącego, iest prostopadłą.

Fig. 20, 21. Ilekolwiek będzie rozmaitych okręgów kół, maiących w iednym punkcie wspólną liniią styczną, wszystkie te okręgi, w pomienionym punkcie, bydź muszą wzaiemnie do siebie stycznemi, podobnie iak i łuki, w takimże przypadku będące.

Fig. 22, 23. Dwa łuki połączone tym sposobem, iak na fig. 22, formuią liniią essową, w którey punkt połączenia łuków, gdzie styczna iest oraz liniią przecinaiącą, zowie się punktem przegięcia i iest osobliwym iako różniący się w tym względzie od wszelkich innych punktów. W odmiennem połączeniu łuków, iak na fig. 23, w punkcie należącym do obu razem iest iedna tylko wspólna im styczna: zowiemy go punktem odbicia; który, podobnie iak w poprzedzaiącym przypadku, tę ma osobliwość, że liniia w nim styczna, przedłużona na obie strony, przecina oraz liniią krzywą z dwóch łuków, tym sposobem złożoną.

## TABLICA III. (fig. 1.)

Aby wytłumaczyć sposób prowadzenia lini stycznej, przez punkt położony zewnątrz okręgu koła, wprzód należy pokazać uczniom iż kąt maiący swóy wierzchołek na okręgu koła a ramionami obeymuiący srednicę iego, zawsze iest prostym. Na ten koniec odrysuie na uczyciel koło i przez środek iego poprowadz dwie liniie, wzaiemnie do siebie prostopadłe (fig. L), przywodząc uczniom na pamięć: iż cztery łuki ztąd wynikaiące są sobie równe, a należąc do iednego okręgu koła, iednako krzywemi bydź muszą; poprowadzone zatém cięciwy tych łuków będą pomiędzy sobą równe. Cięciwy te dzieląc po połowie, a przez ich środki i środek koła prowadząc liniie proste, te ostatnie podzielą cztery łuki każdy po połowie, a zatém cały okrąg na inne cztery części równe; liniie przeto tym sposobem prowadzone, złożą dwie inne średnice, także prostopadłe do siebie. Czworokąt cięciwami zamknięty, zginaiąc w kierunku iedney któreykolwiek z drugich dwóch średnic, dwie iego części zupełnie do siebie przystaną: a przeto nie tylko boki ale i wszystkie kąty tego czworokąta muszą bydź sobie równe, co pokazuie, iż: pomieniony czworokąt iest kwadratem prostokątnym i każdy kąt iego (maiący swóy wierzchołek na okręgu koła, a ramionami obeymuiący średnicę) iest kątem prostym. Nakreśliwszy potem drugie koło (fig. M) i poprowadziwszy w niem średnicę n. p. poziomą, odetnie w strony przeciwne, od dwóch końców tey średnicy, łuki dwa równe. Ponieważ dwie połowy okręgu koła są sobie równe i łuki odcięte także, przeto i pozostałe łuki bydź muszą równemi sobie. Prowadząc cięciwy tych łuków utworzy się czworokąt, którego boki przeciwne będą także równe; przeto ten czworokąt równokąto-bokiem lub prostokątem bydź może. Poprowadziwszy drugą przekątną tego czworokąta, a która będzie średnicą koła, i dwie inne średnice prostopadłe do boków iego: te ostatnie podzielą boki czworokąta i cztery tróykąty wprzód utworzone, każdy na dwie równe części. Że zaś i przekątne tego czworokąta przecinaią się w połowie, iako średnice koła, przeto zgiąć go można w kierunku któreykolwiek z dwóch drugich średnic na dwie połowy przystaiące do siebie. Idzie za tém, iż w pomienionym czworokącie nie tylko boki przeciwne, ale i wszystkie kąty są równe; iest przeto prostokątem a tém samém wszystkie ma kąty proste, co pokazuie w ogólności, że każdy kąt maiący swóy wierzchołek na okręgu koła a ramionami obeymuiący średnicę iego, iest zawsze prostym. Ten ostatni wniosek tłumaczy sposób, iak z punktu, za okręgiem koła znayduiącego się, prowadzić należy liniią prostą, aby ta styczną była do tegoż okręgu.

Na ten koniec należy przez środek koła i punkt dany, prowadzić liniią prostą, a ze środka tey linii, promieniem równym iey połowie, nakreślić półokręgu koła; połączyć potém punkt dany z tym, gdzie się przecina okrąg koła z półokręgiem zakreślonym: liniia łącząca styczną będzie do okręgu koła danego. Poprowadziwszy albowiem promień w danem kole, do punktu gdzie się okrąg iego z półokręgiem zakreślonym przecina, kąt zawarty między tym promieniem a liniią wprzód poprowadzoną iest prostym, iako maiący wierzchołek swóy na okręgu koła, a ramionami obeymuiący średnicę iego; ztąd wypada, iż liniia wprzód poprowadzona musi bydź styczną do okręgu koła iako prostopadła do promienia. Lecz że na linii łączącey środek koła z punktem danym, drugie ieszcze półokręgu nakreślić można i druga styczną podobnie poprowadzić, a zatém: przez punkt za okręgiem koła wzięty dwie liniie styczne do niego poprowadzonemi bydź mogą.

P. Wiele zaś może bydź stycznych w iednym punkcie na okręgu koła będącym?

O. Jedna; bo iedną tylko prostopadłą w tym punkcie do promienia koła poprowadzić można.

Fig. 2. Poprowadziwszy średnicę w kole i po końcach iey dwie liniie prostopadłe, te będą stycznemi koła równoległemi do siebie. Prowadząc dwa promienie wzaiemnie do siebie prostopadłe, a przez ich końce liniie do nich prostopadłe, te ostatnie będą stycznemi koła prostopadłemi do siebie; czworokąt, między temi dwóma stycznemi i dwóma promieniami zawarty, kwadratem bydź musi.

Przerysowawszy dwie początkowe figury, kreślić będą uczniowie liniie styczne razem do dwóch kół nierównych lub wzaiemnie sobie równych.

Fig. 4. W drugim przypadku, dwie sty czne będą równoległemi do siebie, a dwie dru gie przecinać się będą w połowie linii łącza cey środki kół takich.

Fig. 3. W pierwszym razie i iedne i dru gie dwie styczne przecinać się będą na linii ła czącey dwa pomienione środki.

Fig. 5, 6. Każdy wielokąt, maiący wierz chołki wszystkich swoich kątów na okręgu ko ła, zowie się wpisanym w to koło; zaś op sanym będzie, gdy wszystkie iego boki są sty cznemi do iednego okręgu koła.

Aby wpisać w koło tróykąt równoboczny dosyć iest podzielić okrąg koła na trzy równ części, a punkta podziału połączyć liniiami pro stemi. Prowadząc, przez wierzchołki takieg tróykąta, liniie styczne do okręgu koła, utwo rzy się drugi tróykąt równoboczny, na kole opi sany. Albo, drugim sposobem: poprowadzi wszy promienie prostopadłe do boków tróy kąta, przez ich końce, na okręgu koła, nakre ślić należy trzy liniie styczne. Tróykąt tym sposobem opisany, będzie miał boki równole głe do boków tróykąta wpisanego: a wierz chołki kątów odpowiednych, obu tych tróy kątów, znaydować się będą na przedłużeniu trzech promieni wprzód poprowadzonych.

Fig. 7. Od iednego punktu dowolnie wziętego na danym okręgu koła, odcinaiąc dwa łuki równe tak, iżby reszta pozostała okręgu koła większą była lub mnieyszą od każdego z łuków odciętych: liniie łączące punkta podziału utworzą tróykąt równo-ramienny wpisany, a styczne w tych samych punktach do okręgu koła poprowadzone, złożą takiż tróykąt na nim opisany.

Fig. 8. Rozdzieliwszy dwa którekolwiek kąty tróykąta danego, każdy na dwie części równe, punkt przecięcia się linii dzielących te kąty, będzie środkiem koła wpisanego w tróykąt dany, a prostopadła z tego punktu poprowadzona do iednego z boków tróykąta, będzie promieniem tegoż koła.

Tenże sam sposób zastosować się może do tróykąta równobocznego lub równoramiennego. W tróykącie iednak równobocznym prostopadła prowadzona z wierzchołka któregobądź kąta, na bok iemu przeciwny, dzieli ten kąt na dwie równe części; tymże samym sposobem, w tróykącie równoramiennym kąt między dwoma bokami równemi, podzielić się może. Ta wiadomość ułatwia, w tróykątach tego rodzaiu, rozwiązanie rzeczonego zagadnienia.

Sposób, podany wyżey (Tab. II fig. 17) poprowadzenia łuku lub okręgu koła przez trzy punkta dane, służy w ogólności do opisania kołem iakiegokolwiek tróykąta.

W tróykącie równobocznym prostopadła ze środka boku wyprowadzona dzieli kąt przeciwny na dwie równe części (Tab. III f. 5 i Tab. II f. 1); przeto dwa koła, iedno wpisane a drugie opisane na tróykącie równobocznym, są współ-środkowemi.

Dla większey wprawy mogą uczniowie wpisywać w koła i na nich opisywać rozmaite wielokąty foremne: tak się zowie wszelka figura więcey iak cztery boki, równe sobie, maiąca, wpisana lub opisana na kole. Albo, co toż samo znaczy: wielokątem foremnym zowiemy wszelką figurę maiącą wszystkie boki i wszystkie kąty równe. Kwadrat prosty i tróykąt równoboczny gdyby się zwyczaynie tak nie nazywały, powinnyby się iak i inne wielokąty foremne, czworokątem foremnym i troykątem foremnym mianować.

Znaioma własność: iż promień koła iest równym cięciwie części szóstey iego okręgu, może się tu pokazać ucznióm następuiącym prostym sposobem: rozdzieliwszy okrąg koła na sześć, albo półokręgu na trzy równe części, do punktów podziału A, B, C, (fig. N) poprowadź promienie i połącz ie dwiema cięciwami AB, BC; środek koła ze środkami cięciw połącz liniiami SG, SD; te będą do cięciw prostopadłemi i podzielą tróykąty BSA i BSC każdy na dwie przystaiące połowy (Tab. II fig. 16, 17). Potém z punktu B spuść prostopadłą BF na liniią AS: prostokąt FDGS składa się ze dwóch tróykątów także przystaiących; ażę tróykąt ABS nie różni się od tróykąta BSC iak tylko położeniem, przeto i tróykąty DBS i FBS przystaną do siebie; lecz że pierwszy z nich iest połową tróykąta ABS, zatém i drugi połową iego bydź musi: a więc liniia BF dzieli liniią AS na dwie równe części AF i FS. Ztąd wypada, że iako liniia DB równą iest linii FS tak i AD równa się AF, a przeto i cała cięciwa AB szóstey części okręgu koła, równą bydź musi linii AS promieniowi tegoż koła. Własnośc ta koła podaie łatwy sposób dzielenia okręgu iego na trzy, sześc, dwanaście i t. d. łuków równych. Chcąc przeto wpisać w koło tróykąt równoboczny, lub sześciokąt fore-

mny, dosyć iest otworem cérkla, równym dł
gości promienia oznaczyć na okręgu koła sze
punktów równie oddalonych: trzy punkta p
łączone liniiami prostemi tak, izby między k
żdą parą ieden punkt podziału wolny pozost
dadzą wpisany tróykąt równoboczny: łącz
zaś wszystkie następnie, utworzy się w tem
kole, wpisany sześciokąt foremny.

Fig. 9....... 13. To wszystko co poprz
dziło o kole, da poznać ucznióm główne ie
własności; kreślenię wielokrotne tey figury, b
dzie pożytecznem ćwiczeniem dla wprawien
reki i oka; lecz uchybienia nie tak widoczn
bydź mogą, w poiedyńczo wykreśloney figur
iak w rozmaitém i wielokrotném iey powtórz
niu; dla tego następuiące wzory ułożone
z podobnych liniy wielekroć powtarzaiący
się: które uczeń rysuiąc, sam nawet uchybi
nia swoie widzieć i łatwiey ich unikać, ia
w poiedyńczey figurze iest w stanie. Taż s
ma iest przyczyna, dla którey, w poprzedz
iących i następnych tablicach wzorów, umi
szczone zostały stosownie dobrane szlaki i ni
które symetryczne ozdoby.

Fig. 14. Maiąc rysować ellipsę, nauczyci
z początku opisze ią w ten sposób: ieżelibyśm

koło w iednym kierunku tak rozciągneli, izby okrąg iego zamienił się na liniią owalną, maiącą naydłuższą średnicę w kierunku rozciągnienia, a prostopadłą do niey ze wszystkich naykrótszą: cztery zaś części linii krzywey między końcami tych średnic zawarte, żeby były równe i podobne sobie, a w połączeniu iednostayney krzywizny: tym sposobem utworzona figura, będzie tem co nazywamy ellipsą. Dopiero stosownie do tego opisu, każe ucznióm prowadzić dwie liniie nierówney długości, prostopadłe wzaiemnie i w połowie przecinaiące się: a przez cztery ich końce kreślić od ręki ellipsę naśladuiąc ze wzoru fig. 14. Wziąwszy potem nić długości blisko łokcia, przytwierdzi iey końce do tablicy dwoma ćwieczkami w odległości ieden od drugiego około pół łokcia, tak aby nić znacznie była dłuższą od odległości punktów przytwierdzenia. Dopiero przyłoży do nici zaostrzony kawałek kredy a po napiętey posuwaiąc go, wykreśli na tablicy dokładną ellipsę. Dla porównania z kołem tey figury, utwierdzi w mnieyszey odległości dwa końce tey samey nici, i podobnie iak wprzódy nakreśli drugą ellipsę. Nakoniec, przytwierdzi w iednym punkcie oba końce nici, a kre-

śląc tym samym sposobem, odrysuie koło. P
takiem przygotowaniu, łatwo będzie, iuż
w sposobie opisowym, zastosowanym ile możn
do poięcia i przekonania uczniów, iuż prze
pytania iasne i porządnie prowadzone, dać i
poznać główne własności tey figury. A na
przód porównywaiąc koło z ellipsą, pokaż
się: iż środkowi koła odpowiadaią dwa różn
punkta w ellipsie, ogniskami zwane. Lini
proste prowadzone od ognisk do którego
kolwiek punktu obwodu ellipsy zowią się pro
mieniami wodzącemi tego punktu; zatem
w iedney ellipsie summa promieni wo
dzących, w każdym punkcie iey obwo
du iest zawsze taż sama, długość albo
wiem nici iako stale utwierdzoney po końcach
w kreśleniu iedney ellipsy nie odmienia się. Li
niia prosta łącząca ogniska i przedłużona d
obwodu ellipsy zowie się iey średnicą, b
się pośrodku ellipsy znayduie: albowiem ia
się nakreśla ellipsa z iedney strony tey linii
tak też podobnie i ze strony drugiey; linii
zatem rzeczona dzieli ellipsę na dwie połow
przystaiące, a przeto środek tey linii musi byd
środkiem ellipsy. Średnica, na którey leż
ogniska inaczey się zowią osią większą,

druga prostopadła do niey osią mnieyszą ellipsy; iak pierwsza iest naywiekszą tak podobnie druga naymnieyszą iest ze wszystkich innych średnic, to iest liniy prostych przechodzacych przez środek ellipsy. Końce osi wiekszey zowią się wierzchołkami ellipsy. W każdey ellipsie summa promieni wodzących równa się osi większey, co się pokazuie w samém kreśleniu tey linii. Jakoż, gdy kreda przechodzi przez końce osi większey, wtenczas oba promienie wodzące zbiegaią się z osią, tak iż nić między ogniskami iest poiedyńczą, podwóyną zaś między ogniskiem a wierzchołkiem; cała zatem długość nici równa się odległości ognisk (czyli mimośrodowi ellipsy) i dwa razy wziętey odległości ogniska od wierzchołka ellipsy: co właśnie razem dodane, uczyni oś większą. Ztąd wnieść należy, iż gdy odległość dwóch ognisk pozostaie taż sama i summa promieni wodzących także, wtedy i odległość ognisk od wierzchołków ellipsy będzie taż sama i długość osi większey nie odmieni się; odmieniaiąc zaś albo oś czyli summę promieni wodzących, albo odległość ognisk, albo iedno i drugie razem, ellipsa także wielkość swoią i postać odmienić musi, tak dalece, że przy tey samey długości osi, iezelibyśmy zmnieyszaiąc coraz mimośród, oba ogniska nakoniec w ieden punkt połączyli, ellipsa coraz się skracaiąc, zamieniłaby się na doskonałe koło. Dwa koła równemi promieniami zakreślone niczem się nie różnią co do wielkości i postaci swoiey: dwie ellipsy aby mogły przystać do siebie, powinne mieć i długość osi większych czyli summy promieni wodzących tęż samą, i odległość ognisk równą.

Fig. 15. Dla większey wprawy powinni potém uczniowie rysować w rozmaitém położeniu ellipsy, nie oznaczaiąc osi; monitor zaś dla sprawdzenia i poprawienia rysunku, poprowadzi w nakreśloney linii dwie prostopadłe osie, a biorąc cérklem długość połowy osi większey i iedno ramie stawiac na końcu mnieyszey, drugiém oznaczy ogniska (iak na f. 15). To maiąc, łatwiey mu będzie, od oka nawet, poprawić znacznieysze uchybienia, a dokładniey ieszcze, gdy poprowadzi w każdym niepewnym punkcie promienie wodzące i porówna ich summę z długością osi większey.

Fig. 16. Na figurze następuiącey nauczyciel pokaże i wytłumaczy, że: koło w położeniu ukośném dla oka wydaie się bydź

ellipsą. Poprowadziwszy albowiem stosownie do zagadnienia, dwie osie ellipsy, których długość może bydź w miarach oznaczoną, z punktu ich przecięcia się, iako ze środka, nakreśli koło promieniem równym połowie osi większéy, a mnieyszą przedłuży do zbieżenia się z okręgiem iego. Odcięte tym sposobem cztéry równe części okręgu koła, rozdzieli każdą na dwie połowy, a przez ostatnie cztéry punkta podziału do tegoż okręgu poprowadzi styczne, które utworzą kwadrat opisany na kole. Weźmie potém z papieru wykroiony kwadrat z nakreśloném we środku wpisaném kołem, i pokazawszy go uczniom w takiém położeniu iak figura na tablicy wykreślona, obróci go potém tak, iżby zamiast kwadratu i koła brzeg tylko papieru widzieć mogli; nakoniec nadawszy mu iakiebądź położenie ukośne, wskaże, iż: zamiast kwadratu i koła, widzą w tym przypadku kwadrat ukośny i ellipsę. Albowiem liniia prosta gdy na nią z ukosa patrzymy, wydaie się bydź krótszą iak iest w rzeczy samey, a przeto i w kole średnica naywięcey do oka pochylona wyda się bydź nayktótszą, ta zaś co w położeniu iest równoległa, pokaże się w rzeczywistey długości. Im

która średnica bliższa iest kierunku równoległe
do oka, tem mniey ukośną a zatem dłuższą n
oko się pokaże; ta zatem, co naydaley odste
puie od kierunku równoległey, to iest średn
ca prostopadła do niey, naykrótszą dla ol
wydawać się będzie. Koło zatem w położen
ukośnem względem oka będące, koniecznie p
kazać się musi w postaci owalney, czyli ia
rzeczywista ellipsa w położeniu równoległem

Potem na teyże samey figurze wykreśli w ko
le kwadrat wpisany, z bokami równoległem
do boków kwadratu opisanego i powtórnie
obracaiac pokaże, iż: gdy koło, w pewne
położeniu zdaie się bydź ellipsą, oba rzeczo
kwadraty pokażą się iakby ukośnemi były,
z bokami wzaiemnie równoległemi (1). D
piero przystąpi do oznaczenia na tablicy czte
rech żądanych punktów ellipsy, których dwie
się wprzódy iuż wykreślonemi zostały. Poł
czy naprzód liniiami prostemi końce osi ellips
mówiąc: iż takby się wydał kwadrat wpisan

(1) W mechanicznym tym wykładzie szukać nie nale
geometryczney ścisłości; dosyć będzie dla nauczyciela, g
go uczniowie należycie zrozumieią i łatwiey spamiętaią t
objaśnione, dokładne to skąd inąd, wykreślenie.

w koło, ieżelibyśmy nań patrzali z ukosa; poprowadzi potém przez dwa rogi kwadratu na kole opisanego, a znayduiące się na większéy osi ellipsy, liniie równoległe do boków kwadratu ukośnego, a przez środek maiącéy się nakreślić ellipsy, ięszcze dwie liniie do tychże boków równoległe. A tak utworzą się dwa kwadraty ukośne, z których, boki kwadratu większego stycznémi będą do pomienionéy ellipsy w tych właśnie punktach, gdzie są przecięteni przez dwie liniie przechodzące przez środek i do tychże boków równoległe. Będzie zatém ośm punktów znanych, należących do obwodu ellipsy, to iest: cztéry końce iey osi i cztéry pośrednie między niemi punkta, w których styczne do ellipsy oznaczone zostały. (Obacz dodatek do części I$^{szey}$).

Fig. 17. Umieiąc iuż wykreślać poiedynczo ellipse i koło, z łatwością przerysuią uczniowie fig. 17 z połowy koła i połowy ellipsy złożoną.

## TABLICA IV. (fig. 1, 2).

Na liniiach złożonych z połów lub części ellipsy i okręgu koła, zaczną się wprawiać u-

czniowie do rozróżnienia i trafnego w rysu
ku naśladowania rozmaitey postaci liniy krz
wych, których przykłady w następuiących
gurach mieć będą.

Fig. 3, 4. Półokręgu koła naylepiey s
przystosuie do wierzchołka ellipsy, gdy śr
dek iego przypadnie w ognisku ellipsy, a pr
mień równym będzie odległości tegoż ognis
od wierzchołka. Figurę tę należy kreślić w ro
maitem położeniu i zaczynaiąc albo od ellips
a kończąc na półokręgu koła, albo też w ki
runku przeciwnym.

Fig. 5. Aby z łuków rozmaitey wielkoś
złożyć się mogła ciągła liniia krzywa, promi
nie następnych łuków iednostaynie powiększ
lub zmnieyszać należy, a w punktach połączen
promienie łuków przyległych sobie znaydyw
sie maią na iedney linii prostey; łuki zaś p
winny bydź iednostaynemi częściami swoich
kręgów koła. Możnaby ieszcze podać inne pr
widła, lecz na ten raz dosyć będzie iedneg
przykładu takiey linii, dla porównania iey z n
stępną liniia odwiiaiącą.

Fig. 6. Po przerysowaniu figury poprz
dzaiącey, nakreśli nauczyciel małym promienie
okręg koła, podzieli go na ośm n. p. częś

równych, i przez punkta podziału poprowadzi w iedną stronę liniie styczne; na iedney z nich za pomocą nici lub cerkla, odetnie długość przyległego łuku, na styczney następney odetnie go dwa razy, na trzeciey trzy i t. d. zaczynaiąc zawsze od punktów dotknięcia i postępuiąc w tę stronę iak na figurze 6. Przez punkta ostateczne, oznaczone tym sposobem na stycznych, nakreśli od ręki iedną liniią krzywą; potem na mieyscu okręgu koła przybiie do tablicy małą obręcz, do którey nić wprzódy utwierdzi: a nawinąwszy ią na obręczy i do końca przystosowawszy kredę, odwiiaiąc nić też samą liniię wykreśli. Liniię taką nazwie odwiiaiącą koła: albowiem dla iey nakreślenia, okrąg koła odwiiać potrzeba. Dopiero zwyczaynym porządkiem, każe ią uczniom od ręki ze wzorów przerysowywać.

Kreskowych linii, oznaczonych na tey i poprzedzaiących figurach, uczniowie rysować nie będą: monitorowie zaś mogą ich użyć do sprawdzania tylko i dokładnieyszego poprawiania wykreślonych iuż figur.

Fig. 7......10. Liniie essowe, osóbno i w iednym ciągu kredą wykreślone, za powrotem do ławek uczniowie na papierze przery-

suią; następne zaś wzory aż do końca tey tablicy, dosyć będzie na kamiennych tabliczkach powtórzyć.

Fig. 11.......17. Nauczyciel tego mianowicie dopilnuie, aby i ogólną postać figur i szczegóły nawet wiernie naśladowali uczniowie, i aby w odpowiednych liniiach w przeciwnem położeniu odrysowanych, naywiększa symetrya ile można, zachowaną była.

## TABLICA V.

Zapewniwszy się na wielorakich przykładach, że uczniowie nabyli niemałey wprawy rozróżniania iednych postaci od drugich i wiernego ich naśladowania: należy z niemi przystąpić do dalszych ćwiczeń linearnego rysunku, których głównym będzie celem porównywanie wielkości względney rozmaicie ograniczonych figur. Lubo iuż z początku wykreślali uczniowie niektóre proste figury, iako: tróykąty, czworokąty i t. d., więcey ich iednak uwaga zwracaną dotychczas była na liniie ograniczaiące te figury, iak na powierzchnią temi liniiami obiętą; wypada przeto rozszerzyć ich w tym względzie wyobrażenia, nim się przystąpi do dalszych przykładów kreślenia rozmaicie ograniczonych i uszykowanych z sobą powierzchni.

Podaiąc sposoby mierzenia kątów powiedziało się, iż: długość czyli prosta liniia mierzy się takoż długością to iest: liniią prostą; wziętą za miarę porównywania; powierzchnią podobnie nie inaczey mierzymy iak odnosząc ią i stosuiąc do inney znaiomey powierzchni, wziętey za iedność czyli miarę. Dla ułatwienia działań tego rodzaiu, zwyczaynie się bierze za miarę powierzchni pewna znaioma wielkość, kwadratowey postaci; tak, gdy mówimy iż prostokat iakiś lub kwadrat ma n. p. szesnaście cali powierzchni, rozumieć należy, iż ten prostokąt lub kwadrat zapełnić się może szesnastą innémi kwadratami, których każdy bok iest równym długości cala. Kwadrat wzięty za iedność czyli miarę, może bydź rozmaitey wielkości, i podług różney długości boku rozmaicie nazywanym bywa, n. p. cal kwadratowy, łokieć, sążeń, mila kwadratowa i t. p., służyć zaś może do mierzenia nie tylko większych ale i mnieyszych od siebie powierzchni. I tak: gdy pewna płaszczyzna ma obszerności n. p. ćwierć sążnia, odnosimy ią wtedy do większey iedności, uważaiąc: że sążeń

kwadratowy zapełnić się może czterema kw
dratami równemi pomienioney płaszczyzn
Nayczęściey iednak, odnosząc wielkość do wi
szey iedności, dla wzaiemnego ich porówna
używamy mnieyszey od obu przybraney
dności. Chcąc n. p. odnieść do mili kwad
towey mnieyszą iakąś powierzchnią, można
użyć w tym celu sążnia lub łokcia kwadra
wego, wiedząc ile tych drugich iedności m
kwadratowa w sobie zawiera.

Nakreśli potém nauczyciel dwie liniie pr
stopadłe, i od punktu ich przecięcia się o
tnie na iedney z nich długość cala razy dz
sięć a na drugiey razy n. p. cztéry, dope
z tych dwóch liniy prostokąta (Tab. A fig. O
wskaże uczniom, iż tenp rostokąt tyle mieć będ
cali kwadratowych ile się ich w pierwszy
rzędzie przy podstawie zmieści i ile takich rz
dów w całym prostokącie bydź może; w pr
stokącie wykreślonym tyle będzie tych rzęd
ile ma cali podłużnych wysokość, a prze
zmieści się w nim cali kwadratowych czte
razy po dziesięć to iest czterdzieści.

W ogólności zatem, chcąc wyrachować
prostokąt dany zawiera w sobie kwadratowy
iedności, n. p. cali kwadratowych, łokci i t.

wprzódy się potrzeba dowiedzieć ile ma podstawa i wysokość takichże miar podłużnych; a dopiero mnożąc liczbę miar podłużnych podstawy przez liczbę takichże miar wysokości znaydziemy liczbę miar kwadratowych powierzchni, co się krócey wyraża, iż: **powierzchnia prostokąta iest równa podstawie rozmnożoney przez wysokość.** Pokaże to widocznie na odrysowanym prostokącie zapełniaiąc go calami kwadratowemi.

P. Wiedząc na wiele cali iest długi bok ieden danego kwadratu, czy można znaleść ile się w nim mieści cali kwadratowych?

O. Można: bo i inne boki po tyleż cali w długości mieć będą, a zatém podstawa i wysokość wskaże, podobnie iak w prostokącie, ile w danym kwadracie cali kwadratowych bydź może.

Nauczyciel wziąwszy za przykład podłogę sali, w którey się znayduią, lub tablicę, na którey pisze i t. p. opowie: że tym samym sposobem możnaby ie wymierzyć i dowiedzieć się ile zawieraią cali, łokci, arszynów lub sążni kwadratowych; doda oraz: iż umieiętność wymierzania kwadratów lub prostokątów, podaie sposób znalezienia powierzchni innych iakichbądź figur, zamieniaiąc ie na prostokąty,

Fig. 1. Dla pokazania tego na szczególnych przykładach wykréśli na tablicy równoległobok i z końców iego podstawy wyprowadzi dwie prostopadłe, a przedłużaiąc bok przeciwny podstawie utworzy prostokąt (Tab. A fig. L), który równym będzie równoległobokowi. Albowiem poprowadziwszy w nich przekątne, oba się podzielą na połowy tróykątney postaci; ieden tróykąt będący połową prostokąta i tróykąt drugi połową równoboku danego, maią podstawę wspólną i równe wysokości, oba zatém są sobie równe (Tab. I. fig. 36, 37 i Tab. II. fig. 8, 9), a przeto i całości, których są połowami, to iest: wykréślony prostokąt i równoległobok dany, równe bydź muszą. Ztąd wypada, iż: wymierzywszy prostokąt wykréślony, tém samém znaydziemy powierzchnią równoległoboku danego.

Po wykréśleniu przez uczniów pierwszey figury, odrysuie nauczyciel kwadrat ukośny, a iednym z boków iego drugi prostokątny kwadrat i stosownie do tey figury zada im następuiące pytania.

P. Czyli kwadrat ukośny równa się prostokątnemu, gdy boki obu tych kwadratów są sobie równe?

O. Nie: bo kwadrat ukośny iest równy prostokątowi maiącemu z nim równą podstawę i wysokość; taki zaś prostokąt mnieyszym bydź musi od kwadratu prostokątnego, wykreślonego na teyże samey podstawie.

P. Maiąc ilekolwiek kwadratów, których boki wzaiemnie są sobie równe, ieden z nich prostokątny a inne wszystkie mniey więcey ukośne, który z nich naywiększym a który naymnieyszym będzie?

O. Naywiększym iest prostokątny, a naymnieyszym ten, którego wysokość iest naymnieyszą.

Fig. 2. Dla wykreślenia prostokąta równego tróykątowi prostokątnemu, należy go zrysować na podstawie tróykąta, daiąc mu za wysokość połowę wysokości tegoż samego tróykąta; wynika to z podziału kwadratu lub prostokąta na dwie równe części (Tab. I. fig. 34, 35).

Fig. 3. Maiąc iakikolwiek tróykąt nieprostokątny, dany do zamienienia na równy mu prostokąt, należy rozdzielić ieden z boków przyległych podstawie na dwie rowne części,

i odrysować równoległobok z podstawy i połowy przyległey rozdzielonego boku: wykreślony zatém prostokąt równy temu równoległobokowi, równy też będzie i tróykątowi danemu. Jakoż na połowie boku tróykąta, który iest bokiem pomienionego równoległoboku, zrysowany prostokąt równey z nim wysokości (Tab. A fig. Q) równym będzie temu równoległobokowi, podług zagadnienia poprzedzaiacego (Tab. V. fig. 1). Zrysowawszy potém równoległokok i prostokąt, na całym pomienionym boku tróykąta, teyże co i wprzód wysokości: tróykąt dany będzie połową tego ostatniego równoległoboku (Tab. II fig. 8, 9), a zatém i prostokąta wykreślonego na całym boku tróykąta; lecz że prostokąt na połowie boku stoiący iest takoż połową tego ostatniego prostokąta, przeto równym bydź musi tróykątowi danemu.

Fig. 4. Aby wykreślić równoległobok lub prostokąt równy trapezowi danemu, rozdzielić potrzeba ieden z boków iego nie równoległych na dwie części równe, i przez punkt podziału poprowadzić liniią równoległą do drugiego przeciwnego boku aż się zbieży z bokiem trzecim (Tab. A fig. R), równoległobok tak utworzony, równym będzie trape-

zowi. Poprowadziwszy albowiem przez koniec podstawy trapeza liniią równoległą do przechodzącey przez środek tego boku, aż się zbieży z bokiem przeciwnym podstawie, utworzą się ieszcze dwa równoległoboki GFNP i SQNP. Od pierwszego odiąwszy drugi, pozostanie równoległobok GFQS; od tegoż samego równoległoboku odeymuiąc tróykąt MPN zostanie się trapez; lecz że ten tróykąt i wprzód odięty równoległobok SQNP są sobie równe, podług zagadnienia poprzedzaiącego, przeto i trapez dany iest równy wykreślonemu wprzód równoległobokowi GFQS. Wykreśliwszy prostokąt równey podstawy i wysokości z tym ostatnim równoległobokiem, prostokąt ten równym trapezowi będzie.

Fig. 5. Maiąc wykreślony iakikolwiek wielokąt foremny, podzielić go można na tróykąty przystaiące, ieżeli się połączy liniiami prostemi środek koła na nim opisanego ze wszystkiemi wierzchołkami kątów tego wielokąta; co pokazać iest łatwo na wykroioney z papieru figurze, albo uważaiąc tylko, że wszystkie te tróykąty będą miały boki odpowiedne równe. Prowadząc ze środka koła opisanego

liniie prostopadłe do boków wielokąta; liniie te rozdzielą boki wielokąta, iako cięciwy w kole, każdy na dwie równe części (Tab. II fig. 17, 18), a zatém i tróykąty, przez poprowadzenie tych linii utworzone, wszystkie do siebie przystaną; ztąd wypada że pomienione prostopadłe są wszystkie równey długości. Przedłużaiąc zatém bok którykolwiek wielokąta i odciąwszy na nim inne iego boki, gdy się te punkta połączą ze środkiem koła, wszystkie tróykąty tym sposobem utworzone, równe będą tróykątom z których się wielokąt składa, iako maiące z niemi równe podstawy i wysokości; tróykąt przeto złożony z tych ostatnich tróykątów, równym będzie wielokątowi danemu.

Dla lepszego obeznania się ze sposobem podanym, mogą uczniowie zamienić kilka rozmaitych wielokątów foremnych na równe im tróykąty.

P. Jakby można wyrachować powierzchnią iakieyś figury, którą na tróykąt zamienić umiemy?

O. Rachuiąc powierzchnią prostokąta równego temu tróykątowi, to iest: mnożąc podstawę tróykąta przez połowę iego wysokości; albo, co iest iedno, biorąc połowę mnogości z podstawy tróykąta przez wysokość iego.

Przestroga. Mogą uczniowie nie wpaść od razu na te i wiele innych położonych wyżey odpowiedzi: nauczyciel iednak, tém się nie zrażaiąc, powinien powtórzyć lub obiaśnić pytanie; a ieżeliby i to nie wystarczało, powtórzy z niemi, także przez pytania, te prawdy, z których odpowiedź żądana wypływa. Tym sposobem, nie tylko że pewniey trafi do przekonania uczniów, ale się razem i dowie, czego mianowicie i w iakim stopniu ieszcze nie rozumieią.

Ażeby przygotować uczniów do rozwiązania następuiących zagadnień tyczących się kwadratu i koła, nauczyciel opisze koło kwadratem i środki boków iego połączy liniiami prostémi, (Tab. A fig. S); potém wskaże, iż ten kwadrat, składaiący się z ośmiu tróykątów równych, dwa razy iest większym od kwadratu środkowego, który się składa ze cztérech takichże tróykątów. Na bokach CD, DB, i CB wykreśli trzy kwadraty, z których naywiększy równym będzie kwadratowi opisanemu, a każdy z mnieyszych drugiemu wpisanemu, który iest iego połową; a przeto dwa kwadraty mnieysze razem wzięte, równe są kwadratowi większemu.

Boki tych kwadratów są także bokami tróykąta CDB prostokątnego, którego boki, czyniące kąt prosty, są sobie równemi; ztąd wyprowadzi sposób znalezienia kwadratu dwa, cztery, osm, i t. d. razy większego od kwadratu danego; sposób ten widocznie się pokazuie na figurze T (Tab. A).

Dla wykreślenia albowiem kwadratu dwa razy większego iak iest dany: odrysować należy kąt prosty i na obu ramionach iego odciąć od wierzchołka bok danego kwadratu, tak oznaczone punkta połączyć liniią prostą i na niey wykreślić kwadrat. Podobnie wykreślony kwadrat, dwa razy większy od tego ostatniego, będzie większym razy cztery od kwadratu danego i t. d.

Dla rozwiązania innych tego rodzaiu zagadnień wiedzieć potrzeba, że: nie tylko w tróykącie prostokątnym równoramiennym, ale i w każdym innym prostokątnym tróykącie, kwadrat z przeciwprostokątney równym iest summie kwadratów z dwóch innych boków. Wykreśliwszy albowiem trzy takie kwadraty na bokach tróykąta ABC prostokątnego różnobocznego (Tab. A fig. U) i z wierzchołka kąta prostego B poprowadziwszy liniią BN prostopadłą do przeciwprostokątney, ta rozdzieli kwadrat z przeciwprostokątney na dwa prostokąty równe kwadratom z przyległych boków tróykąta.

Dla przekonania się o tém, poprowadźmy liniią prostą BO: tym sposobem utworzy się tróykąt BOC maiący bok OC wspólny z prostokątem OCDN, a wierzchołek przeciwległego kąta B, na przedłużeniu boku DN; uważaiąc ie przeto iako stoiące na tym boku wspólnym, wysokości ich będą sobie równe, a zatem uważany tróykąt musi bydź połową prostokąta OCDN. (Tab. I fig. 32, 35, 36, 37). Łącząc liniią prostą punkta A i Q, utworzy się drugi tróykąt ACQ równy połowie kwadratu PQCB, dla teyże samey przyczyny. Oba te tróykąty są sobie równe: ponieważ boki ich CQ i CB są równe, iako należące do iednego kwadratu, podobnież drugie dwa boki AC i CO; nachylenie wzaiemne tych boków iest w obu tróykątach toż samo: czyli kąty między niemi zawarte są równe, każdy bowiem osobno, składa się z prostego kąta kwadratu i tegoż samego kąta BCA należącego do tróykąta danego. Lecz, że w każdym tróykącie, od wielkości dwóch boków i wzaiemnego ich nachylenia, zależy wielkość boku trzeciego i postać tróykąta (Tab. II fig. 10, 11), przeto uważane dwa tróykąty nie różnią się od siebie niczém innem, iak tylko położeniem, a przeto muszą bydź sobie równe. Jeden z nich iest połową prostokąta OCDN, drugi połową kwadratu PQCB: ztąd wypada, że ten kwadrat i prostokąt muszą bydź równemi sobie. Podobnieby pokazać można, że kwadrat ABZK równa się drugiemu prostokątowi NDAM; a przeto i summa tych dwóch prostokątów, czyli kwadrat ACOM z przeciwprostokątnéy, równym bydź musi summie kwadratów PQCB i ABZK, wywykreślonych na dwóch pozostałych bokach tegoż samego tróykąta.

Jeżeliby sądził nauczyciel iż poięcie tego dowodu trudném dla uczniów bydź miało, może im tylko opowiedzieć tę prawdę, odkładaiąc iey dowód do nauki geometryi, a zaraz przystąpić do rozwiązywania następuiących zagadnień.

Fig. 7. Chcąc wykreślić kwadrat równy summie dwóch danych kwadratów, należy

wprzód odrysować kąt prosty, odciąć, od wierzchołka iego, na iedném ramieniu bok iednego kwadratu, na drugiém bok kwadratu drugiego, końce liniy odciętych połączyć przez liniią prostą, i na niey wystawić kwadrat.

Tym samym sposobem możnaby wykréślić kwadrat n. p. trzy, pięć, sześć, i t. d. razy od danego większy: znalazłszy albowiem większy dwa razy, wykréślić potém trzeci równy summie kwadratu danego i znalezionego i t. d.

Fig. 8. Jeżeli iakiś kwadrat równym iest summie dwóch innych, to każdy z nich bydź musi różnicą między większym a mnieyszym kwadratem. Aby zatém znaleść kwadrat równy różnicy dwóch kwadratów danych, należy odciąć, od wierzchołka kąta prostego, na iedném iego ramieniu bok mnieyszego kwadratu, a wziąwszy cérklem długość boku kwadratu większego, i iedno ramię cérkla postawiwszy w punkcie gdzie się kończy bok mnieyszy odcięty, drugiém ramieniem przeciąć drugie ramię kąta prostego; kwadrat wykréślony na części tak odciętey ramienia kąta prostego, będzie różnicą dwóch kwadratów danych. Przeciwprostokątna albowiem tróykąta prostokątnego, będąc równą bokowi kwadratu więk-

szego, pokazuie, iż ten kwadrat równa się summie kwadratów mnieyszego i znalezionego, a przeto ten ostatni różnicą dwóch pierwszych bydź musi.

Przechodząc od kwadratów i wielokątów, wpisanych w koła lub na nich opisanych, do powierzchni samychże kół, łatwo będzie pokazać uczniom, że: te ostatnie figury tak się maią wzaiemnie do siebie iak kwadraty z ich promieni lub średnic. I tak: wpisawszy nauczyciel kwadrat w nakreślone koło (Tab. A fig. V) rozdzieli go na cztery kwadraty równe; poprowadzi przekątną w kwadracie wpisanym i drugą, z nią przecinaiącą się, w kwadracie mnieyszym.

Ten ostatni kwadrat opisze kołem, biorąc za promień połowę promienia koła pierwszego. Powtarzaiąc toż samo wykreślenie na tym drugim kwadracie i porównywaiąc ie wzaiemnie, wypadłoby, że: gdy promień iednego koła iest dwa razy większym od promienia koła drugiego, kwadrat wpisany w to drugie, iest czwartą częścią kwadratu wpisanego w pierwsze; podobnie gdy promień koła cztery razy iest większym od promienia innego koła, kwadrat wpisany w pierwsze szesnaście razy iest większym od kwadratu wpisanego w to ostatnie i t. p. Ztąd wnieść należy: iż koła odmiennie się powiększaią lub zmnieyszaią iak ich promienie, czyli, że; powierzchnie kół nie są w tym samym stosunku co ich promienie.

Wpisawszy potém w koło sześciokąt foremny (Tab. A fig. W) i podzieliwszy go na sześć tróykątów równych, równobocznych (Tab. III fig. 8, 9) przez linije prowadzone ze środka koła do każdego wierzchołka kątów wielokąta, a biorąc promień za średnicę i nakreśliwszy koło drugie z sześciokatem wpisanym, także foremnym: tróykąty równoboczne z których się ten drugi sześciokąt składa, każdy iest czwartą częścią iednego z sześciu tróykątów sześciokąta pierwszego, a przeto i cały ten sześciokąt równym iest czwartey części rzeczonego sześciokąta.

Z tego wypada, że: gdy promień koła iest dwa razy większym od promienia koła drugiego, sześciokąt foremny wpisany w pierwsze będzie większym razy cztéry od takiegoż sześciokąta w kole drugiém. Powtórzywszy toż samo wykreślenie na tym drugim sześciokącie, i podobnie daléy postępuiąc, wnieśćby można, że: wpisane w koła sześciokąty foremne tak się maią do siebie, iak kwadraty w też same koła wpisane.

Możnaby ieszcze pokazać toż samo na ośmiokątach foremnych, dwónastokątach i t. d.

Im większa będzie liczba boków wielokąta w koło wpisanego, tém boki iego bliższemi będą okręgu koła iako cięciwy łuków coraz mnieyszych, czyli, że: obwody wielokątów wpisanych tém więcéy się zbliżą do okręgu koła, im z większey liczby boków wielokąty składać się będą, co za tém idzie, że: powierzchnia wielokąta tém mniéy różnić się będzie od powierzchni koła, im ten wielokąt iest o wiekszey liczbie boków. Lecz biorąc takie dwa koła, iżby promień iednego był n. p. dwa razy mnieyszym od promienia koła drugiego, kwadrat wpisany w pierwsze mnieyszym będzie razy cztery od kwadratu wpisanego w drugie, sześciokąt foremny wpisany w pierwsze tylež razy będzie mnieyszy od sześciokąta wpisanego w drugie: i toż samo powiedzieć można o wszelkich innych, wpisanych w te koła, wielokątach foremnych podobnych sobie; wnieść przeto należy, że i powierzchnia samegož koła będzie czwartą częścią powierzchni koła drugiego, gdy promień pierwszego iest połową promienia tego ostatniego koła.

Uważaiąc iż kwadraty z promieni kół wykreślone (Tab. A fig. V) są czwartemi częściami kwadratów wpisanych, wypada, że i kwadraty z promieni tak się powiększaią lub zmnieyszaią iak kwadraty wpisane w te koła, czyli iak się powiększaią i zmnieyszaią inne podobne wielokąty foremne; a zatém podobnie się powiększaią i zmnieyszaią iak powierzchnie tychże samych kół. Tę samą własność wyrażaiąc króccy, powiemy, że: powierzchnie kół tak się maią do siebie iak kwadraty z ich promieni.

P. Jeżeli promień koła iest n. p. cztéry razy większym od promienia koła drugiego, ile razy powierzchnia tego drugiego koła iest większa od powierzchni pierwszego?

O. Razy szesnaście.

Nauczyciel zada więcey podobnych pytań dla spoufalenia uczniów z nowemi dla nich wyobrażeniami, oraz dla lepszego ich przygotowania do następuiących zagadnień.

Fig. 9. Maiac odrysować koło dwa razy od danego większe, należy wprzód wykreślić

kwadrat z promienia koła danego, znaleść drugi dwa razy od niego większy (Tab. V fig. 6) i bokiem tego kwadratu, wziętym za promień, nakreślić koło. To wszystko w wykreśleniu do tego się przywodzi, aby: odrysować tróykąt prostokątny, w którymby ramiona kąta prostego, każde w szczególności równało się promieniowi koła danego; przeciwprostokątna tego tróykąta będzie promieniem szukanego koła dwa razy większego.

Dla znalezienia koła dwa razy mnieyszego, albo wprost można wykreślić tróykąt prostokątny równoramienny, któregoby przeciwprostokątna równała się promieniowi koła danego (1), albo wykreśliwszy wprzód iakiey bądź wielkości tróykąt prostokątny równoramienny, odciąć należy od iednego konca ramienia kąta

(1) Na promieniu koła danego nakreśl pół okręgu koła, ze środka tegoż promienia wyprowadź liniią prostopadłą i połącz liniiami prostemi końce tegoż promienia z punktem, gdzie się poprowadzona prostopadła z półokręgiem nakreślonym przecięła; tróykąt tak utworzony równoramienny, będzie prostokątnym, iako maiący swóy wierzchołek na okręgu koła a ramionami obeymuiący średnicę. Kiedy to uczniowie należycie wyrozumieią i gdy pierwszym sposobem wykreślą podane zagadnienie, raz ieszcze niech ie bez wzoru rozwiążą tym drugim sposobem.

prostego na przeciwprostokątnęy, promień koła danego, i przez punkt tak oznaczony, poprowadzić liniią. równoległą do drugiego ramienia: tym sposobem utworzy się żądany tróykąt prostokątny równoramienny; nakreślone albowiem koło promieniem równym iednemu z boków przyległych kąta prostego, będzie dwa razy mnieyszém od koła nakreślonego przeciwprostokątną, która się równa promieniowi koła danego.

Fig. 10. Rozwiązanie uproszczone tegoż samego zagadnienia przedstawia fig. 10.

Jakoż: dosyć iest w punkcie wziętym na okręgu koła danego poprowadzić promień i styczną, a na niey odciąć długość tego promienia, i punkt tak oznaczony połączyć ze środkiem koła; poprowadzić potém z punktu przecięcia się przeciwprostokątney tego równoramiennego tróykąta z okręgiem koła, liniią równoległą do styczney, ta odetnie część promienia, którą zakreślone koło, współśrodkowe z danem, będzie połową tego ostatniego. Wykreślony albowiem drugi prostokątny tróykąt iest, podobnie iak pierwszy, równoramiennym, iego zaś przeciwprostokątna równa się promieniowi koła danego; koło zatém nakreślone katetem tego drugiego tróykąta, musi bydź połową koła pierwszego, czyli że okrąg tego drugiego koła współśrodkowego z danem dzieli ie na dwie połowy: z których iedna iest kołem, a druga wieńcem, czyli koroną. Tak zowiemy figurę ograniczaiącą się dwóma okręgami kół współśrodkowych. Podobnie dalęy postępuiąc z kołem wykreślonem, znaleźlibyśmy trzecie współśrodkowe, równe połowie iego czyli czwartey części koła danego.

Fig. 11. Wykreśliwszy kąt prosty, i od wierzchołka iego odciąwszy na iednem ramieniu promień iednego z kół danych, a na drugiem promień drugiego, i dopełniwszy tróykąta prostokątnego: koło trzecie nakreślone promieniem równym przeciwprostokątney rzeczonego tróykąta, równe będzie summie dwóch kół danych.

Fig. 12. Wykreśliwszy zaś prostokątny tróykąt (podobnie iako wyżey Tab. V fig. 8), iżby ieden katet iego równym był promieniowi koła drugiego: trzecie koło zakreślone katetem drugim, równać się będzie różnicy między dwóma rzeczonemi kołami.

Wszystkie te zagadnienia z kołami podobnie się iak na kwadratach rozwiązały; sposób znalezienia kwadratu trzy, pięć i t. d. razy większego lub mnieyszego, iak iest kwadrat dany, użytym bydź może w podobném zagadnieniu z kołem. Koła albowiem iak się iuż dowiodło, są w takim do siebie stosunku iak kwadraty z ich promieni.

Po należytém wyćwiczeniu uczniów na podanych dopiero zagadnieniach, mogących się przydać w wielu rzemiosłach i sztukach, pokaże ieszcze nauczyciel, iak z wiadoméy długości promienia oznacza się długość wyprostowanego okręgu koła i wielkość iego powierzchni.

Każdy wielokąt foremny zamienić umiemy na tróykąt, a tém samém wynaleść powierzchnia iego: wpisuiąc w koło taki wielokat iżby obwód iego naybliżey, ile można, przystępował do okręgu koła, powierzchnią koła możnaby uważać iako równą prawie powierzchni tego wielokąta, a tém samém i tróykątowi, maiącemu za podstawę obwód wielokąta wyprostowany, a za wysokość, liniią prostopadła do iednego z boków wielokąta, ze środka wyprowadzoną (Tab. V fig. 5).

Niech będzie (Tab. A fig. N) wykreślone koło ze wpisanym n. p. sześciokątem foremnym: poprowadźmy ze środka koła prostopadłe do boków wielokąta; te linije, iak się to wyżey dowiodło, są równemi sobie: można ie przeto uważać iako promienie iednego koła współśrodkowego z pierwszém. Odrysowawszy drugie to koło, widoczna, iż: okrąg iego o tyle iest odległym od okręgu koła pierwszego, o ile od niego są oddalonemi środki boków wielokąta wpisanego. Żebyśmy zamiast sześciokąta foremnego wpisali n. p. ośmiokąt, a tém bardziey dwónastokąt, albo inny wielokąt foremny z większą ieszcze liczbą boków, i powtórzyli dalsze wykreślenie: okręgi kół w tym drugim razie bliżeyby do siebie przystępowały i prostopadłe z ich środka do boków wielokąta prowadzone, mnieyby się w długości różniły od ich promieni. Wyobraźmy iż został wpisany wielokąt o tak wielkiey liczbie boków, że każdy z nich iest niezmiernie krótkim i zupełnie prawie przylega do okręgów kół rzeczonych; widoczna iż te okręgi ieden prawie na drugim będzie, a prostopadła, ze wspólnego ich środka do boku wielokąta poprowadzona, o niewiele będzie dłuższą lub krótszą od promieni tychże kół, i nakoniec powierzchnia wielokąta równą prawie będzie powierzchni koła wpisanego na niém. Wyobraźmy ieszcze, że: okrąg koła wpisanego tak się powiększył iż zupełnie przystał do okręgu opisanego; w tym przypadku, wielokąt środkowy niczém się od nich różnić nie będzie, obwód iego przystanie do okręgów tych kół, a prostopadła prowadzona ze wspólnego ich środka do boku takiego wielokąta, równą zupełnie będzie wspólnemu ich promieniowi: powierzchnia iednak tego wielokąta nie przestaie równać się tróykątowi maiącemu za podstawę obwód wielokąta wyprostowany, a za wysokość prostopadła do boku iego, ze wspólnego środka kół wyprowadzoną. Lecz że w tym przypadku wziąść można powierzchnią wielokąta za powierzchnią koła, obwód iego za okrąg wyprostowany, a promień za prostopadłą poprowadzoną ze środka koła do boku wielokąta; przeto i powierzchnia koła musi równać się tróykątowi maiącemu za wysokość promień iego, a podstawę równą wyprostowanemu okręgowi tegoż koła.

Pokazało się było (Tab. A fig. N) że każdy bok sześciokąta foremnego wpisanego w koło, równa się iego promieniowi, obwód przeto tego wielokąta równym iest długości sześciu promieni, czyli trzy razy wziętey średnicy; ztąd wypada, że: wyprostowany okrąg koła iest dłuższym od trzech dodanych średnic. Przez wpisanie i opisywanie koła wielokątami o wielkiey liczbie boków, wymierzono sposobem przybliżonym okrąg koła i między nim a średnicą taki znaleziono stosunek, iż: gdy średnica koła iest długości n. p. cali siedmiu, okrąg iego wyprostowany bardzo niewiele iest mnieyszym od cali dwódziestu dwóch, czyli wyrażaiąc to ogólnie: w każdém kole średnica tak się ma do okręgu iak liczba siedm do dwódziestu dwóch (1). Stosunek ten w zwyczaynych rachunkach, gdzie się nie wymaga wielkiey ścisłości, uważa się za dokładny. Tak n. p. maiąc izbę okrągłą, w któreyby średnica podłogi była na łokci dziewięć, znaleźlibyśmy iey powierzchnią, wyrażoną przez mało co mniey iak sześćdziesiąt cztery

(1) Wynalezienie tego stosunku średnicy do okręgu koła należy się Archimedesowi, sławnemu greckiemu geometrze, który żył w Syrakuzach, stołecznem niegdyś mieście wyspy Sycylii, na lat około dwieście przed przyyściem Chrystusa Pana.

łokcie kwadratowe; a przeto wnieślibyśmy, że taka izba tyle prawie obiąć może, iak inna postaci kwadratowey, maiąca długość i szerokość na łokci ośm.

Dla wprawy uczniów zada im nauczyciel wykreślić tróykąt i prostokąt równe kołu oznaczonych wymiarów; a ieśliby dobrze tuszył o ich poiętności, może pokazać czemu się równa powierzchnia wycinka i odcinka w kole, a naprzód iak się wynayduie długość wyprostowanych łuków rozmaitey liczby stopni.

Wiedząc ile stopni zawiera w sobie łuk dany, możemy go tem samem porównać z okręgiem koła; każdy albowiem stopień iest trzechsetną sześćdziesiętną częścią (1) całego okręgu (Tab. A fig. E), i bierze się za iedność w porównywaniu łuków wzaiemnie z sobą, i z okręgami kół do których należą. Maiąc dane koło, któregoby promień równał się n. p. trzem i pół łokciom, okrąg iego wyprostowany byłby długim na łokci dwadzieścia dwa;

(1) Wiedzieć nauczyciel może, że francuzcy geometrowie dzielą okrąg koła na czterysta stopni; nie będzie iednak nic o tem namieniał, dawny albowiem podział na trzysta sześćdziesiąt, zwyczaynie się dotychczas używa.

z tego możnaby wyrachować długość iakiegobądź wyprostowanego łuku, wiedząc liczbę stopni ile ich w tém kole zawiera. Łuk n. p. o dziewięćdziesięciu stopniach, czyli czwarta część okręgu, wyprostowany, zaiąłby część czwartą dwódziestu dwóch łokci, to iest: łokci pięć i ćwierć; podobnie ósma część okręgu, czyli łuk maiący czterdzieści pięć stopni w temże kole, wyprostowany, równałby się dwóm łokciom i trzem ćwierciom i t. p. Nauczyciel przestanie na tych przykładach, ieżeliby uczniowie nie byli ieszcze z regułą trzech obeznani.

Wycinkiem koła zowie się część iego powierzchni ograniczona dwóma promieniami i łukiem. Gdy łuk wycinka ma za cięciwę bok wielokąta wpisanego, iego powierzchnia obeymuie ieden tróykąt, z których się wielokąt składa (Tab. V fig. 5); powiększaiąc coraz liczbę boków wielokąta wpisanego, wycinek tenże coraz więcey tróykątów obeymować będzie: nakoniec taki wielokąt wpisany wyobrazić można, że część iego obwodu i powierzchni o tyle się zbliża do równości z łukiem i powierzchnią wycinka, iż bez znacznego uchybienia iedno się za drugie wziąć może, a przeto: powierzchnia wycinka równą bydź musi tróykątowi, maiącemu promień za wysokość, a łuk wyprostowany wycinka za podstawę. Ztąd będzie łatwo wyrachować powierzchnią odcinka: tak się nazywa część koła, ograniczona z iedney strony łukiem, a z drugiey cięciwą tegoż łuku. Poprowadziwszy albowiem dwa promienie przez końce łuku odcinka, utworzy się wycinek ograniczony temi promieniami i łukiem, oraz tróykąt zawarty temiż samemi promieniami i cięciwą łuku; lecz że powierzchnią wycinka wyrazić przez tróykąt u. iemy, powierzchnia przeto odcinka różnicą będzie dwóch tróykątów znanych.

Fig. 13, 14. Namieniło się wyżey (Tab. I. fig. 3) że: dwie linie prostopadłe przecinaiące się tworzą cztéry kąty proste o wspólnym wierzchołku: kładąc cztéry kwadraty obok siebie tak, iżby cztéry ich rogi zbiegły się w punkt ieden, a boki przypadły w kierunku liniy prostych (iak wyraża Tab. A fig. V), widocznem będzie, że mieysce około iednego punktu, zaiąć się może zupełnie cztérema kątami kwadratu prostokątnego. Następuiąca figura (VV) uczy, że: toż samo mieysce może się ieszcze zapełnić szescią kątami równemi tróykąta równobocznego; lecz ponieważ każdy kąt sześciokąta foremnego składa się ze dwóch kątów tróykąta równobocznego, przeto mieysce około iednego punktu może bydź ieszcze zupełnie zaiętém przez trzy kąty równe sześciokąta foremnego. Ztąd się uczymy, a lepiey się ieszcze przekonamy o tém na wzorach tablicy następuiącey, iż: troiakim tylko sposobem płaszczyzna zapełnioną bydź może figurami foremnemi i przystaiącemi do siebie, to iest: albo kwadratami prostokątnemi, albo tróykątami równobocznémi, lub nakoniec sześciokątami foremnémi.

Fig. 15. Na wzorze następuiącym starano się zaiąć mieysce figurami przystaiącemi do siebie, lecz te figury nie są wielokątami foremnemi, ani też przy wszystkich punktach iednostayna iest liczba wierzchołków kątów równych. Każda z nich iest ukośnym kwadratem, maiącym kąty mnieysze, równe w szczególności każdy, połowie iednego z dwóch kątów większych: a tak są uszykowane, że przy iednych punktach znayduie się po sześć kątów, równych z osobna iednemu kątowi tróykąta równobocznego; przy innych zaś po trzy równaiące się każdy iednemu kątowi sześciokąta fo-

remnego. Wzór ten uczniowie wprost przerysować mogą: łatwiey go iednak będzie wykreślić z poprzedzaiącego, dzieląc każdy sześciokąt foremny na trzy ukośne kwadraty; ten zaś i trzynasty dokładnie się wykreślą: gdy, odrysowawszy wprzód koło, wpisze się tróykąt lub sześciokąt foremny, potém się odrysuią inne koła równe pierwszemu, tak iżby ich okręgi przechodziły przez wierzchołki kątów figury wpisaney, nakoniec: gdy się wpiszą w te ostatnie koła takież same wielokąty foremne.

## TABLICA VI. (fig. 1.......8).

Początkowe wzory tey tablicy składaią się z figur, łatwych poiedyńczo do wykreślenia; uszykowane razem posłużyć mogą za ćwiczenie w podziale symetrycznym i łączeniu razem prostokreślnych rozmaitych postaci. Po tém co poprzedziło względem własności i sposobu rysowania poiedyńczych figur, zadania należące do pomienionych wzorów nie potrzebuią dalszego obiaśnienia; ieżeliby iednak widział nauczyciel iż naśladowanie ich od oka trudném bydź miało dla uczniów, może im pozwolić użycia na pomoc okręgów kół wpisanych lub opisuiacych rzeczone figury. Użycie tego sposobu zostawi naprzód zręczności i przenikłości uczniów, a w trudnieyszych tylko przypadkach, wskaże naywłaściwsze iego zastosowanie.

Fig. 9, 10, 11. Następuiące figury mogą się nietylko na kamiennych tabliczkach, ale i na papierze z liniią i cérkłem, dokładnie wykreślić; ieżeli się to zostawi lepszym tylko uczniom, mniey wprawni zachęcą się tém samém do większego z niemi współubiegania się.

Fig. 12, 13. Po tylu poprzedzaiących ćwiczeniach na rozmaitych liniiach krzywych, wprawnieysi uczniowie z łatwością dwie te figury wykreślą: mniéy wprawnych nie należy zbyt utrudzać dokładném ich przerysowywaniem; dosyć dla nich będzie, gdy lepiéy tym sposobem uczuią niższość swoią, co może bydź także pobudką do większey nadal usilności.

Fig. 14.......16. Figury te, za pomocą cérkla, dokładnie się wykreślić mogą: dla tego, odrysowawszy ie wprzód na tablicy od ręki, potém z liniią i cérklem na papierze powtórzyć należy.

Fig. 17, 18. W rysowaniu tych wzorów naprzód się nakreślą koła równe i w iednakiey od siebie odległości: potém łatwo ie będzie dopełnić, i tym samym porządkiem na papierze przekopiować.

Fig. 19......25. Jako poprzedzaiące wzory składaią się z liniy kołowych, tak te ostatnie są powtórzeniem, rozmaicie ułożonych liniy essowych. Dla ułatwienia rysunku, należy wprzódy poiedyńczemi liniiami ogół wzoru oznaczyć, a potém szerokość pasków, iak one są ułożone, lub wzaiemnie przeplecione, w szczegółach odrysować. Do tych wzorów może nauczyciel dodać ieszcze dla przerysowania, modele rozmaitych plecionek; co i w nauce rysunku będzie korzystném, i w zastosowaniu do użytku przydatném.

## TABLICA VII.

Na poprzedzaiacych wzorach nabyć powinni uczniowie tyle wprawy, ile potrzeba do wiernego przerysowania iakieybądź figury płaskiey, maiącey dwa tylko wymiary: szerokość i długość; to iednak nie stanowi ieszcze rysunku, podług opisania iakie się na wstępie podało. Wszystkie albowiem ciała zaymuią mieysce w przestrzeni nie tylko w dwóch pomienionych wymiarach, ale i w trzecim, to iest: w miąszość czyli grubość rozciągaia się: albo, co iest to samo, iż są bryłami w znaczeniu geometrycznem; chcąc przeto ich obraz na płaszczyźnie wykreślić, potrzeba do tego innych względów i więcey do zachowania prawideł. To wszystko należy wprzód pokazać na prostych i łatwych do zrozumienia przykładach, a dopiero potem można będzie przystąpić z uczniami do trudnieyszych tego rodzaiu praktycznych ćwiczeń.

Postać zewnętrzna, albo raczey to co ogranicza bryłę, iest głównym przedmiotem rysunku; granicę taką, iakieybykolwiek była postaci, zowiemy powierzchnią bryły, która może bydź albo ciągłą powierzchnią, iak na kuli, albo złożoną z wielu płaszczyzn wzaiemnie przecinaiących się, lub nakoniec z płaszczyzn i powierzchni razem. Obiaśni to nauczyciel modelami brył, które sam wcześnie przygotuie podług rysunków i opisania niżey umieszczonego (obacz dodatek do części I).

Bryła ograniczona płaszczyznami musi mieć rogi ostre, gdzie wierzchołki kątów należących do figur płaskich powierzchni schodzą się z sobą w punkt ieden. Punkta takie zowią się wierzchołkami kątów bryły, czyli kątów bryłowych; zatém **kątem bryłowym** zowiemy zbieżenie się w ieden punkt kilku wierzchołków kątów płaskich, nieleżących na iednéy płaszczyźnie, tak iednak, że ramiona kątów płaskich przy sobie będących czynią iednę liniią prostą; linie takie zowią się **krawędziami kąta bryłowego**, a te są razem krawędziami bryły. Sciany bryły odniesione do kąta bryłowego, mianuiemy **ścianami** tegoż kąta. Ponieważ dwie płaszczyzny będące ścianami bryły, przecinaiąc się wzaiemnie tworzą iey krawędź, to iest liniią prostą: potrzeba więc trzeciéy płaszczyzny, któraby, przecinaiąc obiedwie razem, oznaczyła na wspólney im linii punkt ieden, mogący bydź wierzchołkiem bryłowego kąta utworzonego przez te płaszczyzny; kąt zatém tego rodzaiu nie może się składać z mniey, iak trzech kątów płaskich. Różne przykłady kąta bryłowego, na modelach i przedmiotach otaczaiących, nauczyciel pokazawszy uczniom opowie, iż: odrysowanie brył tego rodzaiu, czyli wykreślenie ich obrazu na płaszczyźnie rysunku, naywięcey zależy na przyzwoitém odrysowaniu postaci ich ścian, to iest: figur, któremi się ograniczaią.

Jako zaś iedna i taż sama figura, za odmianą położenia swego względem oka, odmienne przybiera postaci, co iuż widzieli na kole, mogącém się wydać ellipsą albo liniią prostą; tak podobnie wszystkie ściany tey bryły, którą przed sobą maią (pokazuiąc n. p. model sześcianu), są kwadratami, a iednak nie wszystkie zdaią się bydź figurami takiemi: te albowiem co ukośnie względem oka leżą, wydaią się iakby równoległobokami były; tak ie zatém na płaszczyźnie wykreślić trzeba, iak się pokazuią.

W rysowaniu iakieykolwiek bryły wiele na tém zależy, aby ią umieścić względem oka w takiém położeniu w iakiém naylepiey iest widzieć i odrysować nayłatwiey. Dla tegoto, ieżeli raz pierwszy widzimy iakiś przedmiot, a nie możemy dobrze wyobrazić iego postaci, odmieniamy pospolicie mieysce dla lepszego obeyrzenia. Tak i w rysowaniu postępować należy; to iest: albo w odmiennem umieścić się stanowisku, albo odmienić położenie bryły, ieżeli pierwsze do iey odrysowania nie iest dogodném. Częstokroć i to nie wystarcza do nakreślenia takiego obrazu, z któregoby powziąć można dokładne wyobrażenie przedmiotu; natenczas rysuie się dwa lub więcey obrazów, pokazuiących różne strony bryły, aby mieć oznaczone postaci tych wszystkich figur któremi się ogranicza. W rysunkach geometrycznych używa się w tym celu innego środka, to iest: uważaiąc daną bryłę do wykreślenia iakby przezroczystą była. Tu pokaże nauczyciel dwa modele sześcianu, ieden z papieru a drugi wykonany z drótu i odrysuie go na tablicy (iak na Tab. VII fig. 1). Rysunek taki używa się zwyczaynie w nauce geometryi i, iako nayłatwieyszy, będzie przedmiotem początkowych ćwiczeń. Chociaż w rysunku tego rodzaiu uważamy bryły przezroczystemi, iednak dla większéy zrozumiałości, krawędzie ze strony oka położone, oznaczaią się liniiami ciągnionemi czyli iednym ciągiem prowadzonemi, dla rozróżnienia od tych, co są położone ze strony przeciwney bryły, a które się kropkami czyli liniiami kropkowemi oznaczaią. Potém każe monitoróm umieścić na postumentach obok tablicy, modele wzorów do obiaśnienia ich służące, i rysować ie w zwyczaynym, wyżey opisanym, porządku.

Fig. 1. Nauczyciel zwracaiąc uwagę na model figury pierwszey, opowie iż: sześcian iest bryłą ograniczoną sześcią równemi kwa-

dratami, że ma osm kątów bryłowych, a każdy składa się ze trzech kątów prostych należących do ścian iego kwadratowych; ztad widoczny wniosek, iż te ściany wzaiemnie muszą bydź prostopadłemi do siebie. Doda oraz, że: płaszczyzna iedna przecinaiąc drugą, podobnie iak dwie linie proste (Tab. I. fig. 3), może bydź: albo z iedney strony więcey pochyloną do niey iak z drugiey, albo przeciwnie, albo nakoniec iednostaynie nachyloną, z obu stron a wtedy zowie się płaszczyzną prostopadłą do drugiey i ta druga wzaiemnie do pierwszey.

Fig. 2, 3. Bryłę ograniczoną sześcią prostokątami równoległościanem prostym zowiemy. Równoległościany proste tém są względem sześcianów, czém są prostokąty względem kwadratów. W bryłach tego rodzaiu, z sześciu prostokątnych ścian mogą bydź dwie przeciwległe kwadratowéy postaci, iak wykreślone na wzorach (fig. 2, 3); wszystkich katów bryłowych podobnie iak w sześcianach iest w nich ośm, a każdy powstaie ze zbieżenia się trzech kątów prostych: ściany przyległe są prostopadłémi a przeciwne równoległémi do siebie. Wszystkie zatém punkta ściany przeciwnéy podstawie, są od niey w iednakiéy odległości; odległość ta, czyli prostopadła do podstawy poprowadzona z punktu na przeciwney ścianie leżącego, zowie się **wysokością równoległościanu**. W sześcianie i równoległościanie prostokątnym, gdy podstawy ich są w położeniu poziomém, każda z krawędzi pionowych będzie także ich wysokością. Gdy bryła, miasto prostokątnych lub kwadratowych ścian, ograniczona iest sześcią równoległobokami lub kwadratami ukośnémi, zowie się wtenczas **ukośnym równoległościanem**, i w tym albowiem razie przeciwne iéy ściany muszą bydź równoległémi sobie, iako ograniczone takiemi figurami, w których przeciwne boki są także równoległémi. Czém są kwadraty i prostokąty względem kwadratów ukośnych i równoległoboków, tém są sześciany i równoległościany proste względem sześcianów i równoległościanów ukośnych.

Sciana na któréy bryła stoi zowie się iéy **podstawą**: że zaś na pozioméy tylko płaszczyźnie naymocniey bryła stać może, rysuiąc ie przeto nayprzyzwoiciey iest podstawy w położeniu poziomém wyrażać. **Wysokością** w tym razie będzie **liniia prosta**, ze ściany przeciwney podstawie lub z naywyższego punktu bryły, prostopadle do podstawy poprowadzona i kończąca się na płaszczyznie téyże podstawy.

Fig. 4, 5, 6. Podług tego, sami uczniowie wskażą podstawy i wysokości równoległościanów, wykreślonych na wzorach następuiących, a nauczyciel przez zadawane zręcznie pytania, wyciągaiąc ich na odpowiedzi stosowne do tego co pokazać zamierza, podobnie iak wyżey na tróykątach i czworokątach, da poznać na tych figurach następuiące prawdy geometryczne:

1ód Równoległościany prostokątne maiące równe podstawy (fig. 1, 3, 4), maią się wzaiemnie iak ich wysokości, i odwrótnie: z równemi wysokościami maią się iak podstawy (fig. 1, 2, 6, i 3, 5).

2re Takież równoległościany będą równemi sobie, gdy maią albo równe podstawy i wysokości, albo gdy ich podstawy są w odwrótnym z wysokościami stosunku. Wynika to z porównania figury 2giey z 3cią, i 5tey z 6tą.

Fig. 7, 8. Równoległościan złożony ze dwóch sześcianów na powrót by się rozdzielił na dwie równe części, przecinaiąc go płaszczyzna równoległą do ściany kwadratowéy, a dzielącą ścianę iéy przyległą na dwie części równe. Uważaiąc sześcian iako równoległościan prosty, podobniebyśmy go rozdzielili na dwie równoległościenne połowy (tak iako na fig. 8); podstawy i wysokości obu tych równoległościanów są między sobą równe.

Fig. 9, 10. Tenże sam sześcian może bydź ieszcze rozdzielonym na dwie inne połowy, z których każda iest graniastosłupem tróykątnym. Tak nazywamy bryłę stoiącą na podstawie tróykątnéy, zakończoną ze strony przeciwnéy takąż samą ścianą do pierwszey równoległą, a ze wszystkich stron innych prostokątami lub równoległobokami; stosownie do tego opisania, graniastosłupy mogą bydź proste lub ukośne: te ostatnie otrzymaćby można z podziału ukośnego sześcianu, lub takiegoż równoległościanu. Podstawą graniastosłupa może bydź, miasto tróykąta, wielokąt iakikolwiek: takie graniastosłupy biorą swe nazwisko od liczby kątów podstawy, mogą bydź przeto pięciokątne, sześciokątne i t. d., a to ieszcze proste, lub ukośne, podług tego iak ściany ich boczne są prostokątami albo równoległobokami. Ztąd wypada, że nie można brać żadney ze ścian bocznych za podstawę graniastosłupa, chociażby która z nich była w poziomém położeniu, w takim razie uważać należy bryłę tego rodzaiu jakby na boku leżącą. Gdy graniastosłup prosty stoi na swoiey podstawie, każda z krawędzi bocznych iest wysokością iego; w podobném położeniu wysokość ukośnego graniastosłupa będzie liniia prostopadła do podstawy, poprowadzona z iakiegobądź punktu ściany iéy przeciwnéy; wysokość taka zawsze iest krótszą od krawędzi bocznych tego rodzaiu graniastosłupa.

Aby rozdzielić sześcian prosty lub ukośny na dwa równe graniastosłupy tróykątne, dosyć będzie w podstawie i ścianie iéy przeciwnéy poprowadzić dwie równoległe przekątne; płaszczyzna przez nie i przyległe krawędzie boczne przechodząca, rozetnie sześcian na dwie rzeczone połowy. Dla pokazania tego oczewiście, nauczyciel przygotuie wprzód model sześcianu złożony z wielu kwadratów iednych na drugie kładzionych, wykroionych z miąszego papieru albo tektury. . Każdy kwadrat rozcinaiąc w kierunku przekątney na dwa równe tróykąty, złoży z tych ostatnich dwa graniastosłupy tróykątne, o których mowa.

Fig. 11. Bryła ograniczona płaszczyznami naymniey cztéry ściany mieć musi; dla złożenia albowiem iednego bryłowego kąta, naymniey trzech płaskich potrzeba. W różnych bryłach rozmaita liczba ścian bydź może: sześcian n. p. lub równoległościan ograniczaią się ścianami sześcią; w graniastosłupie tróykątnym iest ich pięć tylko, to iest: podstawa, ściana iey przeciwna, i trzy ściany boczne. Wyobraźmy iż w takim graniastosłupie ściana przeciwna podstawie coraz się zmnieysza, ściany iego boczne zamienią się na trapezy, których boki nierównoległe coraz więcéy zbliżać się końcami do siebie będą; przypuszczaiąc iż wszystkie trapezy zamieniły się tym sposobem na tróykąty, widoczna że tróykąt zmnieyszaiący się zniknie i ieden tylko punkt na iego mieyscu zostanie. Po takiem zniknieniu iednéy z pięciu ścian graniastosłupa tróykątnego, bryła ograniczy się cztérema tylko ścianami, stać będzie na tey saméy podstawie tróykątnéy, a inne ściany także troykątne zbiegą się wzaiemnie w ieden **ostry** wierzchołek, przeto bryły tego rodzaiu **ostrosłupami** zowiemy. Ostrosłup, podobnie iak i graniastosłup, może mieć rozmaitą podstawę: w ogólności zatém **mianuiemy** ostro-

słupem bryłę maiącą za podstawę iakikolwiek wielokąt, a inne wszystkie ściany tróykątne, stoiące na bokach rzeczonego wielokąta i zbiegaiące się wierzchołkami w punkt ieden. Podług liczby ścian przyległych podstawie może bydź ostrosłup, podobnie iako i graniastosłup, tróyścienny, czworościenny i t. p. albo raczey, podług tego iak podstawa iest tróykątem, czworokątem i t. p. zowiemy go ostrosłupem tróykątnym, czworokątnym, pięciokątnym, i t. d.

Jeżeli w ostrosłupie tróykątnym podstawa i trzy inne ściany są tróykątami równobocznemi, bryłę taką czworościanem foremnym albo krócey czworościanem mianuiemy. Ponieważ każda krawędź bryły iest wspólnym bokiem dwóch iey ścian sobie przyległych, przeto w bryle o którey mowa, wszystkie ściany muszą bydź równemi i mogącemi przystać wzaiemnie, a co idzie zatem, że i cztery iey kąty bryłowe są także równemi sobie, bo się każdy składa ze trzech kątów płaskich należących do równobocznych tróykątów.

Jako foremny wielokąt iest figurą maiącą boki i kąty równe, tak podobnie każda bryła foremną będzie gdy wszystkie iey ściany i kąty bryłowe równe są i mogące przystać do siebie; czworościan zatém i prostokątny sześcian są foremnemi bryłami, iakiemi bydź nie mogą ani sześcian ukośny, ani żaden graniastosłup tróykątny.

Wielokątów foremnych różnych, iest nieograniczona liczba, brył zaś foremnych nie więcey iak pięć gatunków utworzyć lub wyobrazić można. I tak prócz sześcianu i czworościanu foremnego, może bydź tylko ośmiościan, dwódziestościan i dwónastościan foremny. Przedstawiwszy modele tych pięciu brył, nauczyciel opisze ie w szczególności, iak następuie:

1ód Czworościanem foremnym iest bryła ograniczona cztérema tróykątami równobocznemi i maiąca cztéry kąty bryłowe, każdy z osobna złożony ze trzech kątów płaskich, należących do równobocznych tróykątów.

2re Sześcian prosty iest także bryłą foremną: ścian ma sześć, mogących przystać do siebie i osm katów bryłowych składaiących się, każdy ze trzech kątów prostych.

3cie Ośmiościan foremny ogranicza się ósmią troykątami równobocznemi, ma sześć kątów bryłowych, z których każdy złożonym iest ze czterech kątów równych, iako należących do troykątów równobocznych.

4te Dwódziestościan foremny ma ścian dwadzieścia, kątów bryłowych dwanaście, każda ściana iest równobocznym troykątem, a każdy kąt bryłowy składa się z pięciu kątów płaskich równych.

5te Dwónastościan foremny ma powierzchnią złożoną ze dwónastu pięciokątów foremnych, wszystkich kątów bryłowych iest w nim dwadzieścia, a każdy się składa ze trzech kątów równych pięciokąta foremnego.

Też same modele przydać się potém mogą iako wzory do rysowania.

P. Ze czterech kątów kwadratu, czy można złożyć kąt bryłowy?

O. Niepodobna, bo cztéry takie kąty wierzchołkami przy sobie położone leżeć będą wszystkie na iedney płaszczyznie.

P. Summa kątów płaskich składaiących kąt bryłowy, czy może bydź równą lub większą od czterech kątów prostych?

O. Tem samém bydź nie może, gdy cztéry kąty proste nie składaią kąta bryłowego.

Dla teyże przyczyczyny niepodobna iest złożyć kąta bryłowego, ani z sześciu kątów troykąta równobocznego (Tab. V. fig. 13), ani ze trzech kątów sześciokąta foremnego (Tab. V. fig. 14); że zaś wszystkie ściany każdey foremney bryły powinny bydź wielokątami także foremnemi, a żaden kąt bryłowy nie może się składać z mniey iak trzech kątów płaskich, przeto oprócz wymienionych pięciu, inna iakabądź bryła, ograniczona płaszczyznami, foremną bydź nie może.

Fig. 12. Aby rozdzielić ostrosłup troykątny na dwa inne ostrosłupy równe, należy wprzód poprowadzić liniią prostą dzielącą podstawę na dwie równe połowy (Tab. II. fig. 10, 11), i przeciąć go płaszczyzną przez tę liniią i wierzchołek ostrosłupa przechodzącą. Widocznie, iż płaszczyzna rzeczona przeydzie też przez linie łączące ten wierzchołek z końcami linii dzielącey podstawę na dwa równe tróykąty; iedna z nich będzie krawędzią ostrosłupa danego, a druga rozdzieli na dwa tróykąty równe, ścianę tey krawędzi przeciwną. Po nakreśleniu tych liniy (fig. 11) oznaczą się dwa ostrosłupy równe połączone z sobą, które potem osobno odrysować należy (iak na fig. 12).

Dopóki te ostrosłupy są razem złączone, maią oba wspólny wierzchołek a podstawy na iedney płaszczyźnie, przeto i wysokość ich będzie także wspólną; ztąd wniosek, że: ostrosłupy maiące równe podstawy i wysokości są sobie równemi. Możnaby to, podobnie iak w podziale sześcianu (Tab. VII. fig. 10), na modelu ostrosłupa widocznie pokazać. Na ten koniec dosyć będzie ostrosłup tróykątny, złożony z dwóch połów, postawić na kilku mniąszych tróykątach tak powiększaiących się, iżby przedłużeniem były rzeczonego ostrosłupa; przecinaiąc ie na połowy, w kierunku płaszczyzny dzielącéy ostrosłup, te połowy będą przedłużeniem połów ostrosłupa, skądby się wniosło, że: każda płaszczyzna przecinaiąca, równoległa podstawie ostrosłupa, wydaie tróykąt rozdzielony na dwie równe części, przez płaszczyznę z wierzchołka iego na połowę podstawy padaiącą, która tém samém i całą massę tego ostrosłupa na dwie połowy rozdzieli.

Fig. 13, 14, 15, 16. Sposób dzielenia graniastosłupa prostego tróykątnego na trzy równe ostrosłupy do tego się przywodzi, aby: przez iedną z krawędzi podstaw i przez wierzchołek kąta drugiey podstawy (1) przeciwnego krawędzi równoległéy do pierwszey, poprowadzić płaszczyznę, podobnie przez inną krawędź drugiey podstawy i wierzchołek kąta pierwszey, tak względem niey leżącey iak w poprzedzaiącym przypadku, przesunąć drugą płaszczyznę; dwie te płaszczyzny rozetną graniastosłup dany na trzy pomienione wyżéy ostrosłupy. Albowiem dwa z nich (fig. 14, 16) będą miały podstawę i ściany dwie, przy niey leżące, też same co i w graniastosłupie, a zatém i krawędź iedną prostopadłą do podstawy takąż samą: czyli, maiąc podstawy równe i wysokości, będą sobie równemi. Pozostały ostrosłup trzeci (fig. 15) i ieden z poprzedzaiących stawiac razem na równych podstawach, wynikłych z podziału iednéy ze ścian prostokątnych graniastosłupa, oba tak do siebie przypadną, że wierzchołki ich zeydą się w iednym punkcie i wysokość będą miały wspólną; co pokazuie, iż tym sposobem rozdzielić się może tróykątny prosty graniastosłup na trzy ostrosłupy równe także tróykątne. Dla lepszego prze-

(1) Ścianę przeciwna podstawie graniastosłupa inaczey jeszcze zowiemy drugą podstawą iego.

konania pokazawszy to na modelu, należy potém doprowadzić uczniów do następuiącego wniosku: ostrosłup tróykątny iest trzecią częścią takiegoż graniastosłupa gdy ma równą z nim podstawę i wysokość. Uczniowie podobnie iak w zagadnieniu poprzedzaiącem oznaczą: naprzód ostrosłupy żądane liniiami prowadzonemi na ścianach graniastosłupa, potém osóbno ie odrysuią, a nakoniec dwa z nich połączone razem i na innych postawione tróykątach wykreślą.

Fig. 17. Na wzorze następuiącym wystawiony iest graniastosłup prosty maiący za podstawę sześciokąt foremny, o czém łatwo będzie przekonać uczniów, stawiac obok rysunku model teyże bryły i przywodząc im na pamięć, że wykreślone ściany i podstawy graniastosłupa, nie są rzeczywiście tey samey postaci, lecz że się takiemi pokazuią dla oka, w pewném szczególném położeniu względem bryły zostaiącego. Sciany prostokątne tego graniastosłupa podobnie iak w sześcianach i graniastosłupach tróykątnych z łatwością wykreślić się daią; dla pokazania dokładnego sposobu, iak odrysować wielokąt foremny w położeniu iego ukośném, użyie nauczyciel następuiącego środ-

ka. Wykreśliwszy koło ze wpisanym iakimbądź wielokątem foremnym, niżey pod nim odrysuie ellipsę, z osią wiekszą równą średnicy tegoż koła (Tab. A fig. J). Jeżeliby się to koło obracało równolegle do większey osi ellipsy, w pewnem ukośnem położeniu wydałoby się tey samey postaci iak wykreślona ellipsa w położeniu równoległem, a przeto i wielokąt w koło wpisany, iako maiący potem wierzchołki swych kątów na obwodzie ellipsy, ściśnionym by się pokazał; dla wykreślenia iego, dosyć iest: przez wierzchołki wielokąta w kole poprowadzić liniie prostopadłe do osi ellipsy i połączyć liniiami prostemi punkta, w których iey obwod przecięty będzie przez pomienione prostopadłe liniie. Wielokąt tak utworzony przybrałby na powrót foremną postać, skoroby się ellipsa zamieniła na koło, ze średnicą równą iey osi większey.

Ponieważ w każdym graniastosłupie obie iego podstawy są figurami równoległemi i mogącemi przystać do siebie, przeto w położeniu ukośnem tey bryły, o ile iedna podstawa odmieni postać swoią, o tyle i w takimże sposobie druga odmienić ią musi, tak dalece, że: we wszystkich różnych położeniach iakiego-

14

bądź graniastosłupa, obie iego podstawy pokażą się figurami mogącemi do siebie przystać i maiącemi boki odpowiedne równoległe wzaiemnie (1). Ztąd wypada, że w odrysowanym graniastosłupie prostym ściany boczne muszą bydź równoległobokami, wyiąwszy te tylko, co są równoległemi do oka: które tem samem nie odmienią dla widza postaci swoiey i w obrazie figurami prostokątnemi będą. Po takim wykładzie łatwiey będzie dla uczniów figurę 17tą i następne od oka przerysować, a monitorom z większą dokładnością i prędzey ie poprawić.

Fig. 18. Każdy graniastosłup wielokątny może się na tróykątne rozebrać, dzieląc iednostaynym sposobem na tróykąty obie podstawy iego i przesuwaiąc płaszczyzny przez każde dwie dzielące linie równoległe do siebie. Na figurze 17tey oznaczone są wszystkie rzeczone graniastosłupy, a figura 18ta przedstawia ieden

(1) Liniie równoległe względem siebie, lecz nachylone do płaszczyzny rysunku wtenczasby się tylko wydały równoległemi ieżeliby oko w nieskończoney od nich było odległości; nauczyciel iednak pamiętać powinien iż uczniowie rysuią bryły geometrycznie, to iest: tak iako się kreślą w nauce geometryi nie zaś podług prawideł dokładney perspektywy.

z nich osobno wykreślony. Możnaby ieszcze rozdzielić tenże sam graniastosłup wielokątny na inne graniastosłupy tróykątne, których podstawami będą tróykąty, wynikłe także z podziału podstaw graniastosłupa wielokątnego, przez liniie prowadzone od wierzchołków dwóch kątów, odpowiednych sobie w rzeczonych podstawach, do wszystkich innych wierzchołków tychże wielokątnych podstaw. W graniastosłupie prostym krawędzie ścian bocznych prostopadłemi są do obu podstaw, równie iak liniia łącząca ich środki; przeto wysokości graniastosłupa wielokątnego i wszystkich tróykątnych, z podziału iego wynikaiących, muszą bydź sobie równe.

Fig. 19, 20. Rysowanie ostrosłupa od wykreślenia podstawy zaczynać należy: oznaczywszy potem wierzchołek, połączyć go liniiami prostemi ze wszystkiemi wierzchołkami kątów teyże podstawy. Jeżeli wykreślony ostrosłup iest wielokątnym, podobnieby go iak graniastosłup na tróykątne rozebrać można: dzieląc podstawę na tróykąty przez liniie przekątne, albo ze środka do wszystkich wierzchołków wyprowadzone i przecinaiąc go potem płaszczyznami przez te liniie i wierzchołek ostrosłupa wielokątnego przechodzącemi. W każdym ostrosłupie prostym liniia prowadzona od wierzchołka iego do środka podstawy iest do niey prostopadłą, a tém samém wysokością będzie w tego rodzaiu ostrosłupach (Tab. VII. fig. 3). Wszystkie przeto tróykątne ostrosłupy, otrzymane wskazanym sposobem z wielokątnego, chociaż nie są prostémi, muszą bydź iednak koniecznie równych z nim wysokości. Po przerysowaniu ze wzorów brył wymienionych można będzie uczynić nad niemi następuiące uwagi: 1ód ostrosłup tróykątny iest trzecią częścią takiegoż graniastosłupa, ieżeli podstawy ich i wysokości są równe (fig. 13, 14). 2re Graniastosłup tróykątny iest połową sześcianu lub równoległościanu, maiącego też samą wysokość a podstawę dwa razy większą (fig. 9, 10). Jeżeli iedna bryła iest równą drugiey, to i połowy ich są równe i trzecie części równe pomiędzy sobą bydź muszą. Jeżeli iedna bryła iest ilekolwiek razy mnieyszą albo większą od drugiey, tedy połowa lub trzecia część iedney tyleż razy będzie większą lub mnieyszą od połowy lub też od trzeciey części drugiey. Ztąd wynika, że, co się mówiło porównywaiąc wzaiemnie wielkość sześcianów lub równoległościanów, toż samo powiedzieć można o graniastosłupach tróykątnych, a co się o tych ostatnich powie, toż samo ma się rozumieć i względem ich części trzecich czyli ostrosłupów tróykątnych. Że zaś graniastosłupy i ostrosłupy wielokątne można złożyć z graniastosłupów i ostrosłupów tróykątnych (fig. 17, 18, 19, 20), przeto ze stosunku wielkości tych ostatnich, wnieść można o stosunku wzaiemnym wielkości pierwszych. A naprzód że: każdy ostrosłup wielokątny iest trzecią częścią takiegoż graniastosłupa, gdy ich podstawy i wysokości wzaiemnie są sobie równe.

P. Co należy sądzić o wielkości dwóch graniastosłupów tróykątnych, gdy ich podstawy i wysokości są równe; albo, gdy podstawy są w odwrótnym stosunku z wysokościami?

P. Graniastosłupy tróykątne, gdy maią podstawy równe, w iakim są do siebie stosunku, i wzaiemnie gdy ich wysokości są równe a podstawy nie są?

Też same pytania zastosuie nauczyciel do ostrosłupów tróykątnych; nakoniec do graniastosłupów i ostrosłupów wielokątnych, a nie trafne odpowiedzi uczniów za każdym razem sprostuie.

Fig. 21, 22. Powiększaiąc liczbę boków w podstawach wielokątnych graniastosłupa lub ostrosłupa, liczba też ścian bocznych powiększać się będzie; lecz iako boki wielokątów w iedno koło wpisanych tém są mnieysze, im ich iest więcey w którym wielokącie, tak podobnie, za powiększeniem liczby ścian bocznych graniastosłupa lub ostrosłupa, każda z nich zmnieyszać się musi. Jeżelibyśmy powiększaiąc bez ograniczenia liczbę boków w podstawach brył pomienionych, na koła ie zamienili, ściany boczne tych brył ciągle się zmnieyszaiąc zniknęłyby nakoniec, albo raczey zlałyby się razem w iedną ciągłą powierzchnią niemaiącą żadnych krawędzi ostrych. Powierzchnia taka zowie się walcową, która ze ścian bocznych graniastosłupa wynika, a ostrokręgową co powstaie z takichże ścian ostrosłupa. Walcem kołowym mianuiemy bryłę ograniczoną z dwóch stron przeciwnych kołami równemi i równoległemi, a ze wszystkich innych stron ciągłą powierzchnią walcową, podobnie zowiemy ostrokręgiem kołowym, albo tylko ostrokręgiem bryłę, co się ogranicza z iednéy strony kołem, służącym iéy za podstawę, a ze wszystkich stron innych powierzchnią ostrokręgową zbiegaiącą się w ieden punkt ostry, będący wierzchołkiem ostrokręgu; ieżeliby, zamiast koła, podstawą walca lub ostrokręgu była ellipsa, ostrokrąg taki lub walec elliptycznym się zowie. Łącząc liniią prostą środki podstaw, iakiego bądź walca, albo wierzchołek ostrokręgu ze środkiem iego podstawy, liniią taką osią tych brył zowiemy. Jeżeli oś prostopadłą iest do podstawy, walec taki, lub ostrokrąg prostémi będą, oś w tym przypadku iest ich wysokością, w razie przeciwnym oś iest dłuższą od wysokości, która w walcu ukośnym iest do obu podstaw iego prostopadła i na płaszczyznach tychże podstaw kończąca się, a w takimże ostrokręgu będzie podobniez liniia prostopadłą do podstawy z wierzchołka iego poprowadzoną.

Walce i ostrokręgi uważać się mogą iako graniastosłupy i ostrosłupy o nieskończenie mnogiéy liczbie ścian bocznych: też-same przeto stosunki zachodzić powinny między wielkościami brył tego rodzaiu, iakie się wyprowadziły na graniastosłupy i ostrosłupy; będzie więc ostrokrąg trzecią częścią walca gdy maią podstawy i wysokość też same. Ostrokrąg taki i walec wyrażone są na figurze 21: stoią one razem na wspólney podstawie i wspólną maią wysokość; lecz że ostrokrąg zakrytym iest przez powierzchnią walca, w rysunku przeto obraz powierzchni ostrokręgowey ograniczył się liniiami kropkowémi.

Dla wprawy w rysunek, oraz dla porównania na oko rozmaitych wielkości walców i ostrokręgów, może nauczyciel kazać wykreślić walec pewnych oznaczonych wymiarów, n. p. wysoki na sześć cali, a któregoby promień podstawy był długim na cali trzy: potém kilka innych złożonych ze dwóch, trzech i t. d. takich iak poprzedzaiący, podobnie ostrokręgi równych z niemi podstaw i wysokości; tym sposobem łatwiey im będzie dotykalnie pokazać stosunki wielkości brył tego rodzaiu, iakie się wyżey na równoległościanach (fig. 1.......6), taż sama droga wyprowadziły. Przystąpi potém do podziału walca na części równe, podług początkowych wzorów następney tablicy, dodaiąc oraz, ile mu czas pozwoli, własne w podobnym rodzaiu zagadnienia: aby tym sposobem lepiey przygotować uczniów do rysowania brył powierzchniami krzywemi zewsząd ograniczonych.

TABLICA VIII. (fig. 1).

Każda płaszczyzna przez oś walca poprowadzona dzieli go na połowy: dwie takie płaszczyzny prostopadłe do siebie rozetną walec na cztery równe części; te albowiem płaszczyzny przez środki podstaw przechodząc, rozdzielą ie, w kierunku dwóch prostopadłych średnic, każdą na cztery wycinki równe. Na tey figurze podział rzeczony iest tylko wskazanym, wzory następne przedstawią rozmaite połowy walca osóbno wykreślone.

Uważaiąc walec iako graniastosłup o nieograniczoney liczbie boków, płaszczyzna przez oś iego poprowadzona, wydałaby czworokąt maiący równoległe przeciwne boki: podstawy albowiem w graniastosłupie są równoległemi, a ściany boczne albo są do nich prostopadłemi, iak w graniastosłupie prostym, albo iednostaynie nachylonemi, iakibykolwiek był graniastosłup ukosny. W walcu przeto prostym z podobnego przecięcia wyniknąć musi prostokąt, którego iedne dwa boki będą równoległemi średnicami dwóch podstaw, a dwa drugie prostopadłemi do nich: iakby przecięcia, od teyże samey płaszczyzny dwóch ścian nieskończenie wąskich graniastosłupa, z których powstała krzywa powierzchnia uważanego walca.

Fig. 2. Na tey figurze są poosóbno wykreślone dwie połowy walca prostego, wynikłe z przecięcia płaszczyzną prostopadłą do płaszczyzny rysunku; wyobrażaiąc, iż patrzymy na nią z ukosa, oba prostokąty, którcmi się oddzielaią rzeczone połowy, pokażą się równoległobokami.

Na wzorze następuiącym prostokąty pomienione nie odmieniaią swoiey postaci, płaszczyzna albowiem przecinaiąca iest równoległą do płaszczyzny obrazu.

Fig. 4. Uważaiąc walec przecięty razem od dwóch płaszczyzn prostopadłych i przez oś przechodzących, rozebraćby go można na cztéry równe części, części te po dwie razem tak są wystawione na wzorze, iak leżą na przeciw siebie w rzeczonym walcu.

W celu porównania brył ukośnych z prostémi pokaże wprzód nauczyciel iak się mierzą sześciany i równoległościany; potém, zastosowawszy ten sposób do dalszych brył wykreślonych, nauczy nakoniec uczniów iak się wymierzaią ukośne bryły tego rodzaiu, a przeto iak ie z bryłami prostemi i wzaiemnie z sobą porównywać należy. Wykreśliwszy kwadrat podzielony na pewną liczbę cali kwadratowych (Tab. A fig. Y), a potém sześcian takiemiż kwadratami ograniczony, na stronie zaś inny sześcian wielkości cala sześciennego, powie uczniom: iako calem podłużnym iest liniia prosta długości cala, a kwadratowym zowie się kwadrat, którego boki długie są na cal ieden liniowy czyli podłużny, tak podobnie calem sześciennym albo kubicznym zowiemy bryłkę postaci sześcienney ograniczoną zewsząd calami kwadratowemi, albo co iest toż samo, iż cal sześcienny iest kubusem czyli sześcianem, którego każda krawędź iest równą calowi podłużnemu. Dodawszy oraz, że odrysowany sześcian ma w podstawie cztery n. p. cale kwadratowe, a przeto wysoki na dwa cale podłużne, zapyta uczniów:

P. Wiele się w takim sześcianie pomieścić może cali sześciennych?

O. Tyle ile ich można na podstawie obok siebie postawić i wieleby takich rzędów, stosownie do wysokości sześcianu, iedne na drugich umieścić można.

Ponieważ podstawa ma cztéry cale kwadratowe, a zatém w pierwszym rzędzie zmieściłoby się także cztéry cale sześcienne, ieden na każdym kwadratowym calu podstawy: wysokość zaś ma dwa cale, a każdy rząd nie iest nad cal ieden wyższym, rzędów więc takich w całym sześcianie będzie dwa: wszystkich zatém cali sześciennych zmieści się w nim dwa razy po cztéry, to iest ośm.

P. Jeżeli krawędź sześcianu ma trzy cale podłużne, wielu calami kubicznémi napełnić go można?

O. Ponieważ podstawa takiego sześcianu mieć musi cali kwadratowych dziewięć, przeto napełnićby go można, liczbą dziewięć wziętą trzy razy, to iest: dwódziestą siedmią calami sześciennemi.

P. Maiąc dwa naczynia sześcienne podobney wielkości, to iest: większego krawędzie długie na trzy cale, a mnieyszego na cal ieden, ileby razy wlać potrzeba wody pełne naczynie mnieysze aby napełnić większe?

Podobnie odmieniaiąc pytania, można dać uczniom czyste wyobrażenie wymiaru bryłowatości czyli massy, a postępuiąc daley łatwo będzie ich doprowadzić do wyśledzenia nieiako przez się następuiących wniosków:

1ód Bryłowatość czyli massa równoległościanu prostego, odniesiona do pewney miary sześciennéy, równą iest liczbie miar kwadratowych podstawy rozmnożoney przez liczbę takichże miar podłużnych wysokości, czyli króćey, że: bryłowatość równoległościanu równa się mnogości z podstawy przez wysokość.

2re Bryłowatość graniastosłupa tróykątnego, iako równa połowie równoległościanu, maiącego też samą wysokość a podstawę dwa razy większą (fig. 9, 10), także iest równą podstawie tróykątney graniastosłupa rozmnożoney przez wysokość. Że zaś każdy graniastosłup wielokątny z tróykątnych złożonym bydź może, albo się zamienić na równy mu graniastosłup tróykątny, przeto i bryłowatość każdego innego graniastosłupa równą bydź musi mnogości z podstawy przez wysokość iego.

3cie Ponieważ każdy ostrosłup iest trzecią częścią graniastosłupa równey z nim podstawy i wysokosci (fig. 19, 20), przeto bryłowatość każdego ostrosłupa równą iest trzeciey części mnogości z podstawy przez iego wysokość.

4te Bryłowatość walca znaydziemy, gdy powierzchnia koła, to iest: liczba miar kwadratowych iego podstawy, rozmnoży się przez liczbę miar podłużnych wysokości; uważaiąc albowiem walce iako graniastosłupy z nieograniczoną liczbą ścian bocznych, bydź musi koniecznie bryłowatość walca równą podstawie rozmnożoney przez wysokość. Uważaiąc nakoniec ostrokrag iakby był ostrosłupem o nieograniczoney liczbie ścian bocznych, a tém samém za podstawę maiący wielokąt z nieskończoną liczbą boków, wypada że:

5te Bryłowatość ostrokręgu iest trzecią częścią mnogości z podstawy przez wysokość iego.

To wszystko stosuie się nie tylko do prostych graniastosłupów, ostrosłupów, walców i ostrokręgów, ale też i do ukośnych brył tego rodzaiu. Na ten koniec porównaymy iedną z brył wymienionych prostą z takąż samą ukośną, a przekonamy się, że gdy maią podstawy i wysokości równe, massy ich czyli bryłowatości wzaiemnie równe bydź muszą.

Niech będzie graniastosłup czworokątny prosty, a drugi ukośny, stoiące na wspólney podstawie i oba iednakiey wysokości (Tab. A fig. Z): ukośny możnaby uważać iako utworzony z prostego, przez posunięcie na stronę ściany przeciwney podstawie, po płaszczyźnie równoległey do teyże podstawy; widoczna iż się wysokość przez to nie odmieni i tylko ściany boczne prostokątne zamienią się w ukośnym na równoległoboki. Sposób ten przeyścia od graniastosłupa prostego do ukośnego, nie zależy bynaymniey od ich wysokości: a przeto ieżelibyśmy odcięli część iakąś obudwu, przez płaszczyznę równoległą do wspólney ich podstawy, ściany iey przeciwne w obu pozostałych graniastosłupach byłyby wzaiemnie równemi, iako równaiące się wspólney ich podstawie; wyobrażaiąc przeto wiele takich płaszczyzn przecinaiących, figury ztąd powstałe w obudwu graniastosłupach, byłyby równemi sobie. Powiększaiąc bez końca liczbę podobnych płaszczyzn widoczna, że: pomienione graniastosłupy składać się będą z iednakiey liczby bryłek nieskończenie cienkich ograniczonych z dwóch stron figurami równemi; bryłki te uważaiąc iako zbiór punktów materyalnych, iedne obok drugich leżących wnieślibyśmy, że massy rzeczonych bryłek wzaiemnie sobie są równe, a przeto i całkowite massy uważanych graniastosłupów, czyli ich bryłowatości albo obiętości, iako składaiące się z równey liczby pomienionych bryłek, muszą bydź także równemi. A tak przekonywamy się że: każdy graniastosłup ukosny iest równy prostemu, gdy maią podstawy i wysokości równe. Widocznie można to pokazać na modelu złożonym z figur przystaiących do siebie, wykroionych z papieru miąszego albo z cienkich tabliczek drewnianych: układaiąc z nich raz graniastosłup prosty, drugi raz ukośny, obudwu będą podstawy i wysokości iednakie, gdy liczba pomienionych tabliczek i miąszość każdey z osóbna będą też same, czyli gdy massy albo bryłowatość obu graniastosłupów będą sobie równe. Możnaby ieszcze dokładniey przekonać się o tém, następuiącym sposobem: wyobraźmy, że od całey bryły ABCDMNLG odciętym został graniastosłup tróykątny LENGFM, częścią iey pozostałą będzie graniastosłup AGCF. Od teyże samey bryły odiąwszy inny graniastosłup tróykątny ACQBDP, pozostanie graniastosłup ukośny AGQM; lecz że odeymowane tróykątne graniastosłupy LENGFM i ACQB-

DP są sobie równe, iako proste i maiące równe podstawy i wysokości, przeto i pozostaiące bryły, to iest: graniastosłup prosty i ukośny, równémi sobie bydź muszą. Co się dopiero pokazało na graniastosłupach, stosuiąc do ostrosłupów, walców i ostrokręgów, wypada, że i te ostatnie bryły ukośne równe są takimże bryłom prostym, gdy maia z niemi podstawy równe i wysokości iednakie; a ztąd i sposób wyrachowania obiętości, czyli massy, brył ukośnych, przywodzi się do tych samych prawideł, iakie dla oznaczenia obiętości podobnych brył prostych podane były.

Fig. 5, 6. Po przerysowaniu ze wzorów walca i ostrokręgu ukośnego, zada nauczyciel wyrachować ich obiętość, czyli bryłowatość, stosownie do naznaczonych wymiarów podstaw i wysokości. A ieżeliby czas pozwolił, mogą ieszcze wykreślić uczniowie połowy i czwarte części ostrokręgu prostego, podobnie iak walec (fig. 1.......4) rozdzielonego: oraz części rozmaite walców i ostrokręgów ukośnych, rozciętych płaszczyznami przez ich osie prowadzonemi.

Fig. 7. Postać kulista tyle iest pospolicie znaioma, że nauczyciel użyie modelu tey bryły ie-

dynie dla pokazania uczniom niektórych iey własności i dla obiaśnienia wzorów następuiących, w których rozmaite części kuli są wystawione. A naprzód, zwracaiąc uwagę na samą tylko powierzchnią, opowie: że każdy iey punkt w iednakiem iest oddaleniu od pewnego środkowego punktu, który się dla tego środkiem kuli nazywa, z czego wypada że: każda płaszczyzna przez środek kuli prowadzona, przecinaiąc iey powierzchnią, wydaie okrąg koła; wszystkie bowiem punkta iego, znayduiące się na tey powierzchni, są, iak bydź powinny, w równey odległości od środka kuli. Koło takie zowie się kołem wielkiem: środek iego iest w pośrodku kuli, a każdy promień równa się oddaleniu punktów powierzchni kuli od iey środka, które też promieniem kuli mianuiemy. Dwa promienie, czyniące razem iedną liniią prostą składaią średnicę kuli. Wyobraźmy koło wielkie tak się obracaiące, że iedna średnica, a zatem i iey środek, nie odmienia pierwszego położenia, widoczna iest, że: wszystkie punkta okręgu iego będą statecznie w odległości iednakiey od rzeczonego środka, okrąg przeto uważanego koła w ruchu swoim wirowym przebieży powierzchnią kuli. Srednica stała, około którey ruch się pomieniony odbywa, odniesiona do kuli tak utworzoney, zowie się osią, oba zaś końce biegunami kuli. Ponieważ obracaiące się koło nie odmienia wielkości ani też postaci, wszystkie przeto punkta okręgu iego, nie odmieniaiąc w ciągu obrotu odległości względem stałey średnicy, opiszą koła maiące okręgi swoie na powierzchni utworzoney kuli. Okręgi te leżąc iedne przy drugich, zaymuią całą powierzchnią kulistą, a że są równoległe, nazywaią się przeto równoleżnikami. Środki wszystkich równoleżników znayduią się na osi, punkta albowiem każdego w szczególności okręgu są od niey iednako oddalonemi. Różne punkta obracaiącego się okręgu opisuią rozmaitey wielkosci równoleżniki, zależy to od ich oddalenia względem osi: końce iey n. p. czyli bieguny, iako stałe, żadnych kół nie dadzą, im które punkta okręgu są od nich, a zatem i od średnicy wziętey za os, bardziey oddalone, tem równoleżniki opisane przez nie większemi będą; z tego wypada, że: punkt naydalszy od obu biegunów, czyli odpowiadaiący srodkowi osi, opisze koło naywiększe ze wszystkich równoleżników i naywiększe, iakie w kuli bydź może: maiące przeto tenże sam promień co kula a środek swóy w połowie osi, czyli w pośrodku teyże kuli. Owo zgoła: każda płaszczyzna przecinaiąca kulę, aby wydała koło wielkie powinna przez iey środek przechodzić, inaczey koło będzie małém, to iest: maiące promień mnieyszy od promienia kuli.

Uważaiąc iakkolwiek przeciętą kulę szeregiem płaszczyzn równoległych, koła, ztąd wynikłe, będą także równoległemi, czyli równoleżnikami: liniia przez ich środki przechodząca, będzie do nich prostopadła: iest bowiem iednako odległą od ich okręgów, nie może się przeto ku nim nachylać, więcey w iedną iak w inną którakolwiek stronę. Liniia rzeczona przeydzie też i przez środek kuli, ponieważ iedno z kół uważanych, może bydź kołem wielkiém. Im która z płaszczyzn przecinaiących bliższą iest środka kuli, tém wieksze będzie koło z takiego przecięcia wynikłe, im bliższą iest powierzchni, tém koło mnieyszém bydź musi; a ieżeli przecinaiąca płaszczyzna oddali się od środka na długość promienia kuli, widoczna iż ieden tylko punkt z iey powierzchnią wspólny mieć będzie; płaszczyznę taką zowiemy styczną do powierzchni kuli: iest ona prostopadłą do promienia, poprowadzonego w punkcie wzaiemnego ich dotknięcia się.

Po takiém przygotowaniu łatwo będzie poiąć i odrysować fig. 7mą, pokazuiącą kulę rościętą przez dwa koła wielkie prostopadłe do siebie i dwa małe do iednego z nich równoległe; z takiego podziału wynikłe części kuli, są wyrażone poosóbno na wzorach następuiących:

Fig. 8. Połowy kuli, czyli półkule, ograniczaią się powierzchnią kulistą ze strony iedney, a kołem wielkiém z drugiéy; koła te na wzorze są ellipsami, iako względem oka będące w ukośném położeniu.

Fig. 9, 10, 11. Część kuli ograniczoną kołem małém z iedney, a powierzchnią kulistą ze strony drugiey, odkrawkiem zowiemy (fig. 9.......11); tém on iest względem kuli czém względem koła odcinek. Inna zaś część, otoczona pasem powierzchni kulistey i dwóma kołami równoległemi (fig. 10), nazwać się może kręgiem albo krążkiem kulistym, przez podobieństwo do krążka walcowego lub ostrokręgowego: które tak się otrzymać mogą z walca albo ostrokręgu, iak krążek kulisty z przecięcia kuli.

Fig. 12. Połowy poprzedzaiących części posłużą do wprawienia uczniów w kreślenie rozmaitych łuków ellipsy, co się przyda potem gdy rysować będą w perspektywie naczynia i inne sprzęty podobnych postaci.

Fig. 13. Odmiennie ieszcze rozdzielimy kulę, gdy, zamiast płaszczyzny przecinaiącey, użyiemy powierzchni ostrokręgowey; na ten koniec dosyć iest odrysować koło na powierzchni kuli i wziąć go za podstawę ostrokręgu, maiącego swóy wierzchołek w iey środku; ieżelibyśmy wykroili część kuli, prowadząc ostrze po tey ostrokręgowey powierzchni, bryłę ograniczoną ze strony iedney przez tę powierzchnią, a z drugiey przez część powierzchni kuli, nazywamy wykrawkiem. Wykrawek może bydź mnieyszym lub większym od połowy kuli: w przypadku pierwszym wierzchołek powierzchni ostrokręgowey ostrym iest, czyli wypukłym, w drugim zaś wklęsłym bydź musi.

Fig. 14. Odrysowawszy dwa koła równe i równoległe na powierzchni kuli i oba uważaiąc iako podstawy ostrokręgów maiących swe wierzchołki w iey środku, powierzchnie tych ostrokręgów rozdzielą kulę na trzy wykrawki takie, że: dwa z nich będą miały ostre wierz-

chołki, w trzecim zaś oba wierzchołki powierzchni ostrokręgowych wklęsłe bydź muszą i zbiegaiące się w iednym wspólnym punkcie. Ostatni ten wykrawek ogranicza się pasem powierzchni kulistey i dwiema powierzchniami ostrokręgowemi, z których iedna iest przedłużeniem drugiey: albo raczey iedną tylko powierzchnią maiącą swóy środek w pośrodku kuli. Trzy pomienione wykrawki oznaczone są na figurze 13tey, a następuiący wzór 14ty wystawia ie osobno w takiem położeniu, iż wzaiemnie zbliżone złożyłyby na powrót tę samą kulę, z którey powstały.

Dwa odkrawki maiące koła równe, odcięte od iedney albo dwóch kul różnych, przyłożone do siebie rzeczonemi kołami utworzą bryłę, która się s o c z e w k ą w y p u k ł ą nazywa. Soczewka tego rodzaiu, ieżeli iest z massy przezroczystey, iak n. p. ze szkła, ma szczególną własność skupiania promieni światłych; dla tegoto, patrząc przez nią na iakiś przedmiot iaśniey go widziemy i większym, iak iest rzeczywiście. Szkło wyrobione w soczewkę, używa się takoż do zapalania, wystawuiąc ie na promienie słoneczne: które, oprócz świecenia, są ieszcze mocno ogrzewaiącemi. Dla proby, iak dalece uczniowie są w stanie użycia rysunku do wytłumaczenia swych myśli, każe im nauczyciel, podług tego opisu, wykreślić soczewkę w rozmaitém względem oka położeniu.

Kula iest szczególnym gatunkiem brył ograniczonych powierzchnią tworzącą się ruchem iakieybądź linii, około prostey osi; zowiemy ie toczonémi: (1) dla tego, że się mogą wykształcić za pomocą zwyczayney machiny tokarskiey. Następna tablica wzorów, wystawia niektóre przykłady brył tego rodzaiu.

## TABLICA IX. (fig. 1).

Uważaiąc ellipsę obracaiącą się ruchem wirowym, około iedney z dwóch osi, podobnie iak wyżey koło względem swoiey średnicy (Tab. VIII. fig. 7), obwod ellipsy przebieży szczególną powierzchnią toczoną, od kulistey różną; bryła ograniczaiąca się tą powierzchnią, nosi nazwisko ellipsoidy toczoney. Oś ellipsy, około którey odbywa się pomieniony

(1) Ponieważ liniia, tworząca taką powierzchnią, obraca się względem osi ruchem wirowym, możnaby ie przeto powierzchniami wirowémi nazywać.

obrót, zowiemy osią ellipsoidy. Wszystkie punkta obwodu obracaiącey się ellipsy, przebiega okręgi kół równoległych; okręgi tych kół są równoleżnikami ellipsoidy, a ich środki bydź muszą na osi obrotu (obacz Tab. VIII. fig. 7).

Ztąd wypada, że: każda płaszczyzna, przez oś ellipsoidy przechodząca, przetnie bryłę i wyda ellipsę: taką płaszczyznę zwać będziemy południkową, a ellipsę ztąd powstałą liniią południkową ellipsoidy; każda zaś inna płaszczyzna wydaiąca koło, musi bydź prostopadłą do osi ellipsoidy toczoney.

Fig. 2. Dwie następne figury wystawuią w rysunku trzy części ellipsoidy, rozciętey dwiema płaszczyznami przez oś poprowadzonemi. Pierwsza wyraża dwie części razem połączone, druga wystawia część poiedynczą; ze wszystkich trzech napowrót całą ellipsoidę złożyćby można.

Fig. 3. Jak poprzedzaiąca bryła tworzy się obrotem ellipsy około osi większey i iest iakby rozciągnioną kulą, podobnie ta druga, niby kula spłaszczona, powstaie z obrotu ellipsy na około osi mnieyszey. Każda płaszczyzna południkowa w tey bryle wydaie ellipsę, a

wszelkie inne prostopadłe do osi dadzą równoleżniki, które są kołami we wszystkich powierzchniach toczonych. Na tey figurze są tylko oznaczone części ellipsoidy, wynikłe z iey przecięcia płaszczyznami południkowemi; wzór następuiący (fig. 4) wyraża iedną połowę i wszystkie połowy części drugiey, osobno wykreślone.

Fig. 5. Obrączkowa powierzchnia tworzy się przez okrąg koła, obracaiący się ruchem wirowym, względem pewney linii prostey, na tey samey płaszczyźnie co i pomieniony okrąg leżącey. Bryła ograniczona tą powierzchnią ma szczególną własność, iż nietylko płaszczyzny prostopadłe do osi wydaią koła, iak w ellipsoidzie toczoney, lecz i wszelkie inne przez oś prowadzone, czyli płaszczyzny południkowe.

Fig. 6. Dla lepszego wystawienia postaci tey bryły, wykreślone są poosobno dwie połowy, wynikłe z iey rozcięcia przez płaszczyznę południkową, liniia południkowa maiąca postać kołową, w położeniu ukośném, względem oka wyda się ellipsą, i tak ią rysunek wyraża.

Fig. 7. Wzór następuiący przedstawia bryłę toczoną, składaiącą się ze trzech brył ró-

żnych: z dwóch stron przeciwnych, są dwa krążki walcowe, a pośrodku ich pewna bryła, którey wklęsła powierzchnia może się utworzyć ruchem wirowym linii krzywey złożoney z łuku koła i części obwodu ellipsy (obacz Tab. IV. fig. 3).

Fig. 8. Prowadząc dwie płaszczyzny południkowe, rozciągaiące się w iedną stronę, względem osi tey bryły, i odiąwszy część iey, tym sposobem wyciętą, w drugiey pozostałey widoczną będzie oś tey bryły i dwa różne położenia linii południkowey.

Fig. 9. Następna bryła toczona składa się z pięciu brył różnych połączonych razem. Na końcach są dwa walcowe krążki, pośrodku bryła zakończona powierzchnią obrączkową, a między niemi dwie bryły, w przeciwném względem siebie położeniu, ograniczone powierzchniami, mogącemi się utworzyć przez pewne liniie essowe, obracaiące się około osi tey bryły.

Fig. 10. Ostatni wzór pokazuie osobne części poprzedzaiącey bryły, powstałe: naprzód z przecięcia iey dwiema płaszczyznami południkowemi, w iedną stronę od osi rozciągaiącemi się; powtóre: iedną z tych części na pięć

nnych rozciętą przez płaszczyzny do teyże osi prostopadłe.

Rysuiąc bryły ograniczone płaszczyznami, podały się sposoby mierzenia ich obiętości, przez porównanie ze znaiomą bryłą sześcienną: tu mogą uczniowie zagadnąć nauczyciela, iakby wyrachować wielkość czyli massę brył powierzchniami krzywemi ograniczonych; w takim razie, ostrzegłszy ich o trudności podobnego rachowania, doda że: w potrzebie możnaby do tego przyyść prędzey, a niemniey dokładnie, następuiącym praktycznym sposobem. Wziąwszy naczynie wielkości cala sześciennego, napełniy ie wodą i wley ią do innego naczynia maiącego dosyć obszerności, aby się bryła do wymierzania dana, wygodnie w niém pomieścić mogła.

Ile cal sześcienny płynu zaymie w tém naczyniu, oznacz kreską na wewnętrzney ścianie iego i powtarzay toż samo dopóty, aż się całe naczynie napełni; tym sposobem mieć będziesz podziałkę z liczbami, które przy każdey kresce położysz. Liczba ostatniey kreski wskaże, ile się w całém naczyniu cali sześciennych mieści. Dopiero zanurz bryłę, którey masz obiętość wymierzyć: część wody napełniaiącey naczynie za brzegi ustąpi i tyle się iey wyleie, ile zaymuie mieysca ponurzona bryła; po wyięciu iey z wody, naczynie będzie niepełne, a liczba kresek płynem niezaiętych, ukaże ile się go cali sześciennych za brzegi wylało: albo, co iest iedno, ile ma cali sześciennych obiętość zanurzaney bryły. Możnaby toż samo oznaczyć, ponurzaiąc bryłę w naczyniu niepełnem i rachuiąc na wiele podziałów woda się przezto podniesie, tyleby się iey albowiem z pełnego naczynia wylało; ponieważ, zanurzyć bryłę do płynu, iedno iest co dolać tyle go cali sześciennych, ile ich ma obiętość pomieniony bryły. Naylepiey w tym celu użyćby można szklannego słoia: w takiem albowiem naczyniu i podziałkę łatwiey iest wykonać i rozmaite wysokości płynu spostrzegać i oznaczać wygodniey.

Przygotowawszy tym sposobem uczniów do kreślenia poprawnie i z łatwością wszelkich liniy i figur płaskich, tudzież obrazów brył, sposobem w geometryi używanym, podać dopiero należy przykłady wykreślonych obrazów, podług prawideł perspektywy. Wykład tych prawideł byłby nad poięcie i usposobienie początkowych uczniów: dosyć przeto będzie wskazać im na wzorach łatwych, prostym i dotykalnym sposobem, to tylko co może wesprzeć ich oko, w rysowaniu naśladuiącém dokładnie postać widzianych przedmiotów. Lecz że rysunek taki nie iest tu głównym przedmiotem nauki, dla téy przyczyny przykłady tego rodzaiu służą tu raczéy za przeyście i przygotowanie do rzutowego rysunku. W tym ostatnim, chociaż potrzebna iest wprawa oka i ręki, może bydź iednak więcey iak w poprzedzaiącym narzędziami wsparta: i to iest dla czego ten rodzay, iako dokładnieyszy, wyłącznie się w rzemiosłach i wielu umieiętnościach używa.

Żeby iednak dalsza nauka rysunku więcéy interessuiącą i korzystną dla tey klassy uczących się była, takich się następnie wzorów użyło, które, wystawuiąc przedmioty potrzebne w ich stanie lub przyszłém powołaniu, bezpośrednio nawet użytecznemi bydź mogą. Dziewięć tablic wzorów poprzedzaiących służą bez różnicy dla wszelkich szkół początkowych i nauczyciele, nic z nich nie opuszczaiąc, ściśle wskazanego porządku trzymać się powinni; w następnych tablicach wybor wzorów po większey części zostawia się nauczycielóm, stosownie do usposobienia uczniów, ich stanu lub powołania, oraz względnie do innych mieyscowych okoliczności. Jakoż: dla uczniów szkółek wieyskich pożyteczniey będzie rysować naczynia proste, sprzęty i narzędzia gospodarskie: po miastach, gdzie rzemiosła i przemysł wyższego stopnia, wymaga więcey usposobienia w mieszkańcach, i gdzie nawet domowe wychowanie dostarcza początkowym szkołom lepiey przygotowanych uczniów, dadzą się za wzory rysunku, narzędzia i wyrobki rzemiosł, oraz wykwintnieysze sprzęty, w których i większey potrzeba umieiętności do wyrobienia i więcey gustu do nadania im przyzwoitey postaci.

# DODATEK.

Ellipsa, wykreślona sposobem wyżey podanym (str. 41), iest obrazem koła, podług ścisłego znaczenia tego nazwiska: częstokroć zaś może wystawiać inną ellipsę, odmiennie względem oka leżącą iak pomienione koło, która albo będzie rzeczywiście podobną do swoiego obrazu, gdy się znayduie na płaszczyźnie równoległey względem płaszczyzny rysunku, albo zgoła różney od niego postaci. Wszystkie iednak wzory innych figur płaskich, umieszczone na sześciu początkowych tablicach, uważać należy iako zupełnie podobne dò przedmiotów, których są obrazami; albo raczey nie należy zwracać na to baczności uczniów, aż wtenczas dopiero, kiedy się przystąpi z niemi do wzorów tablicy siódmey. W nauce albowiem geometryi i w wielu rzemiosłach nayczęściey figury takie nie uważaią się iak obrazy, lecz istotnie iako same przedmioty, położone na płaszczyźnie rysunku.

Wzory tablicy siódméy właściwie są rzutami na pomienionéy płaszczyźnie, wyobrażonych przez nie przedmiotów: wytłumaczy się to na swoiém mieyscu (w części drugiey, gdy będzie rzecz o rzutach i perspektywie linearney), tym czasem zaś można ie obrazami nazywać i do ich wykreślenia te same uwagi stosować, iak w zwyczaynym rysunku; mała ta niedokładność, cierpiana w nauce geometryi, tém więcey w początkach linearnego rysunku uyść może, że się ma do czynienia z uczniami mało usposobionymi, których od nayprostszych i nayłatwieyszych obrazów i wyobrażeń do złożonych i trudnieyszych stopniami prowadzić należy.

Nauczyciel, mianowicie z początku, zręcznie unikać powinien rozwlekłych wykładów słównych, zastępuiąc ie, gdzie można, dowodami zmysłowémi: liczne ma na to przykłady w ciągu wyłożonych prawd geometrycznych, odnoszących się do figur płaskich, podanych za wzory linearnego rysunku. Takież prawdy, tyczące się bryłowatości i sposoby wyrażania iey przez rysunek, będą łatwémi do poięcia i zrozumienia, gdy się ich wykład wesprze stosownemi do tego modelami: niech ie więc zawczasu przygotuie, podług rysunków umieszczonych na tablicy (B).

Fig. I. Wystawia rozłożoną powierzchnią sześcianu prostokątnego, to iest: sześć kwadratowych iego ścian, w takim porządku ułożonych na iedney płaszczyźnie, iak bydź maią na powierzchni modelu rzeczoney bryły. Model ten łacno utworzysz, gdy podobną figurę wykroiwszy z papieru, schylisz w kierunku czterech boków środkowego kwadratu, wzaiemnie przykładaiąc wierzchołki kątów, czterech przyległych mu kwadratów, iednakiemi oznaczone literami, iak są: A i A, B i B, C i C, D i D, kwadrat zaś złożony ze czterech boków AB, AD, DC i CB, przykryiesz kwadratem szóstym AC. W tym celu naylepiey iest użyć kleionego papieru, czyli tak zwaney tektury: z niey wykroiwszy podobny krzyż, iak na fig. I., żebyś go łatwiey i dokładniey mógł schylić, naznaczysz głęboko ostrzem noża linią BC i boki środkowego kwadratu; żeby zaś razem mieć przykład używaney zwyczaynie iedności, niech każda krawędź tego sześcianu równa się iednemu calowi. Oprócz tego zrobisz drugi podobny model, równy ośmiu calóm sześciennym, nadaiąc każdey krawędzi długość dwóch liniiowych cali; modele te posłużą oraz do wytłumaczenia sposobu mierzenia brył i porównywania ich obiętości (str. 106).

Fig. II. Pokazuie naprzód rozłożoną powierzchnią CBGFGBA graniastosłupa prostego o podstawie tróykątney, który podobnie utworzysz iak, opisane dopiero, modele brył sześciennych. Na modelu tego graniastosłupa naznacz atramentem przekątne ścian iego, odpowiedne liniiom BF, FC i BD: podług tych liniy rozcięty graniastosłup, rozdzieliłby się na trzy ostrosłupy tróykątne (str. 93). Dwa z nich wykonasz podług wzoru BCFCAC z tym iednak warunkiem, aby: tróykąty AFC i BFC modelu iednego, zastąpione były w drugim przez inne tróykąty CDB i BFD; pierwszy z tych tróykątów przerysuiesz z powierzchni rozłożonego graniastosłupa, drugi zaś z powierzchni ostrosłupa trzeciego, którą wykreślisz na iedney płaszczyźnie następuiącym sposobem. Naprzód: poprowadź dwie prostopadłe liniie, iak są BDC i DF, i od wierzchołka kąta prostego D, odetniy na nich długość przekątney BD i krawędzi DF, wzięte z powierzchni graniastosłupa: dopiero końce B i F, tych odciętych długości, połącz liniią prostą BF, a na bokach wykreślonego tróykąta BDF łacno wykreślisz (str. 14) trzy inne tróykąty, maiąc pozostałe ich boki, temiż samemi oznaczone literami, na rozłożoney powierzchni graniastosłupa.

Fig. III. Podług tego wzoru utworzysz model ostrosłupa prostego o podstawie sześciokątney foremney: albowiem wszystkie krawędzie ścian bocznych OA, OD i t. p. iednakiey są długości. Na papierze więc, z którego chcesz ułożyć rzeczony model, nakreśl wprzód koło, promieniem równym iednemu n. p. całowi, który odciawszy na okręgu sześć razy (str. 36), mieć będziesz oznaczone wierzchołki kątów podstawy; dopiero, gdy na każdym iey boku wystawisz iednaki równoramienny tróykąt (str. 15) z tym warunkiem, aby inne tych tróykątów boki dłuższemi od podstaw były, otrzymasz sześciopromieniową gwiazdę, którey obwód ograniczy całkowitą, rozłożoną na iedney płaszczyźnie, powierzchnią ostrosłupa prostego o sześciokątney foremney podstawie. Albo inaczey: wykreśliwszy ieden ze wzmiankowanych równoramiennych tróykątów, na równych iego bokach wystaw dwa takież same tróykąty i ieszcze trzy inne na równych bokach tych ostatnich; czyli, co to samo będzie, po odrysowanin rzeczonego pierwszego tróykąta, z wierzchołka przeciwnego podstawie zakreśl łuk, długością iednego z dwóch boków równych, a na nim: od końców podstawy, odetniy ią w obie strony tyle razy, aby cięciwy, łączące oznaczone punkta, odpowiadały wszystkim bokóm wielokąta wprzód wykreślonego: dopiero, gdy połączysz też same punkta z wierzchołkiem tróykąta równoramiennego, mieć będziesz razem z podstawą, rozłożone na iedney płaszczyźnie, wszystkie ściany tróykątne ostrosłupa prostego, tak iako wystawia figura III.

Na tey samey figurze, zakreśliwszy z punktu o inny łuk, promieniem mnieyszym od boku OA, a przez punkta, gdzie się przetnie z bokami równoramiennych tróykątów, poprowadziwszy w nim cięciwy, te ostatnie razem z cięciwami wprzód wykreślonemi, ograniczą ściany boczne rozłożoney powierzchni ostrosłupa ściętego; ścianą zaś przeciwną i równoległą względem podstawy, będzie w tey bryle wielokąt podobny rzeczoney podstawie, z bokami równemi drugim wykreślonym cięciwom, a który będzie oraz podstawą ostrosłupa odciętego.

Każdy graniastosłup uważać można iakby ostrosłup ścięty, którego wierzchołek był w nieżmiernie wielkiey odległości względem podstawy, w którym przeto wszystkie krawędzie boczne musiały bydź równoległemi. Ztąd wypływa łacny sposób wykreślenia rozłożoney powierzchni, prostego lub ukośnego graniastosłupa o iakieykolwiek podstawie. Wykreśliwszy albowiem prostokreślną figurę za podstawę graniastosłupowi służyć maiącą, i, na przedłużonym iey boku, odciąwszy pozostałe boki z porządku iak następuią po sobie, przez tak oznaczone punkta poprowadź liniie proste równoległe i iednakiey długości, to iest: kończące się na inney linii prostey, poprowadzoney równolegle do przedłużonego boku podstawy: przyday do tego drugi taki wielokąt iak iest wykreślona podstawa, a otrzymasz całkowitą rozłożoną powierzchnią graniastosłupa; będzie on prostym, gdy poprowadzone równoległe liniie są prostopadłemi do przedłużonego boku podstawy: inaczey zaś ukośnym będzie.

Fig. IV. Jest rozwinięta powierzchnia ostrokręgu prostego o podstawie kołowey, w którym oddalenie wierzchołka O, względem punktów tey podstawy, równa się iey średnicy rzecz oczewista, że: nakreślone półkole, promieniem równym średnicy rzeczoney podstawy, wyrazi rozwinietą krzywą powierzchnią tego ostrokręgu. Jeżeli to półkole, wykroione z papieru, tak zegniesz, że promienie AO i OA razem się z sobą zeydą, a punkta połowy okręgu przypadną na okrąg podstawy, mieć będziesz dokładny model wspomnianego ostrokręgu. Chcąc zaś mieć ostrokrąg z wierzchołkiem tępszym, należy wziąć za promień łuku ograniczaiącego rozwiniętą krzywą powierzchnią, nie iuż średnicę podstawy, lecz krótszą od niey liniią: natenczas długość pomienionego łuku, równaiąca się okręgowi podstawy, mnieyszą będzie od połowy okręgu koła, do którego łuk ten należy: długości albowiem okręgów kół, w takim są wzaiemnie stosunku iak ich promienie: to zaś, iest oczewistym wnioskiem z wyżey dowiedzioney prawdy (str. 36). Naostatek: wziąwszy za promień łuku, ograniczaiącego rozwiniętą ostrokręgową powierzchnią, liniią dłuższą od średnicy koła podstawy, utworzysz model z wierzchołkiem bardziey ostrym, iak iest ten, którego rozwiniętą powierzchnią wystawia figura IV.

Na tey samey figurze zakreśliwszy drugie współśrodkowe półkole, promieniem mnieyszym od linii AO, a miedzy tym drugim okręgiem i liniią AOA inny okrąg koła, styczny do obu (iak się to na figurze oznaczyło liniiami kreskowémi) koło pierwsze, to drugie i połowa korony, obięta półokręgami dwóch współśrodkowych półkol i liniią AOA, wyrazi na płaszczyźnie rysunku całkowitą powierzchnią krążka ostrokręgowego czyli, tak zwanego, ostrokręgu ściętego. Dwa wykreślone koła będą równoległémi podstawami tego krążka: korona zaś, będąc rozwinieniem krzywéy iego powierzchni, gdy się tak zegnie aby połowy iey okręgów przystały na odpowiedne okręgi kół wzmiankowanych, utworzy ostrokręgową powierzchnią rzeczonego krążka.

Na podobieństwo krążka ostrokręgowego, utworzysz model krążka walcowego, to iest: bryły walca prostego, ograniczonéy z dwóch przeciwnych końców, równémi i równoległémi podstawami kołowéy postaci. W tym celu dosyć iest wykroić z tektury dwa koła, zakreślone iednakim promieniem i, umieściwszy ie w odległości dowolnéy, na pręcie przechodzącym prostopadle przez ich środki, nawinąć płaszczyznę papieru, razem na oba ich okręgi; to iest, naprowadziwszy kleiem pomienione okręgi i przyłożywszy do brzegu rozesłanego papieru, potoczyć ie razem tak, iżby się tym papierem iednostaynie na około obwinęły: obciąwszy, równo z płaszczyznami tych kół, brzegi nawiniętego papieru, mieć będziesz gotowy model kołowego walca, albo, właściwiey mówiąc, krążka walcowego.

Opisane dopiero modele dostatecznie obiaśnią wzory tablicy VII. Modele kuli i części tey bryły, wyobrażonych na tablicy VIII., naydogodniey będzie mieć wytoczone z drzewa: w niedostatku iednak zastąpi ie nauczyciel wyrobionémi z gipsu, kredy, lub innego miękkiego materyału; może nawet z potrzeby użyć okrągłego iakiegoś owocu, rozkroiwszy go na części, podobne tym wzorom rysunku, które ma uczniom obiaśnić.

Powierzchnie rozłożonych modelów brył foremnych, opisanych wyżey (str. 90), przedstawuią następuiące figury, to iest:

Fig. V. Wyobraża rozłożoną na iedney płaszczyźnie powierzchnią czworościanu.

Fig. VI. Jest, podobnie rozłożoną, powierzchnią foremnego ośmiościanu.

Fig. VII. Jest powierzchnią rozłożonego modelu dwódziestościanu foremnego. Naostatek:

Fig. VIII. Przedstawia rozłożony model foremnego dwónastościanu.

Wykroiwszy z papieru figury podobne tym wzorom i schylaiąc ie w kierunku naznaczonych środkowych liniy tak, iżby wierzchołki kątów z iednakiemi literami razem się z sobą zeszły, utworzysz modele wymienionych brył foremnych. Żeby zaś dotykalnie pokazać uczniom, iż: oprócz pięciu brył takich, żadna inna, ograniczona płaszczyznami, foremną bydź nie może (str. 92), dodane tu są ieszcze dwa obrazy rozłożoney powierzchni brył prostokreślnych, ograniczonych iednakiemi ścianami, to iest: sześcią i ośmią równemi kwadratami ukośnemi. Pierwszy z nich:

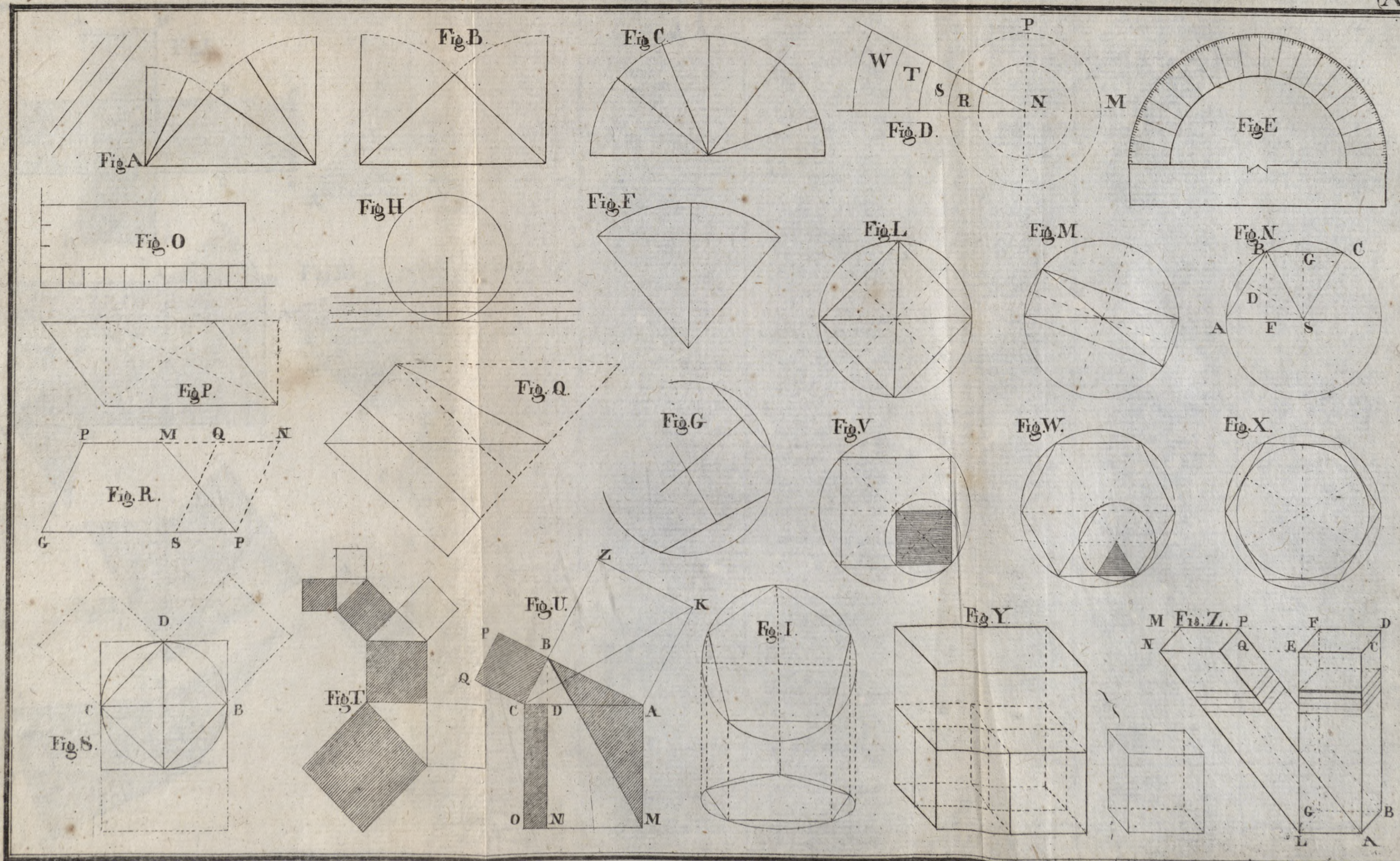
Fig. IX. Jest postacią rozłożoney powierzchni ukośnego sześcianu, w którym chociaż wszystkie ściany mogą wzaiemnie przystać do siebie i chociaż każdy kąt bryłowy, podobnie iak w sześcianie prostym, składa się ze trzech kątów płaskich, bryła iednak nie iest przeto foremną: albowiem dwa kąty bryłowe, złożone ze trzech płaskich A, A, A i B, B, B, różnią się od sześciu innych.

Fig. X. Daie przykład inney nieforemney bryły, to iest: ośmiościanu romboidalnego, czyli ograniczonego ośmią iednakiemi ścianami postaci ukośnego kwadratu, inaczey zwanego rombem. Jest w tey bryle wszystkich katów bryłowych dziesięć; z nich ośm, maiących po trzy kąty płaskie, nie różnią się między sobą i mogłyby wzaiemnie iedne na drugie przystać: lecz dwa ostatnie, z których każdy składa się ze czterech kątów, oznaczonych literami A i B, pokazuią, że ta bryła, równie iak poprzedzaiąca, do foremnych policzyć się nie może.

Modele sześciu brył ostatnich, poda nauczyciel za wzory do rysowania wtenczas dopiero, gdy uczniowie, po dokończeniu wzorów tablicy dziewiątey, dosyć wyćwiczeni w rysunku geometrycznym, maią przystąpić do kreślenia w perspektywie sprzętów i narzędzi płaskiemi ścianami ograniczonych.

*Koniec Części Pierwszey.*

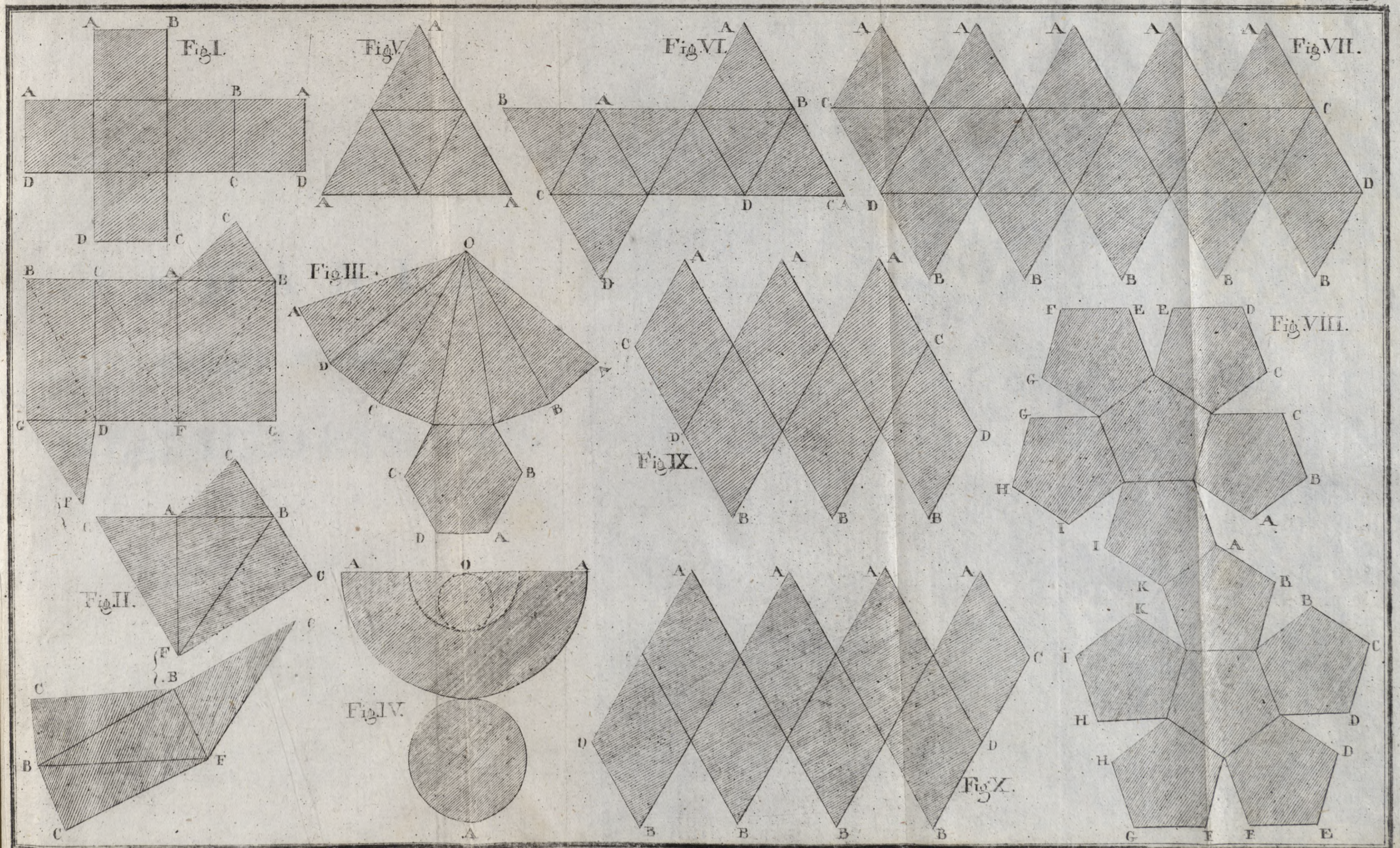
(A)




w Warszawie. w Inst: Lit: Szkolnym.

Ryso: H:R. Lito: I. Ianotta.

(B)




W Warszawie. -W Inst: Lito: Szkolnym

Rys: H.R. Lito: I.Hanotta :

# ZADANIA

SŁUŻĄCE WZOROM

# LINEARNEGO RYSUNKU.

# TABLICA I.

## Figura 1.

Nakreślić liniią prostą poziomą.

Nakreślić liniią prostą poziomą i przeciąć ią w połowie.

Liniią poziomą przeciąć na cztery części równe.

Liniią poziomą przeciąć na trzy części równe, i t. d.

Nakreslić liniią poziomą długości pół arszyna i podzielić ią na wierszki.

Nakreślić liniią poziomą długą na pół łokcia i o tylez ią przedłużyć.

Przedłużyć liniią poziomą o dwa razy tyle, iakiey iest długości nakreslona i t. p.

Figura 2.

Poprowadź liniią pionową z góry na dół.

Poprowadź liniią pionową z dołu w górę.

Przetniy liniią pionową na dwie połowy, albo cztery, trzy i t. d. części równe.

Figura 3.

Poprowadź liniią poziomą i pionową przecinaiące się z sobą.

Figura 4.

Poprowadź liniią ukośną, nachyloną z góry ku stronie prawey.

Przetniy liniią ukośną na dwie lub cztery, trzy, i t. d. części równe.

Przedłuż liniią ukośną raz tyle, lub dwa razy tyle iak iest długa, trzy razy i t. d.

Figura 5.

Poprowadź liniią ukośną nachyloną z góry ku stronie lewey.

Dzielić liniią ukośną, przedłużać i t. p. iak na poprzedzaiącey figurze.

Figura 6.

Poprowadź dwie linie ukośne przecinaiące się i prostopadłe do siebie.

Figura 7.

Rysować sztrychy pionowe równoległe.

Figura 8.

Rysować sztrychy poziome równoległe.

Figura 9, 10, 11, 12.

Rysować sztrychy ukośne równoległe i w iednakiey od siebie odległości.

Figura 13.

Rysować sztrychy krzyżuiące się.

Figura 14.

Odrysować poiedyńczą liniią łamaną w zygzak.

Odrysować kilka liniy, łamanych w zygzak, podobnych i równoległych.

Figura 15.

Odrysować iedną, potém kilka liniy łamanych, formuiących zygzak w położeniu poziomém.

Figura 16, 17, 18.

Odrysować szlak grecki.

Figura 19.

Wykreślić kwadrat w położeniu prostém.

Figura 20.

Wykreślić kwadrat w położeniu ukośném.

Figura 19, 21, 22.

Podzielić kwadrat na dwa prostokąty równe i osobno ie odrysować.

Figura 23.

Wykreślić prostokąt składaiący się ze dwóch kwadratów równych, ze trzech, lub ze czterech.

Figura 24, 27.

Wykreślić połowy tego prostokąta.

Figura 25, 26.

Wykreślić czwarte części tegoż prostokąta.

Figura 28.

Wykreślić czwartą i trzy czwarte części tegoż samego prostokąta.

Figura 29.

Wykreślić prostokąt złożony ze trzech kwadratów i oznaczyć przekątne we dwóch kwadratach skraynych.

Figura 30.

Odrysować równoległobok pozostały z odięcia tróykątów od prostokąta wprzód wykreślonego.

Figura 31.

Odrysować trapez pozostały z tegoż samego prostokąta, przez odiecie dwóch tróykątów z góry lub z dołu.

Figura 32, 33.

Podzielić kwadrat na dwie połowy tróykątne i osobno ie odrysować.

Figura 35.

Odrysować kwadrat będący czwartą częścią kwadratu wprzód wykreślonego.

Figura 34, 36, 37, 38.

Odrysować tróykąty będące czwartemi częściami tegoż samego kwadratu.

# TABLICA II.

Figura 1.

Wykreślic tróykąt równoboczny.

Figura 2, 3.

Podzielić go na dwa tróykąty równe i osobno ie odrysować.

Figura 4.

Złożyć kwadrat ukośny z dwóch tróykątów równobocznych.

Figura 5, 6.

Odrysować iego połowy i czwarte części.

Figura 7.

Odrysować kwadrat ukośny złożony z dwóch tróykątów równoramiennych.

Figura 8.

Odrysować tróykąt równy czwartéy części tego kwadratu.

Figura 9.

Odrysować równoległobok będący połową tegoż kwadratu ukośnego.

Figura 10.

Odrysować tróykąt utworzony ze trzech liniy danych.

Figura 11.

Odrysować połowy tego tróykąta.

Figura 12.

Odrysować koło.

Figura 13.

Odrysować koło naznaczywszy wprzód środek iego.

Odrysować kilka kół współśrodkowych.

Figura 14.

Poprowadzić w kole dwie średnice prostopadłe, i

Podzielić okrąg koła na ośm n. p. części równych, albo dziesięć, albo iedénaście i t. d.

Figura 15, 16.

Nakreślić liniią i łuk należący do okręgu koła, któregoby ta liniia była promieniem.

Podzielić łuk na dwie części, albo trzy i t. d.

Łuk nakreślony przedłużyć o drugie tyle, dwa, trzy razy tyle i t. d.

Figura 17.

Nakreślić łuk przechodzący przez trzy punkta dane.

Figura 18.

Nakreślić kilka łuków przechodzących przez dwa punkta dane.

Figura 19.

Nakreślić łuk i w punktach na nim oznaczonych, poprowadzić styczne.

Figura 20, 21.

Nakreślić kilka kół maiących wspólną styczną.

Figura 22, 23.

Połączyć dwa łuki tak, iżby w punkcie ich wspólnym, iedna liniia prosta do obu styczną była.

# TABLICA III.

Figura 1.

Przez punkt za kołem wzięty poprowadzić liniią styczną.

Figura 2.

Do iednego okręgu koła poprowadzić dwie styczne równoległe.

Do okręgu koła poprowadzić dwie styczne prostopadłe do siebie.

Figura 3.

Odrysować dwa koła nierówne i poprowadzić cztéry liniie do obu razem styczne.

Figura 4.

Odrysować dwa koła równe i poprowadzić cztéry liniie, styczne do obu razem.

Figura 5, 6.

Wpisać w koło i na nim opisać tróykąt równoboczny.

Figura 7.

Wpisać i opisać na kole tróykąt równoramienny.

Figura 8.

Wpisać koło w tróykąt różnoboczny.

Na tróykącie różnobocznym opisać koło.

Figura 9, 10.

Odrysować szlak złożony z półokręgów kół.

Figura 11.

Rysować szlaki utworzone z liniy od ręki kreślonych.

Figura 12.

Odrysować liniią w zygzak, między dwóma okręgami kół współśrodkowych.

Figura 13.

Odrysować podobny iak wyżey (fig. 11), szlak ułożony w pół kole.

Figura 14.

Poprowadzić dwie liniie proste nierówney długości, prostopadłe do siebie, i w połowie przecinaiące się, a przez cztéry ich końce nakreślić ellipsę.

Figura 15.

Nakreślić ellipsę nie prowadząc wprzód osi.

Figura 16.

Poprowadzić dwie osie ellipsy, znaleśdź cztéry punkta do tey linii należące, a przez te punkta i cztéry końce osi nakreślić ellipsę.

Figura 17.

Wykreślić owal złożony z półkoła na wierzchu a u spodu z połowy ellipsy.

# TABLICA IV.

---

Figura 1, 2.

Wykreślić owal złożony z półkoła u spodu, a z połowy ellipsy na wierzchu.

Figura 3, 4.

Półokręgu koła przedłużyć ćwiercią ellipsy.

Figura 5.

Nakreślić liniią krzywą złożoną z łuków, każdy od ósmey części okręgu koła, a którychby promienie o cześć iedną czwartą coraz się powiększały.

Figura 6.

Wykreślić liniią odwiiaiącą koła.

Figura 7.

Kreślić liniie essowe równe, podobne, i równoległe do siebie.

Figura 8.

Kreślić liniie essowe w iednym ciągu.

Figura 9.

Kreślić liniie essowe między dwoma półokręgami kół współśrodkowych.

Figura 10.

Odrysować szlak z liniy essowych w iednym ciągu połączonych z sobą.

Figura 11.

Odrysować dwa essy w odwrótnym położeniu.

Figura 12, 13.

Odrysować szlak z essów końcami na siebie zachodzących.

Figura 14.

Odrysowac kilka essów wzaiemnie z sobą połączonych.

Figura 15, 16, 17.

Odrysować symetryczną ozdobę z liniy krzywey nakreśloney od ręki.

# TABLICA V.

Figura 1.

Wykreślić równoległobok i równy iemu prostokąt.

Figura 2.

Wykreślić troykąt prostokątny i równy mu prostokąt.

Figura 3.

Wykreślić troykąt różnoboczny i równy mu prostokąt.

Figura 4.

Wykreślić trapez i równy mu równoległobok lub prostokąt.

Figura 5.

Wykreślić pięciokąt foremny i troykąt równy iemu.

Figura 6.

Wykreślić kwadrat i drugi dwa razy większy.

Figura 7, 8.

Wykreślić dwa kwadraty, i trzeci równy ich summie lub różnicy.

Figura 9.

Nakreślić koło i drugie dwa razy od niego większe.

Figura 10.

Nakreślić koło i drugie współśrodkowe dwa razy mnieysze, a trzecie, także współśrodkowe, mnieysze od danego razy cztery.

Figura 11, 12.

Nakreślić dwa koła, a potém trzecie równe ich summie albo różnicy.

Figura 13.

Zapełnić tróykątami równobocznémi powierzchnią sześciokąta foremnego.

Figura 14.

Zapełnić płaszczyznę sześciokątami foremnemi kładąc iedne obok drugich.

Figura 15.

Rozdzielić sześciokąt foremny na trzy kwadraty ukośne i takie kwadraty razem uszykować, dla zapełnienia płaszczyzny.

# TABLICA VI.

Figura 1.

Ułożyć symetrycznie szesciokaty foremne razem z kwadratami ukosnémi.

Figura 2.

Ułożyć szesciokaty foremne z troykątami równobocznémi.

Figura 3.

Ośmiokąty foremne ułożyć z kwadratami.

Figura 4.

Kwadraty większe i mnieysze ułożyć z równoległobokami tworzącémi gwiazdy osmiopromieniowe.

Figura 5.

Ośmiokąty, kwadraty i troykąty równoramienne symetrycznie razem ułożyć.

Figura 6.

Ułożyć symetrycznie kwadraty i sześciokąty z troykątami równobocznémi.

Figura 7.

Rozdzielić sześciokąt foremny na troykąty równoramienne i równoboczne, te ostatnie ułożone około sześciokąta środkowego w gwiazdę sześciopromieniową.

Figura 8.

Ośmiokąt foremny rozdzielić na kwadraty prostokątne i ukośne oraz troykąty równoramienne, tworzace gwiazdę ośmiopromieniową, z ośmiokątem mnieyszym w pośrodku.

Figura 9.

Zapełnić mieysce prostokątne kwadratowemi ogniwami nawzaiem przeplecionémi.

Ogniwa postaci kwadratów ukośnych ułożyć w plecionkę podłużną.

Odrysować szlak z ogniw łamanych, przeplecionych dwoma paskami podobnie łamanemi.

Odrysować gwiazdę czteropromieniową z dwóch sześciokątów podłużnych wzaiemnie przeplecionych.

Figura 10.

Odrysować podobnie utworzoną rozetę arabską.

Figura 11.

Odrysować rozetę arabską ograniczoną ośmiopromieniową gwiazdą, w którey dwa kwadraty splecione zamykaią inną gwiazdę także o ośmiu promieniach.

Figura 12, 13.

Odrysować rozetę arabską złożoną z liniy krzywych.

Figura 14, 15.

Wykreślić szlak gotycki z liniy essowych, złożonych z sobą lub przeplecionych.

Figura 16.

Wykreślić szlak rzymski ułożony z kół równych, znizanych na pręcik i iednako na siebie zachodzących.

Figura 17, 18.

Szlak rzymski z paska, obeymuiącego koła równey wielkości, i iednostaynie względem siebie odległe.

Figura 19, 20, 21.

Plecionki tworzące szlaki rzymskie.

Figura 22, 23.

Odrysować plecionkę ze trzech pasków ułożoną.

Figura 24.

Odrysować plecionkę ze czterech pasków.

Figura 25.

Odrysować tasiemkę z sześciu pasków wzaiemnie z sobą przeplecionych.

# TABLICA VII.

Figura 1.

Odrysować sześcian stoiący na płaszczyźnie poziomey.

Figura 2, 3.

Odrysować równoległościan złożony ze dwóch sześcianów.

Figura 4.

Odrysować równoległościan złożony ze czterech równych sześcianów, tak, iżby przyległe sobie miały po iedney ścianie wspólney.

Figura 5, 6.

Z takichże czterech sześcianów złożyc inny równoległościan, tak aby każdy z nich dwiema ścianami dotykał się przyległych mu sześcianów.

Figura 7, 8.

Sześcian rozdzielić na dwa równoległościany równe, i połowy te wykreślić osobno.

Figura 9, 10.

Rozdzielić sześcian na dwa graniastosłupy troykątne równe i osobno ie odrysować.

Figura 11, 12.

Ostrosłup troykątny rozdzielić na dwa ostrosłupy troykatne równe i osobno ie odrysować.

Figura 13, 14,. 15, 16.

Graniastosłup troykątny rozdzielić na trzy równe ostrosłupy, także troykątne.

Figura 17.

Odrysować graniastosłup prosty sześciokątny.

Figura 18.

Poprzedzaiący graniastosłup rozdzielić na troykątne, równey z nim wysokości, i ieden z nich osobno odrysować.

Figura 19.

Odrysować ostrosłup prosty sześciokątny.

Figura 20.

Ostrosłup poprzedzaiący rozdzielić na tróykątne równey z nim wysokości i ieden z nich odrysować osobno.

Figura 21.

Odrysować walec prosty.

Figura 22.

Odrysować ostrokrąg prosty równey podstawy i wysokości z poprzedzaiącym walcem.

# TABLICA VIII.

Figura 1.

Oznaczyć przecięcie walca prostego przez dwie płaszczyzny wzaiemnie prostopadłe i przez oś iego przechodzące.

Figura 3.

Wykreslić osobno obie połowy walca prostego, rozciętego przez płaszczyznę równoległą do płaszczyzny rysunku.

Figura 2.

Wykreślić połowy tegoż samego walca, wynikłe z rozciecia iego przez płaszczyznę do pierwszey prostopadłą.

Figura 4.

Wykreślić czwarte części tegoż walca po dwie razem na przeciw siebie leżące.

Figura 5.

Wykreślić dwie części walca ukośnego rozciętego przez płaszczyznę prostopadłą do osi.

Figura 6.

Wykreślić dwie części takiegoż ostrokręgu, podobnie rozciętego iak poprzedzaiący walec.

Figura 7.

Odrysować kulę i oznaczyć na iey powierzchni dwa koła wielkie wzaiemnie prostopadłe i dwa małe do iednego z nich równoległe.

Figura 8.

Odrysować osobno dwie półkule rozdzielone przez koło, którego okrąg oznaczonym wprzód został na powierzchni kuli.

Figura 9, 11.

Odrysować dwa równe odkrawki w przeciwném względem siebie położeniu będące.

Figura 10.

Odrysować dwa krążki kuliste także w położeniu względem siebie przeciwném.

Figura 12.

Połowy dwóch odkrawków, i połowy dwóch krążków kulistych osobno wykreślić.

Figura 13.

Oznaczyć na powierzchni kuli dwa równoleżniki, równo oddalone od iey środka, i powierzchnie ostrokręgów maiących za podstawy te równoleżniki a wierzchołki swoie we środku kuli.

Figura 14.

Odrysować osobno trzy wykrawki, z którychby na powrót złożyć można kulę.

# TABLICA IX.

Figura 1.

Odrysować ellipsoidę toczoną podłużną i na iey powierzchni oznaczyć równoleżniki i dwie liniie południkowe.

Figura 2.

Wykreślić części poprzedzaiącey ellipsoidy rozciętey płaszczyznami południkowemi.

Figura 3.

Odrysować takaż ellipsoidę spłaszczoną, a na iey powierzchni nakreślić sześć liniy południkowych równo od siebie oddalonych.

Figura 4.

Połowę poprzedzaiącey ellipsoidy i sześć części połowy drugiey osobno wykreślić.

Figura 5.

Odrysować powierzchnią obrączkową.

Figura 6.

Dwie połowy tey powierzchni osobno wykreślić.

Figura 7.

Odrysować podstawek toczony, maiący po końcach dwa krążki walcowe, a pośrodku bryłę ograniczoną przez powierzchnią wklęsła, utworzyć się mogącą ruchem wirowym linii krzywéy, ciągłey, złożoney z łuku koła i części ellipsy.

Figura 8.

Po odięciu od poprzedzaiącey bryły części iey czwartey; wykreślić resztę pozostałą z osią widoczną i dwóma położeniami linii południkowey.

Figura 9.

Odrysować bryłę toczoną, składaiącą się z pięciu brył następnych, to iest: z dwóch krążków walcowych na końcach, po środku z bryły zawartey powierzchnią obrączkową, a między niemi z dwóch brył toczonych podobnych i równych, ograniczonych powierzchnią utworzyć się mogącą ruchem wirowym linii essowey.

Figura 10.

Sześć części poprzedzaiącey bryły osobno wykreślić.

| str. | wiersz | iest | popraw |
|---|---|---|---|
| 13 | 5 z dołu | (fig. A) | (Tab. A. fig. A) |
| 15 | 11 z góry | (fig. 6) | (Tab. A. fig. B) |
| 18 | 6 z dołu | (fig. 9) | (fig. 8) |
| 30 | 12, 11 | równokąto-bokiem | równoległobokiem |
| 36 | 11 z góry | FDGS | FBGS |
| 51 | 6 - - - | fig. L | fig. P. |
| 69 | 1 - - - | fig. N | fig. X. |
| 79 | 2 - - - | ią | iące |

0807