

Sur la rhéologie d'un milieu poreux sature consolidant

J. L. AURIAULT (GRENOBLE)

L'ÉTUDE de la consolidation d'un milieu bi-phasique-squelette poreux, liquide filtrant-nécessite la connaissance préalable de la loi de comportement du milieu. Celle-ci est à déterminer à partir du comportement de chaque phase supposé connu expérimentalement. La loi est établie ici pour un squelette quelconque et de l'eau filtrant, après étude du couplage phénoménologique et du couplage de volume. Les applications à la Mécanique des sols sont envisagées et on retrouve alors comme cas particulier les résultats de M.A. BIOT

IL EST classique de caractériser un milieu poreux par ses caractéristiques macroscopiques, déduites des propriétés à l'échelle des pores par des opérations de moyenne. On introduit alors trois échelles distinctes: l'échelle des pores, une première échelle macroscopique où le milieu est supposé homogène et une deuxième échelle macroscopique où les caractéristiques peuvent maintenant varier d'un point à l'autre et qui permet de traiter le milieu poreux comme un milieu continu.

Dans ce qui suit nous nous placerons toujours au niveau de la première échelle macroscopique: nous supposerons connues les caractéristiques et les lois de comportement à cette échelle de chacun des constituants, pris séparément, du milieu biphasique, soit qu'elles soient données par l'expérience soit qu'elles soient déduites par moyenne de l'échelle des grains.

Le problème fondamental que nous nous proposons d'aborder est l'étude, à partir des données précédentes, de la loi de comportement du milieu biphasique, loi qui sera aussi définie à l'échelle macroscopique: c'est à ce niveau qu'apparaissent en particulier les relations phénoménologiques et les autres couplages qui la déterminent. Remarquons toutefois que la loi de comportement du liquide filtrant, supposée donnée, dépend en général de la géométrie des grains du milieu poreux, et peut donc faire apparaître un couplage qui n'est pas étudié ici.

Dans une première partie, nous reprenons suivant [1] une étude de P. GUELIN [2] basée sur la théorie des mélanges polyphasiques de I. PRIGOGINE et P. MAZUR [3]. Nous montrons que le couplage phénoménologique entre les lois de comportement est négligeable. L'étude met en évidence une équation phénoménologique qui est une généralisation de la loi de filtration de DARCY.

Puis nous étudions dans une deuxième partie le couplage des lois dû au bilan des volumes. Nous retrouvons, comme cas particulier, les équations décrites par M. A. BIOT [4 et 5] et utilisées par A. M. FREUDENTHAL [6] et W. DERSKI [7 et 8]. Nous n'abordons pas ici les couplages qui proviennent d'autres bilans comme celui qui découle du principe fondamental de la mécanique. Ils apparaissent au niveau de la deuxième échelle macroscopique, c'est-à-dire au niveau des équations d'évolution du milieu et n'ont pas un caractère rhéologique.

Nous nous limiterons d'autre part aux effets purement mécaniques: nous éliminons l'éventualité de réactions chimiques et la température T est uniforme. Le milieu poreux — ou squelette — est constitué par le squelette proprement dit et le liquide filtrant adsorbé. Celui-ci, quelconque dans la première partie, est dans la seconde partie de l'eau pouvant contenir des bulles d'air. Les matériaux envisagés sont des milieux matériellement simples: en particulier les lois de comportement sont des lois locales. Les déformations du squelette restent petites et les contraintes initiales (avant déformation) sont négligées.

1. Couplage phénoménologique

La consolidation est un phénomène évolutif extrêmement lent — les déplacements sur une année se mesurent en centimètres — si bien que le système reste toujours proche d'un état d'équilibre thermodynamique. On peut alors admettre que la théorie classique de la thermodynamique des processus irréversibles s'applique: elle est basée sur le postulat que la formule de GIBBS, établie pour un état d'équilibre, est toujours vraie au voisinage de celui-ci. Autrement dit, la variation d'entropie à l'équilibre et dans son voisinage dépend des mêmes variables indépendantes.

D'autre part, il est classique de décrire l'évolution du milieu consolidant par les déplacements de chaque phase, supposés par conséquent bien distincts. On définit ainsi un mouvement barycentrique pour chaque phase, ce qui justifie l'hypothèse d'une forte inhibition des transferts de quantité de mouvement entre le milieu poreux et le liquide filtrant.

Le système est alors composé de deux fluides au sens de MAZUR et PRIGOGINE [3]: le fluide filtrant au sein du fluide poreux.

Il en résulte que l'équation de GIBBS s'applique au mouvement barycentrique de chaque fluide qui possède ainsi un vecteur vitesse propre v_α , les fluides $\alpha = 1$ et $\alpha = 2$ étant respectivement le milieu poreux — ou squelette et le fluide filtrant. Nous supposons que les sources éventuelles sont distribuées uniquement le long des frontières du domaine envisagé occupé par le milieu biphasique, si bien qu'elles n'interviennent pas dans les équations d'évolution de la masse étudiée. Les différents bilans s'établissent alors comme suit:

Le bilan de masse

Pour chaque fluide, il vient

$$(1.1) \quad \partial \rho_\alpha / \partial t = -\operatorname{div}(e_\alpha v_\alpha)$$

où ρ_α est la masse du fluide α par unité de volume total et t le temps. Pour l'ensemble des deux fluides, on a

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho v)$$

avec $\rho v = \rho_1 v_1 + \rho_2 v_2$.

Le bilan des quantités de mouvement s'écrit pour chaque fluide

$$(1.3) \quad \rho_\alpha \gamma_\alpha = \rho_\alpha F_\alpha - \operatorname{div} P_\alpha - \eta_\alpha$$

où $\gamma_\alpha = dv_\alpha/dt$, F_α est la force de volume uniforme et supposée dérivée du potentiel ψ indépendamment du temps, P_α le tenseur des contraintes partielles du fluide α et η_α la source de quantité de mouvement due aux échanges avec l'autre fluide.

Pour l'ensemble, le bilan s'écrit, compte tenu de $\eta_1 + \eta_2 = 0$

$$(1.4) \quad \rho\gamma = \rho F - \operatorname{div} P$$

où P est le tenseur contrainte totale.

Les bilans énergétiques

Le bilan de l'énergie cinétique s'obtient en multipliant les deux membres de (1.3) par v_α et en utilisant (1.1):

$$(1.5) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_\alpha^2 \right) + \operatorname{div} \left(\frac{1}{2} (\rho_\alpha v_\alpha^2) v_\alpha \right) = -v_\alpha \operatorname{div}(p_\alpha) + \rho_\alpha F_\alpha v_\alpha - \eta_\alpha v_\alpha.$$

De même le bilan d'énergie potentielle s'écrit:

$$(1.6) \quad \frac{\partial \rho \psi}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \psi v) - \sum_\alpha F_\alpha \rho_\alpha v_\alpha.$$

Le bilan de l'énergie totale résulte de l'application du premier principe. Il s'écrit sous la forme:

$$(1.7) \quad \frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \rho_\alpha e_\alpha = -\operatorname{div} \left(\sum_\alpha (\rho_\alpha e_\alpha v_\alpha + P_\alpha v_\alpha) \right)$$

où $\rho_\alpha e_\alpha v_\alpha$ provient de la convection et $P_\alpha v_\alpha$ est lié au travail mécanique. L'énergie totale par unité de volume ρe est la somme des énergies interne, cinétique et potentielle:

$$(1.8) \quad \rho e = \sum_\alpha \rho_\alpha e_\alpha = \sum_\alpha \left(\rho_\alpha u_\alpha + \frac{1}{2} \rho_\alpha v_\alpha^2 + \rho_\alpha \psi_\alpha \right).$$

D'où avec (1.5), (1.6) et (1.7) le bilan d'énergie interne:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \rho_\alpha u_\alpha = -\operatorname{div} \left(\sum_\alpha \left(\rho_\alpha e_\alpha v_\alpha + P_\alpha v_\alpha - \frac{1}{2} (\rho_\alpha v_\alpha^2) v_\alpha \right) \right) + \sum_\alpha (v_\alpha \operatorname{div} P_\alpha + \rho_\alpha F_\alpha v_\alpha + \eta_\alpha v_\alpha).$$

Soit en utilisant à nouveau (1.8):

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \rho_\alpha u_\alpha = -\operatorname{div} \left(\sum_\alpha \rho_\alpha u_\alpha v_\alpha \right) - \sum_\alpha P_\alpha \operatorname{grad} v_\alpha + \sum_\alpha \eta_\alpha v_\alpha$$

où, pour chaque phase:

$$(1.9) \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho_\alpha u_\alpha = -\operatorname{div}(\rho_\alpha u_\alpha v_\alpha) - P_\alpha \operatorname{grad} v_\alpha + \eta_\alpha v_\alpha + \rho_\alpha \frac{d\bar{u}_\alpha}{dt},$$

où $\rho_\alpha d\bar{u}_\alpha/dt$ est l'apport d'énergie interne au fluide α de la part de l'autre fluide

$$\sum_\alpha \rho_\alpha \frac{d\bar{u}_\alpha}{dt} = 0.$$

Le bilan entropique

En raison de la forte inhibition des transferts de quantité de mouvement, l'équation de GIBBS s'écrit pour chaque fluide:

$$(1.10) \quad T \frac{ds_\alpha}{dt} = \frac{du_\alpha}{dt} + P_\alpha^{eq} \frac{d \frac{1}{\rho_\alpha}}{dt},$$

où s est l'entropie. Nous avons assimilé le fluide filtrant à un fluide monoconstitué.

La définition du tenseur des contraintes P_α^{eq} du fluide α à l'équilibre soulève de sérieuses difficultés. Pour la suite du propos, il suffit d'admettre son existence. Autrement dit on suppose qu'il existe un état d'équilibre correspondant aux sollicitations appliquées à l'instant considéré sans que cette correspondance soit précisée.

La théorie classique de la thermodynamique postule que (1.10) est vraie au voisinage de l'équilibre.

Les calculs mettent en oeuvre les formules suivantes:

$$\begin{aligned} \rho_\alpha \frac{d \frac{1}{\rho_\alpha}}{dt} &= \operatorname{div} v_\alpha, \\ \rho_\alpha \frac{ds_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} \rho_\alpha s_\alpha - s_\alpha \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \rho_\alpha v_\alpha \operatorname{grad} s_\alpha \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \rho_\alpha s_\alpha - s_\alpha \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_\alpha s_\alpha v_\alpha) - s_\alpha \operatorname{div}(\rho_\alpha v_\alpha) \end{aligned}$$

qui s'écrit compte tenu de (1.1):

$$\rho_\alpha \frac{ds_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \rho_\alpha s_\alpha + \operatorname{div}(\rho_\alpha s_\alpha v_\alpha).$$

Une formule analogue vaut pour u_α .

En utilisant le bilan d'énergie interne, (1.10) devient après multiplication par ρ_α et division par T des deux membres:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_\alpha s_\alpha = -\operatorname{div}(\rho_\alpha s_\alpha v_\alpha) + \frac{1}{T} (P_\alpha^{eq} - P_\alpha) \operatorname{grad} v_\alpha + \frac{1}{T} \rho_\alpha \frac{d\bar{u}_\alpha}{dt} + \frac{\eta_\alpha v_\alpha}{T}.$$

Le bilan entropique global peut alors être mis sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \rho_\alpha s_\alpha = -\operatorname{div} \Phi + \sigma$$

avec $\Phi = \sum_\alpha \rho_\alpha s_\alpha v_\alpha$ et la source entropique σ donnée par:

$$(1.11) \quad \sigma = \frac{1}{T} \sum_\alpha (P_\alpha^{eq} - P_\alpha) \operatorname{grad} v_\alpha + \frac{1}{T} \sum_\alpha \eta_\alpha v_\alpha \geq 0.$$

Les relations phénoménologiques

Le frottement mutuel entre les deux fluides a pour effet l'entraînement du fluide le plus lent par le fluide le plus rapide; cela conduit à:

$$(1.12) \quad \eta_1(v_1 - v_2) \geq 0 \quad \text{si bien que avec } \sum_\alpha \eta_\alpha = 0$$

il vient (1.12) $\sum_{\alpha} \eta_{\alpha} v_{\alpha} \geq 0$, ceci quels que soient les autres processus thermodynamiques dont le milieu peut être le siège. Le terme $\sum_{\alpha} \eta_{\alpha} v_{\alpha}$, dit de filtration, ne peut donc pas être couplé avec les autres processus. Dans le cas simple étudié ici, les deux termes qui apparaissent dans la source sont donc découplés.

D'après (1.12), il existe une relation fonctionnelle entre les η_{α} et les v_{α} : compte tenu de $\sum_{\alpha} \eta_{\alpha} = 0$ cette relation peut s'écrire:

$$(1.13) \quad v_1 - v_2 = Z(\eta_1)$$

$v_1 - v_2$ et η_1 s'annulent simultanément à l'équilibre. D'autre part Z est nécessairement une fonctionnelle impaire de son argument. Si nous admettons que η_1 soit zéro simple de Z , (1.13) peut s'écrire

$$(1.14) \quad v_1 - v_2 = \eta_1 F(\eta_1),$$

où F ne dépend que du module de η_1 . Dans le cas linéaire où $F(\eta_1) = F_0$, tenseur du deuxième ordre constant, (1.14) s'écrit en utilisant (1.3):

$$(1.15) \quad v_1 - v_2 = F_0 (\rho_2 (\gamma_2 - F_2) - \text{div } P_2).$$

Nous retrouvons ainsi la loi de filtration de Darcy, vraie quand le liquide filtrant est l'eau. D'après (1.11) la matrice des coordonnées de F_0 est définie positive.

Remarquons ici que l'existence d'une loi de filtration comme (1.12), qui peut être mise en évidence expérimentalement, découle de la décomposition du milieu biphasique en deux fluides au sens de MAZUR et PRIGOGINE. Une telle loi ne peut être obtenue lorsque la théorie est conduite avec un milieu biphasique assimilé à un seul fluide. Ceci peut être considéré comme une justification de l'hypothèse d'une forte inhibition des transferts de quantités de mouvement entre chaque phase.

Compte tenu de (1.12), (1.11) devient

$$\sum_{\alpha} (P_{\alpha}^{eq} - P_{\alpha}) \text{grad } v_{\alpha} \geq 0$$

qui conduit à la loi rhéologique partielle "hors équilibre" du système sous forme des relations fonctionnelles:

$$P_1^{eq} - P_1 = Z_1 (\text{grad } v_1, \text{grad } v_2),$$

$$P_2^{eq} - P_2 = Z_2 (\text{grad } v_1, \text{grad } v_2).$$

Mais du fait des faibles valeurs de η_1 , Z_1 et Z_2 sont au deuxième ordre près indépendantes respectivement de $\text{grad } v_2$ et $\text{grad } v_1$. Le couplage sur les parties irréversibles des lois rhéologiques des deux fluides est négligeable.

2. Le couplage de volume des lois de comportement

Description du milieu

Nous attachant plus particulièrement ici à la consolidation des sols, nous introduisons quelques hypothèses complémentaires. Le squelette est décrit par deux lois de comportement: un sable, un silt ou une argile sont représentés schématiquement comme un assem-

blage de grains d'une même substance, obéissant à la loi usuelle de Lamé, en contact les uns avec les autres. Ainsi les déformations du squelette résultent d'une part des mouvements relatifs des grains et d'autre part des déformations des grains eux-mêmes, d'où deux lois. Nous admettons que le liquide filtrant d'une part, les grains du squelette d'autre part forment séparément un milieu isotrope. Le liquide filtrant est constitué d'eau et de gaz dissous ou en bulles: la contrainte partielle P_2 est isotrope.

La contrainte totale P_{ij} dans le milieu bi-phasique peut se décomposer suivant les pressions partielles:

$$(2.1) \quad P_{ij} = P_{1ij} + P_2 \delta_{ij},$$

où suivant

$$(2.2) \quad P_{ij} = \tau_{ij} + p \delta_{ij},$$

où τ est le tenseur des contraintes intergranulaires et représente la contrainte moyenne exercée par les grains les uns sur les autres et p est la pression effective du liquide filtrant ou pression interstitielle.

Ces contraintes sont reliées aux contraintes partielles de (2.1) par

$$(2.3) \quad P_{1ij} = \tau_{ij} + (1-n)p \delta_{ij}, \quad P_2 = np$$

où n est la porosité.

Le squelette, dont les pores sont remplis d'un liquide à pression nulle a une loi de comportement qui peut s'écrire sous forme incrémentale

$$(2.4) \quad \bar{\tau}_{ij} = -C_{1ij}^{ik} \bar{D}_{1ik} - M_{1ij} \bar{t}$$

où D_1 est le tenseur des déformations, t le temps, C_1 et M_1 des tenseurs incrémentaux qui peuvent dépendre de l'histoire et des valeurs actuelles des déformations et des contraintes, mais indépendants des accroissements de ces grandeurs. D'une façon générale les accroissements d'une grandeur ϕ sont notés $\bar{\phi}$. Observons que le tenseur des déformations D_1 englobe à la fois les effets de déplacement entre grains et les déformations propres de ceux-ci.

L'application d'une pression interstitielle p provoque une déformation isotrope θ_s des grains suivant la deuxième loi caractérisant le squelette:

$$(2.5) \quad \bar{p} = K_g \bar{\theta}_s$$

D_1 et θ_s sont des paramètres cachés; nous entendons par là qu'ils sont indiscernables dans une évolution. La déformation observée du squelette est définie par le tenseur

$$D_{ij} = D_{1ij} + \theta_s \delta_{ij} \frac{1-n}{3}.$$

La loi (2.4) est alors remplacée par

$$(2.6) \quad \bar{\tau}_{ij} = -C_{1ij}^{ik} \bar{D}_{1ik} - (1-n) C_{1ij}^{ik} \frac{\bar{p} \delta_{ik}}{3 K_g} - M_{1ij} \bar{t}.$$

Enfin, le comportement du liquide interstitiel isolé est supposé élastique:

$$(2.7) \quad p = -K_w e,$$

où K_w est le module de déformation voluminique et e la déformation isotrope.

Le couplage

Les équations (2.5)–(2.7) ne sont pas indépendantes. L'espace est supposé complètement rempli par les deux fluides. Considérons un volume initial unité de squelette. Le volume v de liquide entrant dans ce squelette est d'une part: $v = n(\bar{\theta} - \bar{\varepsilon})$ avec $\varepsilon = u_{i,i}$, u vecteur de déplacement du liquide filtrant dans le milieu poreux et $\theta = D_{ij}\delta_{ij}$ et d'autre part: $v = \bar{\theta} - \bar{\theta}_g + (\bar{p}n/K_w)$ qui traduit le bilan de volume de l'évolution en cours et où v est égal à la variation de volume du milieu diminuée de celle des grains et augmentée de celle du liquide. On obtient ainsi $\bar{p} = \frac{K_w}{n}[\bar{\theta}_g - n\bar{\varepsilon} + (n-1)\bar{\theta}]$.

Dans l'évolution, la partie isotrope des efforts sur les grains est $(\bar{\tau}_{ji}/3) + \bar{p}$. Leur variation de volume, rapportée au volume total du milieu biphasique s'écrit donc:

$$\theta_g = -\frac{1-n}{Kg} \left[\bar{p} + \frac{1}{3} \left(-C_{1ii}^{kl} \bar{D}_{kl} - M_{1ii} \bar{t} - (1-n) C_{1ii}^{kl} \frac{\bar{p} \delta_{kl}}{Kg} \right) \right].$$

Le bilan de volume devient alors:

$$(2.8) \quad \bar{p}A = (1-n) \left(\frac{C_{1ij}^{kl}}{3Kg} - \delta_{kl} \right) \bar{D}_{kl} + \frac{1-n}{3Kg} M_{1ii} \bar{t} - n\bar{\varepsilon}$$

avec

$$A = \frac{n}{K_w} + \frac{1-n}{Kg} \left(1 - (1-n) C_{1ii}^{kl} \frac{1}{3Kg} \right),$$

(2.6) et (2.8) avec la loi de filtration (1.13) sont les équations qui décrivent, à l'échelle macroscopique, le comportement du système total.

Revenant aux pressions partielles, (2.6) et (2.8) s'écrivent au moyen de (2.3)

$$(2.9) \quad \bar{P}_{1ij} = -C_{ij}^{kl} \bar{D}_{lk} - \frac{n}{A} (1-n) \left[\delta_{ij} - \frac{C_{1ij}^{rr}}{3Kg} \right] \bar{\varepsilon} - M_{1ij} \bar{t} + \frac{(1-n)^2}{3AKg} M_{1ii} \bar{t} \left(\delta_{ij} - \frac{C_{1ij}^{rr}}{3Kg} \right),$$

$$(2.10) \quad \bar{P}_2 = -\frac{n^2 \bar{\varepsilon}}{A} - \frac{n}{A} (1-n) \left(\delta_{kl} - \frac{C_{1ii}^{kl}}{3Kg} \right) \bar{D}_{kl} + \frac{n}{A} (1-n) \frac{M_{1ii} \bar{t}}{3Kg},$$

avec

$$C_{ij}^{kl} = C_{1ij}^{kl} + \frac{(1-n)^2}{A} \left(C_{1ij}^{rr} \frac{1}{3Kg} - \delta_{ij} \right) \left(\frac{C_{1ii}^{kl}}{3Kg} - \delta_{kl} \right)$$

ou, sous une forme plus compacte:

$$(2.11) \quad \bar{P}_{1ij} = -C_{ij}^{kl} \bar{D}_{lk} - Q_{ij} \bar{\varepsilon} - N_{1ij},$$

$$(2.12) \quad \bar{P}_2 = -\frac{n^2}{A} \bar{\varepsilon} - R_{kl} \bar{D}_{kl} - N_2,$$

où les tenseurs Q , N_1 , R et N_2 sont définis par comparaison avec les expressions (2.9) et (2.10) de \bar{P}_1 et \bar{P}_2 .

L'effet de couplage entre les deux phases se traduit par la présence des termes Q , R , N_1 et N_2 et en général le couplage sur les termes de déformation n'est pas symétrique:

$$Q_{ij} \neq R_{ij}$$

L'égalité n'est valable que si: $C_{1ij}^{ii} = C_{1kk}^{ij}$ ce qui est vrai en particulier dans le cas de l'élasticité incrémentale. Nous retrouvons ici, par une voie plus générale, un résultat de M. A. BIOT [5]. Mais la symétrie du couplage peut exister pour d'autres lois de comportement.

Les approximations en mécanique des sols

En ce qui concerne les sols, les grains sont en général très peu déformables en comparaison avec le squelette: les termes $1/K_g$ et $C_{1ij}^{rr}/3 K_g$ sont alors négligeables. (2.9) et (2.10) s'écrivent alors:

$$\bar{P}_{1ij} = -C_{ij}^{kk} \bar{D}_{ik} - \frac{n}{A} (1-n) \delta_{ij} \bar{\varepsilon} - M_{1ij} \bar{t},$$

$$\bar{P}_2 = -\frac{n^2}{A} \bar{\varepsilon} - \frac{n}{A} (1-n) \delta_{kl} \bar{D}_{kl}$$

avec

$$A = \frac{n}{K_w} \quad \text{et} \quad C_{ij}^{kl} = C_{1ij}^{kl} + \frac{(1-n)^2}{n} K_w \delta_{ij} \delta_{kl}.$$

Les coefficients de couplage sont alors égaux, quelle que soit la loi de comportement. En contrainte intergranulaire et pression interstitielle ces équations deviennent

$$\bar{\tau}_{ij} = -C_{1ij}^{kk} \bar{D}_{ik} - M_{1ij} \bar{t}, \quad \bar{p}A = -(1-n) \delta_{kl} \bar{D}_{kl} - n \bar{\varepsilon}.$$

Et si enfin l'eau est supposée incompressible:

$$\bar{\tau}_{ij} = -C_{1ij}^{kk} \bar{D}_{ik} - M_{1ij} \bar{t}, \quad (1-n) \bar{D}_{ik} \delta_{ik} + n \bar{\varepsilon} = 0.$$

Bibliographie

1. J. L. AURIAULT, *Contribution à l'étude de la consolidation des sols*, Thèse de Doctorat ès Sciences d'Etat Grenoble 4.4.73, Archives C.N.R.S. n° A.O. 8626.
2. P. GUELIN, *Thermodynamique des filtrations polyphasiques*, Deuxième thèse de Doctorat ès Sciences 25.2.70 Grenoble.
3. I. PRIGOGINE et P. MAZUR, *Sur deux formulations de l'hydrodynamique et le problème de l'hélium liquide*, II, *Physica XVII* n° 7 Juin 1951, p. 661-679.
4. M. A. BIOT, *General theory of three-dimensional consolidation*, *J. Appl. Phys.*, 12, Février 1941.
5. M. A. BIOT, *Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid*, *J. Appl. Phys.*, 26,2, Février, 1955.
6. A. M. FREUDENTHAL et H. GEIRINGER, *The mathematical theories of the inelastic continuum*, Handbuch der Physik VI, Springer Verlag, Berlin 1958.
7. W. DERSKI, *Some contributions to the theory of flow of fluids through porous deformable media*, *Acta Mechanica IV/1*, 1967, p. 13-26.
8. W. DERSKI, *Consolidation displacements produced in elastic porous bodies by fluid sources*, *Revue Roumaine de Mathématiques pures et appliquées*, XIV/2, 1969, p. 175-187.

LABORATOIRE DE MECANIQUE DES FLUIDES,
DES SOLIDES ET DES SOLS, ASSOCIE AU C.N.R.S. GRENOBLE.

Reçu 31 Mai 1974.