

32/1980

Wojciech Nasalski

DYFRAKCJA ELEKTROMAGNETYCZNYCH  
FAŁ POWIERZCHNIOWYCH  
NA PÓŁPŁASZCZYŹNIE IMPEDANCYJNEJ

P. 269



WARSZAWA 1980

<http://rcin.org.pl>

Prace Zakładu Teorii Fal Elektromagnetycznych

Praca nr 181

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 23 lipca 1980 r.

Zarejestrowana pod nr 32/1980



57141



Na prawach rękopisu

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 170 egz. Ark.wyd. 0,9. Ark.druk.1,75  
Oddano do drukarni w sierpniu 1980  
Nr zamówienia 567/0/80

---

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul.Śniadeckich 8



Wojciech Nasalski  
Zakład Teorii Fal  
Elektromagnetycznych  
IPPT PAN

DYFRAKCJA ELEKTROMAGNETYCZNYCH FAL POWIERZCHNIOWYCH  
NA PÓŁPŁASZCZYŹNIE IMPEDANCYJNEJ

Wykorzystując metodę Wienera-Hopfa-Hilberta znaleziono ściśle rozwiązanie problemu dyfrakcji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej w jednorodnym, izotropowym ośrodku, dla dowolnych, w ogólności różnych, impedancji powierzchniowych górnej i dolnej strony półpłaszczyzny. Padająca fala powierzchniowa prowadzona jest przez jedną stronę półpłaszczyzny, prostopadle do jej krawędzi. Wyznaczono obszary występowania fal powierzchniowych i ich amplitudowe współczynniki odbicia i transmisji.

1. Wstęp

Problemy dyfrakcji fal powierzchniowych, ze względu na ich szerokie zastosowanie w akustyce, geofizyce, teorii anten, a ostatnio również w optyce zintegrowanej, stanowią od wielu lat przedmiot intensywnych badań [1-3].

W 1958 roku Maliuziniec [4] wskazał na możliwość przedłużenia analitycznego otrzymanego przez niego rozwiązania zagadnienia dyfrakcji fali płaskiej na klinie o zadanych impedancjach powierzchniowych na przypadek dyfrakcji fali powierzchniowej na klinie i w konsekwencji również na półpłaszczyźnie impedancyjnej, jednakże ze względu na popularność metody Wienera-Hopfa, rozwiązanie Maliuzinca nie jest powszechnie stosowane. Wykorzystując metodę Wienera-Hopfa Greniew /1958/ [5] rozwiązał zagadnienie dyfrakcji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie

impedancyjnej dla jednakowych, z dokładnością do znaku, impedancji powierzchniowych po obu jej stronach. W roku 1975 Hurd [6] opracował nową metodę Wienera-Hopfa-Hilberta i zastosował ją przy rozwiązaniu problemu dyfrakcji fali płaskiej na półpłaszczyźnie impedancyjnej o różnych impedancjach powierzchniowych po obu jej stronach, z pewnym, dodatkowym ograniczeniem, nałożonym na ich wartości. Bezpośrednie uogólnienie rezultatów otrzymanych przez Hurda na przypadek dyfrakcji fal powierzchniowych prowadzi jednak do poważniejszych komplikacji natury matematycznej; Nasalski /1980/ [7]. Stąd wynika konieczność powtórnego, bardziej bezpośredniego sformułowania omawianego zagadnienia dyfrakcyjnego.

W pracy, wykorzystując metodę Wienera-Hopfa-Hilberta, rozwiązano w sposób ścisły problem dyfrakcji elektromagnetycznej fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej w jednorodnym izotropowym ośrodku, przy dowolnych, niekoniecznie jednakowych impedancjach powierzchniowych po obu stronach półpłaszczyzny. Założono, że padająca fala powierzchniowa prowadzona jest przez jedną stronę półpłaszczyzny, prostopadle do jej krawędzi, co sprowadza problem dyfrakcyjny do zagadnienia dwuwymiarowego. Przedstawiono rozwiązanie w postaci sumy pola geometrycznego /otrzymanego w ramach przybliżeń optyki geometrycznej/ i pola dyfrakcyjnego, wyznaczono granice cienia padającej i odbitych od krawędzi fal powierzchniowych, obliczono amplitudowe współczynniki odbicia i transmisji tych fal.

Ze względu na występowanie w literaturze [3,8] różnych definicji fal powierzchniowych i wyciekających, za elektromagnetyczną falę powierzchniową, prowadzoną przez powierzchnię impedancyjną, przyjmujemy na użytek tej pracy każde rozwiązanie równań Maxwella w postaci (2.5), spełniające brzegowe warunki Leontowicza [9] na tej powierzchni.

## 2. Sformułowanie problemu dyfrakcyjnego

Przyjmijmy, że w kartezjańskim prawoskrętnym układzie współrzędnych prostokątnych  $x, y, z$  na górnej ( $z = 0_+$ ,  $x > 0$  i dolnej ( $z = 0_-$ ,  $x > 0$ ) stronie półpłaszczyzny impedancyjnej (rys.1) spełnione są brzegowe warunki impedancyjne Leontowicza [9].



$$(2.1a) \left( \frac{\partial}{\partial z} - ik \sin \psi_1 \right) u(x,z) = 0, \quad z=0, \quad x > 0,$$

$$(2.1b) \left( \frac{\partial}{\partial z} - ik \sin \psi_2 \right) u(x,z) = 0, \quad z=0, \quad x > 0,$$

gdzie dla problemu TM  $u(x,z) = E_y(x,z)$ ,

$$(2.2a, b) \quad \sin \psi_1 = -\frac{Z_0}{Z_1}, \quad \sin \psi_2 = -\frac{Z_0}{Z_2},$$

zaś dla problemu TE  $u(x,z) = H_y(x,z)$ ,

$$(2.3a, b) \quad \sin \psi_1 = -\frac{Z_1}{Z_0}, \quad \sin \psi_2 = -\frac{Z_2}{Z_0},$$

przy zadanej impedancji falowej ośrodka  $Z_0$  i impedancjach powierzchniowych  $Z_1, Z_2$  odpowiednio górnej i dolnej strony półprzestrzyny. Bez straty ogólności przyjmujemy również<sup>\*</sup>

$$(2.4) \quad -\operatorname{sgn}(\psi_{ki}) \arccos(1/\operatorname{ch} \psi_{ki}) < \psi_r < 2\pi - \operatorname{sgn}(\psi_{ki}) \arccos(1/\operatorname{ch} \psi_{ki}) \quad k=1,2.$$

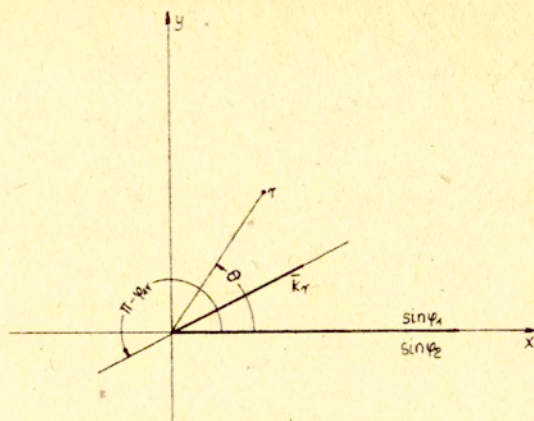
Funkcja  $u(x,z)$ , będąca szukanym rozwiązaniem problemu dyfrakcyjnego, oprócz warunków brzegowych (2.1) spełnia również w całej przestrzeni  $x, y, z$ , oprócz półprzestrzyny  $z = 0, x > 0$ , równanie Helmholtza, jest ciągła i ograniczona na krawędzi półprzestrzyny i spełnia warunek wypromieniowania w nieskończoności.

Założmy następującą postać pola pierwotnego:

$$(2.5) \quad u_i(x,z) = \begin{cases} e^{ik(-x \cos \psi_1 + z \sin \psi_1)} e^{-i\omega t} & , z > 0 \\ 0 & , z < 0, \end{cases}$$

gdzie  $k$  jest wektorem falowym pola elektromagnetycznego, a kąt  $\psi_1$  jest zespolonym kątem propagacji padającej fali po-

<sup>\*</sup>Przyjmujemy następujące oznaczenie wielkości zespolonej:  $\psi_r$  - część rzeczywista,  $\psi_i$  - część urojona zespolonej wielkości  $\psi = \psi_r + i\psi_i$ .



Rys.1. Geometria problemu dyfrakcji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej.

wierzchniowej (rys.1). Czynniki  $e^{-i\omega t}$ , uzależniający pola  $u(x,z)$ ,  $u_i(x,z)$  od czasu, w dalszych wzorach będziemy pomijać.

Pola  $u(x,z)$  szukamy w postaci sumy pola pierwotnego  $u_i(x,z)$  i pola rozproszynego  $u_s(x,z)$ .

$$(2.6) \quad u(x,z) = u_i(x,z) + u_s(x,z),$$

gdzie

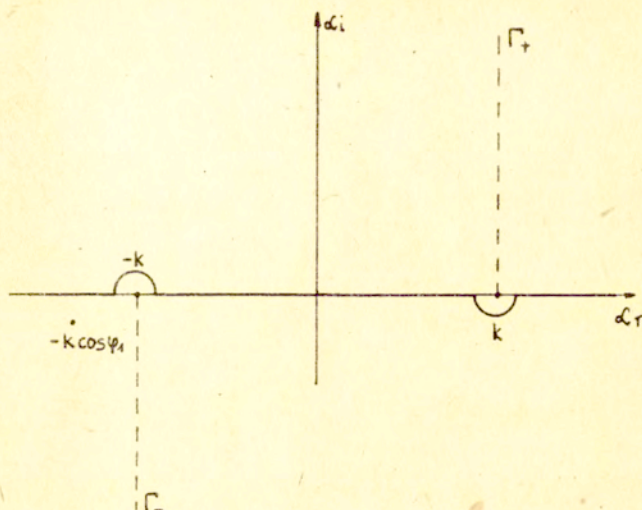
$$(2.7a) \quad u_s(x,z) = \begin{cases} \int A_1(\alpha) e^{i(\alpha x \pm \beta z)} d\alpha, & z > 0 \\ \int A_2(\alpha) e^{i(\alpha x \mp \beta z)} d\alpha, & z < 0, \end{cases}$$

$$(2.7b) \quad \beta(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$$

$$(2.7c) \quad \bar{k} = \bar{k}_r + i\bar{k}_i, \quad k_r > 0, \quad k_i \geq 0.$$



Kontur całkowania  $\mathcal{C}$  przedstawiony jest na rys.2.



Rys.2. Kontur całkowania  $\mathcal{C}$ , biegun  $\alpha = -k \cos \varphi_1$  funkcji podcałkowej pola pierwotnego i linie rozgałęzienia  $\Gamma_+$ ,  $\Gamma_-$ ;  $k_1 = 0$ ,  $\text{Im} \cos \varphi_1 > 0$ .

Ze względu na niejednoznaczność funkcji  $\beta(\alpha)$ , położenie konturu całkowania  $\mathcal{C}$  i wybór znaków stojących przy funkcji  $\beta(\alpha)$  w wyrażeniu podcałkowym (2.7a) wymaga dodatkowego uściślenia.

Przy wyborze linii rozgałęzienia funkcji  $\beta(\alpha)$ , przedstawionych na rys.2,

$$(2.8a) \quad \Gamma_- = \{ \alpha : \alpha \in [-k - i\infty, -k] \},$$

$$(2.8b) \quad \Gamma_+ = \{ \alpha : \alpha \in [k + i\infty, k] \},$$

górny płąt Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$  definiujemy poprzez spełnienie równości  $\beta(0) = k$  na tym płacie, dolny płąt Riemanna - poprzez spełnienie na nim równości  $\beta(0) = -k$ . Ze względów, które znajdują swe uzasadnienie w dalszej części pracy, będziemy analizować przedstawiony powyżej problem dyfrakcyjny oddzielnie dla każdego z czterech, wykluczających się wzajemnie przy-

padków, wyznaczonych poprzez równania, spełnione na górnym płacie Riemanna.

Przypadek  $a_1$ :

$$(2.9a) \quad \beta - k \sin \psi_1 = 0$$

$$(2.9b) \quad \beta - k \sin \psi_2 = 0$$

Przypadek  $a_2$ :

$$(2.10a) \quad \beta - k \sin \psi_1 = 0$$

$$(2.10b) \quad \beta + k \sin \psi_2 = 0$$

Przypadek  $b_1$ :

$$(2.11a) \quad \beta + k \sin \psi_1 = 0$$

$$(2.11b) \quad \beta + k \sin \psi_2 = 0$$

Przypadek  $b_2$ :

$$(2.12a) \quad \beta + k \sin \psi_1 = 0$$

$$(2.12b) \quad \beta - k \sin \psi_2 = 0$$

W przypadkach  $a_1, a_2$  bieguny funkcji  $A_1(\alpha)$ , odpowiadające falom powierzchniowym, prowadzonym przez górną stronę półpłaszczyzny impedancyjnej, leżą na górnym płacie Riemanna, w przypadkach  $b_1, b_2$  - na dolnym płacie Riemanna. Podobnie w przypadkach  $a_1, b_2$  bieguny funkcji  $A_2(\alpha)$ , odpowiadające falom powierzchniowym, prowadzonym przez dolną stronę półpłaszczyzny, leżą na górnym płacie Riemanna, w przypadkach  $a_2, b_1$  - na pł-



cie dolnym.

W równaniach (2.7a) konturowi całkowania  $\mathcal{C}$ , leżącemu na górnym płacie Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$  odpowiadają górne znaki stojące przy funkcji  $\beta(\alpha)$ , a konturowi  $\mathcal{C}$ , leżącemu na dolnym płacie - znaki dolne. Powyższe zapostulowanie przebiegu całkowania zapewnia spełnienie warunku wypromieniowania przez część dyfrakcyjną pola  $u(x, z)$ . W dalszej części pracy przyjmujemy, że kontur całkowania  $\mathcal{C}$  leży wyłącznie na górnym płacie Riemanna.

Dowolne przyjęcie określonych wartości impedancji powierzchniowych  $Z_1, Z_2$  implikuje spełnienie równań w jednym z wyszczególnionych przypadków (2.9 - 2.12). Tak więc rozwiązanie problemu dyfrakcji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej kolejno dla wszystkich przypadków daje rozwiązanie, nie narzucające żadnych ograniczeń na wartości impedancji powierzchniowych rozpatrywanej półpłaszczyzny.

W celu otrzymania rozwiązania sformułowanego problemu dyfrakcyjnego, będziemy poszukiwać postaci funkcji  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  gęstości rozkładu pola rozproszonego  $u_g(x, z)$  na fale płaskie, w klasie funkcji całkowalnych w infinitesimalnie małym otoczeniu punktu  $\alpha = -k$

### 3. Ścisłe rozwiązanie problemu dyfrakcyjnego

#### Przypadek a<sub>1</sub>

Z warunku ciągłości pola  $u(x, z)$  i jego pochodnej dla  $z = 0$ ,  $x < 0$  otrzymujemy:

$$(3.1a) \quad A_1(\alpha) - A_2(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{\alpha + k \cos \varphi_1} + L_1(\alpha),$$

$$(3.1b) \quad \beta [A_1(\alpha) + A_2(\alpha)] = \frac{1}{2\pi i} \frac{k \sin \varphi_1}{\alpha + k \cos \varphi_1} + L_2(\alpha),$$

gdzie  $L_1(\alpha)$ ,  $L_2(\alpha)$  są nieznanymi funkcjami holomorficznymi poniżej konturu całkowania  $\mathcal{C}$ .

Z warunków brzegowych (2.1) na półpłaszczyźnie impedancyjnej otrzymujemy:

$$(3.2a) \quad A_1(\alpha)[\beta - k \sin \varphi_1] = U_1(\alpha)$$

$$(3.2b) \quad A_2(\alpha)[\beta - k \sin \varphi_2] = U_2(\alpha),$$

gdzie  $U_1(\alpha)$ ,  $U_2(\alpha)$  są nieznanymi funkcjami holomorficznymi powyżej konturu całkowania  $\mathcal{C}$ . Z układu równań (3.1), (3.2), po wyeliminowaniu funkcji  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$ , otrzymujemy układ dwu, sprzęgniętych ze sobą równań Wienera-Hopfa<sup>\*/</sup>

$$(3.3a) \quad \underline{G}(\alpha) \underline{L}(\alpha) = \underline{U}(\alpha) + \underline{P}(\alpha),$$

$$\text{gdzie} \quad \underline{L}(\alpha) = \begin{bmatrix} L_1(\alpha) \\ L_2(\alpha) \end{bmatrix}, \quad \underline{U}(\alpha) = \begin{bmatrix} U_1(\alpha) \\ U_2(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$(3.3b) \quad \underline{G}(\alpha) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \beta - k s_1 & (\beta - k s_1)/\beta \\ -(\beta - k s_2) & (\beta - k s_2)/\beta \end{bmatrix}$$

$$(3.3c) \quad \underline{P}(\alpha) = \begin{bmatrix} P_1(\alpha) \\ P_2(\alpha) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi i (\beta(\alpha + k c_1))} \begin{bmatrix} -(\beta - k s_1)(\beta + k s_1) \\ (\beta - k s_2)(\beta - k s_1) \end{bmatrix}$$

Z postaci równań Wienera-Hopfa (3.3) i z warunków (2.9) wynikają następujące ograniczenia nałożone na funkcję  $\underline{U}(\alpha)$ :

---

<sup>\*</sup>/ Przyjęliśmy oznaczenia:  $S_1 = \sin \varphi_1$ ,  $C_1 = \cos \varphi_1$ ,  $S_2 = \sin \varphi_2$ ,  
 $C_2 = \cos \varphi_2$ .



$$(3.4a) \quad U_1(-kC_1) + P_1(-kC_1) = 0,$$

$$(3.4b) \quad U_2(-kC_2) + P_2(-kC_2) = 0.$$

Z równań (3.3) wynika fakt holomorficzności funkcji  $U(\alpha)$  w całej płaszczyźnie  $\alpha$  oprócz cięcia  $\Gamma_-$ . Przechodząc z funkcjami  $\underline{G}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{P}$  do granic lewostronnych  $\underline{G}^+$ ,  $\underline{U}^+$ ,  $\underline{P}^+$  i prawostronnych  $\underline{G}^-$ ,  $\underline{U}^-$ ,  $\underline{P}^-$  na konturze  $\Gamma_-$  otrzymujemy układ dwóch niejednorodnych, brzegowych równań Hilberta na  $\Gamma_-$ .

$$(3.5a) \quad \underline{H}(t) \underline{U}^-(t) = \underline{U}^+(t) + \underline{P}^+(t) - \underline{H}(t) \underline{P}^-(t),$$

$$t \in \Gamma_-; \quad \underline{U}(\alpha) \in A\{C^d - \Gamma_-\}$$

$$(3.5b) \quad \underline{H}(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & \sigma(\alpha) \\ \tau(\alpha) & 0 \end{bmatrix},$$

$$(3.5c, d) \quad \sigma(\alpha) = \frac{\beta - kS_1}{\beta + kS_2}, \quad \tau(\alpha) = \frac{\beta - kS_2}{\beta + kS_1}.$$

Przyjeliśmy, że dodatni kierunek na konturze  $\Gamma_-$  przebiega od  $-k - i\infty$  do  $-k$ , zaś wartość funkcji  $\beta(t)$  na  $\Gamma_-$  równa się lewostronnej granicy funkcji  $\beta(\alpha)$ .

$$(3.6) \quad \beta^+(t) = \lim_{\alpha \rightarrow_+ t} \beta(\alpha)$$

Ponieważ zachodzi

$$(3.7) \quad \underline{H}(t) \underline{P}^-(t) = \underline{P}^+(t), \quad t \in \Gamma_-$$

otrzymujemy ostatecznie układ dwu jednorodnych równań Hilberta

$$(3.8) \quad \underline{H}(t) \underline{U}^-(t) = \underline{U}^+(t), \quad t \in \Gamma; \quad \underline{U}(\alpha) \in A\{\Gamma^+ - \Gamma\}.$$

Na funkcję  $\underline{U}(\alpha)$  nałożone są ponadto warunki (3.4), jak również warunek całkowalności funkcji  $\underline{U}(\alpha)$  w punkcie  $\alpha = -k$ .

Korzystając z rozwiązania równań (3.8), wyprowadzonych przez Hurda [6] przy analizowaniu zagadnienia dyfrakcji fali płaskiej na półpłaszczyźnie impedancyjnej otrzymujemy:

$$(3.9a) \quad \underline{U}(\alpha) = \sum_n a_n \underline{Y}_n(\alpha) + \underline{W}(\alpha),$$

$$(3.9b) \quad \underline{Y}_n(\alpha) = (\alpha + k)^{n/2} e^{\frac{1}{2}Q} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}V} \\ (-1)^n e^{-\frac{1}{2}V} \end{bmatrix}$$

$$(3.9c) \quad Q(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} (t - \alpha)^{-1} \ln \delta(t) \tau(t) dt,$$

$$(3.9d) \quad V(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} (k + \alpha)^{1/2} \int_{\Gamma} (t + k)^{-1/2} (t - \alpha)^{-1} \ln \delta(t) / \tau(t) dt,$$

$$\underline{W}(\alpha) = \begin{bmatrix} w_r(\alpha) \\ w_s(\alpha) \end{bmatrix}$$



gdzie  $w_r(\alpha)$ ,  $w_s(\alpha)$  są wielomianami stopnia odpowiednio  $r$  i  $s$ . Funkcje  $V(\alpha)$ ,  $Q(\alpha)$  można sprowadzić do prostszej postaci

$$(3.10) \quad V(\alpha) = \ln \frac{(\sqrt{k(1+C_1)} + \sqrt{k+\alpha})(\sqrt{k(1-C_1)} + \sqrt{k+\alpha})}{(\sqrt{k(1+C_2)} + \sqrt{k+\alpha})(\sqrt{k(1-C_2)} + \sqrt{k+\alpha})}$$

$$(3.11) \quad Q(\alpha) = \ln \frac{k+\alpha}{\sqrt{kC_1+\alpha}(kC_2+\alpha)} - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega-\varphi_1}^{\omega+\varphi_1} \frac{u du}{\sin u} - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega-\varphi_2}^{\omega+\varphi_2} \frac{u du}{\sin u} ,$$

gdzie

$$(3.12) \quad \alpha = k \cos \omega , \quad \beta = k \sin \omega .$$

Funkcje  $V(\alpha)$ ,  $Q(\alpha)$  są holomorphyjne w całej płaszczyźnie oprócz konturu  $\Gamma$ , a ich zachowanie w nieskończoności i w otoczeniu punktu  $\alpha = -k$  jest następujące:

$$(3.13) \quad Q(\alpha) \rightarrow 0 , \quad V(\alpha) \rightarrow 0 , \quad \text{gdy } |\alpha| \rightarrow \infty ,$$

$$(3.14) \quad Q(\alpha) \rightarrow b \ln(\alpha+k) ; \quad b > 0 , \quad V(\alpha) \rightarrow \ln S_1/S_2 \quad \text{gdy } \alpha \rightarrow -k .$$

Z warunku na krawędzi

$$(3.15) \quad \underline{u}(\alpha) \in O(\alpha^K) , \quad -1 < K < 0 , \quad \text{gdy } |\alpha| \rightarrow \infty$$

i z warunku całkowalności funkcji  $\underline{U}(\alpha)$  w punkcie  $\alpha = -k$

$$(3.16) \quad \underline{U}(\alpha) \in O(\alpha+k), \quad -1 < \alpha \quad \text{gd}y \quad \alpha \rightarrow -k$$

otrzymujemy z równań (3.9), (3.13), (3.14)

$$(3.17a, b) \quad -2 \leq n \leq 1, \quad \underline{W}(\alpha) = 0$$

Stąd wynika następująca postać rozwiązania problemu Hilberta (3.8):

$$(3.18) \quad \underline{U}(\alpha) = a_{-2}(\alpha+k)^{-1} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}(Q+V)} \\ e^{\frac{1}{2}(Q-V)} \end{bmatrix} + a_{-1}(\alpha+k)^{-1/2} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}(Q+V)} \\ -e^{\frac{1}{2}(Q-V)} \end{bmatrix}$$

gdzie na mocy warunków (3.4) stałe  $a_{-2}$ ,  $a_{-1}$  wyznaczone są poprzez układ równań

$$(3.19a) \quad \left\{ \frac{a_{-2}}{k(1-C_1)} + \frac{a_{-1}}{\sqrt{k(1-C_1)}} \right\} e^{\frac{1}{2}(Q_{-1}+V_{-1})} = \frac{1}{2\pi i} \frac{C_1}{S_1},$$

$$(3.19b) \quad \frac{a_{-2}}{k(1-C_2)} - \frac{a_{-1}}{\sqrt{k(1-C_2)}} = 0, \quad Q_{-1} = Q(-kC_1), \quad V_{-1} = V(-kC_1).$$

Z równań (3.2), (3.18), (3.19) wynika:



$$(3.20a) \quad A_1(\alpha) = - \frac{\sqrt{k} C_1(1-C_1)(\beta + kS_1)}{2\pi i S_1(\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2})(\alpha^2 - k^2 C_1^2)} \times \\ \times \left\{ \frac{\sqrt{k(1-C_2)}}{\alpha + k} + \frac{1}{\sqrt{\alpha + k}} \right\} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_{-1}+V-V_{-1})}$$

$$(3.20b) \quad A_2(\alpha) = - \frac{\sqrt{k} C_1(1-C_1)(\beta + kS_2)}{2\pi i S_1(\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2})(\alpha^2 - k^2 C_2^2)} \times \\ \times \left\{ \frac{\sqrt{k(1-C_2)}}{\alpha + k} - \frac{1}{\sqrt{\alpha + k}} \right\} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_{-1}-V-V_{-1})}$$

Z równań (3.1), (3.20) wynika położenie biegunów funkcji rozkładu  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  względem konturu całkowania  $\mathcal{C}$ .

Bieguny funkcji  $A_1(\alpha)$ :

$$\alpha = -kC_1 \quad - \text{poniżej konturu całkowania } \mathcal{C},$$

$$\alpha = kC_1 \quad - \text{powyżej konturu całkowania } \mathcal{C}.$$

Biegun funkcji  $A_2(\alpha)$

$$\alpha = kC_2 \quad - \text{powyżej konturu całkowania } \mathcal{C}.$$

Równania (3.20) wraz z równaniami (2.5) - (2.7) jednoznacznie określają rozwiązanie problemu dyfrakcji fali powierzchniowej  $u_1(x, z)$  na półpłaszczyźnie impedancyjnej, przy zadanych wartościach impedancji powierzchniowych zerujących wyrażenia  $\beta - kS_1$ ,  $\beta - kS_2$  na górnym płacie Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$ .

Dla interpretacji fizycznej otrzymanych rozwiązań użyteczne jest przedstawienie pola  $u(x, z)$  jako sumy pola geometrycznego  $u_g(x, z)$ , wydzielonego z  $u(x, z)$  poprzez przybliżenie optyki geometrycznej i czystego pola dyfrakcyjnego  $u_d(x, z)$ .

$$(3.21) \quad u(x, z) = u_g(x, z) + u_d(x, z)$$

Powyższy podział pola  $u(x, z)$  otrzymujemy zmieniając w reprezentacji całkowej rozwiązania (2.7a) kontur całkowania  $\mathcal{C}$  na krzywą najszybszego spadku SDP na tym samym płacie Riemanna i uwzględniając występowanie biegunów funkcji rozkładu  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  pomiędzy tymi konturami. Przechodząc poprzez równania (3.12) do nowej zmiennej całkowania  $\omega$  i wprowadzając na płaszczyźnie  $x, z$  współrzędne biegunowe  $r, \theta$

$$(3.22) \quad x = r \cos \theta, \quad z = r \sin \theta$$

gdzie punkt  $r, \theta$  oznacza punkt obserwacji, otrzymujemy dla

$$0 < \theta < \pi:$$

$$(3.23a) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_1(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega - \theta)} d\omega,$$

$$(3.23b) \quad u_g(r, \theta) = H\{\pi - \varphi_{1r} - \operatorname{sgn}(\varphi_{1i}) \operatorname{gd}(\varphi_{1i}) - \theta\} e^{-ikr \cos(\varphi_1 + \theta)} + \\ + H\{\varphi_{1r} + \operatorname{sgn}(\varphi_{1i}) \operatorname{gd}(\varphi_{1i}) - \theta\} R e^{ikr \cos(\varphi_1 - \theta)},$$

dla

$$\pi < \theta < 2\pi:$$

$$(3.23c) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_2(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega + \theta)} d\omega,$$

$$(3.23d) \quad u_q(r, \theta) = H\{\theta - 2\pi + \varphi_{2r} + \operatorname{sgn}(\varphi_{2i}) \operatorname{gd}(\varphi_{2i})\} T e^{ikr \cos(\varphi_2 + \theta)},$$



gdzie

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases};$$

$$\operatorname{gd}(\varphi) = \operatorname{arc} \cos (1/\operatorname{ch} \varphi),$$

(3.23e)

$$R = - \frac{(1-C_1)(\sqrt{1-C_2} + \sqrt{1+C_1})}{(1+C_1)(\sqrt{1-C_2} + \sqrt{1-C_1})} e^{\frac{1}{2}(Q_1 - Q_{-1} + V_1 - V_{-1})},$$

$$(3.23f) \quad T = - \frac{C_1(S_1 + S_2)(1-C_1)(\sqrt{1-C_2} - \sqrt{1+C_2})}{2S_1S_2(1+C_2)(\sqrt{1-C_2} + \sqrt{1-C_1})} e^{\frac{1}{2}(Q_2 - Q_{-1} + V_2 - V_{-1})}$$

a krzywa najszybszego spadku SDP przecina oś  $\omega_r$  pod kątem  $3\pi/4$  na górnym płacie Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$  i pod kątem  $-\pi/4$  - na płacie dolnym.

W równaniach (3.23b, d) rozpoznajemy padającą falę powierzchniową i odbite od krawędzi półpłaszczyzny fale powierzchniowe, prowadzone odpowiednio przez górną i dolną stronę półpłaszczyzny. Wielkości R i T są więc współczynnikami odbicia i transmisji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej, zaś zerowanie się argumentów funkcji Heaviside'a w poszczególnych wyrażeniach wyznacza granice cienia kolejnych fal powierzchniowych [10].

Przypadek  $a_2$

Przypadek ten różni się od poprzedniego wyłącznie faktem występowania zer funkcji  $\beta - kS_2$  na dolnym płacie Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$ , w przeciwieństwie do występowania ich uprzednio na płacie górnym. Można więc za pomocą analogicznych do przedstawionych uprzednio rozważań otrzymać identyczny problem Hilberta (3.8) na konturze  $\Gamma$ , jak również identyczną postać (3.9) rozwiązania tego problemu. Jednakże na rozwiązanie (3.9) zamiast warunku (3.4) nałożone jest teraz jedno ograniczające równanie.

$$(3.24) \quad U_1(-kC_1) + P_1(-kC_1) = 0$$

Ponieważ również funkcja

$$(3.25) \quad Q(\alpha) = \frac{1}{2} \ln \frac{kC_2 + \alpha}{kC_1 + \alpha} - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega - \varphi_1}^{\omega + \varphi_1} \frac{udu}{\sin u} + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega - 2\pi + \varphi_2}^{\omega + 2\pi - \varphi_2} \frac{udu}{\sin u}$$

w punkcie  $\alpha = -k$  przybiera obecnie różną od zera skończoną wartość, z warunku na krawędzi i z całkowalności funkcji  $\underline{U}(\alpha)$  w otoczeniu  $\alpha = -k$  wynika

$$(3.26) \quad n = -1, \quad \underline{W}(\alpha) = 0$$

Stąd otrzymujemy rozwiązanie problemu Hilberta (3.8)

$$(3.27a) \quad \underline{U}(\alpha) = a_{-1} (\alpha + k)^{-1/2} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}(Q+V)} \\ -e^{\frac{1}{2}(Q-V)} \end{bmatrix}$$

gdzie

$$(3.27b) \quad a_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \frac{C_1}{S_1} \sqrt{k(1-C_1)} e^{-\frac{1}{2}(Q_{-1}+V_{-1})}$$



Rozwiązanie problemu dyfrakcji fali powierzchniowej  $u_1(x, z)$  na półpłaszczyźnie impedancyjnej, przy wartościach impedancji powierzchniowych spełniających warunek (2.10), wyznaczają równania (2.5) - (2.7), gdzie funkcje rozkładu pola rozproszonego  $u_s(x, z)$  na fale płaskie przyjmują postać:

$$(3.28a) \quad A_1(\alpha) = - \frac{C_1(\beta + kS_1)}{2\pi i S_1(\alpha^2 - k^2 C_1^2)} \sqrt{\frac{k(1-C_1)}{\alpha+k}} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_{-1}+V-V_{-1})}$$

$$(3.28b) \quad A_2(\alpha) = - \frac{C_1}{2\pi i S_1(\beta - kS_2)} \sqrt{\frac{k(1-C_1)}{\alpha+k}} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_{-1}-V-V_{-1})}$$

Położenie biegunów funkcji  $A_1(\alpha)$  względem konturu całkowania  $\mathcal{C}$  określone jest podobnie jak w przypadku  $a_1$ .

Zmieniając kontur całkowania z konturu  $\mathcal{C}$  na SDP otrzymujemy

dla  $0 < \theta < \pi$ :

$$(3.29a) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_1(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr(\cos(\omega-\theta))} d\omega,$$

$$(3.29b) \quad u_g(r, \theta) = H\{\pi - \varphi_{1r} - \operatorname{sgn}(\varphi_{1i}) \operatorname{gd}(\varphi_{1i}) - \theta\} e^{-ikr \cos(\varphi_1 + \theta)} + H\{\varphi_{1r} + \operatorname{sgn}(\varphi_{1i}) \operatorname{gd}(\varphi_{1i}) - \theta\} \operatorname{Re} e^{ikr \cos(\varphi_1 - \theta)},$$

dla  $\pi < \theta < 2\pi$ :

$$(3.29c) \quad u_d(\tau, \theta) = - \int_{SDP} A_2(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega + \theta)} d\omega,$$

$$(3.29d) \quad u_g(\tau, \theta) = 0,$$

gdzie

$$(3.29e) \quad R = - \sqrt{\frac{1-C_1}{1+C_1}} e^{\frac{1}{2}(Q_1 - Q_{-1} + V_1 - V_{-1})}$$

Interpretacja poszczególnych członów w równaniach (3.29) jest analogiczna do przedstawionej w przypadku  $a_1$ , z tym, że w przypadku  $a_2$  współczynnik transmisji fali powierzchniowej równa się zeru.

#### Przypadek $b_1$

Przy zerowaniu się wyrażen  $\beta + kS_1$ ,  $\beta + kS_2$  na górnym płacie Riemanna funkcji  $\beta(\alpha)$  otrzymujemy równania Wienera-Hopfa w postaci (3.3), jednakże ze względu na biegun funkcji  $U_2(\alpha)$  w punkcie  $\alpha = -kC_1$  nie możemy bezpośrednio otrzymać równań Hilberta na konturze  $\Gamma_-$ .

Wprowadzając pomocnicze funkcje  $\tilde{U}(\alpha)$ ,  $\tilde{P}(\alpha)$

$$(3.30a) \quad \tilde{U}(\alpha) = \underline{U}(\alpha) - \tilde{P}(\alpha)$$



$$(3.30b, c) \quad \underline{\tilde{U}}(\alpha) = \begin{bmatrix} \tilde{U}_1(\alpha) \\ \tilde{U}_2(\alpha) \end{bmatrix}, \quad \underline{\tilde{P}}(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(s_1 - s_2)}{\alpha + kc_1} \end{bmatrix}$$

otrzymujemy równania Wienera-Hopfa

$$(3.31) \quad \underline{G}(\alpha) \underline{L}(\alpha) = \underline{\tilde{U}}(\alpha) + \underline{P}(\alpha) + \underline{\tilde{P}}(\alpha)$$

Występująca w równaniu (3.31) funkcja  $\tilde{U}(\alpha)$  jest teraz holomorficzna w całej płaszczyźnie zmiennej  $\alpha$  oprócz konturu  $\Gamma_-$ . Możemy więc, podobnie jak w przypadkach  $a_1, a_2$ , przejść do problemu Hilberta na konturze  $\Gamma_-$

$$(3.32) \quad H(t) \underline{\tilde{U}}^-(t) = \underline{\tilde{U}}^+(t) + [\underline{I} - H(t)] \underline{\tilde{P}}(t), \quad t \in \Gamma_-$$

Korzystając z podstawowego rozwiązania powyższego jednorodnego problemu Hilberta [6]

$$(3.33) \quad \underline{X}(\alpha) = [\underline{Y}_k(\alpha), \underline{Y}_l(\alpha)] ,$$

przedstawiamy macierz  $\underline{H}(\alpha)$  w postaci

$$(3.34) \quad \underline{H}(\alpha) = \underline{X}^+(\alpha) [\underline{X}^-(\alpha)]^{-1}$$

i po krótkich obliczeniach otrzymujemy rozwiązanie niejednorodnego problemu Hilberta (3.32)

$$(3.35)$$

$$\underline{\tilde{U}}(\alpha) = \sum_n a_n \underline{Y}_n(\alpha) + [\underline{X}(\alpha) \underline{X}^T(-kc_1) - \underline{I}] \underline{\tilde{P}}(\alpha) + \underline{X}(\alpha) \underline{W}(\alpha),$$

$$W(\alpha) = \begin{bmatrix} W_r(\alpha) \\ W_s(\alpha) \end{bmatrix}$$

gdzie funkcje  $w_r(\alpha)$ ,  $w_s(\alpha)$  są wielomianami stopnia odpowiednio  $r$  i  $s$ .

Z warunku na krawędzi i z warunku całkowalności funkcji gęstości rozkładu  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  w punkcie  $\alpha = -k$ , uwzględniając zachowanie się funkcji  $Q(\alpha)$ ,  $V(\alpha)$  w nieskończoności i w punkcie  $\alpha = -k$

$$(3.36a) \quad Q(\alpha) \rightarrow 0, \quad V(\alpha) \rightarrow 0, \quad \text{gdy } |\alpha| \rightarrow \infty$$

$$(3.36b) \quad Q(\alpha) \sim -b \ln(\alpha + k); \quad b > 0, \quad V(\alpha) \sim \ln S_1 / S_2, \quad \text{gdy } \alpha \rightarrow -k$$

otrzymujemy:

$$(3.37) \quad \sum_n a_n \underline{Y}_n(\alpha) = 0, \quad \underline{W}(\alpha) = 0, \quad k=1, \quad l=0.$$

Stąd

$$(3.38a) \quad \underline{\tilde{U}}(\alpha) = [\underline{X}(\alpha) \underline{X}^T(-kC_1) - \underline{I}] \underline{\tilde{P}}(\alpha),$$

$$(3.38b) \quad \underline{U}(\alpha) = \underline{X}(\alpha) \underline{X}^T(-kC_1) \underline{\tilde{P}}(\alpha),$$



Na mocy równań (3.2), (3.38b) funkcje gęstości rozkładu pola rozproszonego na fale płaskie przyjmują postać:

$$(3.39a) \quad A_1(\alpha) = \frac{k(S_1 + S_2) \{ \sqrt{k(1-C_1)} - \sqrt{\alpha+k} \}}{4\pi i \sqrt{k(1-C_1)} (\alpha + kC_1) (\beta - kS_2)} e^{\frac{1}{2}(Q - Q_{-1} + V - V_{-1})}$$

$$(3.39b) \quad A_2(\alpha) = \frac{k(S_1 + S_2) \{ \sqrt{k(1-C_1)} + \sqrt{\alpha+k} \}}{4\pi i \sqrt{k(1-C_1)} (\alpha + kC_1) (\beta - kS_2)} e^{\frac{1}{2}(Q - Q_{-1} - V + V_{-1})}$$

Funkcja  $A_2(\alpha)$  posiada biegun pierwszego rzędu, leżący poniżej konturu całkowania  $\mathcal{C}$  w punkcie  $\alpha = -kC_1$ .

Równania (2.6), (2.7), (3.39) opisują ściśle rozwiązanie rozważanego problemu dyfrakcyjnego dla impedancji powierzchniowych, spełniających warunek (2.11).

Przechodząc z konturem całkowania z krzywej  $\mathcal{C}$  na krzywą SDP otrzymujemy następujące wyrażenie na pole dyfrakcyjne  $u_d(r, \theta)$  i pole geometryczne  $u_g(r, \theta)$  dla  $0 < \theta < \pi$ :

$$(3.40a) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_1(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega - \theta)} d\omega,$$

$$(3.40b) \quad u_g(r, \theta) = u_i(r, \theta),$$

dla  $\pi < \theta < 2\pi$ :

$$(3.40c) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_2(k \cos \omega) k \sin \omega e^{i k r \cos(\omega + \theta)} d\omega,$$

$$(3.40d) \quad u_g(r, \theta) = H [3\pi - \psi_{1r} - \operatorname{sgn}(\psi_{1i}) \operatorname{gd}(\psi_{1i}) - \theta] e^{-i k r \cos(\psi_1 + \theta)}$$

Dla impedancji powierzchniowych spełniających warunki (2.11) nie występują odbite od krawędzi fale powierzchniowe.

#### Przypadek $b_2$

Stosując analogiczne rozważania jak w przypadku  $b_1$  dochodzimy do niejednorodnych równań Hilberta (3.32) na konturze  $\Gamma$  i znajdujemy ogólną postać (3.35) funkcji  $\tilde{u}(\alpha)$ . Jednakże w przypadku  $b_2$  na funkcję  $U_2(\alpha)$  nałożony jest wynikający z równań Wienera-Hopfa warunek

$$(3.41) \quad U_2(-kC_2) + P_2(-kC_2) = 0$$

Funkcja  $Q(\alpha)$  w tym przypadku jest ograniczona w punkcie  $\alpha = -k$ .

Wykorzystując warunek na krawędzi i warunek całkowalności funkcji  $A_1(\alpha)$ ,  $A_2(\alpha)$  w punkcie  $\alpha = -k$  otrzymujemy:



$$(3.42a) \quad U_2(\alpha) = a^{-1} \frac{1}{\sqrt{\alpha+k}} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}(Q+V)} \\ -e^{\frac{1}{2}(Q-V)} \end{bmatrix} + \frac{k}{4\pi i} \frac{s_1+s_2}{\alpha+kC_1} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_1)} x$$

$$(3.42b) \quad \times \begin{bmatrix} \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha+k}{k(1-C_1)}}\right) e^{\frac{1}{2}(V+V_1)} \\ \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha+k}{k(1-C_1)}}\right) e^{-\frac{1}{2}(V+V_1)} \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{k}}{4\pi i} \frac{s_1+s_2}{C_1-C_2} \sqrt{\frac{1-C_2}{1-C_1}} (\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2}) e^{-\frac{1}{2}(Q_1-V_1)}$$

Funkcje  $A_1(\alpha)$  ,  $A_2(\alpha)$  gęstości rozkładu pola rozproszonego na fale płaskie przyjmują teraz postać:

$$(3.43a) \quad A_1(\alpha) = \frac{k(s_1+s_2)}{4\pi i (\beta - kS_1) \sqrt{k(1-C_1)}} e^{\frac{1}{2}(Q+V)} x$$

$$\times \left\{ \frac{\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2}}{C_1-C_2} \sqrt{\frac{1-C_2}{\alpha+k}} e^{-\frac{1}{2}(Q_1+V_1)} + \frac{\sqrt{k(1-C_1)} - \sqrt{\alpha+k}}{\alpha+kC_1} e^{-\frac{1}{2}(Q_1-V_1)} \right\}$$

$$(3.43b) \quad A_2(\alpha) = -\frac{k(\beta + kS_2)(s_1+s_2)}{4\pi i (\alpha^2 - k^2C_2^2) \sqrt{k(1-C_1)}} e^{\frac{1}{2}(Q-Q_1-V+V_1)} x$$

$$\times \left\{ -\frac{\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2}}{C_1-C_2} \sqrt{\frac{1-C_2}{\alpha+k}} + \frac{\sqrt{k(1-C_1)} + \sqrt{\alpha+k}}{\alpha+kC_1} \right\}$$

Funkcja  $A_2(\alpha)$  posiada biegun I-go rzędu w punkcie  $\alpha = -kC_1$ , leżącym poniżej konturu całkowania  $\mathcal{C}$  i w punkcie  $\alpha = kC_2$ , leżącym powyżej konturu całkowania  $\mathcal{C}$ .

Równania (2.6), (2.7), (3.43) opisują ściśle rozwiązanie rozważanego problemu dyfrakcyjnego dla impedancji powierzchniowych, spełniających warunki (2.12).

Pola dyfrakcyjne i geometryczne opisywane są poprzez następujące równania dla  $0 < \theta < \pi$ :

$$(3.44a) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_1(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega - \theta)} d\omega,$$

$$(3.44b) \quad u_g(r, \theta) = u_i(r, \theta)$$

dla  $\pi < \theta < 2\pi$ :

$$(3.44c) \quad u_d(r, \theta) = - \int_{SDP} A_2(k \cos \omega) k \sin \omega e^{ikr \cos(\omega + \theta)} d\omega,$$

$$(3.44d) \quad u_g(r, \theta) = H\{3\pi - \varphi_{1r} - \operatorname{sgn}(\varphi_{1i}) \operatorname{gd}(\varphi_{1i}) - \theta\} e^{-ikr \cos(\varphi_1 + \theta)} + \\ + H\{\theta - 2\pi + \varphi_{2r} + \operatorname{sgn}(\varphi_{2i}) \operatorname{gd}(\varphi_{2i})\} e^{ikr \cos(\varphi_2 + \theta)}$$



$$(3.44e) \cdot T = \frac{S_2 (S_1 - S_2)}{2C_2 \sqrt{1-C_1}} \left\{ \sqrt{\frac{1-C_2}{1+C_2}} \frac{\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1-C_2}}{C_1 - C_2} - \frac{\sqrt{1-C_1} + \sqrt{1+C_2}}{C_1 + C_2} \right\} \times e^{\frac{1}{2}(Q_2 - Q_{-1} - V_2 + V_{-1})}$$

W przypadku  $b_2$  występują fale powierzchniowe odbite od krawędzi półpłaszczyzny impedancyjnej, prowadzone przez dolną stronę półpłaszczyzny.

#### 4. Uwagi końcowe

Otrzymane równania (3.20) dla przypadku  $a_1$  (2.9), (3.28) - dla przypadku  $a_2$  (2.10), (3.39) - dla przypadku  $b_1$  (2.11), (3.43) - dla przypadku  $b_2$  (2.12) wraz ze wzorami (2.5) - (2.7) stanowią ściśle rozwiązanie problemu dyfrakcji fali powierzchniowej na półpłaszczyźnie impedancyjnej w jednorodnym, izotropowym ośrodku, przy dowolnych impedancjach powierzchniowych, w ogólności różnych po obu stronach półpłaszczyzny. Możliwość sprowadzenia analizowanego tutaj układu sprzężonych wzajemnie równań Wienera-Hopfa (3.3) do stosunkowo prostego układu dwóch równań Hilberta (3.6), (3.32) na konturze  $\Gamma$ , będącym krzywą SDP dla kąta obserwacji  $\theta = \pi$ , jest przykładem użyteczności i potencjalnych możliwości metody Wienera-Hopfa-Hilberta w analizie problemów dyfrakcji fal powierzchniowych.

Wyodrębnienie z otrzymanych rozwiązań pola geometrycznego  $u_g(r, \theta)$  pozwala na łatwą interpretację fizyczną zjawiska dyfrakcji, w szczególności na wyznaczenie granic cienia odbitych od krawędzi półpłaszczyzny fal powierzchniowych, jak również odpowiadających im amplitudowych współczynników odbicia i transmisji (3.23), (3.29), (3.44). Wart podkreślenia jest brak występowania odbitej fali powierzchniowej na tej stronie półpłaszczyzny impedancyjnej, na której impedancja powierzchniowa spełnia warunek

$$\pi < \psi_r + \operatorname{sgn}(\psi_i) \operatorname{gd}(\psi_i) < 2\pi$$

Reprezentowane wzorami (3.20), (3.28) wyrażenia na pole rozproszone przechodzą dla  $S_1 = S_2$  i  $S_1 = -S_2$  w rozwiązania, otrzymane dla przypadków  $a_1$ ,  $a_2$  przez Greniewa [5] przy pomocy metody Wienera-Hopfa.

#### LITERATURA

- [1] F.J. ZUCKER - Surface - and Leaky-wave antennas. Antenna Engineering Handbook /H.Jasik, wyd./, McGraw-Hill Book Co., New York /1961/.
- [2] A.A. OLINER - Acoustic surface waves. Springer-Verlag, Berlin /1978/.
- [3] T. TAMIR - Inhomogeneous Wave types at planar interfaces: II - surface waves. Optik, 37, 2, 204-228 /1973/.
- [4] G.D. MALIUŻINIEC - Wzbudzenie, odbicie i promieniowanie na klinie z zadanymi impedancjami granic /w jęz.ros./. Dokł. AN CCCP, 121, 3, 436-439 /1958/.
- [5] N.G. GRENI EW - Dyfrakcja elektromagnetycznych fal powierzchniowych na półpłaszczyźnie impedancyjnej /w jęz.ros./. Rad.Elekt., 3, 2, 163-171 /1958/.
- [6] R.A. HURD - The Wiener-Hopf-Hilbert method for diffraction problems. Can.J.Phys., 54, 7, 755-780 /1976/.
- [7] W. NASALSKI - Dyfrakcja fali niejednorodnej na półpłaszczyźnie impedancyjnej. Raporty IPPT, 16/80 /1980/.
- [8] T. TAMIR - Inhomogeneous wave types at planar interfaces: III - leaky waves. Optik, 38, 3, 269-297 /1973/.
- [9] T.B.A. SENIOR - Impedance boundary conditions for imperfectly conducting surfaces. Appl.Sci.Res. Sect.B,8, 418-436 /1960/.
- [10] G.A. DESCHAMPS, S.W. LEE, E. GOWAN III, T. FONTANA - Diffraction of an evanescent plane wave by a half plane. Wave Mot., 1, 1, 25-35 /1979/.