

R. Bogacz, A. Niespodziana

O STATECZNOŚCI
CIĄGŁYCH KOLUMN BECK'A
ZE ZLOKALIZOWANĄ UTRATĄ SZTYWNOŚCI

27/1987

P. 269



WARSZAWA 1987

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 2 lutego 1987 r.



56829



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 160 egz. Ark.wyd. 0,82 Ark.druk. 1,5

Oddano do drukarni w lipcu 1987 r.

Nr zamówienia 403/87

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

R. Bogacz

A. Niespodziana

Pracownia Teorii Materiałów

Nieprężystych IPPT PAN

O STATECZNOŚCI CIĄGŁYCH KOLUMN BECK'A ZE
ZLOKALIZOWANĄ UTRATĄ SZTYWNOŚCI

Streszczenie

Pracę poświęcono badaniu stateczności kolumny Beck'a złożonej z segmentów sprężystych połączonych nieważkimi przegubami sprężystymi. Badania dotyczą wpływu sztywności przegubów, ich położenia na wartość siły krytycznej stanowiącej granicę obszaru niestateczności. Do analizy wykorzystano metodę macierzy przeniesienia pozwalającą na uzyskanie ścisłych zależności pomiędzy siłą a częstością, co jest istotne w przypadku jakościowych zmian ukształtowania krzywych charakterystycznych. Uzyskane wyniki świadczą o możliwości stabilizacji i destabilizacji układu poprzez lokalne zmniejszenie sztywności kolumny. Na szczególną uwagę zasługuje rezultat świadczący o czterokrotnym wzroście siły krytycznej w przypadku kolumny o przegubie sprężystym usytuowanym w środku posiadającym sztywność tysiącrotnie mniejszą od sztywności kolumny. Rezultat ten jest porównywalny z najlepszymi wynikami optymalizacji siły krytycznej metodą zmiany kształtu, jednak jego znaczenie ma tylko charakter poznawczy, bowiem destabilizujący wpływ tłumienia uniemożliwia realizację takiego układu w rzeczywistości.

1. Wstęp

Badanie stabilności układów ciągłych znajduje zastosowanie w różnych dziedzinach współczesnej techniki. Do zagadnień technicznych wymagających badania stabilności można zaliczyć problem długich wirujących elementów urządzeń wiertniczych, problem flateru konstrukcji lotniczych, teorii reaktorów jądrowych, różnorodnych układów sterowania i innych.

Dyskretyzacja układów ciągłych /tj. zastąpienie nieskończonej liczby stopni swobody jej skończoną liczbą/ jest często wynikiem tendencji do uproszczeń matematycznego modelu. W wielu przypadkach chcąc uniknąć trudności związanych z rozwiązywaniem równań różniczkowych cząstkowych po dyskretyzacji przechodzi się do równań różniczkowych zwyczajnych.

W przypadku, gdy obciążenia mają charakter konserwatywny wyniki analizy dynamicznej i stateczności technicznej nie są tak wrażliwe na sposób dyskretyzacji jak ma to miejsce w przypadku niektórych obciążeń niekonserwatywnych.

W pracy [1] zbadano stateczność dwuelementowego układu dyskretnego. Przeanalizowano szczególnie dyskretny układ sprężysty Zieglera oraz układ dyskretny z tłumieniem dwojakiego rodzaju, translacyjnym i rotacyjnym. Uzyskane wyniki porównano z innym układem dyskretnym o nieznacznie odmiennym modelu tłumienia oraz z układem ciągłym. Stwierdzono wówczas istotny wpływ dyskretyzacji rozważanego układu na krytyczne parametry obciążenia. Poza różnicami ilościowymi stwierdzono również różnice jakościowe. Zaskakującym wydaje się fakt, że w przypadku układów dyskretnych wystąpiły dwustronnie ograniczone obszary niestateczności, podczas gdy w przypadku układów ciągłych

były one od góry nieograniczone.

Dyskretyzacja układów jest pewną idealizacją większości problemów fizycznych i technicznych. Dalsze badania skoncentrowano więc na analizie układów ciągłych z lokalną utratą sztywności, lub lokalnym tłumieniem.

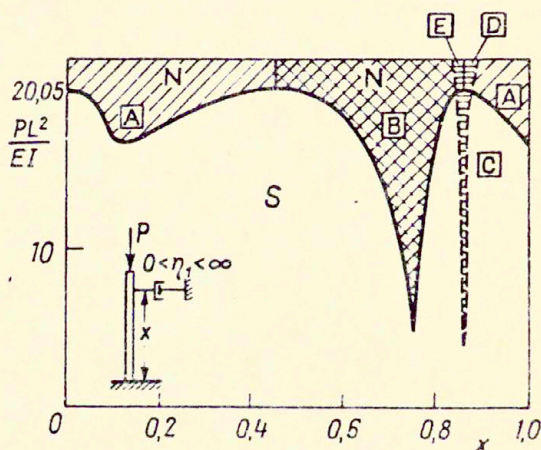
W celu porównania charakterystycznych cech układu dyskretno-ciągłego z modelem Zieglera [2] przedstawiamy analizę układu prętów odkształcalnych z dwoma przegubami sprężystymi.

W dalszych rozważaniach zakłada się liniową sprężystość przegubów a w przypadku przegubów lepkosprężystych lepkość proporcjonalną do prędkości przemieszczeń. W badaniach układów sprężystych korzystano z kryterium stateczności Routha -Hurwitza, natomiast w przypadku układów lepkosprężystych posłużono się uogólnionym kryterium Michajłowa [3].

Wielu badaczy zajmujących się analizą stateczności układów niekoneerwatywnych zwraca uwagę na paradoksalne zjawisko braku przejścia granicznego do układu sprężystego przy intensywności tłumienia dążącej do zera. Zjawiskiem destabilizacji kolumn tłumionych zajmował się już Ziegler [4 - 6]. Badał on parametry krytyczne podwójnego wahadła z lepkosprężystymi przegubami obciążonego siłą śledzącą wykazując, że małe lepkie tłumienie może powodować znaczne obniżenie siły krytycznej. Bołotin [7] rozpatrywał matematyczny model układu z dwoma stopniami swobody wykazując, że wielkość destabilizacji dla zanikającego tłumienia, zależy od ilorazu współczynników tłumienia występujących w obu stopniach swobody. Maksymalna wartość obciążenia krytycznego układu z tłumieniem występującym wówczas przy jednakowej intensywności tłumienia. Nemat - Nasser i Herrmann wykazali, że obciążenie krytyczne układu dyskretnego o "n" stopniach swobody bez tłumienia jest kresem górnym dla obciążenia krytycznego tego samego układu poddanego dzia-

zaniu sił będących funkcjami liniowymi prędkości uogólnionych [8].

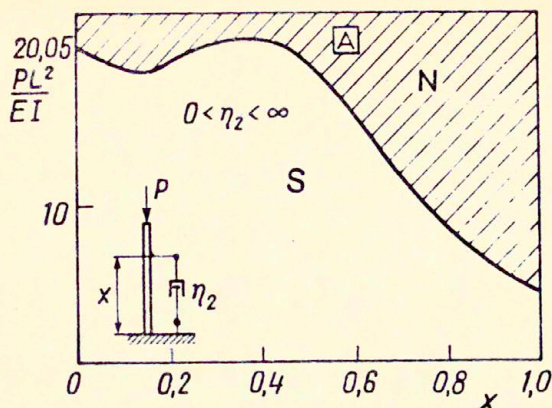
R. Bogacz i O. Mahrenholtz [9,10] analizowali model ciągłej kolumny sprężystej z tłumikami dyskretnymi. Kolumnę obciążono siłą śledzącą oraz skupioną siłą oporu proporcjonalną do prędkości translacji lub prędkości obrotu w punkcie oddziaływania tłumika. Otrzymane rezultaty świadczą, że w przypadku kolumny z tłumikiem translacyjnym siła krytyczna zależy istotnie od położenia tłumika a nie zależy od intensywności tłumienia /Rys. 1.1/.



Rys.1.1. Zależność siły krytycznej od położenia tłumika translacyjnego w kolumnie ciągłej obciążonej siłą śledzącą

W obszarach A, B, C przedstawionych na Rys.1.1 układ traci stateczność odpowiednio z pierwszą /A/, drugą /B/, trzecią /C/ formą własną. W obszarze D układ traci stateczność z pierwszą i trzecią formą własną, natomiast w obszarze E, z drugą i trzecią formą. Obszar niestateczności w przypadku tłumika rotacyjnego /wrażliwego na prędkość obrotową kolumny/ ilustruje Rys. 1.2.

Interesujące rezultaty uzyskano w przypadku kolumny Beck'a posiadającej sprężysty przegub. Bowiem dla dostatecznie małej sztywności takiego przegubu zlokalizowanego w środ-



Rys.1.2. Zależność siły krytycznej od położenia tłumika rotacyjnego w kolumnie ciągłej obciążonej siłą śledzącą

kowej części kolumny można uzyskać istotny wzrost siły krytycznej osiągający wartość około czterokrotnie wyższą aniżeli dla kolumny jednorodnej przy sztywności przegubu tysiąckrotnie mniejszej od sztywności kolumny bez przegubu [11]. Interesującym wydaje się zbadanie wpływu tłumienia w przegubach lepkosprężystych wbudowanych w odkształcalną kolumnę sprężystą na wartość siły krytycznej. Zagadnienie to będzie jednym z przedmiotów rozważań niniejszej pracy i dalszych badań.

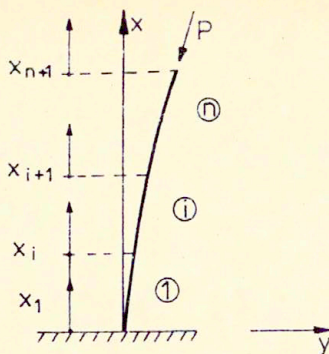
2. Sformułowanie zagadnienia

Analizę przeprowadzimy wykorzystując metodę macierzy przeniesienia [12], [13]. Metoda ta w przypadku kolumn złożonych z segmentów pozwala rozwiązać zagadnienie w sposób ścisły.

Wykorzystując związek /Rys. 2.1/

$$\underline{G}_{i+1}^0 = \underline{T}_i \underline{G}_i^0 \quad (2.1)$$

gdzie \underline{G}_i jest wektorem stanu postaci:



Rys.2.1. Schemat układu segmentów

$$G = [y, \varphi, M, Q]^T = [y, y', EIy'', -EIy''']^T \quad (2.2)$$

natomiast \underline{T}_i - macierzą przeniesienia "i-tego" elementu. Macierz przeniesienia dla całej struktury opisana jest związkiem:

$$\underline{T} = \underline{T}_n \underline{T}_{n-1} \underline{T}_{n-2} \dots \underline{T}_2 \underline{T}_1, \quad (2.3)$$

skąd

$$\underline{G}_{n+1}^o = \underline{T} \underline{G}_1^o \quad (2.4)$$

Spełniając warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} \underline{G}_1^o &= [0, 0, M_1^o, Q_1^o]^T, \\ \underline{G}_{n+1}^o &= [y_{n+1}^o, \varphi_{n+1}^o, 0, 0]^T, \end{aligned} \quad (2.5)$$

otrzymamy równanie charakterystyczne postaci

$$\begin{vmatrix} t_{33} & t_{34} \\ t_{43} & t_{44} \end{vmatrix} = 0, \quad (2.6)$$

umożliwiające badanie konfiguracji krzywych na płaszczyźnie P, ω . Macierz przeniesienia dla elementu kolumny ciągłej otrzymujemy na podstawie rozwiązania różniczkowego równania ruchu odkształcalnej kolumny ciągłej poddanej działaniu siły

śledzącej:

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (2.7)$$

Przyjmuje ona postać podaną w [12], [13].

Macierz przeniesienia dla elementu dyskretnego w postaci przegubu przyjmuje postać:

$$\underline{T}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Jeżeli przegub jest sprężysty i liniowy to κ jest stałą:

$$\kappa = \kappa_s \quad (2.9)$$

gdzie κ_s - moduł sprężystości przegubu.

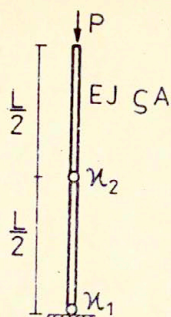
Natomiast w przypadku przegubu o modelu lepkosprężystym Voigta-Kelvina κ można wyrazić w postaci:

$$\kappa = \kappa_s + i\omega\kappa_t \quad (2.10)$$

gdzie κ_t - współczynnik tłumienia w przegubie.

3. Rezultaty analizy numerycznej dla przypadku kolumny ciągłej z dwoma przegubami sprężystymi

Na wstępie przyjmiemy, że pręty okształcalne o sztywności EI, gęstości ρ i przekroju poprzecznym A połączone są dwoma przegubami sprężystymi o jednakowej sztywności ($\kappa_1 = \kappa_2$). Przeguby zostały rozmieszczone jak pokazano na Rys. 3.1. Wykres $P(\omega)$ dla wybranych wartości stałych sprężystych przedstawiono na Rys. 3.2. Wartość siły krytycznej wyznacza prosta $P = P_{kr}$ styczna do pierwszej gałęzi krzywych charakterystycznych w punkcie odpowiadającym pierwszej i drugiej częstości drgań. Dla sztywności przegubów $\kappa_1 = \kappa_2$ dążącej do nieskończoności wartość siły krytycznej dąży do wielkości

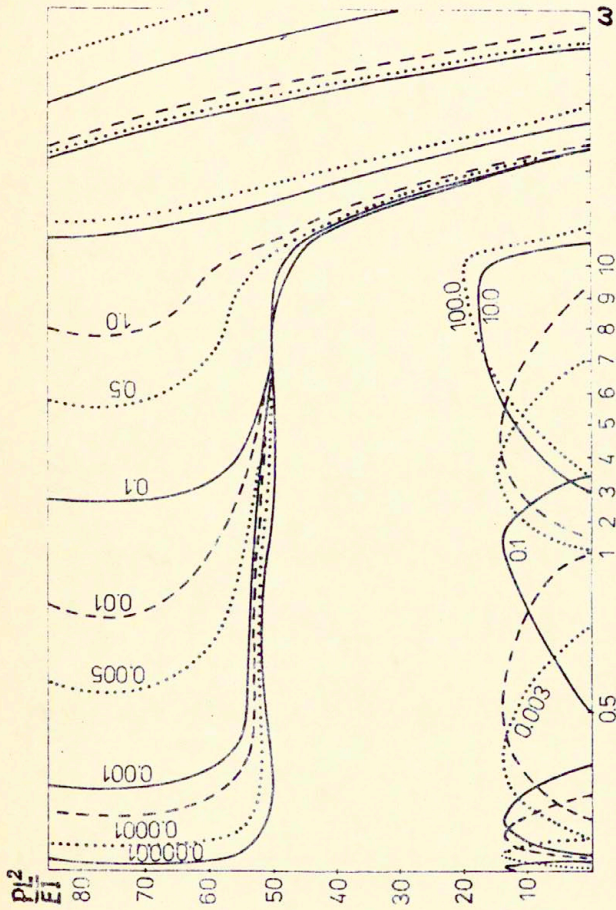


Rys.3.1. Schemat kolumny ciągłej z dwoma przegubami sprężystymi

20.05 $\frac{EI}{L^2}$ tj. osiąga wartość siły krytycznej dla ciągłej kolumny sprężystej obciążonej siłą śledzącą /bez przegubów/. Zmniejszenie wartości stałych sprężystych powoduje spadek wartości obciążenia krytycznego. Dla najmniejszej ze zbadanych wartości $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.00001$ siła krytyczna osiąga wartość bliską $P_{kr} = 14.3 \frac{EI}{L^2}$. Interesujące wydaje się, że w przypadku tak małych wartości $\kappa_1 = \kappa_2$ wartość obciążenia krytycznego jest względnie duża. Duże zmiany w wartościach stałych sprężystych w przypadku $\kappa_1 = \kappa_2$ powodują stosunkowo niewielkie zmiany siły krytycznej, mają natomiast istotny wpływ na wartość częstości drgań. W miarę zmniejszania sztywności przegubów pierwsza i druga częstość drgań własnych maleją przyjmując dla $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.00001$ wartości

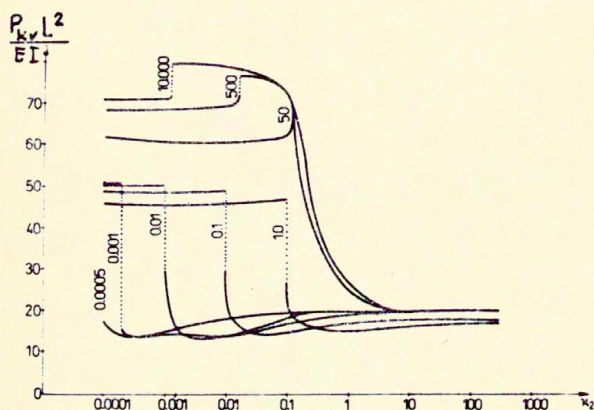
$$\omega_1 < \omega_2 < 0.1 \sqrt{\frac{EI}{9AL^4}}$$

Przejdziemy teraz do analizy przypadku, gdy sztywności przegubów sprężystych mogą przyjmować różne wartości $\kappa_1 \neq \kappa_2$. Dla pewnych wartości parametrów κ_1, κ_2 uzyskano wartość siły krytycznej kilkakrotnie większą niż w przypadku układu sprężystego bez przegubów. Zjawisko skokowej zmiany wartości siły krytycznej dla takiego układu o prętach odkształcalnych występuje tylko w przypadku, gdy sztywność dolnego przegubu jest większa od sztywności górnego przegubu [14].



Rys. 3.2. Krzywe charakterystyczne dla zadanych wartości sztywności przegubów przy $\nu_1 = \nu_2$

Wykres siły krytycznej w funkcji stałej sprężystej górnego przegubu przy ustalonej wartości stałej sprężystej dolnego przegubu / $\kappa_1 = \text{const}$ / przedstawiono na Rys. 3.3.

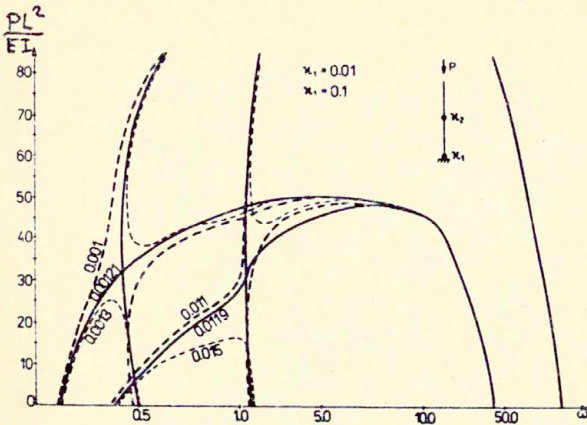


Rys. 3.3. $P_{kr}(\kappa_2)$ dla $\kappa_1 = \text{const}$

Maksymalna siła krytyczna dla układu o dwóch przegubach sprężystych osiąga wartość około czterokrotnie większą od siły krytycznej w przypadku ciągłej kolumny sprężystej bez przegubów. Jeżeli sztywność dolnego przegubu jest niewielka

$[\kappa_1 \in (0.00001 - 1, 0)]$, to przy wartości stałej sprężystej górnego przegubu κ_2 około dziesięć razy mniejszej następuje skok wartości siły krytycznej. Dalsze zmniejszanie sztywności górnego przegubu nie ma istotnego wpływu na zmianę wartości siły krytycznej. Obraz krzywych charakterystycznych na płaszczyźnie P, ω wyjaśniających przyczyny skokowej zmiany wartości siły krytycznej dla $\kappa_1 = 0.01$ i $\kappa_1 = 0.1$ ilustruje Rys. 3.4.

Jeżeli sztywność dolnego przegubu jest względnie duża ($\kappa_1 \geq 500$) to zjawisko skokowej zmiany wartości siły krytycznej ma odmienny charakter. Wraz ze wzrostem wartości κ_1 maleje wartość κ_2 przy której następuje skok. Ponadto w wy-



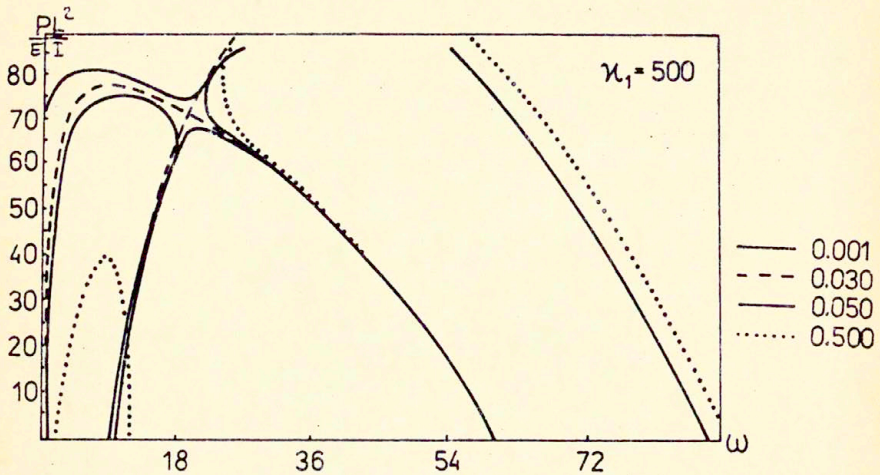
Rys.3.4. Ukształtowanie krzywych charakterystycznych ilustrujących zjawisko skokowej zmiany wartości siły krytycznej na płaszczyźnie P, ω dla $\kappa_1 = 0.01, 0.1$

niku skoku maleje wartość siły krytycznej przy malejącej sztywności κ_2 , czyli przeciwnie aniżeli w przypadku skoku siły krytycznej dla względnie małych wielkości κ_1 . Wykres $P(\omega)$ dla $\kappa_1 = 500$ przedstawiono na Rys. 3.5.

Można zauważyć, że istnieje taka wartość sztywności dolnego przegubu κ_1 , przy której nie występuje zjawisko skoku siły krytycznej. Jak widać na Rys. 3.3 dla wartości $\kappa_1 = 50.0$ zjawisko to jest prawie niezauważalne.

W obu rozważanych przypadkach, zarówno dla małych jak i dużych wartości stałej sprężystej dolnego przegubu, styczna w punkcie połączenia krzywych odpowiadających pierwszej i drugiej postaci drgań wyznacza wartość siły krytycznej przed "skokiem", natomiast po "skoku" wartość siły krytycznej jest granicą niestateczności drugiej i trzeciej postaci drgań.

Przy skoku wartości siły krytycznej czterem pierwszym postaciom drgań odpowiada jedna częstość. Wartość maksymalnego obciążenia krytycznego wyznacza granicę niestateczności drugiej i trzeciej



Rys.3.5. Wykres $P(\omega)$ dla $\kappa_1 = 500$ ilustrujących zjawisko skokowej zmiany wartości siły krytycznej

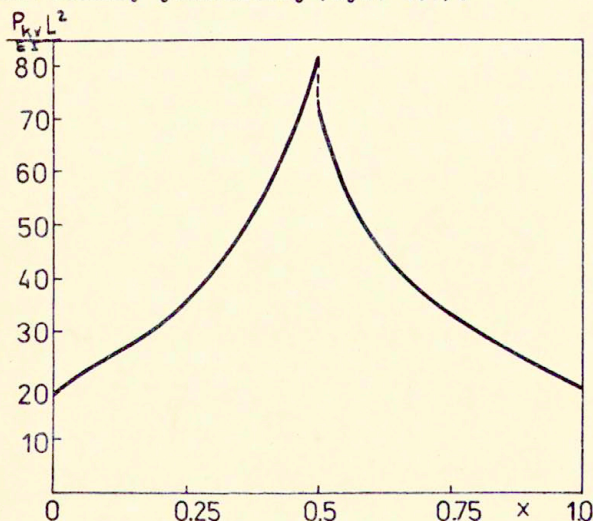
formy własnej /Rys. 3.4/ lub pierwszej i drugiej postaci drgań /Rys. 3.5/. W pierwszym przypadku przy malejącej wartości sztywności przegubu κ_2 skokowi towarzyszy wzrost wartości siły krytycznej, w drugim zaś jej spadek.

Podsumowując rezultaty uzyskane dla kolumny ciągłej z dwoma przegubami sprężystymi należy podkreślić, że wartość siły krytycznej w przypadku przegubów o jednakowej sztywności κ_1, κ_2 jest zawsze niższa aniżeli wartość siły krytycznej w przypadku jednorodnej kolumny sprężystej. Przy sztywności obu przegubów dążącej do nieskończoności istnieje przejście graniczne do siły krytycznej dla układu kolumny jednorodnej. Wzrost wartości siły krytycznej można uzyskać poprzez odpowiedni dobór parametrów κ_1, κ_2 . Należy podkreślić jeszcze, że do analizy stateczności tego typu układów nie wystarcza badanie pierwszej i drugiej postaci drgań [15], [16], [18].

4. Kolumna ciągła z jednym przegubem lepkosprężystym

Interesującym wydaje się zbadanie wpływu lepkości w przegubie na wartość siły krytycznej [17].

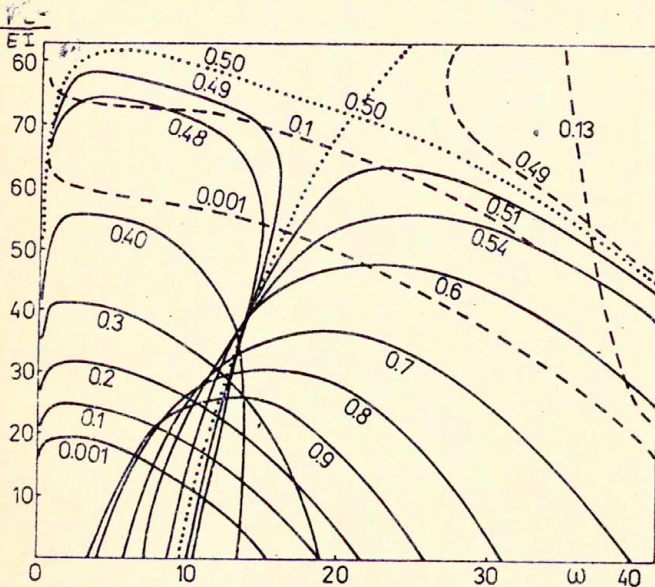
W pracy [11] wykazano, że przy dostatecznie małej sztywności przegubu sprężystego zlokalizowanego w środkowej części kolumny osiąga się istotny wzrost siły krytycznej. Dla sztywności przegubu tysiąckrotnie mniejszej od sztywności kolumny otrzymano wartość siły krytycznej około czterokrotnie wyższą aniżeli dla kolumny jednorodnej /Rys. 4.1/.



Rys.4.1. Zależność siły krytycznej od położenia przegubu sprężystego $\mu = 0.001$

W przypadku, gdy przegub sprężysty położony jest na końcu swobodnym kolumny wartość siły krytycznej jest taka jak w przypadku kolumny sprężystej bez przegubu. W miarę zmiany położenia przegubu wzrasta wartość siły krytycznej. Przy $x = 0.5$ wartość siły krytycznej doznaje skoku przyjmując maksymalną wartość równą około $80 \frac{EI}{L^2}$. Dalsza zmiana położenia przegubu po-

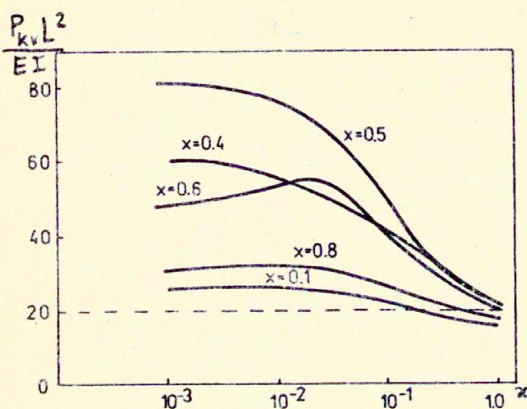
woduje ciągly spadek wartości siły krytycznej. Przy $x = 0$ wartość ta jest niższa aniżeli w przypadku kolumny jednorodnej. Obraz płaszczyzny P, ω dla przegubu o stałej sprężystej $\kappa = 0.001$ przedstawiono na rysunku 4.2.



Rys.4.2. Zależność $P(\omega)$ dla $\kappa = 0.001$ w przypadku kolumny ciągłej z jednym przegubem sprężystym

W rozważanym przypadku zależnie od lokalizacji przegubu otrzymano jakościowo różny kształt charakterystyk.

Usytuowanie przegubu w środkowej części kolumny powoduje, że nie pierwsza i druga postać drgań decyduje o utracie stateczności, jak ma to miejsce w przypadku kolumny jednorodnej, ale druga i trzecia postać drgań. Linie charakterystyczne dla pierwszej i czwartej postaci przecinają się wyznaczając wartość siły krytycznej. Wpływ sztywności przegubu na wartość siły krytycznej dla wybranych wartości x ilustruje rysunek 4.3. Jeżeli sztywność przegubu jest względnie duża to niezależnie od lokalizacji przegubu siła krytyczna przyjmuje wartość bliską wartości krytycznej dla kolumny jednorodnej /bez przegubu/.

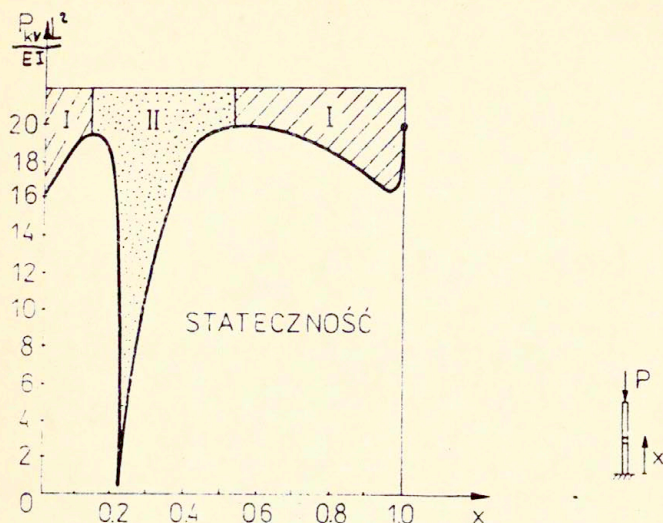


Rys.4.3. Zależność $P_{kr}(\mathcal{K})$ dla wybranych wartości x

Wyniki pracy [14] poświęconej analizie stateczności kolumny złożonej z układu dwóch prętów odkształcalnych połączonych jednym przegubem lepkosprężystym dowodzą, że wartość siły krytycznej zależy wyłącznie od lokalizacji przegubu [11]. Wpływ lokalizacji przegubu na wartość siły krytycznej ilustruje rysunek 4.4.

Wśród obszarów niestateczności przedstawionych na rys. 4.4 wyróżniono dwa rodzaje utraty stateczności. W obszarze I układ traci stateczność oscylując z pierwszą formą własną, natomiast w obszarze II następuje utrata stateczności drugiej formy własnej.

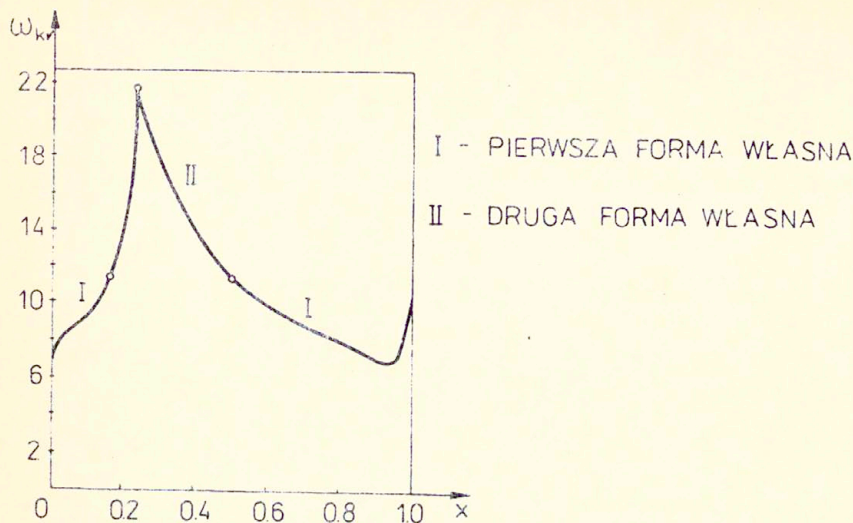
Siła krytyczna osiąga maksymalną wartość równą $20.05 \frac{EI}{L^2}$, gdy przegub jest umieszczony w połowie wysokości kolumny lub na jej końcu swobodnym. Maksymalna wartość siły krytycznej w układzie z przegubem lepkosprężystym nie przekracza wartości siły krytycznej dla jednorodnej kolumny sprężystej.



Rys.4.4. Zależność siły krytycznej od lokalizacji przegubu lepkosprężystego

Największy destabilizujący wpływ lepkości występuje w przypadku przegubu o sztywności $\kappa = 0.071$ przy wartości $x \approx 0.22$. Minimalna wartość siły krytycznej jest wówczas około dwudziestokrotnie mniejsza aniżeli w przypadku jej maksymalnej wartości $\kappa = 0.5; 1.0$. Dla $x=0.0$, P_{kr} osiąga wartość $16 \frac{EI}{L^2}$.

Tłumiki dyskretne zlokalizowane w przegubie działają destabilizująco na układ. Destabilizacja jest większa dla mniejszych sztywności przegubu /np. $\kappa_{sp} = 0.001$ /. Wartość siły krytycznej układu z przegubem sprężystym jest około 30-krotnie większa aniżeli w przypadku kolumny z przegubem lepkosprężystym /por. Rys. 4.4 i Rys. 4.5 dla $x = 0.2 \frac{L}{L}$. Maksymalna różnica w wartości siły krytycznej dla układu z przegubem sprężystym i lepkosprężystym występuje, gdy przegub umieszczony jest w połowie wysokości kolumny. Wynosi ona około $60 \frac{EI}{L^2}$ /dla $\kappa_{sp} = 0.001$ /. Częstość drgań odpowiadająca sile krytycznej ω_{kr} zależna jest również od położenia przegubu w kolumnie /Rys. 4.5/.



Rys.4.5. Zależność ω_{kr} od położenia przegubu lepkosprężystego

Obszary utraty stateczności układu z pierwszą formą własną oznaczono przez I, a z drugą formą własną przez II.

Porównując wyniki uzyskane dla przypadku układu z jednym przegubem lepkosprężystym z przypadkiem o jednym przegubie sprężystym można stwierdzić, że w obu przypadkach lokalizacja przegubu wpływa istotnie na wartość siły krytycznej. Maksymalną wartość siły krytycznej osiąga się w przypadku przegubu zlokalizowanego w połowie wysokości kolumny /lub na swobodnym końcu w przypadku przegubu lepkosprężystego/. Około czterokrotny wzrost wartości siły krytycznej uzyskany w kolumnie z przegubem sprężystym przy odpowiednio małej wartości współczynnika sprężystości κ /badano dla $\kappa = 0,001 \sqrt{\frac{Dl^4}{EI}} \omega$ /znika po uwzględnieniu nieskończonego małego tłumienia.

Literatura

- [1] BOGACZ R., NIESPODZIANA A.: O obszarach niestateczności pewnych modeli kolumn obciążonych siłą śledzącą, Prace IPPT, 36, 1984
- [2] ŻYCZKOWSKI M.: Lectures on stability of elastic structures, Udine 1976
- [3] PORTER B.: Stability criteria for linear dynamical systems, Mechanical Engineering Monographs, 1967
- [4] ZIEGLER H.: Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik, Ing. Archiv. 20, 1, 1952, 49-56
- [5] ZIEGLER H.: Linear elastic stability, ZAMP 4, 1953, 89-121, 168-185
- [6] ZIEGLER H.: On the concept of elastic stability, Adv. in Appl. Mech. 4, 1956, 351
- [7] БОЛОТИН В.В.: Неконсервативные задачи теории упругости устойчивости, Gos. Izd. Fiz.-Mat. Lit., Moskwa 1961
- [8] NAMAT NASSER S., PRASAD S., HERRMANN G.: Destabilizing effect of velocity - dependent forces in nonconservative continuous systems, AJAA Journal, 4, 1966, 1276-1280
- [9] BOGACZ R., MAHREHOLTZ O.: On the optimal design of viscoelastic structures subjected to circulatory loading, Optimization Methods in Structural Design, Wissenschaftsverlag 1983, 281-288
- [10] BOGACZ R., MAHREHOLTZ O.: Modal analysis in application to design of inelastic structures subjected to circulatory loading, Proc. of EUROMECH 174 Colloquium on Inelastic Structures under Variable Loads, Palermo, Italy, October, 1983
- [11] BOGACZ R., MAHREHOLTZ O.: On effect of stabilization of Beck's column by elastic hinge - joint. Archiv. of Mechanics 38.3 1986 pp. 281-287
- [12] PESTEL E.C., LECKIE F.A.: Matrix method in elastomechanics, Mc. Graw-Hill Book Company, New York, 1963

- [13] MAKEJEW W.P., GRINENKO N.I., PAWLJUK JU.: Statyczne Zadaczi Dinamiki Uprugich Konstrukcji. Moskwa "Nauka" 1984
- [14] Drgania w układach fizycznych, Materiały XII Sympozjum Poznań-Biażejewko /maj 1986/, s. 206-207
- [15] BEACHUT J., GAJEWSKI A.: A unified approach to optimal design of columns, SM Archives, 5 (1980), 363-413
- [16] CLAUDON J.L.: Characteristic curves and optimum design of two structures subjected to circulatory loads, J. de Mechanique 14,3 (1975), 531-543
- [17] Gajewski A., Życzkowski M., Wpływ jednoczesnego niejednorodnego tarcia wewnętrznego i zewnętrznego na stateczność układów niekonserwatywnych, Mech.Teor. i Stos., 10 /1972/, 1, 127-142
- [18] WEISHAAR, T.A., PLAUT, R.H., Structural optimization under nonconservative loading, in "Optimization of distributed parameter structures", Vol. I-II, eds. E.J.Haug, J.Cea., Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan den Rijn, 1981, 843-864.

ON STABILITY OF CONTINUOUS BECK'S COLUMN WITH
LOCALIZED LOSS OF THE RIGIDITY

Summary

The column consisting of segments connected by elastic or viscoelastic hinge-joints is considered. Assuming a steady state periodic solution of the problem one obtains a set of characteristic equations. The determination of the regions of stability make possible a design of stable systems for a given conditions. Considerable increase of the critical load was obtained in the case of local loss of rigidity in the centre of column.

The obtained result is of theoretical importance only because destabilizing influence of the damping make impossible realization of such system.