

Zam. 268 IPPT

7.72 — plastyczność,
7.74 — mechanika górotworu
i gruntów.

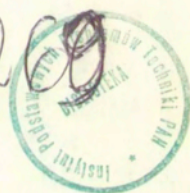
Praca habilitacyjna
Jan Szlagowski

METODYKA KSZTAŁTOWANIA
WYTRZYMAŁOŚCIOWEGO
ELEMENTÓW KONSTRUKCJI
WG KRYTERIUM NOŚNOŚCI GRANICZNEJ

25/1990



P.200



Praca wpłynęła do Redakcji dnia 8 marca 1990 r.

P r a c a h a b i l i t a c y j n a

Opiniodawca: doc.dr hab.inż. Wiesław Trąmpczyński

56809



Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark.wyd. 16,1 Ark.druk. 12,75

Oddano do drukarni w maju 1990 r.

Nr zamówienia 268/90

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,

ul. Śniadeckich 8
<http://rcin.org.pl>

Jan Szlagowski

Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich

Politechniki Warszawskiej

METODYKA KSZTAŁTOWANIA WYTRZYMAŁOŚCIOWEGO ELEMENTÓW KONSTRUKCJI WG KRYTERIUM NOŚNOŚCI GRANICZNEJ

W pracy przedstawiono spójną skomputeryzowaną metodykę kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Przygotowano pakiet odrębnych programów narzędziowych rozwiązujący wybrane układy linii nieciągłości naprężeń. Rozwiązania uzyskano dla czterech wybranych warunków stanu granicznego: Treski, Hubera-Misesa, Coulomba-Mohra i parabolicznego.

Następnie opracowano algorytm i przygotowano program O.K.SDNPN automatycznie składający w sposób statycznie dopuszczalny różnorodne pola naprężeń. Praca zawiera liczne przykłady automatycznego kształtowania: końcówki siłownika hydraulicznego, elementów o zwartej budowie, węzłów konstrukcji stalowych, konstrukcji blachownicowych.

Praca znacznie rozszerza możliwości praktycznych aplikacji metody, a szczególnie analizy procesów mechaniki gruntów i skał (np.: procesy kruszenia). Zasygnalizowano tu jedynie te możliwości podając przykład przecinania bloku skalnego lub kształtowania stopy słupa betonowego. Wykorzystano tutaj otrzymane po raz pierwszy rozwiązania złożonych pól naprężeń dla warunku parabolicznego.

Przygotowany pakiet programów pozwolił na znaczne usprawnienie procesu kształtowania oraz po raz pierwszy powstała możliwość ścisłego logicznego powiązania metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń z metodą elementów skończonych i programami komputerowo wspomaganego projektowania (CAD). Program O.K.SDNPN umożliwia łatwą rozbudowę katalogu pól i może być przygotowany dla materiałów wykazujących cechy orthotropowe (np. żelbet).

Działanie programu na tle metodyki projektowania przedstawiono na przykładzie płaskich i przestrzennych węzłów konstrukcji stalowych. Dla węzłów czteropasowych przygotowano program automatyzujący proces ich kształtowania i przeprowadzono szeroką analizę obliczeniową MES oraz badania doświadczalne metodą elastooptyczną. Wyniki tych rozważań potwierdziły przydatność automatycznego projektowania węzłów zgodnie z kryterium nośności granicznej. Uzyskany kształt węzła po złagodzeniu oczywistych lokalnych karbów geometrycznych zapewnia prawie równomierne wytyśnienie materiału w zakresie sprężystym. Oszacowanie kształtu węzła jest po stronie bezpiecznej w stosunku do nośności pasów. Potwierdzają to badania przeprowadzone także w innych ośrodkach [23, 63, 64].

Kolejnym zaproponowano metodykę kształtowania różnego typu konstrukcji blachownicowych. Taki kształt w realnej konstrukcji musi być korygowany ze względu na wymagania technologiczne oraz warunki pracy konstrukcji. Wyniki przeprowadzonej weryfikacji

obliczeniowej i doświadczalnej potwierdziły fakt bezpiecznego oszacowania kształtów konstrukcji. Przy obciążeniach cyklicznie zmiennych obserwowano prawie jednoczesne pojawienie i rozwijanie się wielu pęknięć zmęczeniowych. Występowały one we wszystkich naróżach płyt czołowych i węzłach systemu płyt. Bardzo niewielkie bądź zerowe zmiany prędkości propagacji pęknięć świadczyły o równomiernym stanie wyężenia w modelach.

Opracowana spójna metoda określania mechanizmów zniszczenia konstrukcji blachownicowych została dobrze potwierdzona doświadczalnie. Dobra jest też zgodność przebiegów sił pokrywających (teoretycznej i rzeczywistej).

Szeroka weryfikacja obliczeniowa i doświadczalna przedstawiona w niniejszej pracy jak i w pracach innych autorów omawianych w monografiach [13, 15, 23] potwierdziła praktyczną przydatność wstępnego kształtowania elementów wg kryterium nośności granicznej. Metoda może być szeroko stosowana przez inżynierów dla otrzymania racjonalnego kształtu elementu, który kolejno powinien być analizowany różnymi metodami zależnie od rodzaju materiału i charakteru pracy. W niniejszej pracy pokazano to przy kształtowaniu węzłów i konstrukcji blachownicowych.

1. Wprowadzenie, cel i zakres pracy

W chwili obecnej zagadnienie racjonalnego kształtowania elementów konstrukcji ma istotne znaczenie techniczne i ekonomiczne. Projektujemy konstrukcje z coraz mniejszym zapasem bezpieczeństwa oraz naprężeniami bliskimi granicy plastyczności zastosowanego materiału. Projektowanym różnorodnym elementom konstrukcyjnym narzuca się rozwiązania charakteryzujące się wysoką wytrzymałością, lekkością, niezawodnością i technologicznością. Współczesne konstrukcje stalowe stanowią natomiast złożony układ połączonych ze sobą płaskich elementów, takich jak: płyty, tarcze, powłoki, belki i pręty.

Określenie właściwej metodyki projektowania wytrzymałościowego tego rodzaju konstrukcji jest zatem bardzo istotne. Można wydzielić następujące etapy kształtowania wytrzymałościowego konstrukcji:

1. Ustalenie warunków pracy.
2. Kształtowanie wstępne
 - metody inżynierskie,
 - metoda elementów skończonych,
 - metody nośności granicznej.
3. Sprawdzenie dodatkowych warunków wytrzymałościowych
 - własności materiału (kruche pękanie, wrażliwość na niskie temperatury, itp.),

- obliczenia uwzględniające charakter obciążenia (udarowe, zmęczeniowe),
- stateczność ściskanych elementów konstrukcji,
- sprężysto-plastyczny zakres pracy.

4. Weryfikacja doświadczalna

- badania modelowe symulujące warunki pracy konstrukcji,
- badania prototypów.

5. Uwzględnienie wniosków wynikających z eksploatacji.

Oceniając te etapy można powiedzieć, że kluczową sprawą jest właściwe ustalenie warunków pracy konstrukcji oraz zastosowanie odpowiedniej metody wstępnego kształtowania wytrzymałościowego. Klasyczna teoria sprężystości, zakładająca liniowość związków fizycznych i równań geometrycznych, stanowi od dawna wygodne narzędzie rozwiązywania złożonych problemów konstrukcyjnych. Dążymy do takiego ukształtowania elementów konstrukcyjnych, aby w stanie sprężystym wyłączenie materiału było w każdym miejscu jednakowe i równe ilorazowi granicy plastyczności przez współczynnik bezpieczeństwa. Tak sformułowane zagadnienie doboru kształtu i wymiarów elementu prowadzi do złożonych rachunków i przeważnie jest niemożliwe do rozwiązania.

Stosowana powszechnie metoda elementów skończonych pozwala np. obliczyć w zakresie sprężystym lub sprężysto-plastycznym rozkład naprężeń w zaproponowanym konkretnym rozwiązaniu kształtu elementu. Można także metodą kolejnych przybliżeń korygować ten kształt. Takie podejście nie gwarantuje jednak w ostatecznym efekcie uzyskania optymalnego rozwiązania. Można również dobrać do optymalnego rozwiązania na drodze badań doświadczalnych, co czyni się jednak tylko przy bardzo ważnych i odpowiedzialnych konstrukcjach.

W wielu jednakże przypadkach, szczególnie jeśli chodzi o ocenę stopnia bezpieczeństwa konstrukcji, rezultaty osiągnięte na tej drodze są zupełnie niezadowolające. Przyjęcie znanej definicji współczynnika bezpieczeństwa, jako stosunku naprężeń aktualnych do plastycznych materiału, ma charakter lokalny. Osiągnięcie w kilku punktach konstrukcji odkształceń plastycznych często nie powoduje utraty własności użytkowych konstrukcji jako całości. Taka konstrukcja jest z reguły przewymiarowana.

Racjonalny wstępnie dobrany kształt konstrukcji o założonym stopniu bezpieczeństwa można otrzymać stosując metody analizy plastycznej. W ostatnich latach nastąpił ich szybki rozwój. Stanowią one obecnie dobrze rozwiniętą dziedzinę studiów, a niektóre traktowane są już jako klasyczne. Zaliczamy do nich nośność graniczną, czyli analizę początkowego płynięcia sztywno-plastycznych elementów konstrukcyjnych oraz analizę małych odkształceń sprężysto-plastycznych poprzedzających plastyczne płynięcie.

Do zagadnień intensywnie rozwijanych można zaliczyć:

- 1) nośność graniczną konstrukcji złożonych (zbrojone, anizotropowe [67],
- 2) stany pokrytyczne konstrukcji sztywno-plastycznych i sprężysto-plastycznych (analiza dużych odkształceń) [47, 65],
- 3) analizę dostosowania się, czyli zachowania się konstrukcji przy obciążeniach powtarzalnych [66].

Rozwiązując problemy analizy plastycznej, otrzymujemy układ równań zawierający:

- 1) warunek plastyczności przedstawiony w przestrzeni naprężeń przez wypukłą powierzchnię zamkniętą,
- 2) prawo płynięcia (stowarzyszone),
- 3) równania ruchu,
- 4) związki kinematyczne między prędkościami odkształcenia a prędkością ruchu.

Rozwiązując problemy brzegowe, otrzymujemy rozkład naprężeń i prędkości przemieszczeń zgodny z przyjętymi warunkami brzegowymi. Ścisłe rozwiązanie problemu jest osiągalne w nielicznych przypadkach. Wobec tego szybko rozwijają się metody przybliżone dające górne i dolne oszacowania nośności granicznej. Opierają się one na dwóch podstawowych twierdzeniach ekstremalnych teorii plastyczności pochodzących od A.A. Gwozdiewa [16], R. Hilla [17] oraz D.C. Druckera, H. Greenberga i W. Pragera [18]. Są one słuszne dla sztywno-idealnie plastycznego modelu ciała i stowarzyszonego prawa płynięcia.

Statycznie dopuszczalne rozwiązania muszą spełniać równania równowagi wewnętrznej, naprężeniowe warunki brzegowe oraz przyjęty warunek plastyczności, a dają nam dolne oszacowanie wartości nieznanego obciążenia granicznego.

Kinematycznie dopuszczalne rozwiązania spełniają kinematyczne warunki brzegowe, warunki nierozdzielności materiału. W tym przypadku otrzymujemy górne oszacowanie nieznanego obciążenia granicznego.

Stosunkowo łatwe rozwiązywanie problemów wyznaczania nośności granicznej i dobra zgodność otrzymywanych wyników z wynikami badań rzeczywistych konstrukcji sprawiły, że teoria nośności granicznej jest szeroko i wielokierunkowo rozwijana. Rozszerza się też zakres jej praktycznych zastosowań. W budownictwie stała się jedną z podstawowych metod obliczeniowych przy projektowaniu takich elementów konstrukcyjnych jak ramy, łuki, płyty czy powłoki [19, 20, 21].

Mniej zaawansowane były prace dotyczące prób zastosowania teorii nośności granicznej do określania nośności i optymalnego kształtowania elementów konstrukcyjnych wykazujących nagłe zmiany przekroju. Duży udział w rozwijaniu tej tematyki ma prof. Wojciech Szczepiński oraz grupa współpracowników. Dla elementów z karbami w pracy [22] pokazano metodykę szacowania nośności granicznej wg oceny dolnej i górnej (metoda linii poślizgu, metoda statycznie dopuszczalnych nieciągłości pól naprężeń, metoda kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów odkształcenia). Porównanie z wynikami badań prowadzonych przez Autorów potwierdziło przydatność stosowania metod nośności granicznej.

W. Szczepiński w pracy [11] pokazał metodykę kształtowania takich elementów maszynowych jak jarzma, połączenie sworzniowe, elementy kotwiące, elementy rozciągane z otworami. Wykorzystano tutaj metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń.

Prace nad rozwinięciem tej metody i przystosowaniem do praktyki inżynierskiej prowadzono przez wiele następnych lat, a ich wyniki przedstawiono w monografii [13, 15]. Prowadzono także prace związane z metodyką kształtowania węzłów konstrukcji stalowych i konstrukcji blachownicowych [32, 33, 37].

Problemowi kształtowania węzłów konstrukcji stalowych poświęcono monografię [23]. Podano tam metodykę kształtowania różnego rodzaju węzłów i połączeń konstrukcyjnych oraz metodykę badań.

Równie szybko wprowadzono metody nośności granicznej w analizę problemów mechaniki gruntów i skał. Wyniki tych prac zestawiono w monografiach W.F. Chena [10] oraz R. Izbickiego i Z.Mro-

za [7], które ukazały się prawie jednocześnie. W pracach tych podano rozwiązania dolnych i górnych ocen nośności dla zagadnień parcia i odporu ośrodka sypkiego, stateczności ścianek pionowych, skarp, ściskania i przecinania bloków materiału skalnego. Oceny dolne otrzymano budując statycznie dopuszczalne pola naprężeń, górną zaś wykorzystując kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia. Podano również rozwiązania otrzymane z wykorzystaniem metody charakterystyk.

Ten krótki przegląd pokazuje szerokie możliwości aplikacyjne metod nośności granicznej opartych na twierdzeniach ekstremalnych teorii plastyczności.

Powróćmy jeszcze raz do sprawy współczynnika bezpieczeństwa konstrukcji. Znajomość stanu naprężenia i stanu odkształcenia w zakresie ograniczonym do samego tylko obszaru sprężystego pozwala oceniać nośność danej konstrukcji w sposób mocno spaczony i zdeformowany, bowiem osiągnięcie nośności związane jest z zasady z istotnym przegrupowaniem sił wewnętrznych i pojawieniem się stref plastycznych. O tych zjawiskach teoria sprężystości nic nie może powiedzieć. Właściwym narzędziem pozostają metody analizy plastycznej.

W tym przypadku współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji zdefiniowany jest jako stosunek wartości siły granicznej do jej aktualnej wartości. Współczynnik ten ma zatem charakter globalny - dopiero bowiem osiągnięcie stanu krytycznego w pewnym skończonym obszarze powoduje przejście konstrukcji w niestateczny "mechanizm". Analiza współczynnika nośności wynikającego z metod analizy plastycznej [55] wskazuje na możliwość oszczędniejszego sposobu kształtowania elementu konstrukcyjnego. Oszczędności te mogą być godne uwagi.

Ogólnie rzecz ujmując zadanie kształtowania elementów formułujemy następująco:

Jak powinien być dobrany kształt elementu, aby przenosił założone obciążenie graniczne w sposób statycznie dopuszczalny przy minimalnej objętości materiału.

Jest to problem z teorii optymalizacji konstrukcji, gdy mając dane obciążenie, sposób podparcia i własności materiału należy znaleźć jej kształt spełniający określoną funkcję celu. Można tutaj przykładowo wymienić najczęściej stosowane kryteria wytrzy-

małościowe:

- warunek równomiernego wyężenia w określonych miejscach konstrukcji,
- warunek stałej siły krytycznej przy wyboczeniu sprężystym lub sprężysto-plastycznym,
- warunek największej nośności.

Oprócz warunku głównego można narzucić szereg warunków ubocznych (technologia wykonania, funkcjonalność, itp.).

Metody optymalizacji rozwijają się wielokierunkowo. Pełny przegląd tych metod można znaleźć w pracach [56, 58] oraz bibliografii [57].

Teoria nośności granicznej ma liczne uproszczenia dotyczące modelu materiału, charakteru obciążenia, zakresu pracy. Należy więc zastanowić się jak te uproszczenia wpływają na rozbieżność ocen teoretycznych z pracą rzeczywistych konstrukcji. Tylko szeroka weryfikacja doświadczalna może dać pełną odpowiedź na temat zakresu jej zgodności z rzeczywistością oraz praktycznej przydatności dla inżynierów konstruktorów.

W ramach niniejszej pracy zajęto się rozwojem metodyki kształtowania różnorodnych elementów (węzły konstrukcji, konstrukcje blachownicowe, procesy mechaniki gruntów i skał, itd.) przy wykorzystaniu metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Postawiono sobie zadanie stworzenia spójnej metodyki i narzędzi automatycznego komputerowego kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych wg kryterium nośności granicznej. Stworzono także możliwość ścisłego automatycznego połączenia omawianej metody z metodą elementów skończonych i komputerowo wspomaganym projektowaniem (CAD).

Mając na uwadze założenia upraszczające, starano się odpowiedzieć na pytanie o miejsce metody kształtowania wg kryterium nośności granicznej w całym procesie kształtowania. W związku z tym przeprowadzono szeroką weryfikację obliczeniową i doświadczalną dla elementów wykonanych zgodnie z analizą teoretyczną.

W rozdziale 2 omówiono rozwój podstaw teoretycznych i metodyki projektowania wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Pokazano rozwój tej metody obejmujący tworzenie elementarnych i złożonych pól naprężeń oraz możliwości

kształtowania różnorodnych elementów. Przeprowadzona analiza wykazała, że naturalnym kierunkiem rozwoju było skomputeryzowanie metody z wykorzystaniem komputera osobistego. Dla wybranego podstawowego zestawu układów linii nieciągłości autor opracował pakiet odrębnych programów narzędziowych rozwiązujących dane pole, określających jego wymiary i rysujących jego rysunek. Rozwiązania otrzymano dla czterech warunków stanu granicznego: Treski, Hubera-Misesa, Coulomba-Mohra i parabolicznego.

Kolejno przygotowano program O.K.SDNPN automatycznie składowający w sposób statycznie dopuszczalny różnorodne pola naprężeń. Analizowana konstrukcja powstaje przez kolejne automatyczne łączenie pól elementarnych dobieranych z katalogu. Autor przedstawił przykłady automatycznego kształtowania: końcówki siłownika hydraulicznego, elementów kotwiących, węzłów konstrukcji stalowych, stopy słupa betonowego i przecinania bloku skalnego.

W rozdziale 3 pokazano metodykę kształtowania płaskich i przestrzennych węzłów konstrukcji stalowych, np. o osiowo-symetrycznych przekrojach prętów. Kolejno przygotowano program automatyzujący proces kształtowania węzła o czterech pasach na przemian ściskanych i rozciąganych wraz z wyborem węzła o minimalnej powierzchni obszaru łączącegogo.

Dla kilku typów węzłów czteropasowych przeprowadzono szeroką analizę obliczeniową różnymi programami MES oraz badania doświadczalne metodą elastooptyczną. Wyniki obliczeń numerycznych i badań elastooptycznych potwierdziły przydatność automatycznego projektowania tego rodzaju węzłów zgodnie z kryterium nośności granicznej. Otrzymany kształt węzła (po złagodzeniu oczywistych lokalnych karbów geometrycznych) zapewnia prawie równomierne wyężenie materiału w zakresie sprężystym oraz pełne wykorzystanie nośności użytego materiału pasów.

Rozdział 4 pracy poświęcono metodyce kształtowania konstrukcji blachownicowych. Kształtowanie dotyczyło dwóch etapów:

1. Wyznaczenia kształtu płyt czołowych.
2. Określenia układu, grubości płyt oraz kształtu węzłów - wewnętrznego systemu płyt - przenoszącego w sposób statycznie dopuszczalny dane obciążenie graniczne na szerokość konstrukcji. Podano liczne przykłady ostatecznie ukształtowanych konstrukcji blachownicowych. Taki kształt musi być korygowany ze względu na

wymagania technologiczne oraz warunki pracy konstrukcji.

Przedstawiono zatem obszerne wyniki weryfikacji obliczeniowej i doświadczalnej dla kilku typów konstrukcji. Pozwoliły one odpowiedzieć na pytanie w jakim stopniu rozwiązanie otrzymane wg zasad teorii nośności granicznej jest prawidłowe w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy.

Wyniki obliczeń numerycznych i badań na obciążenia statyczne potwierdziły fakt bezpiecznego oszacowania kształtów konstrukcji (ok. 10% zapas bezpieczeństwa). W badanych konstrukcjach, przy obciążeniach cyklicznie zmiennych, obserwowano prawie jednoczesne pojawianie się i rozwijanie wielu pęknięć zmęczeniowych. Występowały one we wszystkich narożach płyt czołowych i w węzłach systemu płyt. Bardzo niewielkie bądź zerowe zmiany prędkości propagacji pęknięć świadczyły o równomiernym stanie wyczerpania w modelach.

Kolejno opracowano spójną metodykę określania mechanizmów zniszczenia konstrukcji blachownicowych oraz ich pracy w zakresie pokrytycznym. Przeprowadzone obszerne badania doświadczalne pozwoliły potwierdzić wierne realizowanie się mechanizmu teoretycznego oraz dobrą zgodność przebiegów sił pokrytycznych (teoretycznej i rzeczywistej). Opracowany program obliczeń numerycznych w prosty sposób określa siły niszczące w funkcji ugięcia konstrukcji.

Przedstawiona praca znacznie rozszerza możliwości praktycznych aplikacji metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Zaproponowana metodyka pozwala połączyć w jedną logiczną całość metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń, metodę elementów skończonych i komputerowo wspomaganie projektowanie.

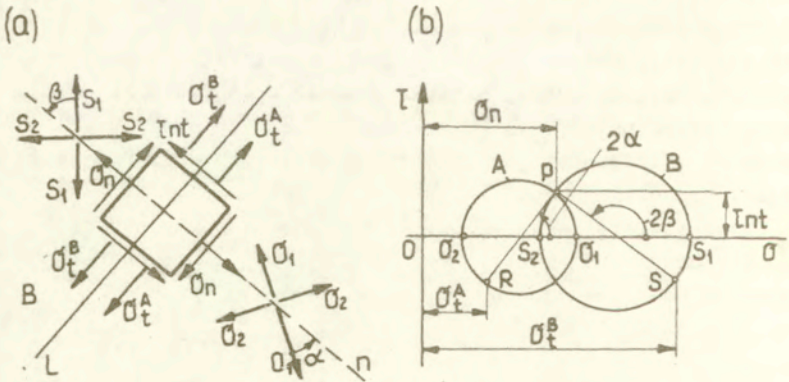
Praca zawiera także odpowiedź na pytanie o miejsce metody nośności granicznej w całym procesie kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych.

2. Rozwój metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń

W rozdziale tym zajmiemy się rozwojem podstaw teoretycznych i metodyki projektowania wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Przedstawimy rozwój metody, pokazując różne sposoby tworzenia elementarnych i złożonych pól naprężeń rozwiązujących zagadnienia projektowania wg kryterium nośności granicznej. Na koniec podamy metodykę automatycznego kształtowania wg. opracowanego pakietu programów komputerowych.

2.1. Wprowadzenie

Teoria nośności granicznej (sztywno-idealnie plastyczny model ciała) dopuszcza występowanie linii nieciągłości naprężeń, które rozdzielają obszary o jednorodnym stanie naprężenia (rys.2.1a). Aby pole było statycznie dopuszczalne, na linii nieciągłości naprężeń muszą być spełnione równania równowagi wewnętrznej. Wynika z tego, że naprężenia σ_n i τ_{nt} muszą być jednakowe po obu stronach linii L natomiast naprężenia σ_t mogą doznawać skoku. Reprezentują je punkty P, R, S na płaszczyźnie kół Mohra (rys.2.1b). Prowadzi to do następujących równań:



Rys. 2.1

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha &= S_1 \cos^2 \beta + S_2 \sin^2 \beta, \\ (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha &= (S_1 - S_2) \sin \beta \cos \beta. \end{aligned}$$

Aby graniczny stan naprężenia panował w obu obszarach, naprężenia główne σ_1 , σ_2 oraz S_1 , S_2 muszą spełniać równanie przyjętego warunku plastyczności.

W teorii nośności granicznej stosujemy powszechnie dla metali dwa warunki plastyczności, mianowicie warunek stałej intensywności naprężeń stycznych Hubera-Misesa [1,2] oraz warunek maksymalnych naprężeń stycznych Treski [3]. W analizie problemów związanych z nośnością gruntów i skał stosujemy także warunki Coulomba-Mohra [4] lub warunek paraboliczny [5].

W ramach niniejszej pracy podamy jedynie główne wzory potrzebne do dalszej analizy. Opisują one zależności jakie muszą spełniać naprężenia główne, aby stan naprężenia był graniczny.

Przyjęto, że naprężenia rozciągające są ujemne. Warunek Hubera-Misesa w przestrzeni naprężeń głównych wyraża się wzorem

$$(2.2) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \sigma_{pl}^2,$$

a dla płaskiego stanu naprężenia

$$(2.3) \quad \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{pl}^2,$$

Dla warunku Treski (rys.2.2) mamy:

$$(2.4) \quad \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1| \} = 2k.$$

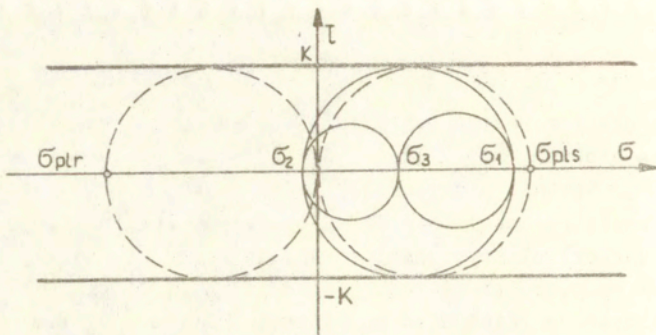
Warunek Coulomba-Mohra (rys.2.3) opisuje zależność

$$(2.5) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2H) \sin \rho \quad \text{dla } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2,$$

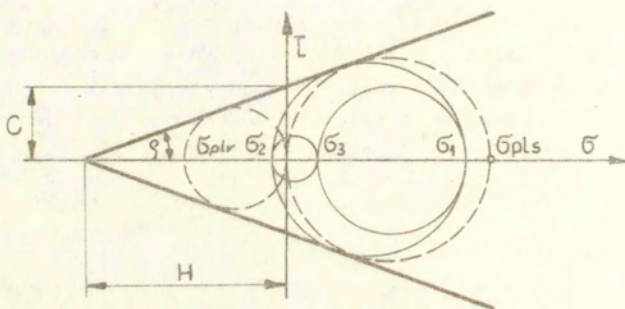
gdzie ρ - kąt tarcia wewnętrznego ośrodka, zaś H- wytrzymałość na hydrostatyczne trójosiowe rozciąganie.

Wytrzymałość ośrodka na jednoosiowe rozciąganie i jednoosiowe ściskanie wyrażają wzory

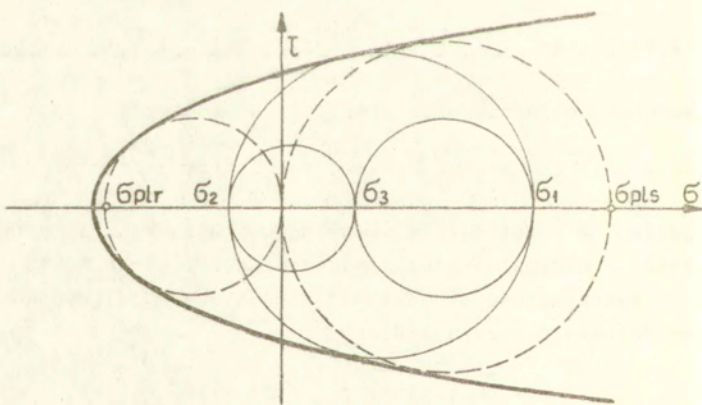
$$(2.6) \quad \begin{aligned} \sigma_{plr} &= \frac{2H \sin \rho}{1 + \sin \rho}, \\ \sigma_{pls} &= \frac{2H \sin \rho}{1 - \sin \rho}. \end{aligned}$$



Rys.2.2



Rys.2.3



Rys.2.4

$$\sigma = A \cdot \tau^2 - B$$

Na koniec dla warunku parabolicznego (rys.2.4) obwódka kół Mohra jest wyrażona równaniem

$$(2.7) \quad \sigma = A \zeta^2 - B,$$

gdzie A, B oznaczają dodatnie współczynniki określające materiał.

Graniczne koło Mohra spełnia zatem równanie:

$$(2.8) \quad -4B - 2(\sigma_1 + \sigma_2) + A(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 1/A = 0,$$

gdy $\sigma_2 > -B$.

Wytrzymałość materiału na jednoosiowe ściskanie wynosi

$$(2.9) \quad \sigma_{pl\sigma} = (1 + 2\sqrt{AB})/A,$$

natomiast na jednoosiowe rozciąganie określona jest związkami (por. [7])

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \sigma_{plr} &= -B \quad \text{dla} \quad B < \frac{1}{A}, \\ \sigma_{plr} &= (1 - 2\sqrt{AB})/A \quad \text{dla} \quad B \gg \frac{1}{A}. \end{aligned}$$

Podane zależności dla warunku Treski, Coulomba-Mohra i parabolicznego obowiązują dla płaskiego stanu odkształcenia.

Załóżmy teraz, że stan naprężenia w obu obszarach (rys.2.1) będzie graniczny. Przykładowo dla warunku Treski (2.4) do równań (2.1) należy dołączyć:

$$(2.11) \quad \begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 &= 2k, \\ s_1 - s_2 &= 2k. \end{aligned}$$

Rozwiązanie układu (2.1) i (2.11) określi zależność między kątami α i β , gdy oba obszary są w stanie granicznym.

Analogicznie dołączając zależności (2.3), (2.5) lub (2.8) (dla każdego obszaru) do równań (2.1), otrzymamy rozwiązanie dla pozostałych warunków plastyczności.

Dobierając większą liczbę obszarów przedzielonych liniami nieciągłości naprężeń i rozwiązując omawiane poprzednio układy równań dla każdej linii nieciągłości, możemy otrzymać bardziej złożone pola naprężeń.

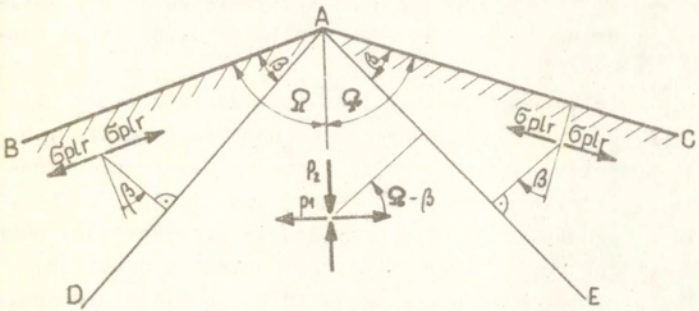
2.2. Metodyka tworzenia elementarnych pól naprężeń

Problemem głównym metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń jest sposób tworzenia pól elementarnych, a z nich pól złożonych rozwiązujących omawiane w pkt.1 problemy kształtowania wg. kryterium nośności granicznej. Rozwój tej metodyki i tworzenie coraz bardziej skomplikowanych pól naprężeń stanowi o sile metody i możliwościach jej praktycznych zastosowań.

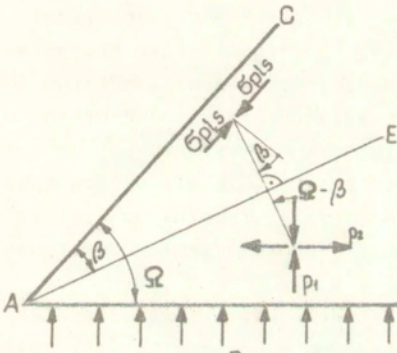
Pierwszą pracą przedstawiającą pewne pola elementarne była publikacja A.Winzer i G.F.Carriera [6]. Przedstawiono tam (dla warunku Treski) kilka pól elementarnych wykorzystywanych do chwili obecnej. Praca ta nie zawierała jednakże szerszej ich analizy.

Rozpatrzmy przykładowo pole naprężeń (rys.2.5a), w którym zewnętrzne krawędzie pola ograniczone są dwoma prostymi liniami AB i AC tworzącymi swobodny brzeg o kącie 2Ω [6]. W wierzchołku A schodzą się dwie linie nieciągłości AD i AE. W obszarach BAD i CAE może występować jedynie stan jednoosiowego ściskania lub rozciągania naprężeniami granicznymi σ_{p1} w kierunkach równoległych do AB lub AC. Rozwiązaniem tego przypadku jest znalezienie granicznego stanu naprężenia w obszarze DAE (naprężenia p_1 i p_2), co wynika z położenia linii nieciągłości AD i AE (kąt β). Rozwiązanie zależy od przyjętego warunku plastyczności i równań (2.1) ułożonych dla linii nieciągłości AE lub AD. Szczegółowe zależności podamy w pkt.2.3.2. Rysunek 2.5b przedstawia statycznie dopuszczalne pole naprężeń określające nośność graniczną klina o kącie wierzchołkowym Ω [6]. Jest to jedna z symetrycznych części pola z rys.2.5a. Kolejnym układem podstawowym zaproponowanym w pracy [6] było pole pokazane na rys.2.5c. Dwie swobodne krawędzie AB i CB tworzą kąt $\delta < 180^\circ$, przy czym w obszarze przylegającym do krawędzi BA mamy jednoosiowe rozciąganie naprężeniami równymi σ_{p1r} , a w obszarze sąsiadującym z krawędzią CB jednoosiowe ściskanie naprężeniami σ_{p1s} . Pole to składa się z trzech obszarów przedzielonych liniami nieciągłości EB i BD. Należy wyznaczyć położenie linii nieciągłości (kąty α i β) oraz stan naprężeń w obszarze (kąt Ω i naprężenia - p_1 i p_2) EBD. Rozwiązanie zależy od

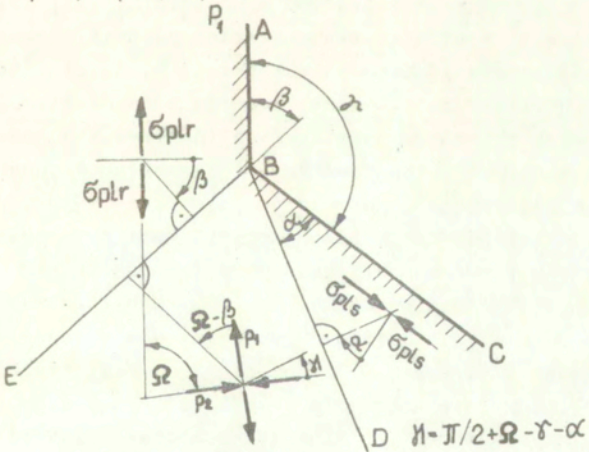
(a)



(b)



(c)



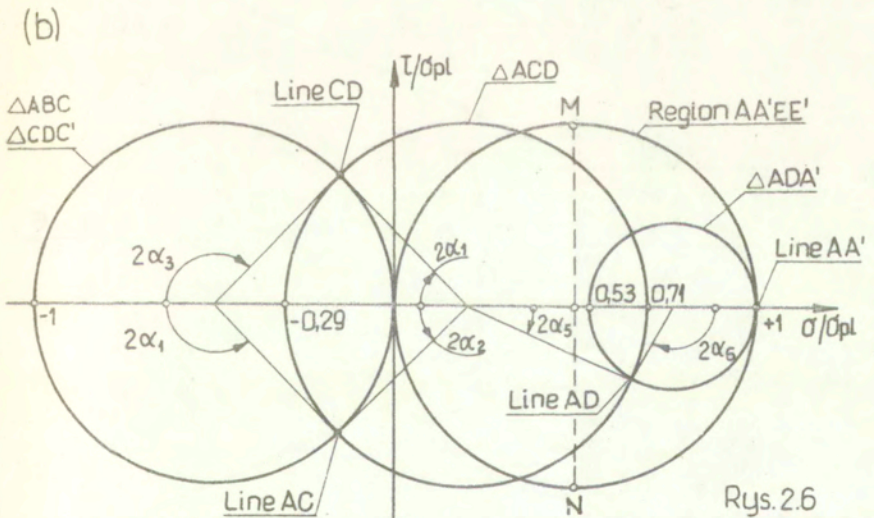
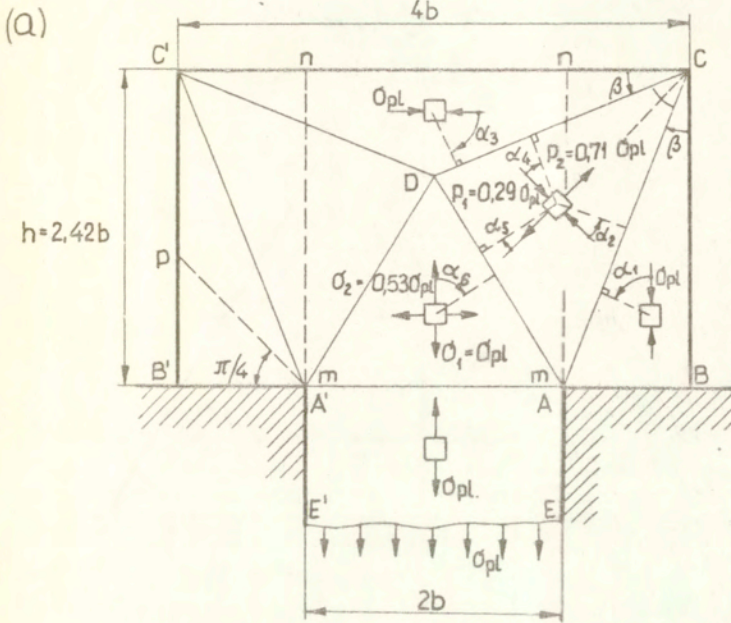
Rys. 2.5

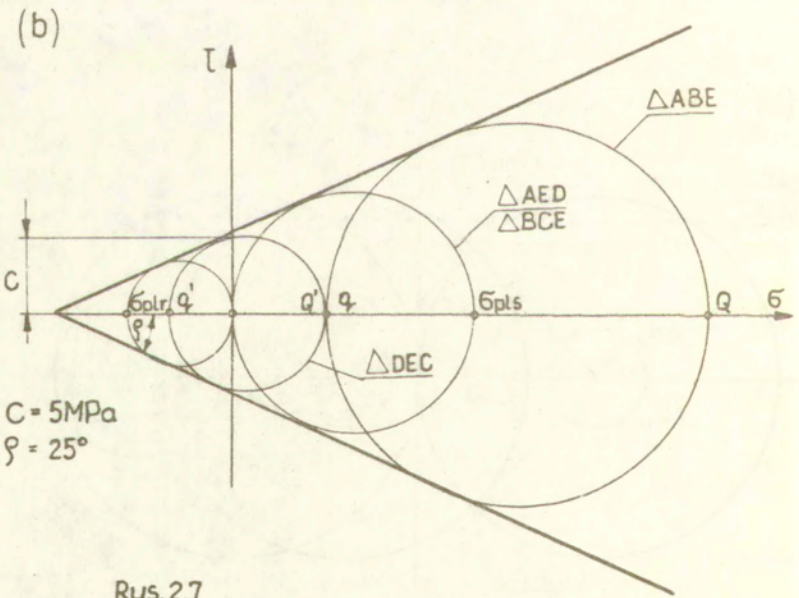
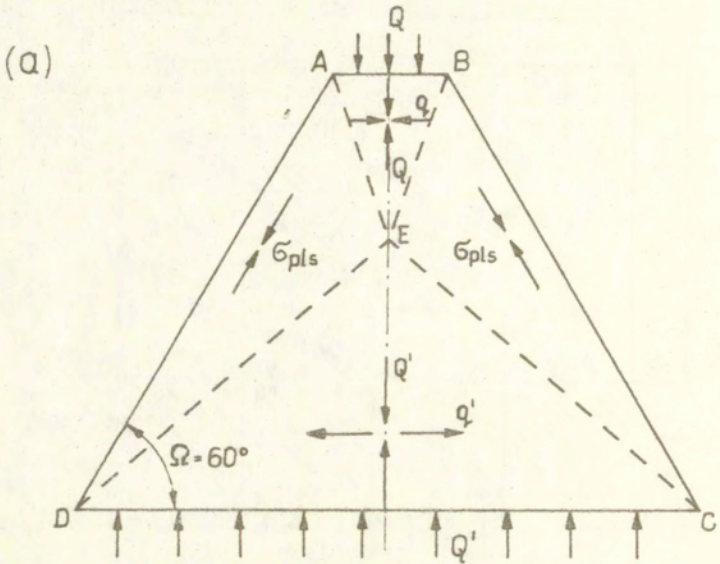
przyjętego warunku plastyczności (por.pkt.2.3.5). A.Winzer i G.F.Carrier [6] badali również warunki, jakie muszą być spełnione przy przecinaniu się czterech prostoliniowych linii nieciągłości.

Pierwszy etap rozwoju metodyki kształtowania polegał na indywidualnym budowaniu pola naprężeń na podstawie pokazanych na rys.2.5 elementarnych pól naprężeń i odwzorowaniu stanu naprężenia na płaszczyźnie kół Mohra metodą wykreślną.

Rysunek 2.6a pokazuje prosty przykład analizy nośności prostokątnego łba zaproponowany przez W.Szczepińskiego w pracy [8]. Wysokość łba wynika z założonego statycznie dopuszczalnego pola naprężeń. Pole to zbudowano, wykorzystując bezpośrednio własności linii nieciągłości (por.rys.2.1). Rysunek 2.6b przedstawia koło Mohra odwzorowujące stany naprężenia w poszczególnych obszarach dla warunku Treski i sposób wyznaczenia stanu naprężeń w $\triangle ADA$. Analogicznie powstały rozwiązania dla warunku Coulomba-Mohra, np. R.T.Shield w pracy [9] podał rozwiązanie dla układu pokazanego na rys.2.5b oraz elementarnego pola trapezowego (rys.2.7a), analizowanego poprzednio [6] dla warunku Treski. Odwzorowanie stanu naprężenia obrazuje rys.2.7b.

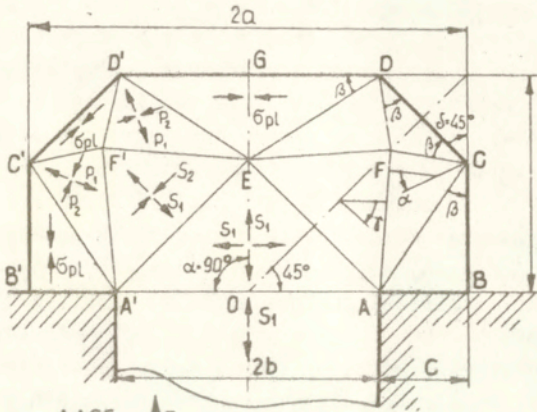
Następny etap rozwoju metodyki kształtowania wynika głównie z prac W.Szczepińskiego zebranych w monografii [11] dotyczącej projektowania elementów maszyn o zwartej budowie. Pokazano tam metodykę kształtowania elementów kotwiących, jarzm i połączeń sworzniowych oraz rozciąganych elementów z otworami. Dla tego celu zbudowano z układów podstawowych (por.rys.2.5) nowe złożone pola elementarne opisujące kształt elementu. Rysunek 2.8a przedstawia statycznie dopuszczalne pole naprężeń dla pewnego elementu kotwiącego. Zarys górnej części wymiaruje pole naprężeń składające się z dwóch powtarzalnych pól naprężeń (np. ABCDGEA) zbudowanych dla kąta środkowego $\alpha = 90^\circ$. W narożniku C i D wykorzystano rozwiązanie układu z rys.2.5a. Dla warunku Treski rozwiązanie zadania odbywa się jednocześnie na płaszczyźnie fizycznej i na płaszczyźnie kół Mohra (rys.2.8b). Powyższe pole naprężeń jest statycznie dopuszczalne tylko w pewnym zakresie stosunku wymiarów b/a . Ograniczenia wynikają z przekroczenia warunku plastyczności w trójkącie AEF i zależą od kąta środkowego α .



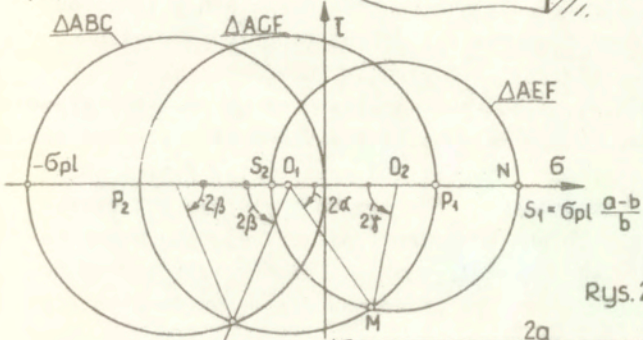


Rys. 2.7

(a)

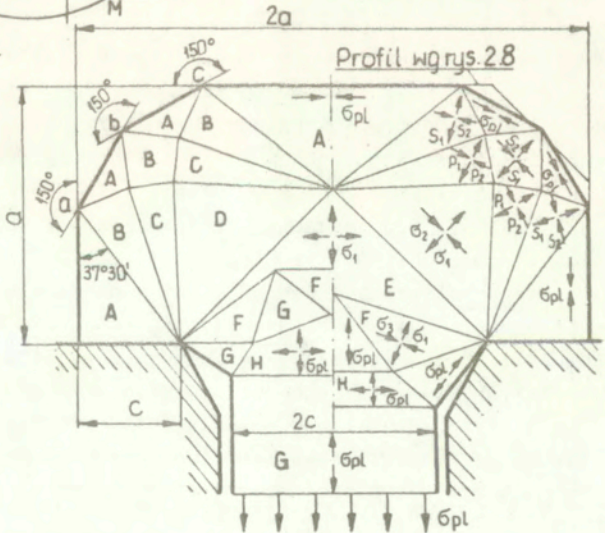


(b)



Rys. 2.8

linia AC



Rys. 2.9

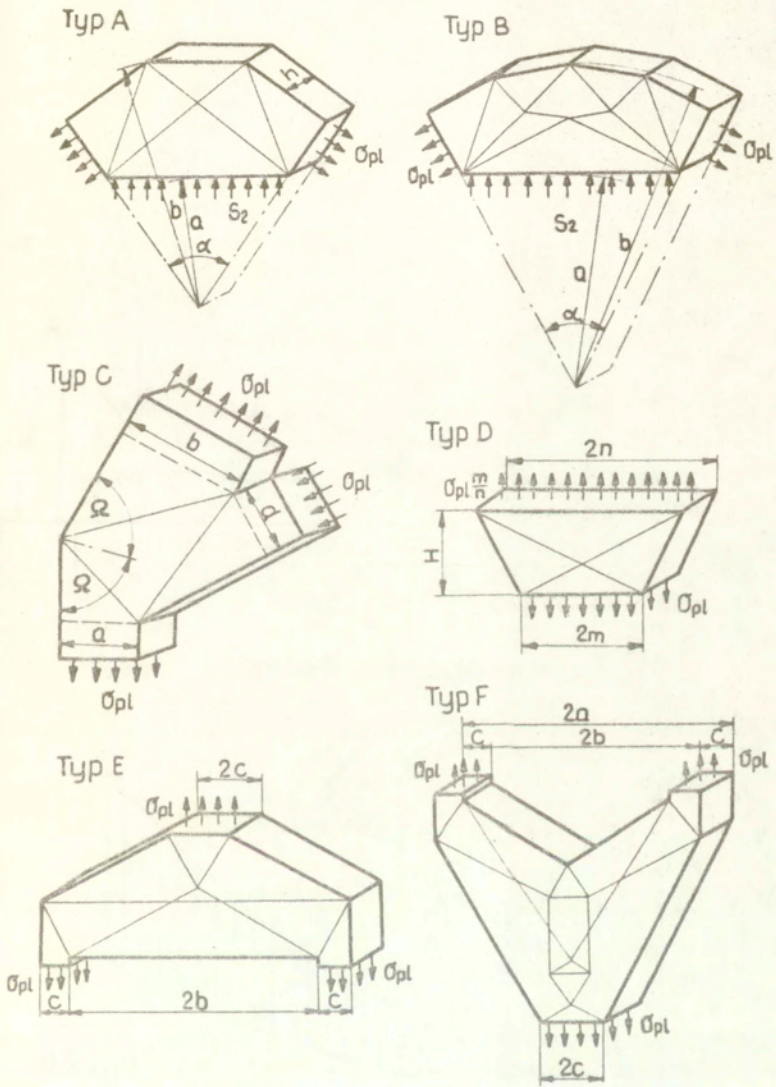
Dla naszego elementu kotwiącego można zbudować innego typu pole elementarne (rys.2.9). Pole to różni się od poprzedniego tym, że jego zewnętrzny zarys lepiej odwzorowuje łuk koła (punkty a,b,c). Racjonalniej ukształtowane jest też przejście od łba do trzona elementu. Rozwiązanie to uzyskano, budując szczególny przypadek pola analizowanego w pracy [6] (por.rys.2.7).

Od pracy W.Szczepińskiego [11] nastąpił szybki rozwój metodyki kształtowania. Prace poszły w kierunku wygenerowania elementarnych pól naprężeń, uzyskania rozwiązań dla różnych warunków plastyczności oraz stabilizowania wyników. Chodziło o stworzenie narzędzi analitycznych i numerycznych do projektowania bardziej złożonych konstrukcji przez łączenie kilku do kilkunastu pól elementarnych. Stabilizowanie wyników uwalniało projektanta od żmudnej i niedokładnej metody wykreślnej (w przypadku warunku Treski) oraz pozwalało stosować warunek Hubera-Misesa.

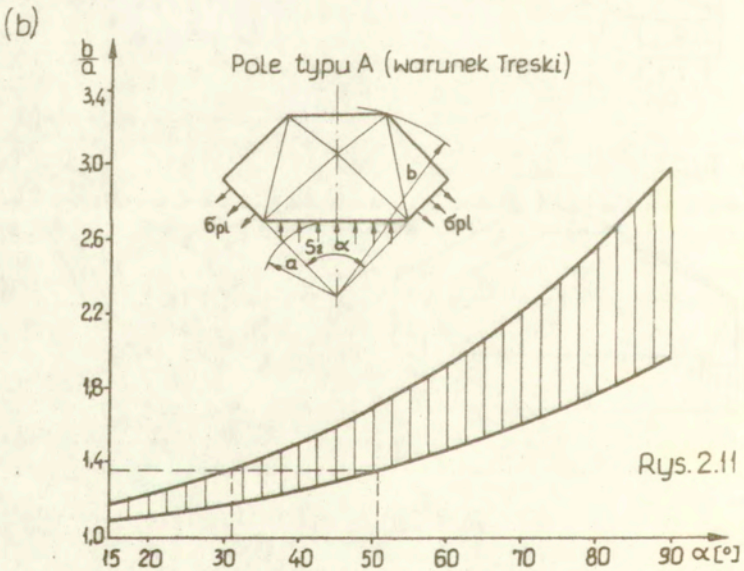
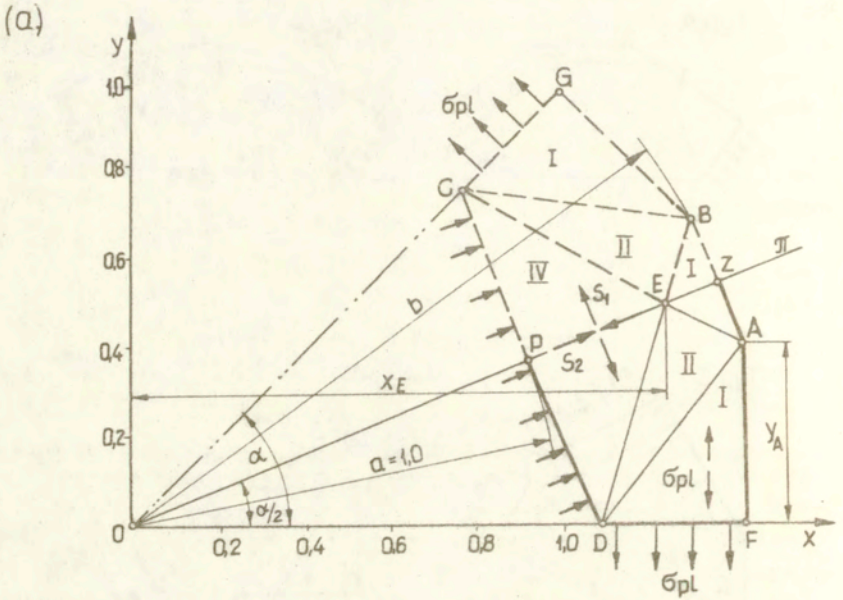
W.Szczepiński i J.Szlagowski w serii 5 artykułów [12] przedstawili rozwiązania dla układów podstawowych (rys.2.5) oraz złożonych pól elementarnych typu A,B,C,D (rys.2.10). Wyniki obliczeń komputerowych zestawiono w tablicach zawierających bezwymiarowe parametry potrzebne do określenia brakującego stanu naprężenia ($\zeta_{p1} = 1,0$) oraz narysowania pola (kąty i punkty węzłowe pola). Obliczenia przeprowadzono dla warunków plastyczności Treski i Hubera-Misesa.

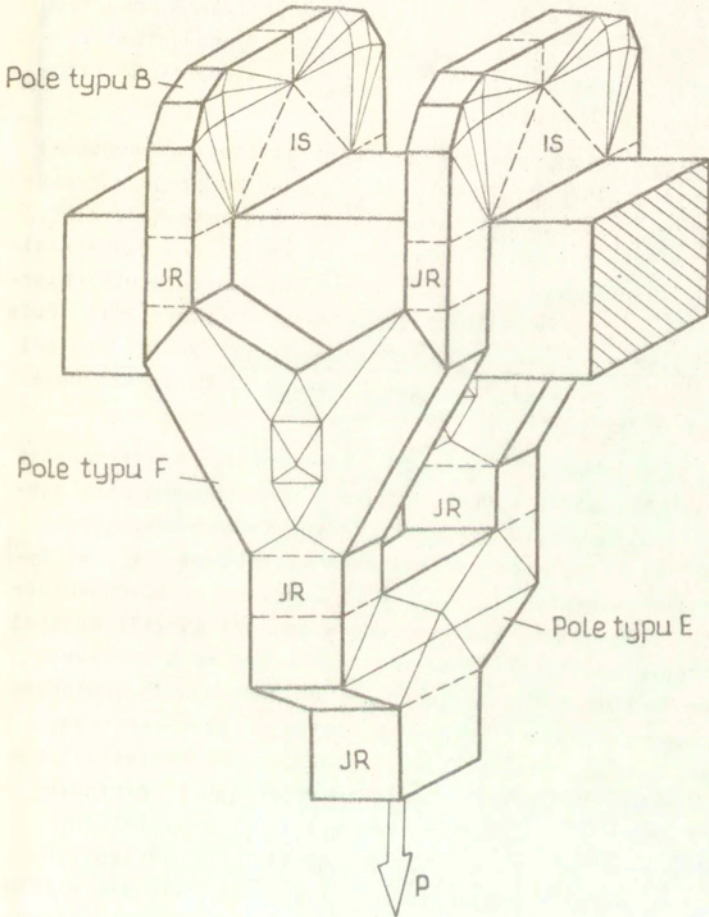
Przykładowo dla pola typu A (rys.2.11a) obliczenia przeprowadzono dla kąta środkowego $15^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ zmieniającego się co 1° . Dla każdego α określano przedziały statycznej dopuszczalności pola (b/a). Rysunek 2.11b zawiera zbiorczy wykres statycznej dopuszczalności pola w funkcji kąta środkowego α . Program obliczał dla przyjętego α i wymiarów b/a wszystkie parametry pola: naprężenia S_1 i S_2 (obszar IV), współrzędne punktów P,D,F, A oraz współrzędne w kierunku osi x punktów E i Z. Te dane były niezbędne do narysowania i zastosowania pola w złożonych układach linii nieciągłości. Analogicznie wyglądała sytuacja dla pozostałych elementarnych pól naprężeń.

Otrzymanie katalogu pól elementarnych pozwoliło na usprawnienie metodyki kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych. W tym przypadku kształt elementu można otrzymać składając



Rys. 2.10



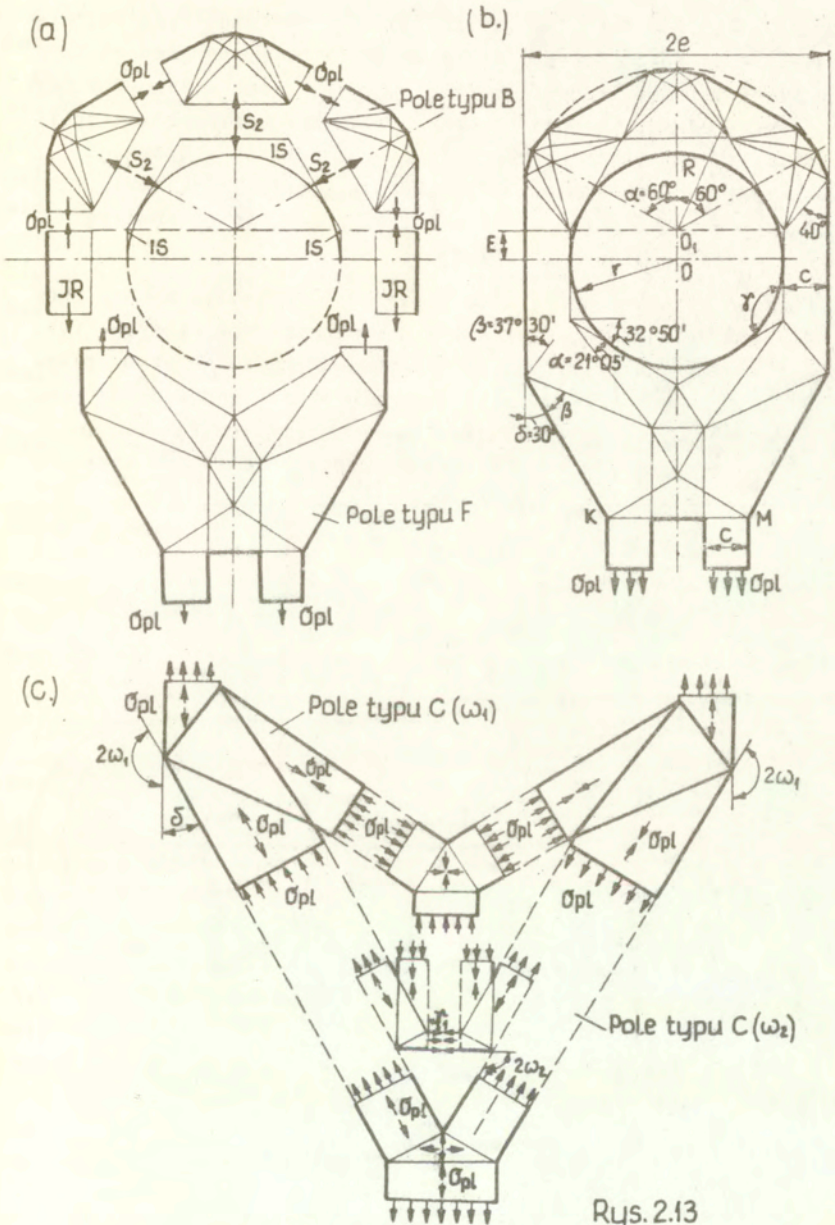


Rys. 2.12

ze sobą (jak klocki) gotowe rozwiązania pól elementarnych. Rysunek 2.12 pokazuje statycznie dopuszczalne pole naprężeń określające kształt i wymiary pewnego elementu konstrukcyjnego obciążonego siłą P i opartego na dwóch powierzchniach oporowych. Łatwo zauważyć powtarzalne cztery pola typu B, dwa typu F, jedno typu E oraz łączące je elementy JR (jednoosiowe rozciąganie naprężeniami granicznymi σ_{plr}) i elementy IS (izotropowe ściskanie naprężeniami σ_{plis}).

Kolejny rys.2.13ab pokazuje sposób ukształtowania końcówki siłownika hydraulicznego, lewa część rysunku obrazuje w rozsuniętej postaci z jakich pól elementarnych będziemy korzystać. Są to 3 pola typu B oraz pole F. Warunek statycznej dopuszczalności pola wymaga jedynie na linii łączącej dwa pola elementarne równości naprężeń normalnych i stycznych (por.rys.2.1). Pola typu E i F (rys.2.10) składają się z omówionych poprzednio pól typu C [12]. Przykładowo rys.2.13c pokazuje elementy składowe pola typu F.

Ta metodyka pozwoliła na racjonalne i proste kształtowanie różnorodnych elementów konstrukcyjnych. Opublikowano cały szereg prac własnych autora oraz W.Szczepińskiego pozwalających projektować elementy o skomplikowanych kształtach [14], węzły konstrukcji stalowych [30,31,32,33] i konstrukcje blachownicowe [37,38]. Wyniki tych prac zebrano w monografii [13] mającej duże znaczenie praktyczne. Pozwala ona na proste i efektywne kształtowanie różnorodnych elementów konstrukcyjnych (połączenia sworznicowe, kotwiące, węzły, konstrukcje blachownicowe, itp.). Otrzymujemy tutaj bezpieczne oszacowanie kształtu i wymiarów konstrukcji. Zawiera ona także wybór tablic prezentowanych w pracach [12]. Omawiana monografia stanowi istotny krok w rozwoju metody statycznie dopuszczalnych nieciągliwych pól naprężeń, a jej angielskie wydanie [15] ukazało się w 1990r. Jediną uciążliwością zaproponowanej metodyki było pracochłonne kręślenie tworzonego rysunku i korzystanie z tablic wyników. Jest to pewnien mankament, gdy sprawdzamy wiele możliwych wariantów.

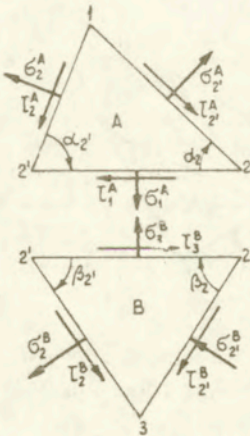


Rys. 2.13

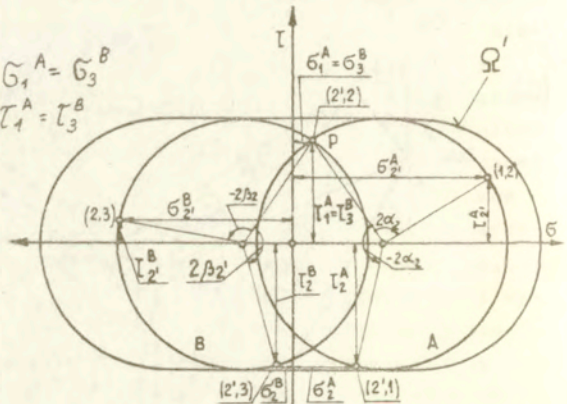
Równoległe H.Frąckiewicz [23] zaproponował metodykę kształtowania węzłów konstrukcji przez złożenie pola naprężeń ze skończonej liczby trójkątów w taki sposób, ażeby w każdym z tych trójkątów istniał jednorodny stan plastycznego płynięcia, spełnione były zewnętrzne warunki brzegowe i warunek wzajemnego statycznie dopuszczalnego oddziaływania między trójkątami. Przyjęcie warunku plastyczności Treski pozwoliło na analizę wykreślną na płaszczyźnie kół Mohra.

Przeanalizujemy sprzężenie jakie musi zachodzić między dwoma różnymi stanami naprężeń A i B w wycinkach trójkątnych (rys. 2.14a). Jeżeli założymy, że są to proste jednorodne stany plastycznego płynięcia (rys. 2.14b), to koła Mohra poprowadzone przez punkt $P(\sigma_1^A, \tau_1^A)$ leżący wewnątrz obwiedni granicznej Ω' powinny być do niej styczne. Na odcinku sprzęgnięcia pól mamy $\sigma_1^A = \sigma_3^B$ oraz $\tau_1^A = \tau_3^B$.

(a)



(b)



Rys. 2.14

H.Fraćkiewicz [23] przeprowadził systematyczną analizę sprzężeń dwóch, trzech oraz czterech pól jednorodnych. Wnioski z rozważań wynikały z wykreślnej analizy kół Mohra. Stopień trudności rozwiązania szybko powiększał się ze wzrostem liczby pól. Autor stwierdził, że przy większej liczbie pól i wykreślnej metodzie trudności rachunkowe byłyby zbyt duże, zaproponował więc podział całego zbioru trójkątnych pól na pewną liczbę podzbiorów i traktowanie tych podzbiorów jako podstawowych elementów kształtowania. Powrócił więc do filozofii proponowanej wcześniej w pracach [12,13,15].

Metoda systematycznej analizy sprzężeń stanowiła jednak kolejny krok naprzód w rozwoju metodyki kształtowania, gdyż obok potwierdzenia zbioru dotychczas istniejących pól elementarnych, zaproponowała nowe pola elementarne.

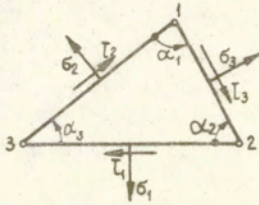
Rysunek 2.15 pokazuje nowe elementy pól podstawowych (por. [23])

- a) trójkąt o dowolnych wymiarach i prostym jednorodnym stanie plastycznego płynięcia,
- b) trójkąt symetryczny z liniowym obciążeniem q wewnątrz elementu,
- c) trójkąt symetryczny z antysymetrycznym stanem plastycznego płynięcia i liniowym obciążeniem zewnętrznym p ,
- d,e) trapezy symetryczne ze złożonym symetrycznym stanem naprężenia.

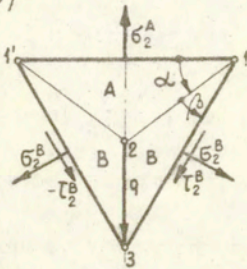
Na tej podstawie H.Fraćkiewicz otrzymał rozwiązania dla prostego, przekształconego oraz złożonego załomu pasa. Działanie metodyki pokazał na przykładach jarzm kotwiących, układów belek zginanych, ram oraz węzłów trójpasowych. Mankamentem przedstawionej metodyki było ograniczenie jej stosowalności tylko dla warunku Treski oraz złożony wykreślony sposób rozwiązywania zadań. W tej formie trudno byłoby polecać ją do stosowania w praktyce inżynierskiej.

Kolejno W.Bodaszewski w pracy [26] podał ogólne wzory na wyznaczanie parametrów statycznie dopuszczalnej linii nieciągłości naprężeń α rozdzielającej obszary jednorodnych i granicznych stanów naprężenia (rys.2.16a) spełniających warunek Hubera-Misesa. Podano warunki istnienia rozwiązań linii wraz z obra-

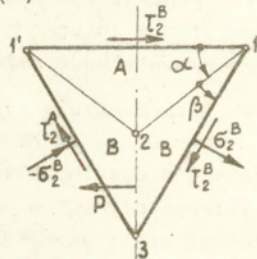
(a)



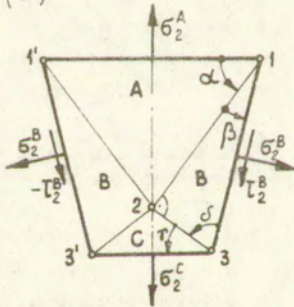
(b)



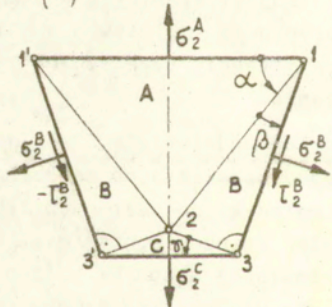
(c)



(d)



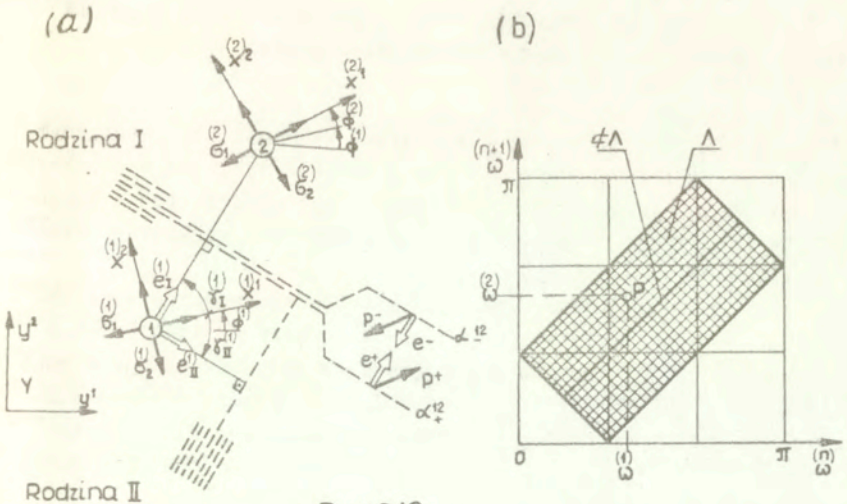
(e)



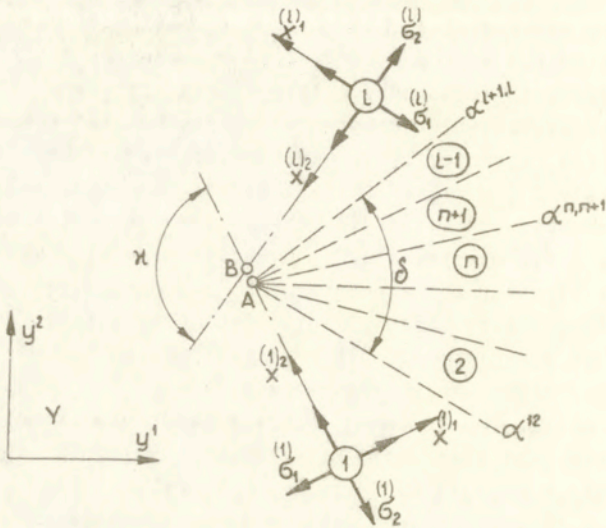
Rys.2.15

zemu obszaru dopuszczalnego Λ (rys.2.16b). Jeżeli punkt $p^{n,n+1}$ dla danych wartości parametrów naprężeń $(\omega^{(n)}, \omega^{(n+1)})$ w dwóch obszarach jednorodnych leży wewnątrz obszaru Λ (zakreskowany- rys.2.16b), to można wyznaczyć bez żadnych dodatkowych obliczeń parametry linii nieciągłości rozdzielającej te obszary (kąty δ , ψ - rys.2.16a). Wykres ten jest również przydatny w jakościowych i ilościowych analizach struktur bardziej złożonych. Autor otrzymane wzory wykorzystał w algorytmie poszukiwania struktur pól elementarnych (bez ograniczeń geometrycznych) o najmniejszej liczbie linii nieciągłości przecinających się w jednym punkcie, np. pola o czterech polach jednorodnych (rys.2.17). Podane wzory i równania przedstawiono w postaci łatwej do analizy numerycznej i przygotowano odpowiedni program komputerowy. Brak było tutaj przykładów praktycznego wykorzystania metodyki w kształtowaniu realnych konstrukcji.

Kolejne nieopublikowane prace W.Bodaszewskiego rozpatrywały zadania z ograniczeniami geometrycznymi i zbiorami osobliwych warunków brzegowych. Jest to ciekawy cykl prac analizujących strukturalne warunki istnienia pól elementarnych i wiodący w kierunku komputeryzacji metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń.



Rys.2.16



Rys. 2.17

Autor równolegle od kilku lat prowadzi prace wiodące w tym samym kierunku. Ich wyniki podano w pkt. 2.3 i 2.4 niniejszej rozprawy.

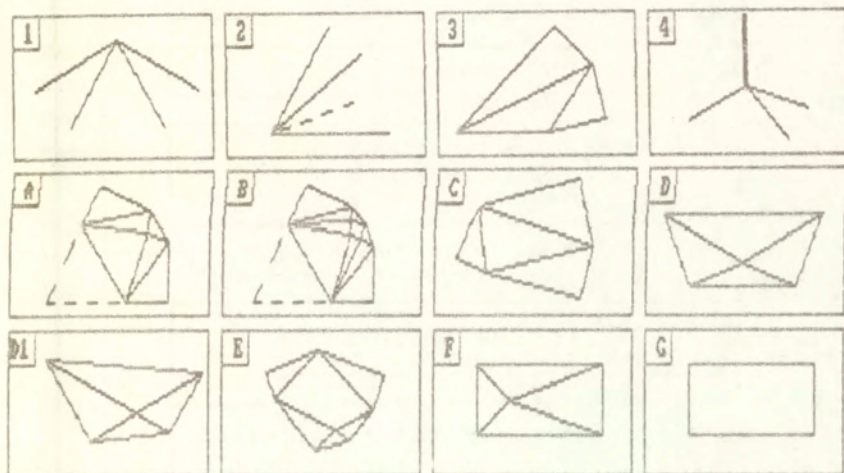
2.3. Pakiet programów narzędziowych dla rozwiązywania elementarnych pól naprężeń

2.3.1. Wprowadzenie

Analiza przeprowadzona w pkt.2.2 wykazuje, że naturalnym kierunkiem rozwoju metodyki kształtowania jest jej skomputeryzowanie. Szczególnie właściwe wydaje się wykorzystanie komputera osobistego jako zbioru łatwo dostępnych rozwiązań elementarnych pól naprężeń.

W ramach niniejszej pracy dla wybranego podstawowego zestawu układów linii nieciągłości opracowane zostały odrębne programy narzędziowe rozwiązujące dane pole, określające jego wymiary i rysujące rysunek. Każdorazowo sprawdzana jest statyczna dopuszczalność pola. Pola te rozwiązano dla czterech warunków plastyczności: Treski, Hubera-Misesa, Coulomba-Mohra oraz parabolicznego.

Rysunek 2.18 pokazuje ukazujący się na monitorze zestaw możliwych do wyboru elementarnych układów i pól naprężeń. Jest on wystarczający do analizy różnorodnych elementów konstrukcyjnych rozwiązanych w pracach [13,23].



Podaj nazwę pola:

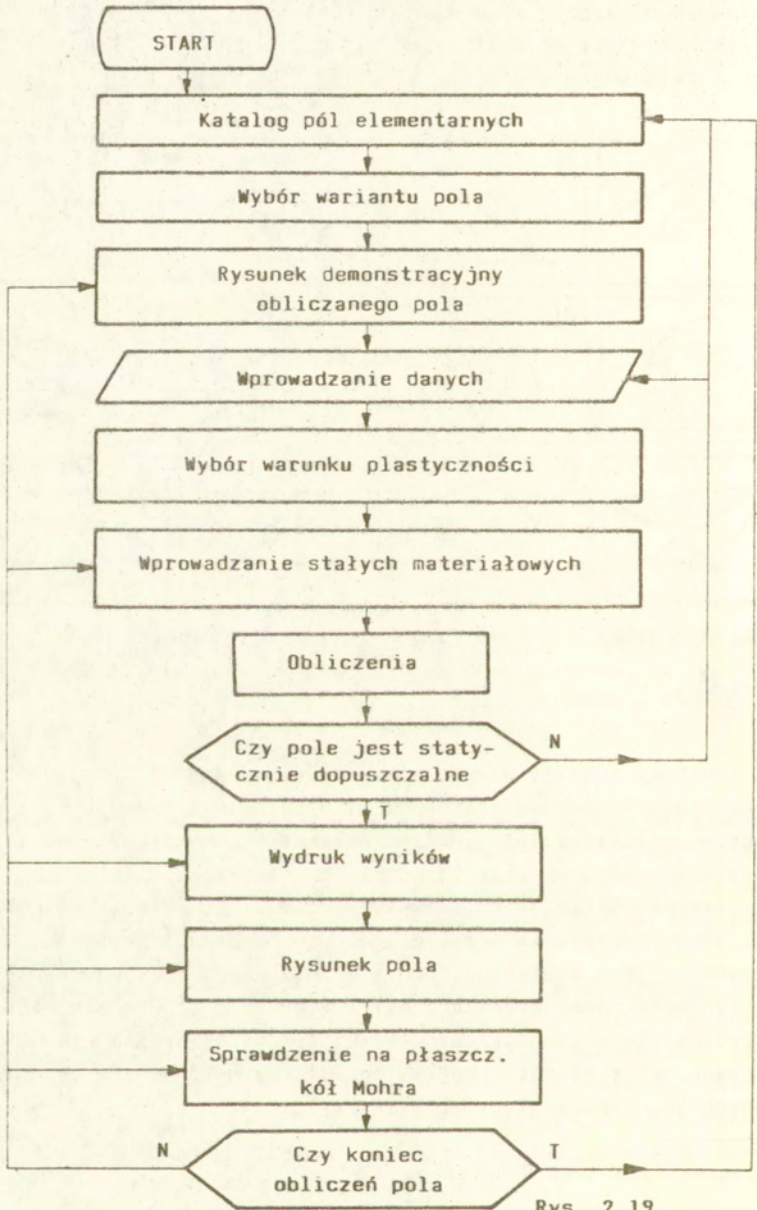
Rys. 2.18

[Q - powrot do menu]

POLE....1

Programy zostały przygotowane w języku BASIC* na IBM PC, a ich schemat blokowy jest podobny (rys.2.19). Po wyborze typu pola (por.rys.2.18) podajemy parametry geometryczne pola i wybieramy warunek plastyczności. Po otrzymaniu stałych materiałowych następuje obliczenie wymiarów geometrycznych pola oraz stanu naprężenia w poszczególnych obszarach. Kolejno sprawdzona jest statyczna dopuszczalność pola. Gdy warunek plastyczności jest przekroczony, możemy zmienić wymiary geometryczne lub własności ośrodka. Otrzymane pole może być narysowane przez ploter. Program pozwala na kolejne powtórzenie pewnych jego operacji (rys.2.19).

* Program pola typu G opracowano w PASCALU



Rys. 2.19

2.3.2. Układ linii nieciągłości naprężeń 1

Układ ten (rys.2.20) został zaproponowany w [6] dla warunku Treski, a rozwiązany w [11] dla warunku Hubera-Misesa (por.pkt. 2.2).

W pracach [12] podano tablice wyników dla kąta $5^\circ \leq \Omega \leq 89,5^\circ$ zmieniającego się co $0,5^\circ$ (kąt β oraz naprężenia p_1 i p_2 w obszarze DAE). Chcąc przygotować efektywny program obliczeń numerycznych dla różnych warunków plastyczności, należy rozwiązać każdorazowo układ równań typu (2.1) dla linii AD

$$(2.12) \quad \begin{aligned} p_1 \cos^2 (\Omega - \beta) + p_2 \sin^2 (\Omega - \beta) &= \sigma_{plr} \sin^2 \beta, \\ (p_1 - p_2) \sin 2 (\Omega - \beta) &= \sigma_{plr} \sin 2\beta \end{aligned}$$

lub inaczej

$$(2.13) \quad \begin{aligned} p_1 &= \sigma_{plr} \frac{\sin \beta \sin \Omega}{\cos (\Omega - \beta)}, \\ p_2 &= - \sigma_{plr} \frac{\sin \beta \cos \Omega}{\sin (\Omega - \beta)}. \end{aligned}$$

Spełnienie warunku stanu granicznego wymaga styczności obu kół Mohra z przyjętą obwiednią. Wykorzystując odpowiednio równania (2.3), (2.4), (2.5) lub (2.8) wraz z (2.13), otrzymamy równanie

$$\beta = f(\Omega).$$

Będą to następujące zależności dla warunków plastyczności:

a. Treski

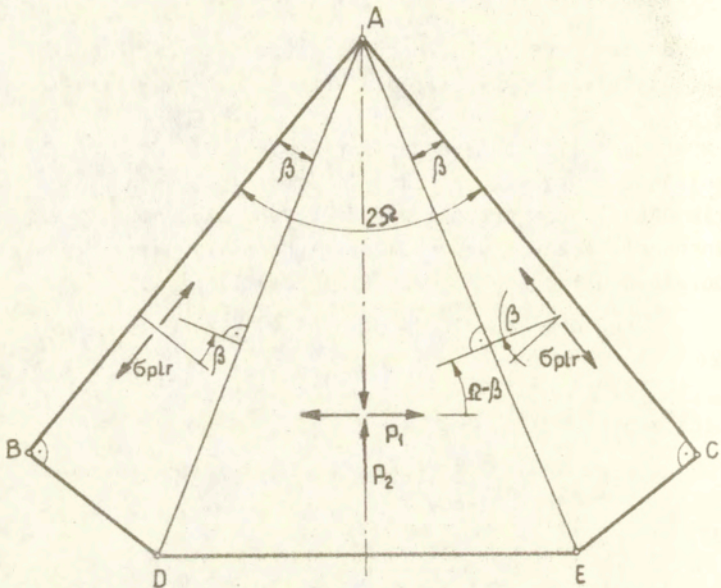
$$(2.14) \quad \beta = \Omega / 2.$$

b. Hubera-Misesa

$$(2.15) \quad \frac{\sin^2 \Omega}{\cos^2 (\Omega - \beta)} + \frac{\cos^2 \Omega}{\sin^2 (\Omega - \beta)} + \frac{\sin 2\Omega}{\sin 2(\Omega - \beta)} - \frac{1}{\sin^2 \beta} = 0.$$

c. Coulomba-Mohra

$$(2.16) \quad \begin{aligned} \sigma_{plr} \left(\frac{\sin \beta \sin \Omega}{\cos (\Omega - \beta)} + \frac{\sin \beta \cos \Omega}{\sin (\Omega - \beta)} \right) &= \left[\sigma_{plr} \left(\frac{\sin \beta \sin \Omega}{\cos (\Omega - \beta)} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\sin \beta \cos \Omega}{\sin (\Omega - \beta)} \right) + 2H \right] \sin \varphi. \end{aligned}$$



Rys.2.20

<p>POLE 1</p>	<p>DANE WEJŚCIOWE: kat Ω</p>
	<p>WYNIKI: kat β; naprezenia p_1, p_2</p>
<p>Mielkość kąta Ω? 65° [deg]</p>	
<p>$0^\circ < \Omega < 90^\circ$</p>	
<p>Rys. 2.21</p>	

Rozwiązaniem równania (2.16) jest

$$(2.17) \quad \beta = \arctg \left(-\frac{a - \sqrt{a^2 - \frac{b^2 + 1}{1}}}{\frac{b^2 + 1}{1}} \right),$$

gdzie

$$(2.18) \quad \begin{aligned} a &= 1/\operatorname{tg} 2\Omega + b/\sin \varphi \sin 2\Omega, \\ b &= 1/(1 + 2H/\zeta_{plr}). \end{aligned}$$

d. Warunku parabolicznego

$$(2.19) \quad \begin{aligned} &-4B - 2\zeta_{plr} \sin \beta \left(\frac{\sin \Omega}{\cos(\Omega - \beta)} - \frac{\cos \Omega}{\sin(\Omega - \beta)} \right) + \\ &A \zeta_{plr}^2 \sin^2 \beta \left(\frac{\sin \Omega}{\cos(\Omega - \beta)} + \frac{\cos \Omega}{\sin(\Omega - \beta)} \right)^2 + \frac{1}{A} = 0. \end{aligned}$$

Równania (2.15) i (2.19) rozwiązuje się numerycznie metodą kolejnych przybliżeń. W programie kąt β obliczono z dokładnością do $0,01^\circ$ dla $\Omega_{\min} \leq \Omega \leq \Omega_{\max}$ lub $\Omega = \text{const}$. Wartości naprężeń p_1 i p_2 wyznaczamy ze wzorów (2.13).

Na rys.2.21 - 2.27 pokazano sposób działania programu dla $\Omega = 65^\circ$ i analizowanych warunków plastyczności. Po wybraniu jednego z warunków (rys.2.22a) podajemy parametry ośrodka

- dla Treski - wartość naprężeń plastycznych w jednoosiowym stanie naprężenia (rys.2.22b),

- dla Hubera-Misesa (rys.2.23a) - analogicznie,

- dla Coulomba-Mohra (rys.2.23b) kąt tarcia wewnętrznego φ i spójność c . Wielkości ζ_{plr} i ζ_{pls} są obliczane wg wzorów (2.6),

- dla warunku parabolicznego współczynniki A i B (rys.2.24a). Naprężenia ζ_{plr} i ζ_{pls} liczymy ze wzorów (2.9) i (2.10).

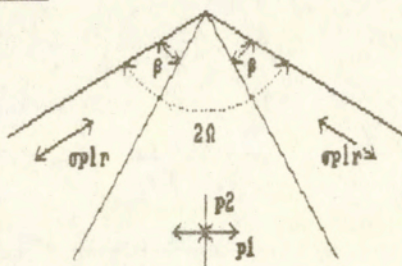
Rysunki 2.25 - 2.27 przedstawiają otrzymane rozwiązania wraz ze sprawdzeniem wyniku na płaszczyźnie kół Mohra. Rozwiązanie dla warunku Hubera-Misesa przedstawia rys.2.24b.

POLE 1

DANE WEJŚCIOWE:
kat α

WYNIKI:
kat β ; naprezenia p_1, p_2

(a)

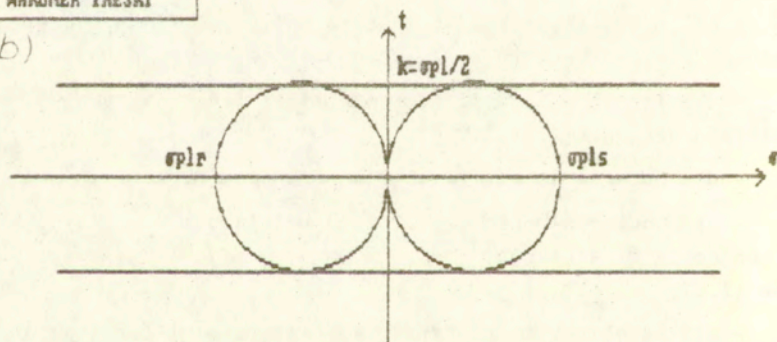


Wybierz warunek stanu granicznego:

- 1: TRESKI
- 2: HUBERA-MISESA
- 3: COULOMBA-MOHRA
- 4: PARABOLICZNY

WARUNEK TRESKI

(b)



DANE WEJŚCIOWE:

Wartość naprezeń plastycznych
w jednoosiowym stanie naprezenia..... $\sigma_{pl}=?$ I ■ [MPa]

Rys. 2.22

<http://rcin.org.pl>

WARUNEK HUBERA-MISESA

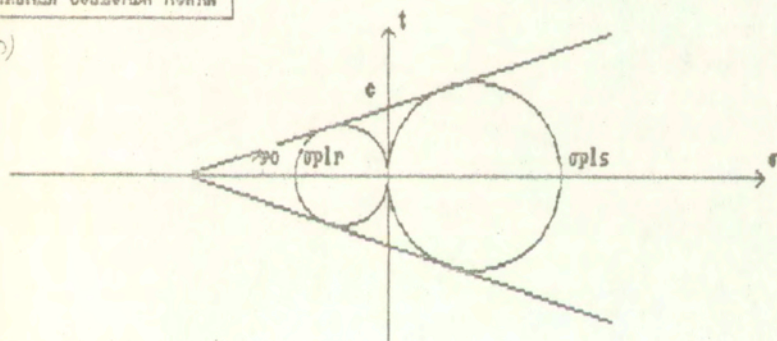
(a)

DANE WEJSCIOWE:

Wartość napreżeń plastycznych
w jednoosiowym stanie napreżenia..... $\sigma_{pl}=?$ [MPa]

WARUNEK COULOMBA-MOHRRA

(b)



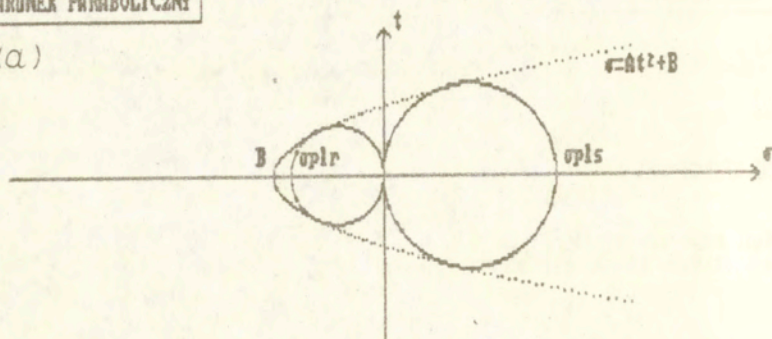
DANE WEJSCIOWE:

kat tarcia wewnetrznego..... $\alpha=?$ 30 [deg]
spojność wewnetrzna..... $c=?$ 5 [MPa]

Rys. 2.23

WARUNEK PARABOLICZNY

(a)



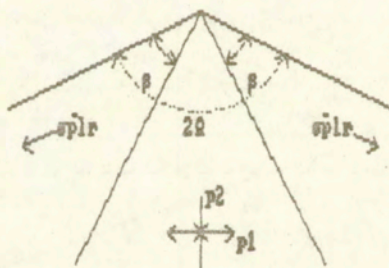
DANE WEJSCIOWE:

$A = ? \text{ 0,8}$

$B = ? \text{ 10 [MPa]}$

POLE 1

(D)



$\alpha = 65^\circ$

$\beta = 36.85^\circ$

$p1 = -0.6165$

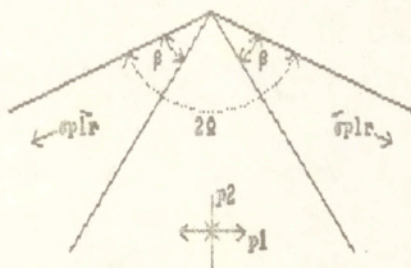
$p2 = 0.5373$

Wcisnij dowolny klawisz

Rys. 2.24

POLE 1

(a)

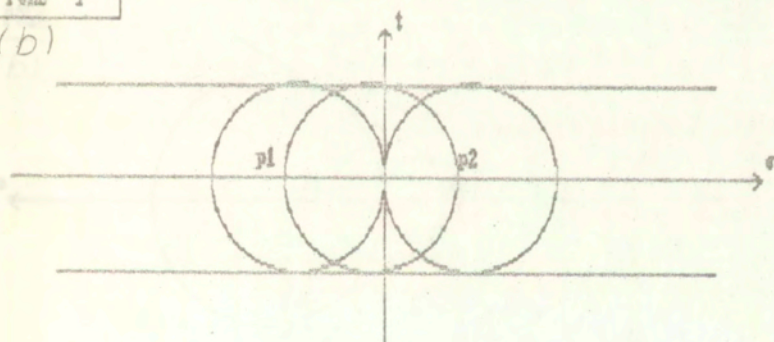


$\beta = 65^\circ$ $\beta = 32.5^\circ$ $p1 = -.5774$ $p2 = .4226$

Meisnij dowolny klawisz

POLE 1

(b)

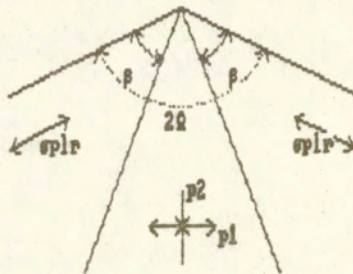


Meisnij dowolny klawisz

Rys.2.25

POLE 1

(a)

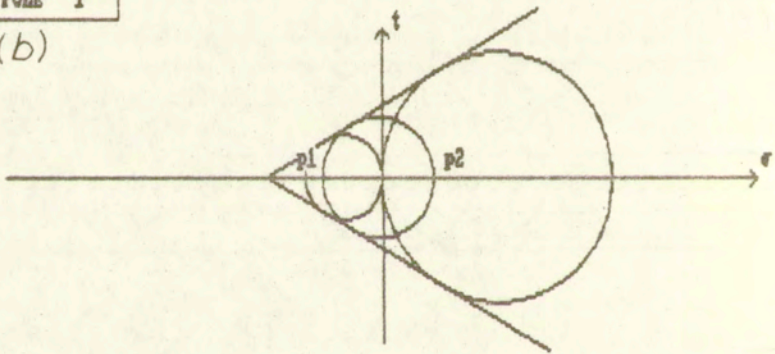


$\alpha = 65^\circ$ $\beta = 43.17^\circ$ $p1 = -4.488$ $p2 = 3.856$

Wcisnij dowolny klawisz

POLE 1

(b)

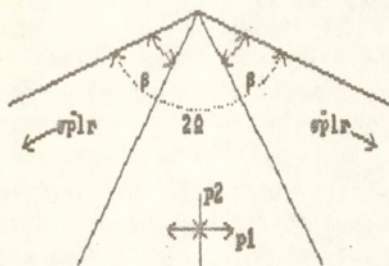


Wcisnij dowolny klawisz

Rys.2.26

POLE 1

(a)

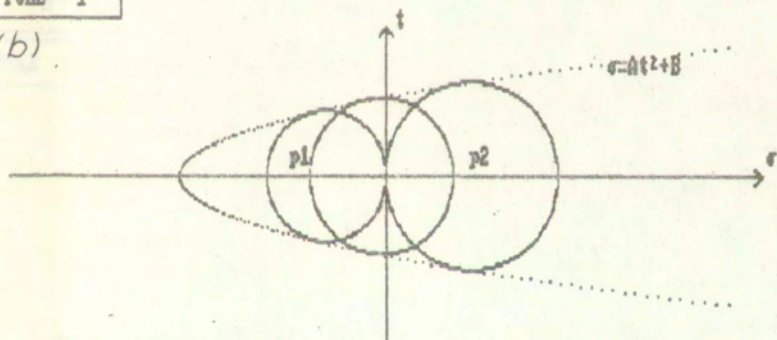


$\alpha = 65^\circ$ $\beta = 37.64^\circ$ $p_1 = -3.627$ $p_2 = 3.268$

Wcisnij dowolny klawisz

POLE 1

(b)



Wcisnij dowolny klawisz

Rys. 2.27

2.3.3. Układ linii nieciągłości naprężeń 2

Przypadek ten dotyczy naroża o kształcie klina o kącie wierzchołkowym δ (rys.2.28) obciążonego na krawędzi AE równomiernie rozłożonym naciskiem p_x i naprężeniami stycznymi τ . Rozwiązanie dla $\tau = 0$ ($\delta = 0$) było analizowane w pracy [6] dla warunku Treski, a w pracy [9] dla warunku Coulomba-Mohra. Prace [12] zawierają tablice wyników dla kąta $20^\circ < \Omega < 89,5^\circ$ oraz warunków plastyczności Treski i Hubera-Misesa.

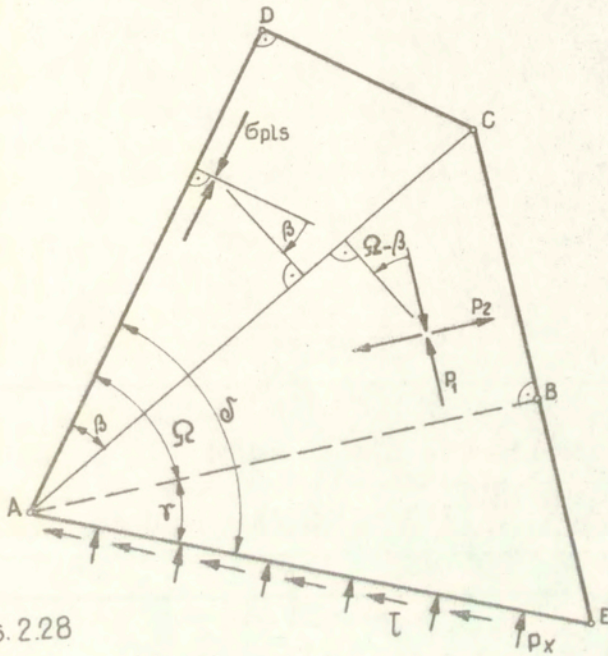
Rozwiązanie w obszarach ADC i ABC jest analogiczne do przedstawionego w pkt.2.3.2. Naprężenie p_1 i p_2 obliczamy wg wzorów (2.13), gdzie dla warunku Coulomba-Mohra i parabolicznego σ_{plr} zastępujemy naprężeniami σ_{pls} liczonymi wg wzorów (2.6) lub (2.9), kąt β zaś alternatywnie z równań (2.14), (2.15), (2.17) lub (2.19). Stan naprężenia na linii AE wyznaczamy ze wzorów

$$(2.20) \quad \tau = \frac{p_1 - p_2}{2} \sin 2\delta,$$

$$(2.21) \quad p_x = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) + \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \cos 2\delta,$$

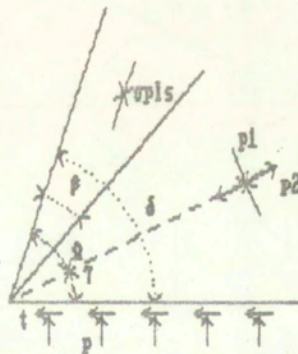
$$p_y = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) - \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \cos 2\delta.$$

Otrzymane rozwiązanie ogólne obejmuje także przypadek szczególny analizowany w pracy [24] dla $\cos^2 \delta = \cos \Omega$ i warunku Treski, gdy brzeg jest obciążony tylko naprężeniami stycznymi. Przykładowo rys.2.29 pokazuje wprowadzenie danych (kąt $\delta = 80^\circ$ i $\Omega = 60^\circ$), rys.2.30 zaś wynik wraz ze sprawdzeniem dla warunku Coulomba-Mohra ($\varphi = 25^\circ$, $c = 5$ MPa).



Rys. 2.28

POLE 2



DANE WEJSCIOWE:
kąt δ, Ω

WYNIKI:
kąt β, τ ,
napreżenia p_1, p_2, p, t

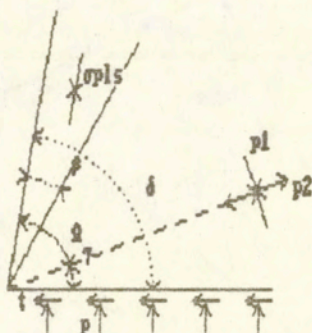
Mielkosc kata $\delta = ?$ 88 [deg]

Mielkosc kata $\Omega = ?$ 60 [deg]

Rys. 2.29

POLE 2

(a)



$$\delta = 80^\circ \quad \alpha = 60^\circ \quad \beta = 19.27^\circ \quad \gamma = 20^\circ$$

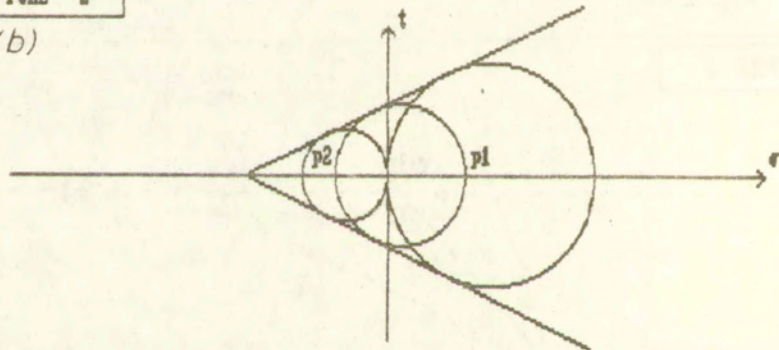
$$p_1 = 5.919 \quad p_2 = -3.968 \quad r = 4.763 \quad t = -3.178$$

$$\sigma_{p1s} = 15.7 \quad \sigma_{p2s} = -6.371$$

Wcisnij dowolny klawisz

POLE 2

(b)



Wcisnij dowolny klawisz

Rys. 2.30

2.3.4. Układ linii nieciągłości naprężeń 3

Wykorzystując rozwiązanie szczególne ($\tau = 0$) przypadku 2 (rys.2.28), możemy uzyskać pole (rys.2.31a) opisujące pewien fragment powierzchni. Pole to rozwiązano w pracach [12], gdzie również znajdują się tablice wyników dla $20^\circ \leq \Omega \leq 89,5^\circ$ oraz warunków Treski i Hubera-Misesa. W obszarach ADC i ABC mamy stan naprężenia zgodny z rys.2.28, natomiast w obszarze CBE musi panować ze względu na warunki brzegowe jednoosiowe rozciąganie naprężeniami granicznymi $\bar{\sigma}_{plr}$. Dla danego Ω i określonych p_1 i p_2 należy obliczyć kąt δ i φ z warunków panujących na linii nieciągłości BC

$$(2.22) \quad \begin{aligned} p_1 \cos^2 (\varphi - \delta) + p_2 \sin^2 (\varphi - \delta) &= \bar{\sigma}_{plr} \cos^2 \delta, \\ (p_1 - p_2) \sin 2 (\varphi - \delta) &= \bar{\sigma}_{plr} \sin 2 \delta. \end{aligned}$$

Rozwiązując alternatywnie układ równań (2.14), (2.15), (2.17) lub (2.19) z równaniami (2.13)* i (2.22) otrzymujemy dla założonego kąta Ω parametry rozwiązania: kąty β , δ , φ oraz naprężenia p_1 i p_2 .

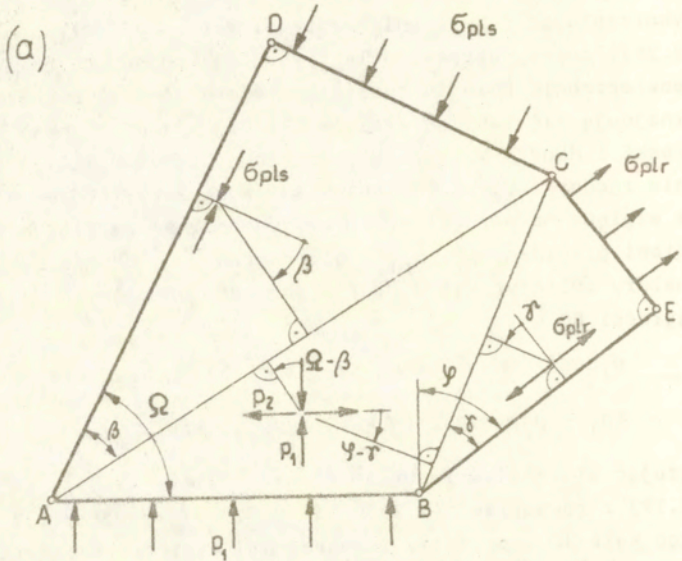
Wykorzystując zależności geometryczne, można dla danego boku AB określić długości pozostałych boków.

$$(2.23) \quad \begin{aligned} |\overline{EC}| &= \frac{\sin \delta |\overline{AB}| \operatorname{tg} (\Omega - \beta)}{\operatorname{tg} (\Omega - \beta) - \cos (\pi/2 - \varphi + \delta) \operatorname{tg} (\pi/2 - \varphi + \delta)}, \\ |\overline{DC}| &= \frac{|\overline{AB}| \sin \beta \operatorname{tg} (\pi/2 - \varphi + \delta)}{\cos (\Omega - \beta) \operatorname{tg} (\pi/2 - \varphi + \delta) - \operatorname{tg} (\Omega - \beta)}. \end{aligned}$$

Zakładając więc długość boku AB, otrzymamy pozostałe wymiary pola pokazane na rys.2.31a.

Rysunek 2.31b pokazuje wprowadzenie danych dla $\Omega = 75^\circ$, $|\overline{AB}| = 1$ i warunku Hubera-Misesa, zaś rys.2.32a otrzymane pole wynikowe. Dla warunku Treski (rys.2.32b) i Hubera-Misesa można zmienić znaki naprężeń na przeciwne we wszystkich obszarach, a rozwiązanie nie ulegnie zmianie.

* Dla warunków Coulomba-Mohra i parabolicznego należy podstawić zamiast $\bar{\sigma}_{plr}$ naprężenie $\bar{\sigma}_{pls}$ liczone wg wzorów (2.6) lub (2.9).



POLE 3

DANE MEJSCIONE:
kat Ω ; wyniar AB

WZNIKI:
katy β, γ, ϵ
naprezenia p_1, p_2

(b)

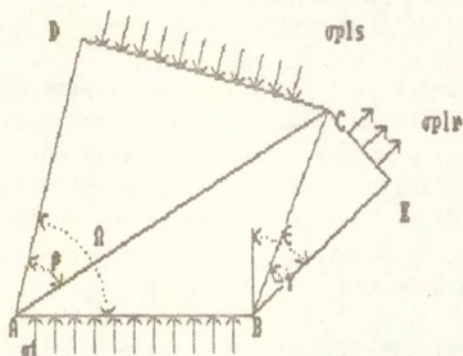
Wielkosc kata Ω ? 75 [deg]

Dlugosc boku AB=? 1 ■

Rys.2.31.

POLE 3

(a)



AB= 180

EC= .37

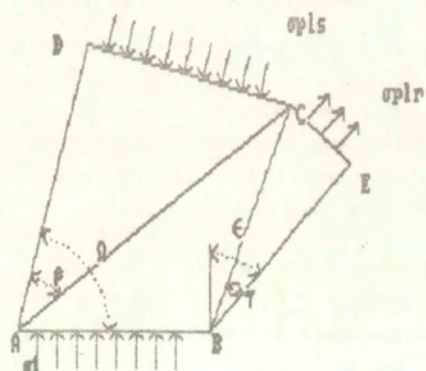
DC= 1.87

 $\alpha = 75^\circ$ $\beta = 43.77^\circ$ $\tau = 25.69^\circ$ $\epsilon = 47.64^\circ$

Wcisnij dowolny klawisz

POLE ?

(b)



AB= 145.8

EC= .42

DC= 1.89

 $\alpha = 75^\circ$ $\beta = 37.5^\circ$ $\tau = 21.88^\circ$ $\epsilon = 42.17^\circ$

Wcisnij dowolny klawisz

Rys. 2.32

2.3.5. Układ linii nieciągłości naprężeń 4

Przypadek ten (rys.2.5c) był podany w pracy [6] dla warunku Treski, w pracy [11] otrzymano kilka szczególnych rozwiązań dla warunku Hubera-Misesa. Kompletne rozwiązanie zawierają prace [12] wraz z tablicami wyników otrzymanych dla $30 \leq \delta \leq 170^\circ$ oraz warunków Treski i Hubera-Misesa. Mamy określić dla danego kąta δ i warunku plastyczności, stan naprężenia w obszarze EBD oraz wartości kątów α , β i Ω .

Należy rozwiązać układ równań (2.12) dla linii BE wraz z równaniami dla linii nieciągłości BD

$$p_1 \cos^2 (\delta + \alpha - \Omega) + p_2 \sin^2 (\delta + \alpha - \Omega) = -\sigma_{pl} \sin^2 \alpha, \quad (2.24)$$

$$(p_1 - p_2) \sin 2 (\delta + \alpha - \Omega) = \sigma_{pl} \sin 2 \alpha,$$

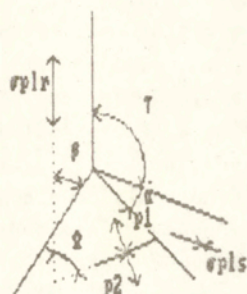
dołączając dla obszaru EBD równanie stanu granicznego (2.3), (2.4), (2.5) lub (2.8).

Rozwiązanie otrzymane metodami przybliżonymi sprawdza poprawność uzyskanych danych (kąty nie mogą mieć wartości ujemnych).

Rysunek 33a pokazuje wprowadzenie danych $\delta = 120^\circ$ dla warunku parabolicznego $A = 0,8$, $B = 10$ MPa. Następnie widzimy (rys.2.33b) otrzymane pole wynikowe.

POLE 4

(a)



DANE WEJSCIOWE:
kat τ

WYNIKI:
kąt α, β, γ
naprezenia p_1, p_2

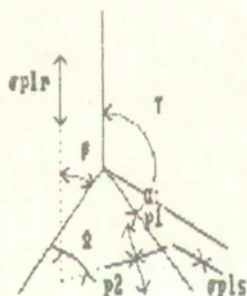
DANE:

$\tau = ?$ 120 ■ [deg]

$30^\circ \leq \tau \leq 170^\circ$

POLE 4

(b)



$\tau = 120^\circ$ $\alpha = 21.91^\circ$ $\beta = 36.91^\circ$ $\gamma = 73.83^\circ$

Wcisnij dowolny klawisz

Rys. 2.33

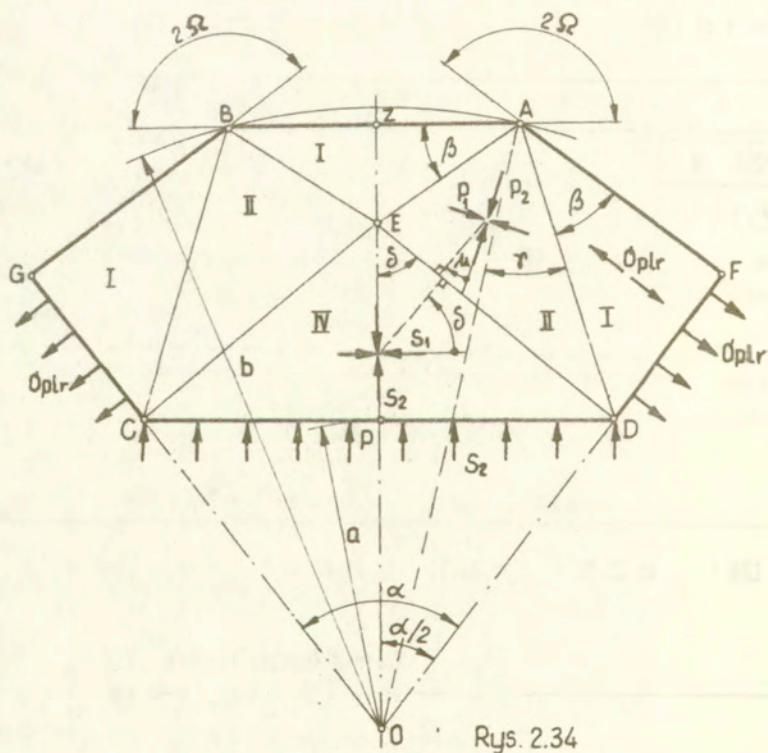
<http://rcin.org.pl>

2.3.6. Pole elementarne typu A

Pole przedstawione na rys.2.34, jak pokazują prace [11], [13], [23], można stosować jako element bardziej złożonych pól służących do szacowania kształtu różnorodnych elementów konstrukcyjnych. Pole to zaproponował W.Szczepiński w pracy [11] i otrzymał rozwiązania dla $\alpha = \{90^\circ, 60^\circ, 45^\circ\}$ oraz warunku plastyczności Treski. Ogólne rozwiązanie dla dowolnego kąta środkowego α oraz warunków Treski i Hubera-Misesa podano w pracach [12] wraz z tablicami gotowych wyników (patrz rys.2.11). Wyniki jego stosowania można znaleźć w pracach [13, 23].

Krawędzie GB, BA, AF tworzą swobodny nieobciążony brzeg pola. Kąty GBA i BAF są równe

$$(2.25) \quad 2\Omega = \pi - \alpha/2.$$



Rys. 2.34

Zakładamy, że w obszarach BGC, BEA, ADF panuje stan jednoosiowego rozciągania naprężeniami σ_{plr} , w trójkątach BCE i AED stan reprezentowany naprężeniami głównymi p_1 i p_2 , a w trójkącie ECD, s_1 i s_2 . Pole obliczamy tak, aby w trójkątach BCE i AED materiał osiągał stan graniczny. Natomiast w ECD stawiamy tylko warunek, aby nie został on przekroczony. Należy zauważyć, że w narożach A i B mamy do czynienia z układem linii nieciągłości typu 1. Znając więc kąt Ω , możemy obliczyć wielkość kąta β i naprężeń p_1 i p_2 (por. pkt.2.3.2).

W obliczeniach zakładamy, że wymiary a, b i kąt α są znane (zostaną one wprowadzone na początku wykonywania programu przez jego użytkownika wraz z numerem warunku stanu granicznego i parametrami ośrodka). Po obliczeniu kąta β można z zależności geometrycznych wyliczyć współrzędne wszystkich punktów pola. Zostały one podane w części I prac [12] (20/1976).

Następnie korzystając z warunku równowagi na linii nieciągłości ED, wyznacza się wielkości naprężeń s_1 i s_2 w obszarze CED:

$$(2.26) \quad s_2 = ((p_2 - p_1) \sin 2\mu (1 + \cos 2\delta) + R \sin 2\delta) / (2 \sin 2\delta),$$

$$s_1 = (R - s_2 (1 - \cos 2\delta)) / (1 + \cos 2\delta),$$

gdzie

$$(2.27) \quad R = (p_1 + p_2) - (p_1 - p_2) \cos 2\mu,$$

$$(2.28) \quad \operatorname{ctg} \delta = (1 / \sin(\alpha/2)) \cdot ((\sin(\alpha/2 + 2\beta) / \cos \beta) \cdot$$

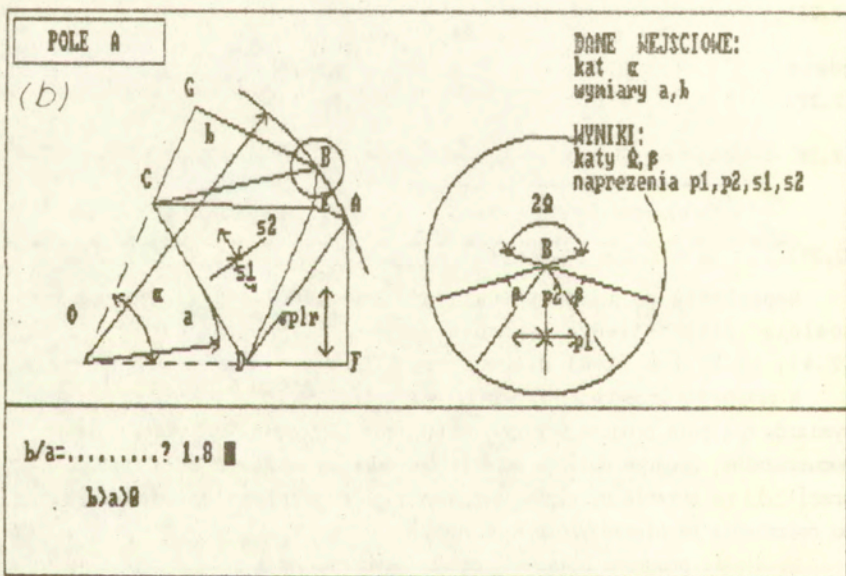
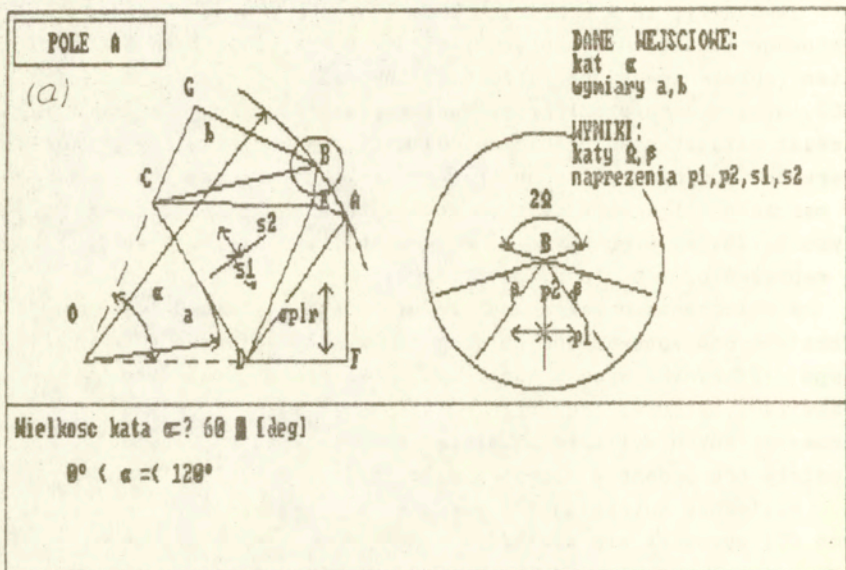
$$\cdot \sqrt{(b/a)^2 \cos^2(\alpha/2) - \cos^2 \beta} + \cos(\alpha/2 + 2\beta) - \cos(\alpha/2)),$$

$$(2.29) \quad \mu = \pi/2 - \alpha/4 - \delta.$$

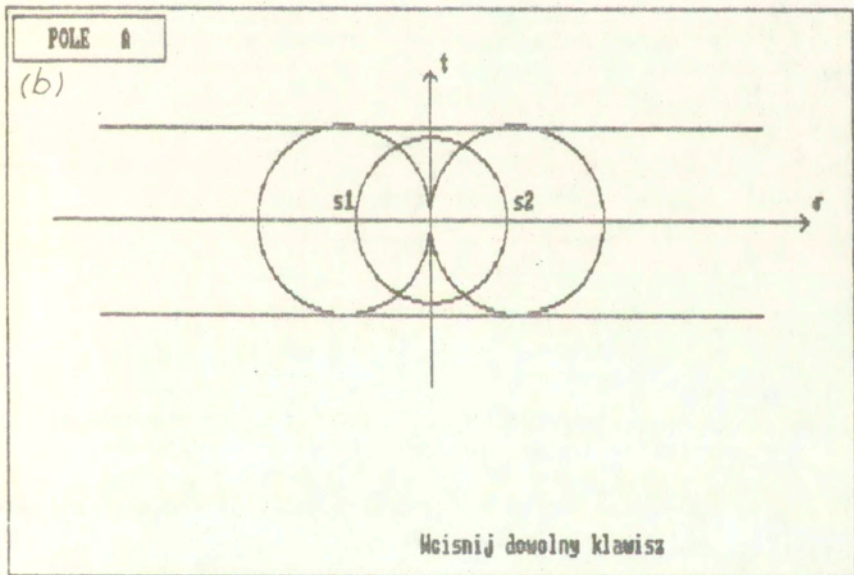
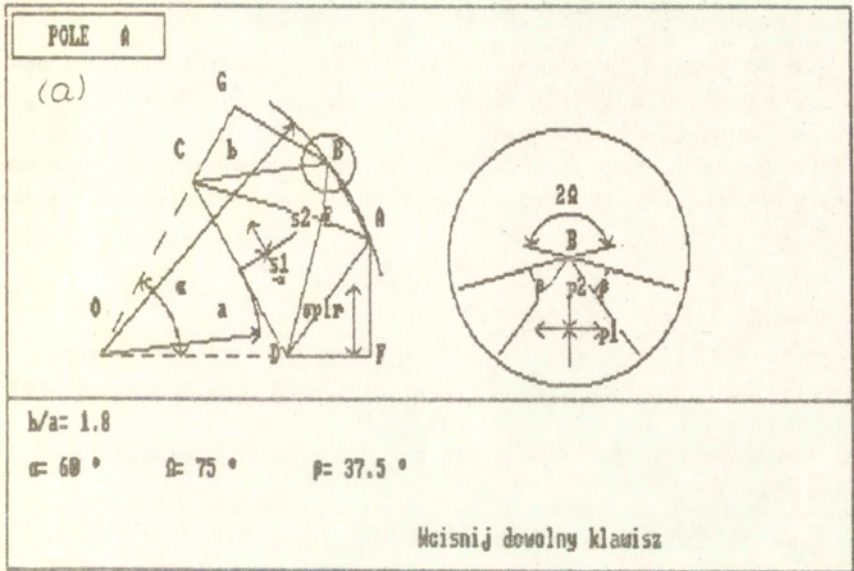
Naprężenia s_1 i s_2 wynikające z równań (2.26)-(2.29) muszą spełniać alternatywnie równania warunku stanu granicznego (2.3), (2.4), (2.5) lub (2.8) dla obszaru CED.

W przypadku przekroczenia warunków plastyczności dla danego stosunku wymiarów b/a pola program przerywa obliczenia. Gdy pole jest statycznie dopuszczalne, program oblicza współrzędne punktów węzłowych pola (por. cz. I prac [12]) i na ekranie otrzymamy wynikowy rysunek wraz ze sprawdzeniem stanu naprężenia na płaszczyźnie kół Mohra.

Działanie programu pokazane zostało na przykładzie pola typu A o kącie $\alpha = 60^\circ$ (rys. 2.35a), $b/a = 1,8$ (rys. 2.35b) i warunku Treski ($\sigma_{pl} = 1 \text{ MPa}$). Rysunek 2.36 przedstawia narysowane pole wynikowe wraz ze sprawdzeniem stanu naprężenia w obszarze CED. Widzimy tutaj, że stan ten nie jest graniczny.



Rys. 2.35



Rys. 2.36

2.3.7. Pole elementarne typu B

Kolejne pole elementarne (rys.2.37) jest bardziej złożoną odmianą pola typu A. Pole to rozwiązano w pracy [11] dla $\alpha = \{90^\circ, 60^\circ\}$ i warunku Treski.

W pracach [12] podano ogólne rozwiązanie dla warunków plastyczności Treski i Hubera-Misesa wraz z otrzymanymi numerycznie tablicami wyników (por.[13]).

W punktach C', D, C mamy jednakowe kąty, równe

$$(2.30) \quad 2\Omega = \pi - \alpha/3.$$

W obszarach oznaczonych I i II mamy stany naprężeń wynikające z rozwiązania układu 1 (por.pkt.2.3.2). Znając Ω , wyznaczamy kąt β i naprężenia p_1 i p_2 w obszarach II.

Wartości naprężeń w obszarze III wyznaczamy z zależności na linii nieciągłości AG

$$(2.31) \quad \begin{aligned} p_1 \cos^2(90^\circ - \varphi) + p_2 \sin^2(90^\circ - \varphi) &= \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi, \\ (p_1 - p_2) \sin 2(90^\circ - \varphi) &= (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\psi. \end{aligned}$$

Kąty φ i ψ określamy z zależności podanych w części I prac [12]. Mamy

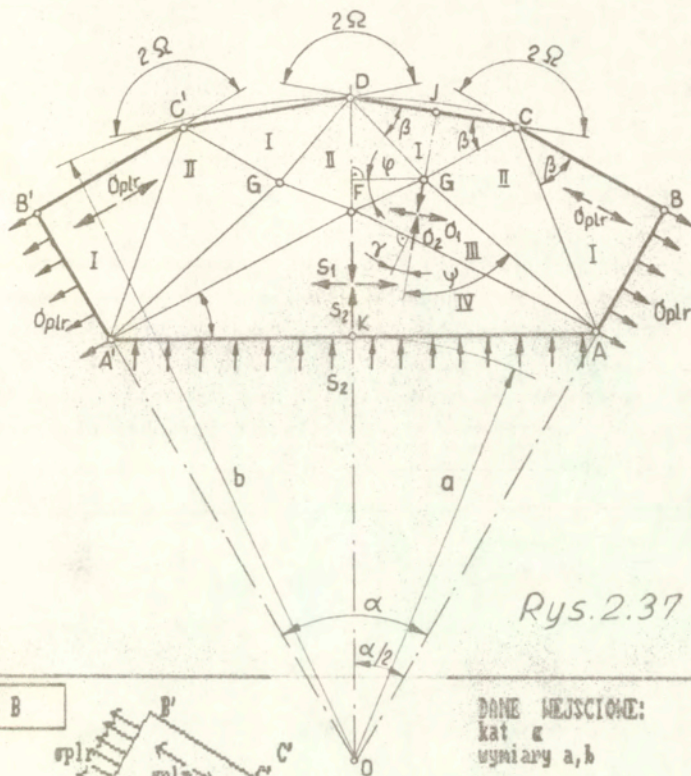
$$(2.32) \quad \operatorname{tg} \psi = \left| \frac{\frac{Y_J - Y_G}{X_J - X_G} - \frac{Y_G}{X_G} - \frac{Y_G}{X_A}}{1 + \frac{Y_J - Y_G}{X_J - X_G} \cdot \frac{Y_G}{X_G} - \frac{Y_G}{X_A}} \right|,$$

gdzie X, Y współrzędne punktów węzłowych pola, oraz

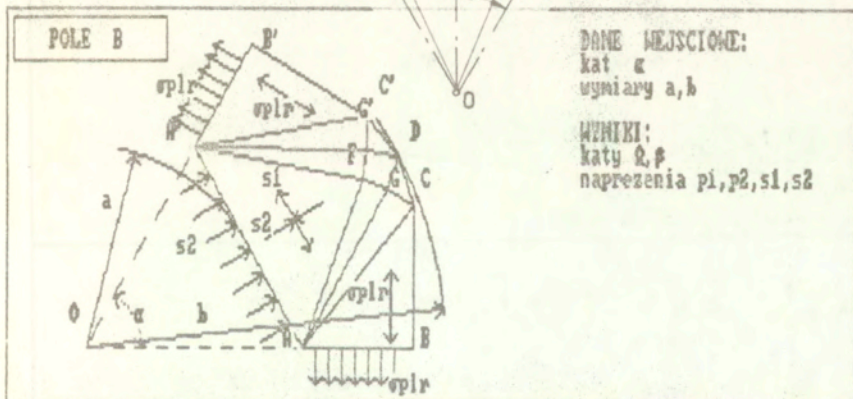
$$(2.33) \quad \varphi = \Omega - \psi.$$

Po wyznaczeniu naprężeń σ_1 i σ_2 obliczamy naprężenia s_1 i s_2 w obszarze IV (linia nieciągłości AF)

$$(2.34) \quad \begin{aligned} \sigma_1 \cos^2(90^\circ - \delta) + \sigma_2 \sin^2(90^\circ - \delta) &= s_1 \cos^2(90^\circ - \delta) + \\ &+ s_2 \sin^2(90^\circ - \delta), \\ (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2(90^\circ - \delta) &= (s_1 - s_2) \sin 2(90^\circ - \delta). \end{aligned}$$



Rys. 2.37



Wielkość kąta $\alpha = ?$ 72 [deg]

$90^\circ < \alpha \leq 120^\circ$

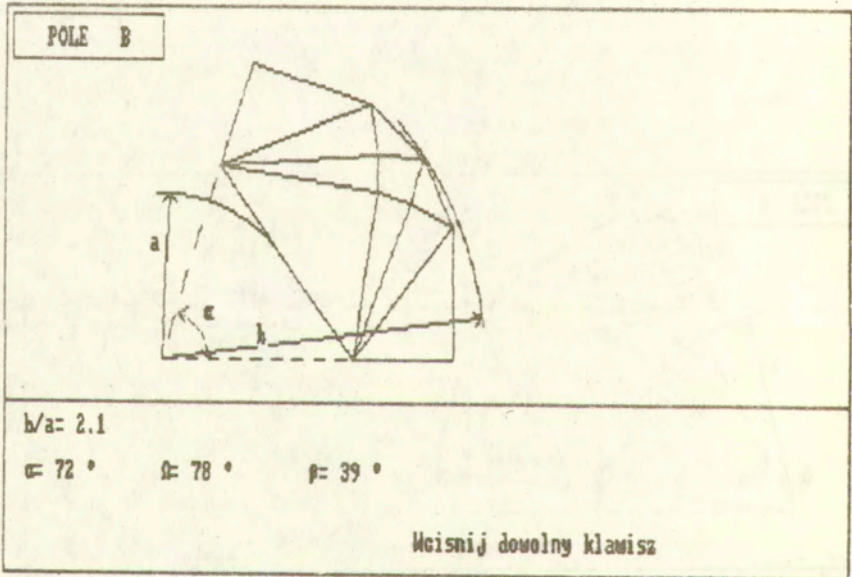
Rys. 2.38

Wartości kątów $\bar{\sigma}$ i $\bar{\delta}$ (por. [12]) są następujące:

$$(2.35) \quad \operatorname{tg} \bar{\delta} = \frac{\sqrt{X_F^2 - Y_F^2} - a}{a \operatorname{tg} \alpha / 2}$$

$$(2.36) \quad \bar{\delta} = \bar{\sigma} - \alpha / 6$$

Program sprawdza, czy naprężenia ζ_1 , ζ_2 i s_1 , s_2 spełniają równania warunków stanu granicznego (2.3), (2.4), (2.5) lub (2.8). Gdy pole jest statycznie dopuszczalne program oblicza punkty węzłowe pola i pokazuje rysunek wynikowy wraz ze sprawdzeniem na płaszczyźnie kół Mohra. Rysunek 2.38 pokazuje wprowadzanie danych wejściowych ($\alpha = 72^\circ$, $b/a = 2,1$ warunek Treski $\bar{\sigma}_{pl} = 1$ MPa). Kolejno widzimy wynikowy rysunek pola (rys.2.39). Bez trudu można pokazać rozwiązanie dla pozostałych warunków plastyczności.



Rys.2.39

2.3.8. Pole elementarne typu C

Pole typu C (rys.2.40a) powstało z połączenia rozwiązań układów 1 i 4 linii nieciągłości naprężeń (por.pkt.2.3.2 i 2.3.5). Zależności geometryczne wraz z tablicami wyników podano w pracach [12,13]. Gdy przyjmiemy jako dany kąt δ , rozwiązanie jest takie same jak dla układu 4. Pozostaje jedynie wyznaczenie wartości wymiarów pola w funkcji α , β , δ , Ω oraz np. danej szerokości F_0 .

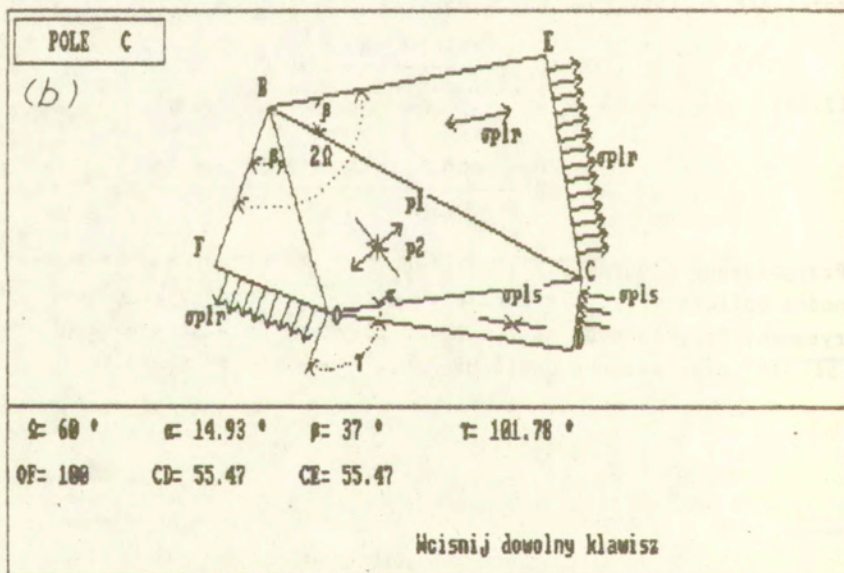
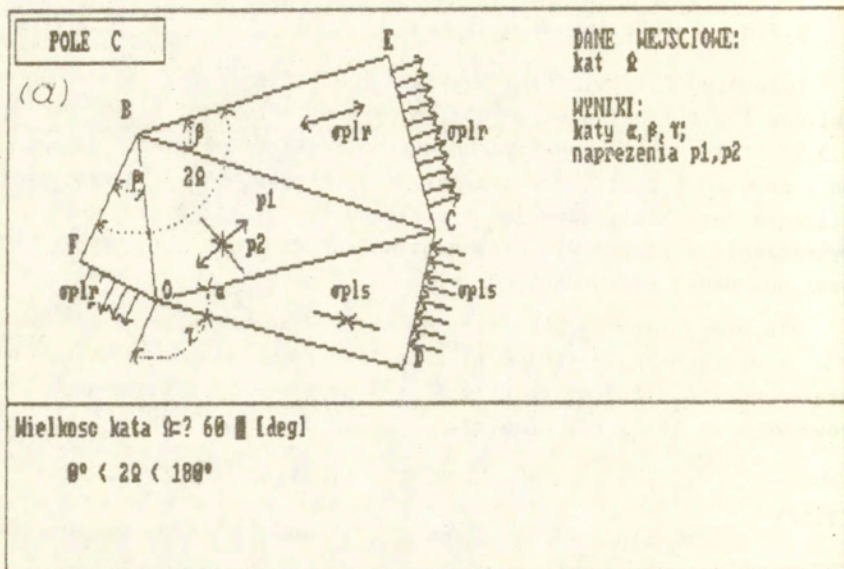
Dla przyjętego warunku plastyczności i znanej wartości kąta 2Ω w wierzchołku B (układ 1) znamy wartości kąta β oraz naprężeń p_1 i p_2 . Pozostałe kąty α i δ wyznaczamy z warunków równowagi na linii OC, rozwiązując układ równań

$$(2.37) \quad \begin{aligned} p_1 \cos(\delta + \alpha - \Omega) &= \sigma_{p1} \sin \alpha \sin(\delta - \Omega), \\ p_2 \sin(\delta + \alpha - \Omega) &= \sigma_{p1} \sin \alpha \cos(\delta - \Omega). \end{aligned}$$

Pozostałe wymiary pola można określić z zależności

$$(2.38) \quad \begin{aligned} |\overline{EC}| &= |\overline{FO}| \frac{\sin(\alpha + \delta - \beta)}{\sin(\alpha + \delta + \beta - 2\Omega)}, \\ |\overline{CD}| &= |\overline{FO}| \frac{\sin \alpha \sin 2(\Omega - \beta)}{\sin \beta \sin(\alpha + \delta + \beta - 2\Omega)}. \end{aligned}$$

Przygotowany program dla założonego kąta Ω i warunku plastyczności oblicza wszystkie parametry pola, przedstawiając gotowy rysunek. Przykładowo, na rys.2.40b pokazano pole otrzymane dla $\Omega = 60^\circ$ oraz warunku Coulomba-Mohra ($\varphi = 25^\circ$, $c = 5\text{MPa}$).



Rys. 2.40

2.3.9. Pole elementarne typu D i D1

W zastosowaniach praktycznych często występuje układ linii nieciągłości typu D (rys.2.41a) zaproponowany już w pracy [6]. Kompletne rozwiązanie dla warunku Treski oraz Hubera-Misesa wraz z tablicami wyników podano w pracach [12,13]. Trapezowe pole z nieobciążonymi krawędziami AC i BD pozwala na przejście od naprężeń normalnych $p \leq \bar{\sigma}_{pl}$ do naprężeń granicznych równych $\bar{\sigma}_{pl}$. Rozwiązanie jest możliwe dla dwóch przypadków, gdy:

- 1) dane są wymiary boków \bar{AB} i \bar{CD} trapezu,
- 2) znana jest długość boku \bar{AB} oraz wartość naprężeń p .

Rozwiązaniem jest znalezienie wartości kątów Ω , β oraz wysokości H , przy których wszystkie obszary przedzielone liniami nieciągłości będą w granicznym stanie naprężenia. W narożnikach A lub B mamy układ linii nieciągłości 2 (por.pkt.2.3.3). Z równowagi całego pola wyznaczamy wartość naprężeń $p = \bar{\sigma}_{pls} \bar{CD}/\bar{AB}$, a następnie naprężenia q z założonego warunku plastyczności.

Kąty β i Ω wyznaczamy ze wzorów

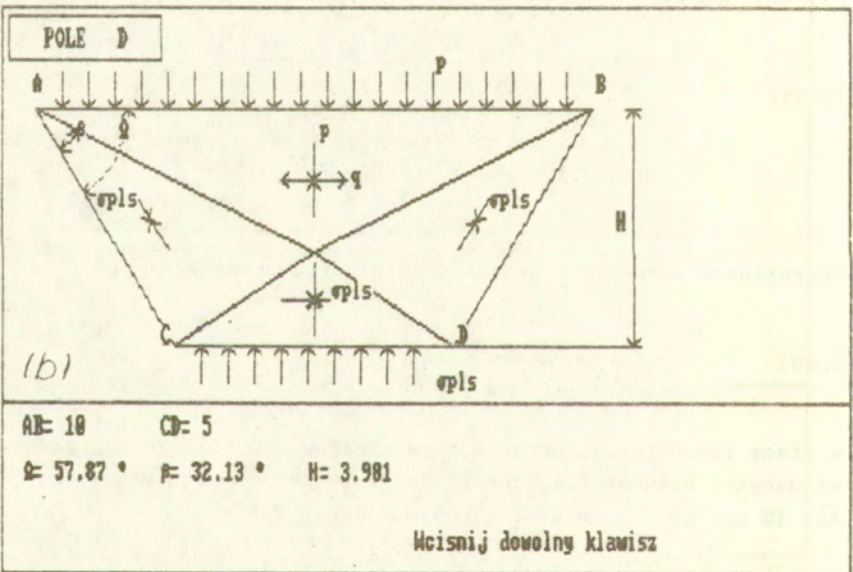
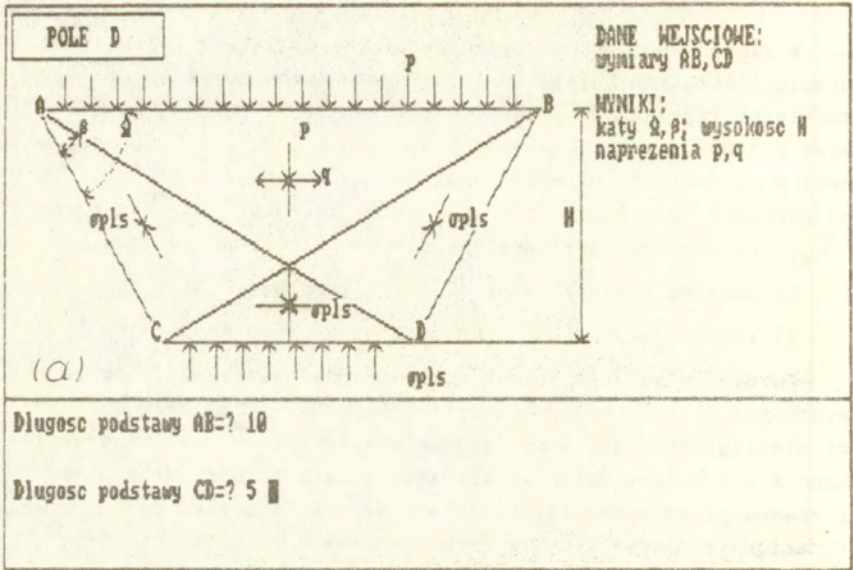
$$(2.39) \quad \cos 2\beta = \frac{\bar{\sigma}_{pls}(p+q) - \bar{\sigma}_{pls}^2 - 2pq}{\bar{\sigma}_{pls}^2 - \bar{\sigma}_{pls}(p+q)},$$

$$\sin 2(\Omega - \beta) = \frac{\bar{\sigma}_{pls} \sin 2\beta}{p-q}.$$

Poszukiwana wysokość H wynika z zależności geometrycznych pola

$$(2.40) \quad H = \frac{\bar{AB} - \bar{CD}}{\operatorname{tg} \Omega}.$$

W pracy zamieszczono program rozwiązujący oba możliwe przypadki danych. Rysunek 2.41b pokazuje wynikowe pole otrzymane dla $\bar{AB} = 10$ cm, $\bar{CD} = 5$ cm oraz warunku Hubera-Misesa.



Rys.2.41

Pewną modyfikację pola z rys.2.41 opracowaną w pracy [24] przedstawiono na rys.2.42a (pole typu D1). Naroża A i B o takim samym kącie Ω przesunięte zostały w pionie o odcinek h. Stan naprężeń jest analogiczny do pola typu D. Powstało pole niesymetryczne, w którym pas CD odchyła się o pewien kąt α . Rozwiązanie dla pola D1 przebiega następująco: wprowadzamy dane wymiary c i h oraz naprężenia p (rys.2.42a). Na podstawie warunku stanu granicznego wyznaczamy naprężenia q, oraz wg wzorów (2.39) znajdujemy wartości kątów Ω i β . Kolejno sprawdzamy geometryczną dopuszczalność pola. Muszą być spełnione następujące warunki

$$(2.41) \quad \begin{aligned} \Omega - \beta &\gg \text{arc tg}(h/c), \\ \Omega &< 90^\circ. \end{aligned}$$

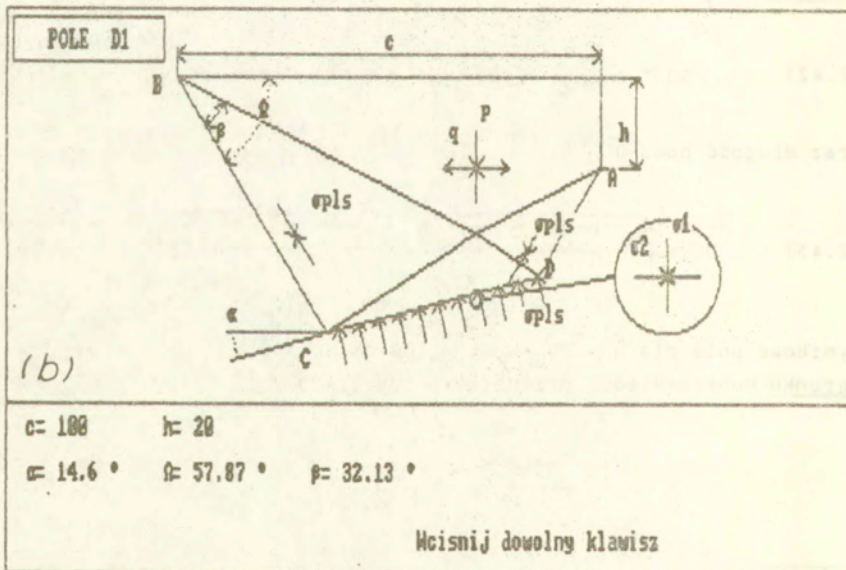
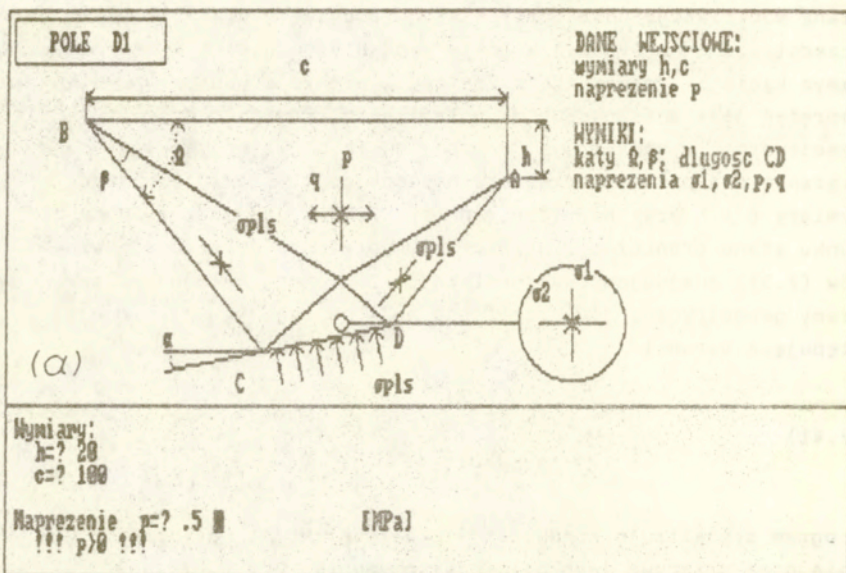
Program sygnalizuje komunikatem brak możliwości narysowania pola oraz przerywa jego dalsze wykonywanie. Gdy nierówności (2.41) są spełnione, wyznaczamy wartość kąta α

$$(2.42) \quad \text{tg } \alpha = \frac{h \sin \beta \cos \Omega}{\text{tg}(\Omega - \beta)} / c \sin \beta \sin \Omega$$

oraz długość boku \overline{DC}

$$(2.43) \quad \overline{DC} = \sqrt{\left(\frac{h \sin \beta \cos \Omega}{\text{tg}(\Omega - \beta)} \right)^2 + (c \sin \beta \sin \Omega)^2}.$$

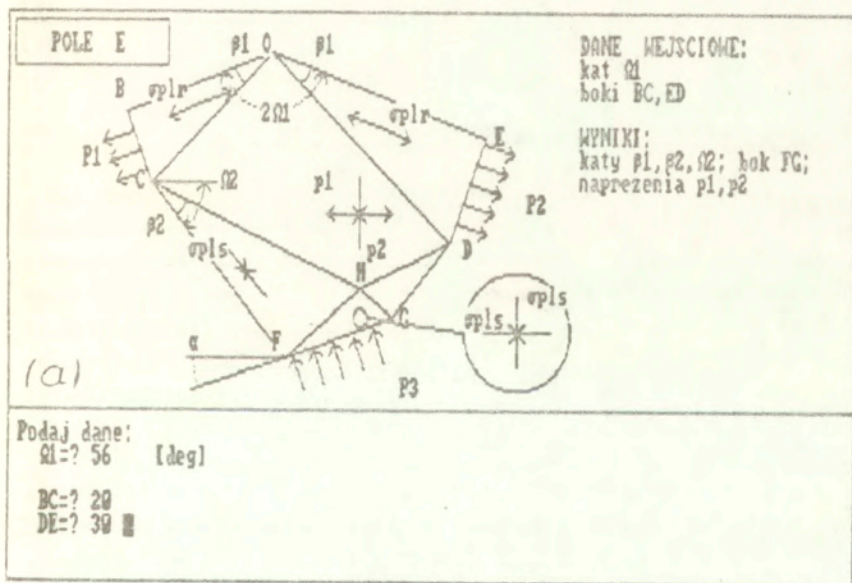
Wynikowe pole dla h = 20 cm, c = 100 cm, p = 0,5 ξ_{p1} oraz warunku Hubera-Misesa przedstawia rys.2.42b.



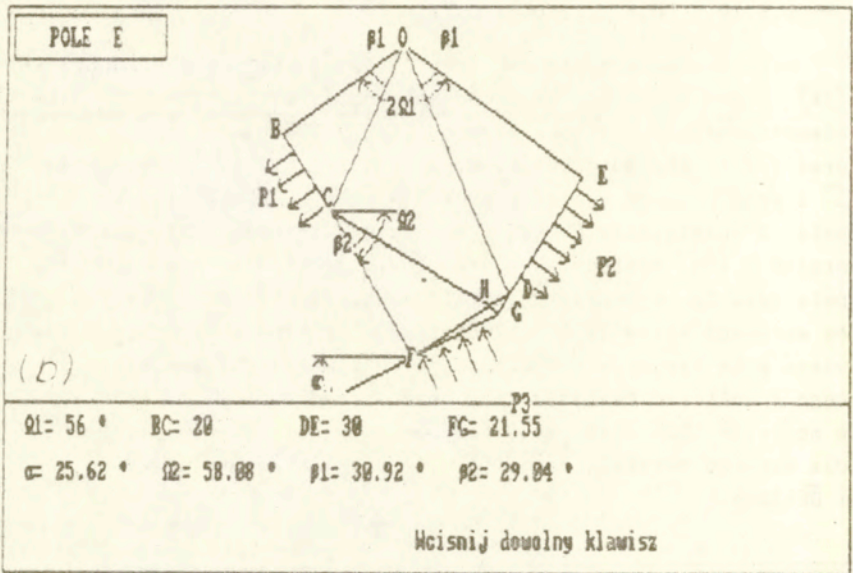
Rys. 2.42

2.3.10. Pole elementarne typu E

Pole elementarne typu E (rys.2.43a) zostało podane w pracy [24]. Łatwo zauważyć, że składa się ono z układu typu I i pola elementarnego D1. Wykorzystując zatem zależności z pkt.2.3.3 oraz 2.3.9, przygotowano program obliczający dla danego kąta Ω_1 oraz znanych wartości odcinków \overline{BC} i \overline{DE} pozostałe parametry pola. Z rozwiązania układu I otrzymamy wartości β_1 oraz naprężeń p i q . Następnie prosto otrzymujemy parametry h i c dla pola typu D1. Wykorzystując zależności z pkt.2.3.9, otrzymujemy wartości kątów Ω_2 , β_2 oraz α i odcinka \overline{GF} . Program zawiera obok rysunków demonstracyjnych również rysunek otrzymanego z obliczeń kształtu pola oraz sprawdzenie stanu naprężeń w obszarze CODH. Rysunek 2.43b pokazuje rozwiązanie otrzymane dla warunku parabolicznego ($A=0,8$, $B=10$) oraz $\Omega_1=56^\circ$, $\overline{BC}=20\text{mm}$ i $\overline{DE}=30\text{mm}$.



Rys.2.43



Rys. 2.43

2.3.11. Pole elementarne typu F

W niektórych rozwiązaniach konstrukcji blachownicowych lub węzłów konstrukcyjnych istnieje problem przeniesienia zewnętrznych obciążeń normalnych z jednego elementu przez obciążenia styczne na drugi element (rys.2.44a).

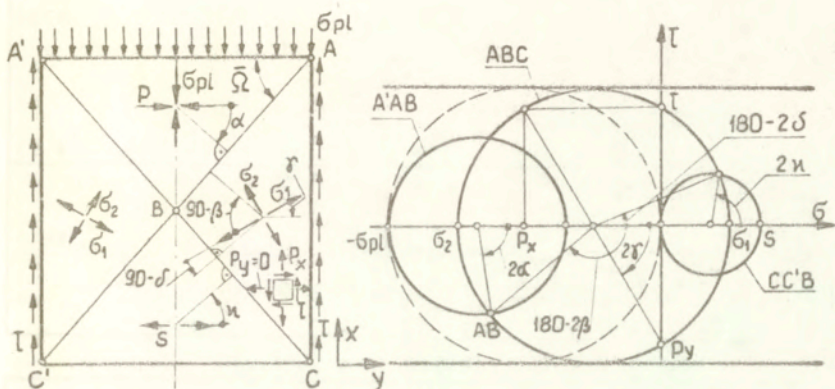
Najprostsze możliwe statycznie dopuszczalne pole naprężeń zaproponowano w pracy [24]. Rozwiązaniem dla danego stosunku wymiarów $\overline{AA'}/\overline{AC}$ oraz naprężeń τ jest znalezienie położenia punktu B (kąt $\overline{\omega}$) oraz kierunków (kąt $\overline{\delta}$) i wartości naprężeń głównych $\overline{\sigma}_1, \overline{\sigma}_2, s, p$.

Algorytm obliczeń pola jest następujący. Zakładamy wymiary $\overline{AA'}$ i \overline{AC} pola. Warunki brzegowe na linii AC narzucają przyjęcie $p_y = 0$ oraz $\tau = \frac{\overline{AA'}}{2\overline{AC}} \overline{\sigma}_{plr}$. Naprężenia w obszarze ABC wyznaczamy z zależności (por.rys.2.44b).

$$(2.44) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \tau \frac{1 - \cos 2\delta}{\sin 2\delta}, \\ \sigma_2 &= -\tau \frac{1 + \cos 2\delta}{\sin 2\delta}. \end{aligned}$$

(a)

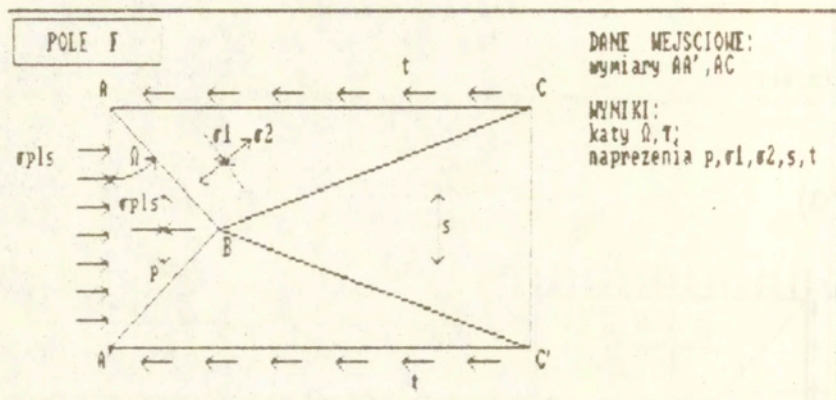
(b)



Rys.2.44

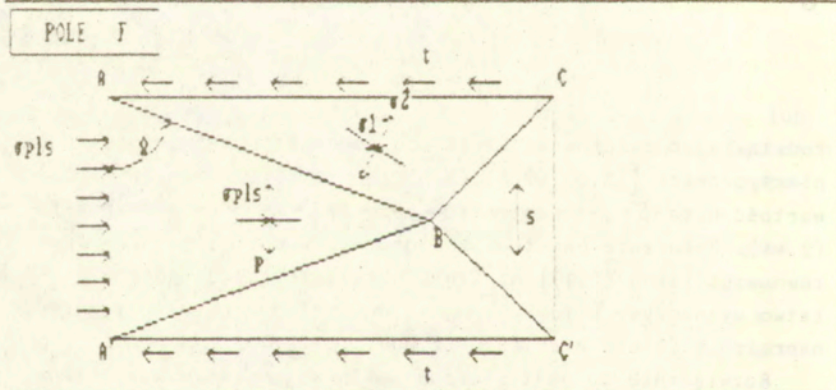
Podstawiając zależności (2.44) do równania przyjętego warunku plastyczności [(2.3), (2.4), (2.5) lub (2.8)], możemy wyznaczyć wartość kąta δ , a następnie naprężenia σ_1, σ_2 z równań (2.44). Położenie punktu B znajdziemy, wykorzystując równania równowagi [typu (2.1)] na linii nieciągłości AB. Kąty α i β łatwo wyznaczymy w funkcji kąta Ω . Kolejno określamy wartość naprężenia s (linia nieciągłości BC).

Rozwiązanie to jest słuszne dla pewnego zakresu wymiarów pola ($\tau \leq \tau_{gr}$), np.: dla warunku Treski $\frac{\overline{AA'}}{\overline{AC}} \leq 0,9717$, gdyż $\tau < \sigma_{plr}/2$. Dla analizowanych warunków plastyczności przygotowano program obliczeń numerycznych sygnalizujący wszystkie ograniczenia. Na rys.2.45a pokazano wprowadzenie danych dla $\overline{AA'} = 50\text{mm}$, $\overline{AC} = 100\text{mm}$ oraz warunku Treski ($\sigma_{pl} = 1 \text{ MPa}$), poniżej zaś (rys.2.45b) uzyskane rozwiązanie.



Długość boku $AA' = ? 50$

Długość boku $AC = ? 100$ ■



$AA'/AC = .5$

$\Omega = 70.89^\circ$ $\tau = 60^\circ$

Wcisnij dowolny klawisz

Rys 2 45

<http://rcin.org.pl>

2.3.12. Pole elementarne typu G

Kształtując różnorodne elementy, bardzo często wykorzystujemy elementarne pole naprężeń z jednorodnym stanem naprężenia. Pole to może być wycinkiem prostokątnym (rys.2.46a) lub trójkątnym (rys.2.46b).

Z koła Mohra (rys.2.46c) wynikają zależności pomiędzy naprężeniami głównymi σ_1, σ_2 a naprężeniami σ_x, τ_{xy} na liniach ograniczających wycinek pola.

Mamy

$$(2.45) \quad \begin{aligned} \sigma_{x,y} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha, \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \end{aligned}$$

oraz

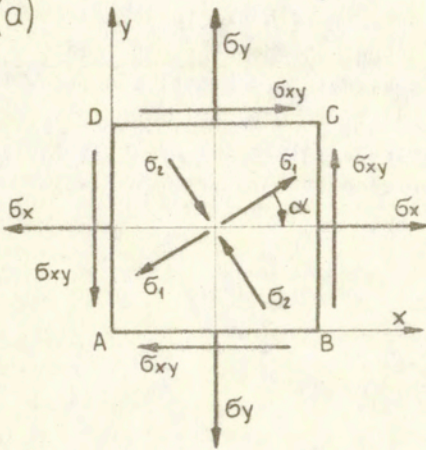
$$(2.46) \quad \begin{aligned} \sigma_{AB} &= \sigma_y, \quad \tau_{AB} = \tau_{xy}, \\ \sigma_{BC} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos(\alpha_3 + \alpha - \pi/2), \\ \tau_{BC} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin(\alpha_3 + \alpha - \pi/2), \\ \sigma_{AC} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos(\pi/2 + \alpha - \alpha_1), \\ \tau_{AC} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin(\pi/2 + \alpha - \alpha_1). \end{aligned}$$

Dla warunku plastyczności Treski i Hubera-Misesa* przygotowano programy (PASCAL) obliczające naprężenia w zależności od przyjętych warunków brzegowych oraz kształtu obszaru. Można wariantowo analizować następujące przypadki:

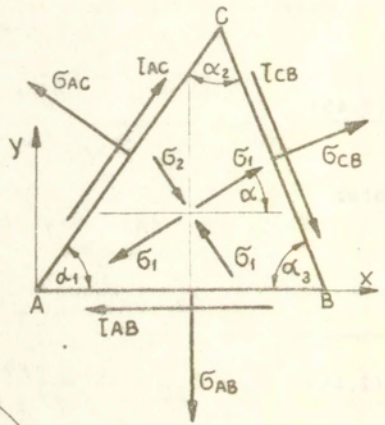
1. Dane naprężenia σ_1, σ_2 oraz kąt α lub $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, a szukamy brakujących naprężeń i sprawdzamy warunek plastyczności.

* Programy dla warunków Coulomba-Mohra i parabolicznego są obecnie opracowywane.

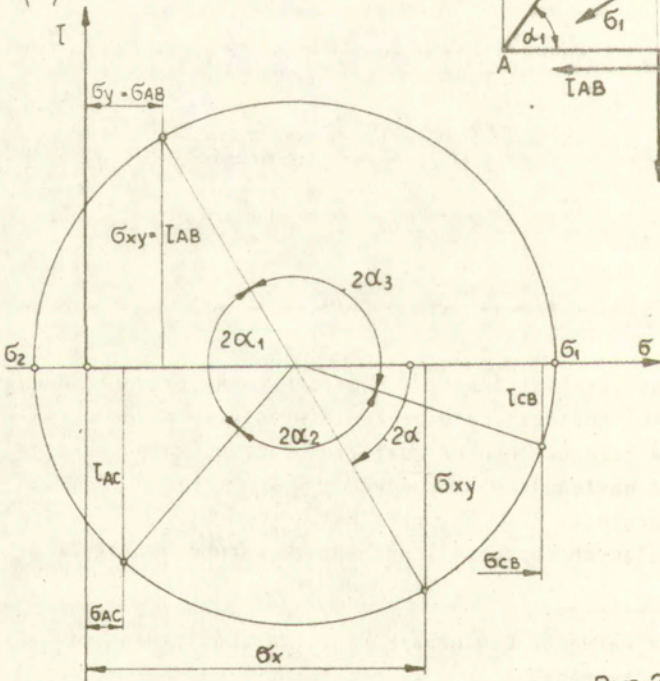
(a)



(b)



(c)



Rys. 2.46

POLE C		v.1.3 z dn.1989.09.13		$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ $\alpha \rightarrow$ $\sigma_1, \sigma_2, \alpha$ Wybierz rodzaj pracy :	
Dane :					
1 $\sigma_1 =$	2.0000	5 $\sigma_x =$	1.2500	1 $\sigma_1, \sigma_2(?)$	α \rightarrow σ_1 lub σ_2
2 $\sigma_2 =$	-1.0000	6 $\sigma_y =$	-0.2500	/ $\sigma_1, \sigma_x(?)$	$\sigma_y(?)$, σ_{xy} \rightarrow σ_x lub σ_y
3 $\alpha =$	30.0000	7 $\sigma_{xy} =$	1.2990	- PgDn	\rightarrow ustalenie kształtu obszaru
4 $\sigma_{pl} =$	4.0000	KONIEC	\rightarrow inne znaki	- End	\rightarrow zapis danych
Decyzja ? 1 $\sigma_1, \sigma_2(?)$ \rightarrow (σ_1, σ_2) , ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$)					
Huber - Mises					
Mapr. zred. wg					
	σ_1	σ_2	Hubera	Tresca	
1.	4.61	2.00	4.00	4.61	
2.	2.00	-2.61	4.00	4.61	
Tresca					
3. Wynik statycznie niedopuszczalny					
4.	2.00	-2.00	3.46	4.00	
5.	4.00	2.00	3.46	4.00	
3. , 4. \rightarrow $\sigma_1 * \sigma_2 \leq 0.8$, 5. \rightarrow $\sigma_1 * \sigma_2 > 0.8$					
Wybierz nr stanu naprezenia / bez naciskania [ENTER] !!! (a)					

POLE C		v.1.3 z dn.1989.09.13		Wybierz rodzaj pracy : - PgDn \rightarrow ustalenie kształtu obszaru	
Stan naprezenia					
$\sigma_1 =$	2.0000	$\sigma_x =$	1.0000	1	\rightarrow obszar prostokątny
$\sigma_2 =$	-2.0000	$\sigma_y =$	-1.0000	2	\rightarrow obszar prost. z wycięciem
$\alpha =$	30.0000	$\sigma_{xy} =$	1.7321	3	\rightarrow obszar trójkątny
$\sigma_{pl} =$	4.0000			Inne znaki	\rightarrow powrot
Decyzja ? 2 (bez naciskania [ENTER] !!!)					
Podaj wymiary pola :				Typ 2-gi	
1. $b/a =$	0.500000				
$a_1/a =$	0.300000				
$b_1/b =$	0.400000				
2. $a =$	10.000000				
$b =$	5.000000				
$a_1 =$	3.000000				
$b_1 =$	2.000000			(b)	

Rys.2.47

2. Dane naprężenie $\bar{\sigma}_1$ i kąt α , a szukamy $\bar{\sigma}_2$ takiego aby w obszarze panował stan graniczny, potem obliczamy pozostałe naprężenia.

3. Analogicznie dane $\bar{\sigma}_x$ i $\bar{\sigma}_{xy}$, a szukamy $\bar{\sigma}_y$ oraz $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \alpha$.

Na rys.2.47a przykładowo pokazano otrzymane rozwiązanie dla danych $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_{xy}$ oraz $\bar{\sigma}_{pl}$. Po wyborze szukanego rozwiązania przystępujemy do określania kształtu elementu. Możliwe są przypadki przedstawione na rys.2.46a,b oraz obszar prostokątny z wycięciem pokazany na rys.2.47b. Program przyporządkowuje określone naprężenia wynikające z koła Mohra odpowiednim bokom elementu. Dla wycinka trójkątnego należy podać długość odcinka AB oraz kąty α_1, α_3 , natomiast program automatycznie określa naprężenia ze wzorów (2.46). Pełne rozwiązanie zadania dla obszaru prostokątnego z wycięciem podaje rys.2.47b.

2.4. Automatyzacja procesu kształtowania elementów wg kryterium nośności granicznej

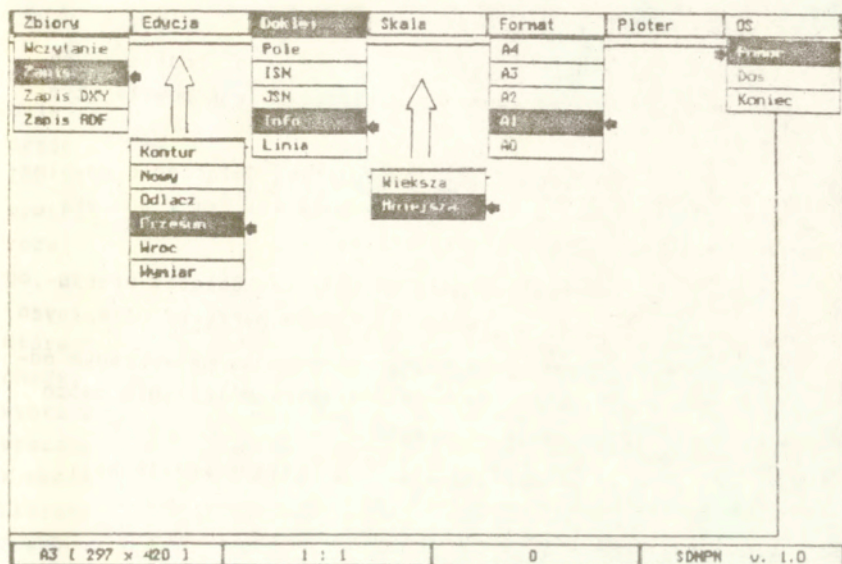
2.4.1. Założenia ogólne programu

Przygotowane wcześniej programy narzędziowe stanowiły podstawę opracowania programu automatycznie składającego różnorodne pola naprężeń (w sposób statycznie dopuszczalny). Analizowana konstrukcja powstaje przez kolejne automatyczne łączenie pól podstawowych dobieranych z katalogu (por.pkt.2.3).

Program O.K.SDNPN (Statycznie Dopuszczalne Nieciągłe Pola Naprężeń) posiada również opcje przygotowujące rysunek do narysowania przez ploter [25]*.

Rysunek 2.48 pokazuje funkcje głównego menu wybierane kursorami lub ruchami myszy.

* Program sfinansowany przez firmę Oprogramowanie Komputerów - współautor części inżynierskiej P. Gomoliński



Rys. 2.48

Funkcje procedury ZBIORY

Zapis - Zapis rysunku na dowolny nośnik dyskowy.

Wczytanie - odczyt z posiadanych na dysku elementów konstrukcyjnych lub fragmentów pól złożonych.

Procedura EDYCJA

Kontur - naciśnięcie ENTER powoduje pozostawienie w elemencie tylko linii konturowych. Procedura działa w pętli.

Nowy - wymazanie z pamięci i ekranu analizowanej konstrukcji.

Odłącz - pozwala na odłączenie ostatniego pola elementarnego.

Przesuń - przesunięcie rysunku w dowolne miejsce ekranu odpowiadającego formatowi plotera.

Wróć - pozwala przywrócić ostatnie pole elementarne (procedura Odłącz).

Wymiar - nadanie dowolnemu odcinkowi elementu wymiaru rzeczywistego (rysowanego przez ploter).

Procedura Doklej (Dołącz)

Pole - pozwala przejść do katalogu pól podstawowych, rozwiązywać pola elementarne oraz łączyć pole z powstającym rysunkiem.

ISN - izotropowy stan naprężenia. Dołączenie dowolnego wielokątnego pola o stanie naprężenia wziętym z odcinka konstrukcji, do którego ISN dołączamy.

JSN - jednoosiowy stan naprężenia. Dołącza prostokątny obszar jednoosiowy zgodny ze stanem naprężeń normalnych.

Info - informacja o stanie naprężenia na wybranym odcinku konstrukcji. W przypadku niemożności połączenia dwóch pól elementarnych podaje przyczynę.

Linia - usuwa wybrane linie wewnętrzne konstrukcji.

Procedura SKALA

Większa - zwiększa rysunek.

Mniejsza - zmniejsza rysunek.

Procedura FORMAT

A4 - A0 - możliwe formaty rysunku plotera.

Procedura PLOTER

Naciśnięcie ENTER powoduje uruchomienie plotera i narysowanie rysunku w postaci widocznej na monitorze.

Procedura OS

Pomoc - informacja o błędach.

DOS - wyjście do poleceń systemu operacyjnego.

Koniec - zakończenie pracy programu. Zabezpieczenie tworzonego rysunku.

Przyjęty system menu powoduje, że O.K.SDNPN jest programem prostym w użytkowaniu. Błędy są automatycznie sygnalizowane. Program opracowano na komputer IBM PC XT/AT z kartą EGA, CGA lub Hercules.

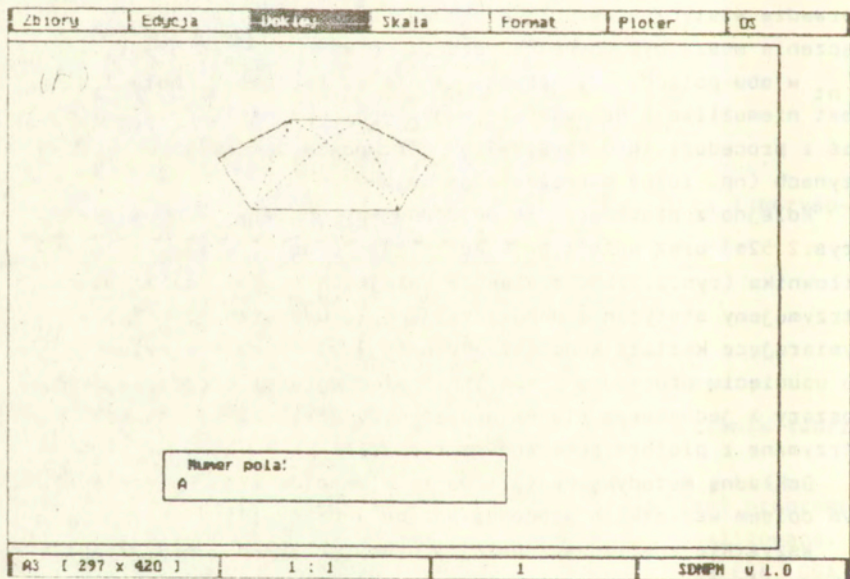
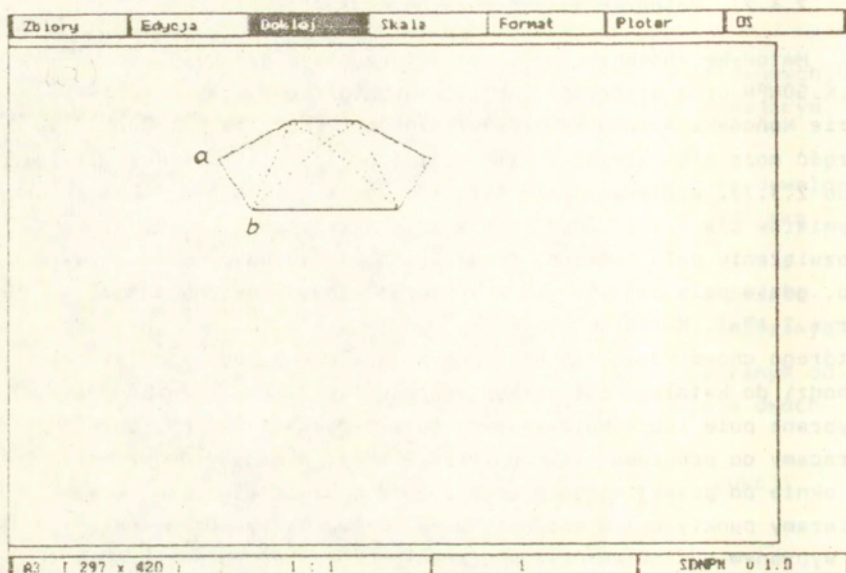
2.4.2. Metodyka automatycznego kształtowania

Metodykę automatycznego kształtowania za pomocą programu D.K.SDNPN oraz programów narzędziowych przedstawimy na przykładzie końcówki siłownika hydraulicznego (rys.2.13a,b). Górna jej część może się składać z kilku pól typu A lub B (por.pkt.2.3.6 lub 2.3.7). Wybieramy pole typu A o kącie $\alpha = 60^\circ$ i stosunku wymiarów $b/a = 1.8$. Jego rozwiązanie przedstawia rys.2.36. Po rozwiązaniu pola nakazaną opcją przechodzimy do programu głównego, gdzie pole pojawia się w wybranym miejscu ekranu monitora (rys.2.49a). Kursorem wybieramy punkty a i b odcinka pola, do którego chcemy dołączyć następne pola elementarne. Program przechodzi do katalogu pól elementarnych (rys.2.18). Rozwiązujemy wybrane pole lub wykorzystujemy gotowe rozwiązanie np. pola A. Wracamy do programu głównego (rys.2.49b), podajemy numer pola. W oknie po prawej stronie (rys.2.50a) pojawia się pole A. Wybieramy punkty c i d odcinka nowego pola, który chcemy połączyć z wybranym odcinkiem pola poprzedniego. Procedura połączenia automatycznie skaluje dołączane pole do już istniejącego oraz sprawdza statyczne warunki brzegowe (rys.2.50b). Na odcinku połączenia muszą być równe naprężenia normalne σ_n oraz styczne τ_{nt} w obu polach. Gdy warunki te nie są spełnione, połączenie jest niemożliwe i drukuje się odpowiedni komunikat (rys.2.51a), zaś z procedury INFO (rys.2.51b) otrzymujemy informacje o przyczynach (np. różne naprężenia normalne).

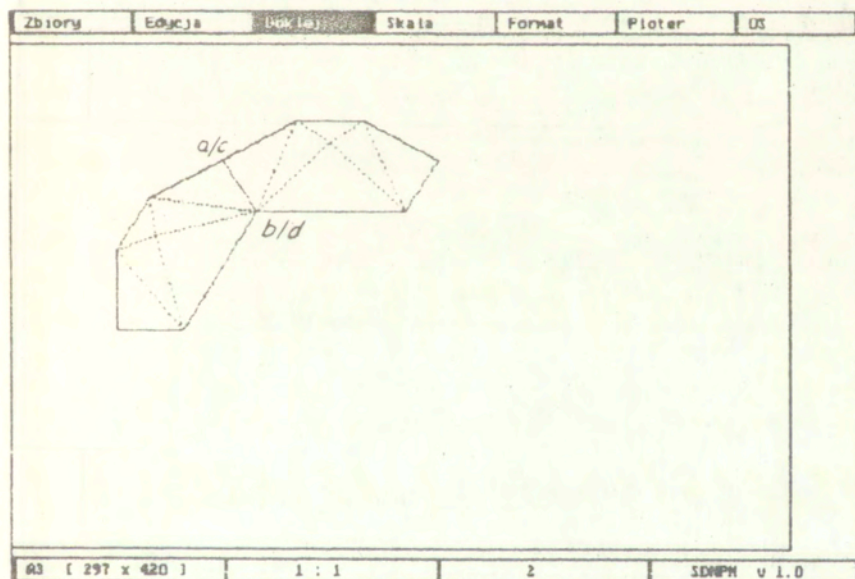
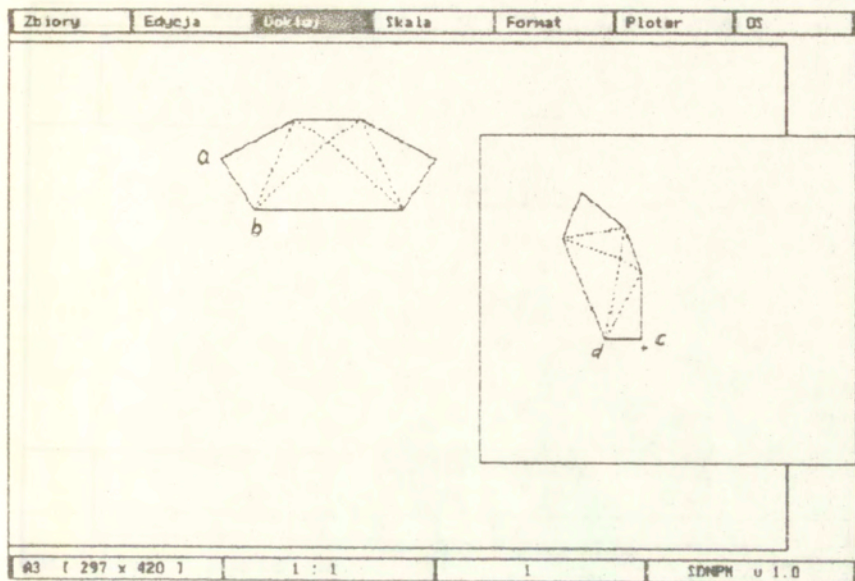
Kolejno z procedury JSN dobudowujemy obszary jednoosiowe (rys.2.52a) oraz pola typu C kształtującą dolną część końcówki siłownika (rys.2.52b). W efekcie kolejnych etapów kształtowania otrzymujemy statycznie dopuszczalne pole naprężeń (rys.2.53a) wymiarujące kształt końcówki. Rysunek 2.53b pokazuje sytuację po usunięciu procedurą LINIA linii nieciągłości rozdzielających obszary z jednakowym stanem naprężenia. Rozwiązania obu pól otrzymane z plotera pokazano na rys.2.54.

Dokładną metodykę kształtowania elementów wraz ze szczegółowym opisem wszystkich procedur podano w pracy [25].

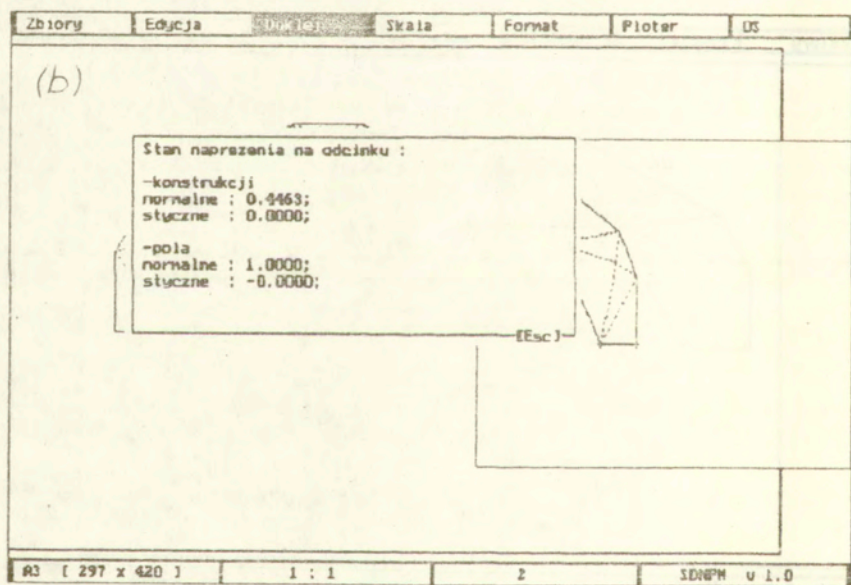
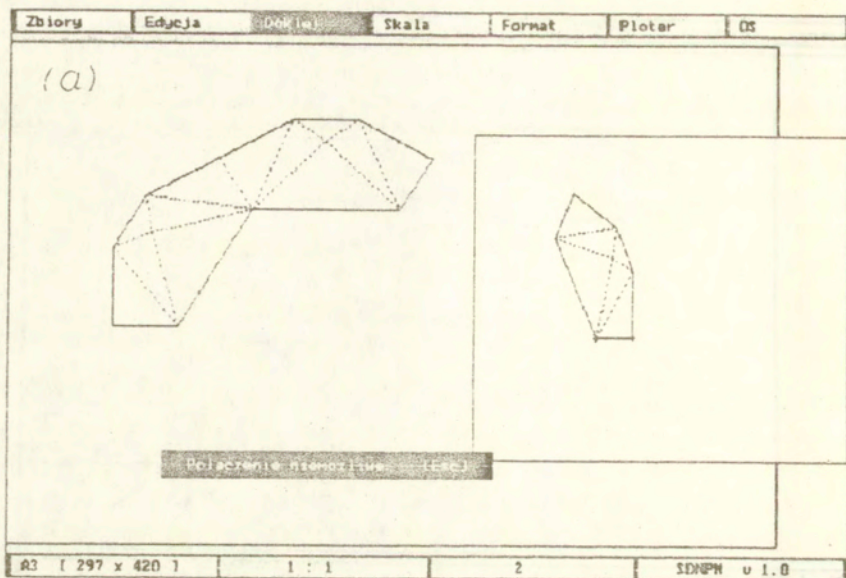
Wszystkie analizowane dalej w pracy przykłady powstały przy wykorzystaniu systemu automatycznego kształtowania. Rys.2.55 i



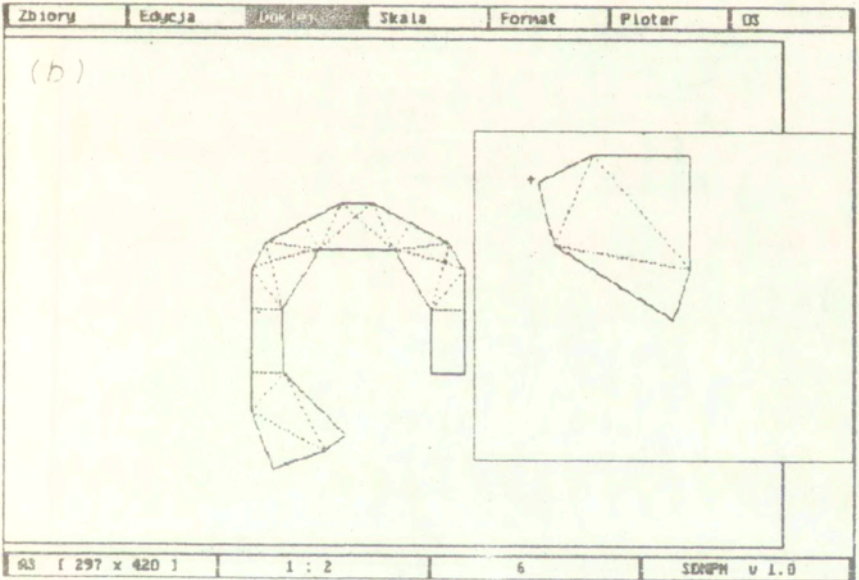
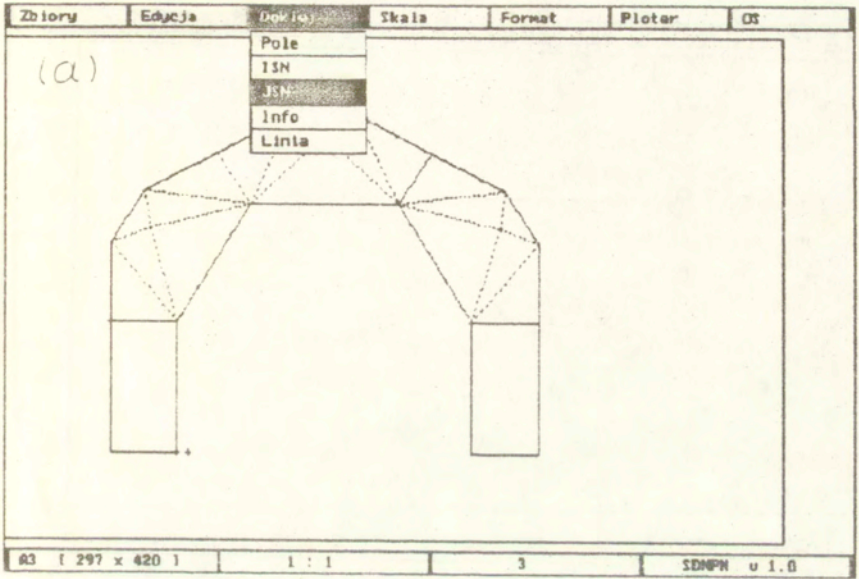
Rys. 2.49



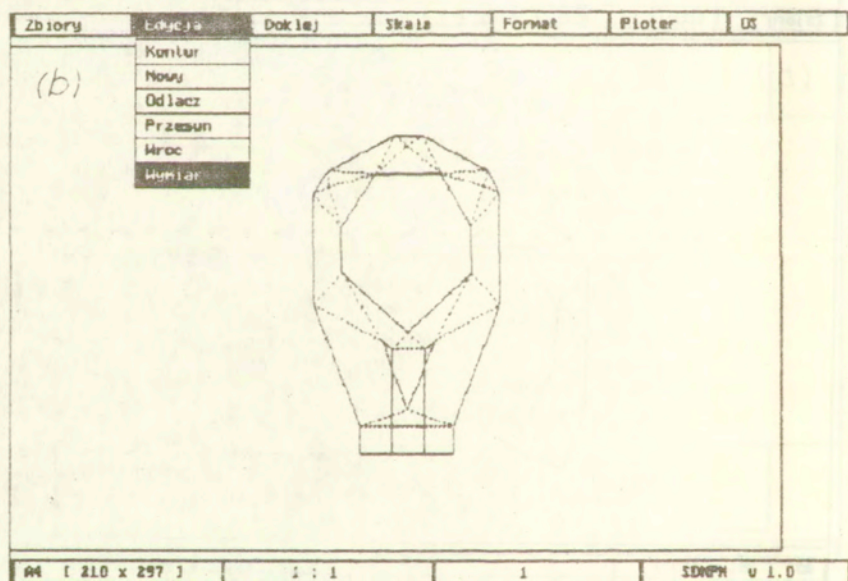
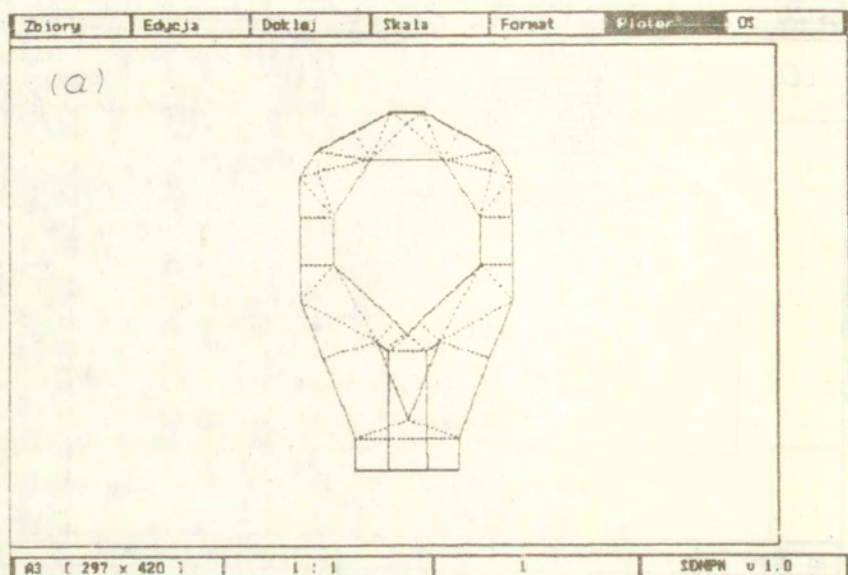
Rys. 2.50



Rys. 2.51

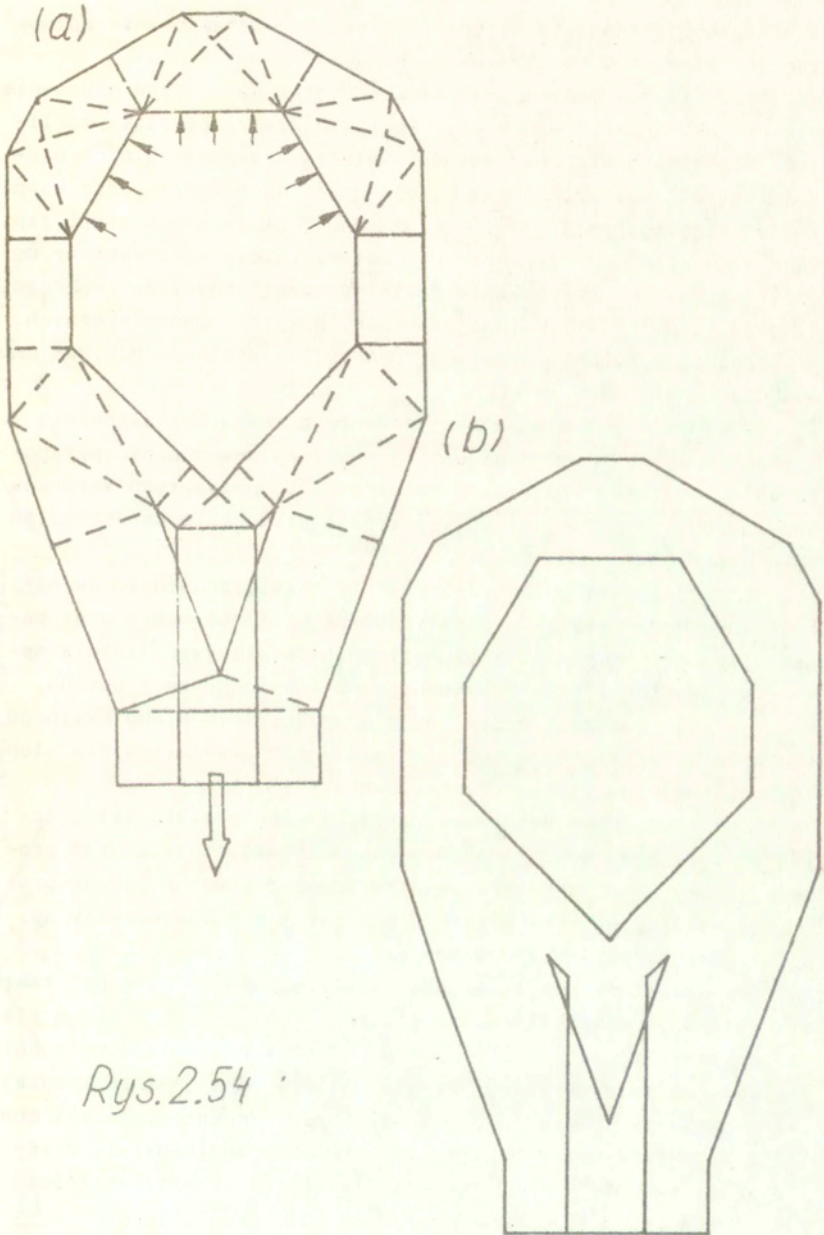


Rys. 2.52



Rys. 2.53

<http://rcin.org.pl>



Rys.2.54

2.56 pokazują charakterystyczne przykłady kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych.

Przygotowany pakiet programów pozwolił na znaczne usprawnienie procesu kształtowania oraz po raz pierwszy powstała możliwość ścisłego powiązania metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń z metodą elementów skończonych oraz komputerowo wspomaganym projektowaniem (CAD). Otrzymany kształt zapisany jako zbiór dyskowy może być automatycznie wykorzystany do obliczeń MES lub korygowania kształtu przez inżyniera (Robocad, Autocad, itp.) dla likwidacji lokalnych karbów geometrycznych.

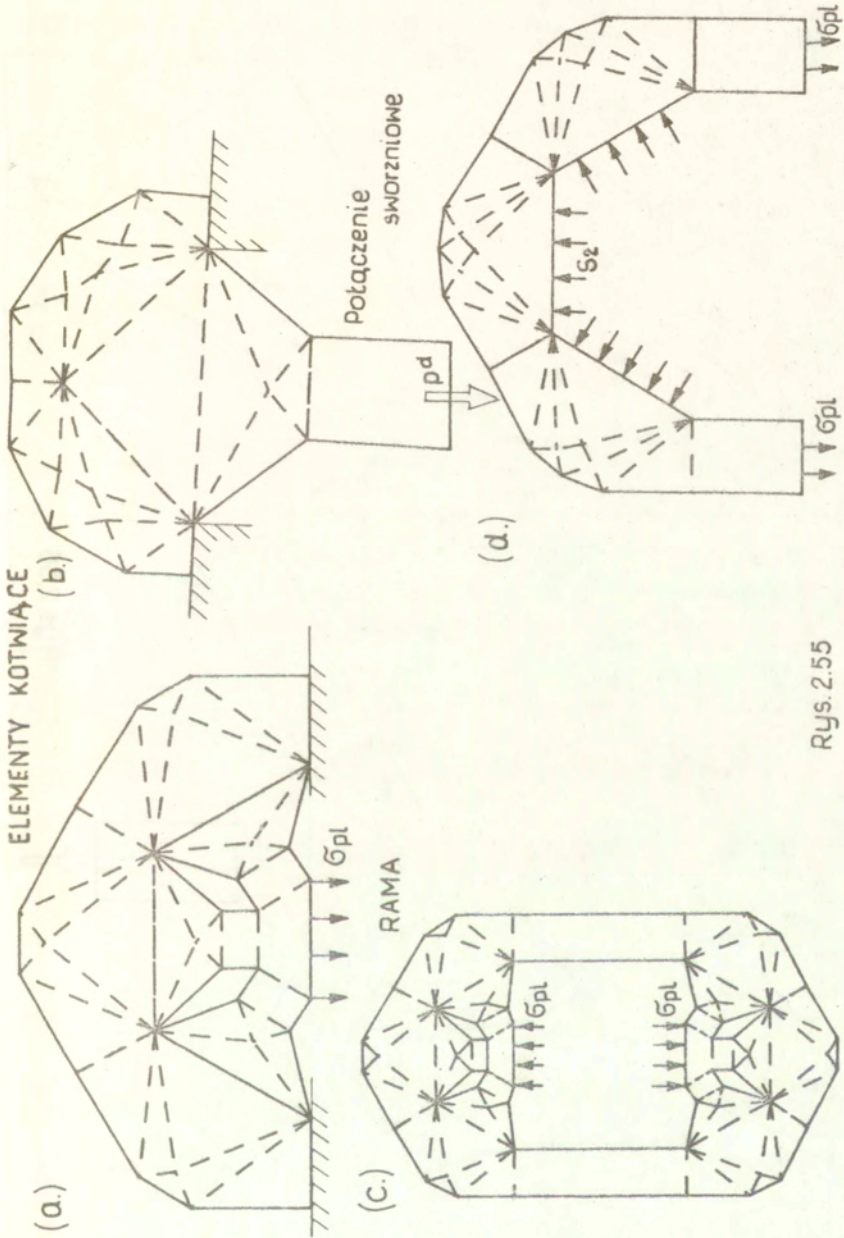
Program O.K.SDNPN może współpracować z systemem O.K.MES oraz ROBOCAD i AUTOCAD.

Kolejnym krokiem w automatyzowaniu procesu kształtowania elementów wg kryterium nośności granicznej powinno być przygotowanie programu, który by w zależności od przyjętych warunków brzegowych sam budował i optymalizował statycznie dopuszczalne pole naprężeń.

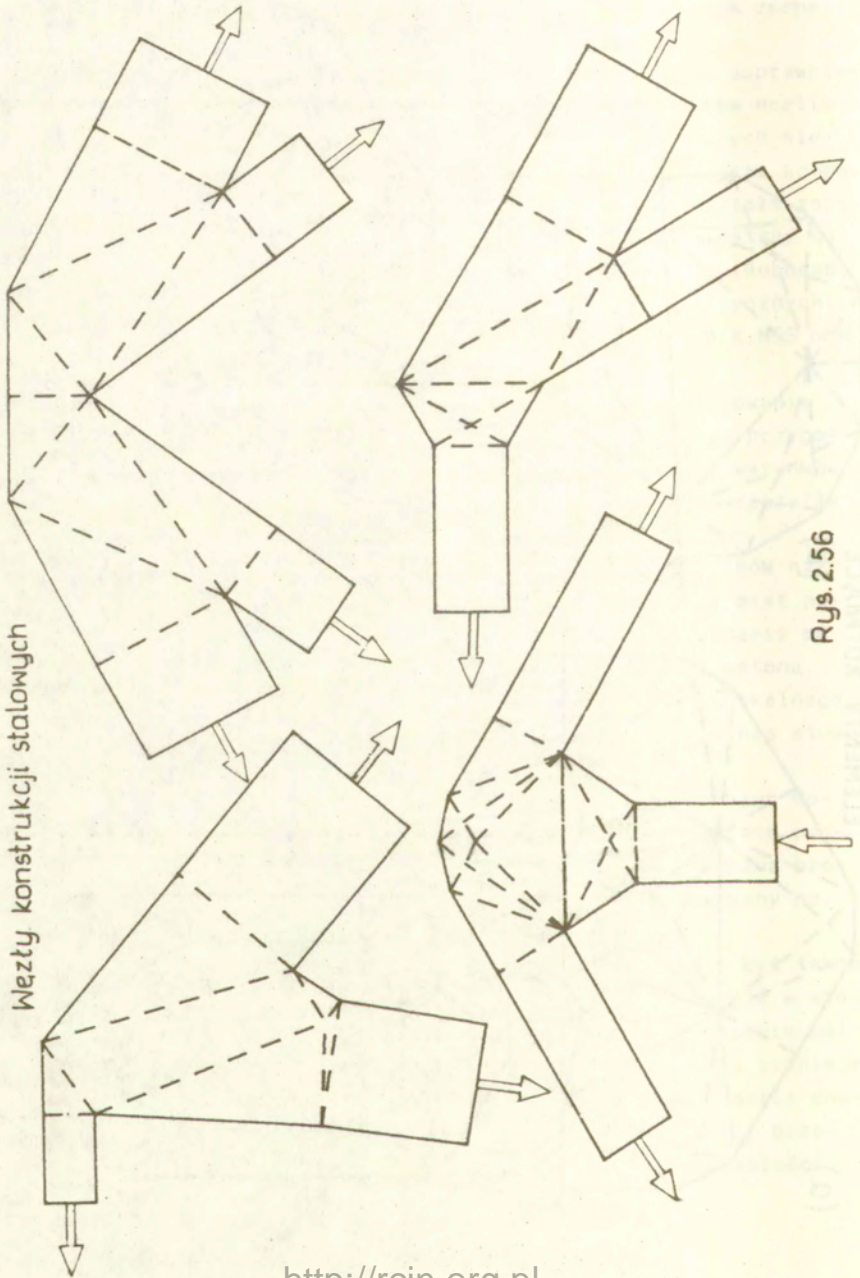
Istotną sprawą było przygotowanie rozwiązań programów narzędziowych dla warunków plastyczności Coulomba-Mohra oraz parabolicznego, co pozwala automatycznie rozwiązywać zadania mechaniki gruntów i skał oraz konstrukcji wykonanych z betonu. Na rys. 2.57 pokazano przykłady dla przecinania bloku skalnego (warunek paraboliczny $A = 0,8$; $B = 10$) oraz ukształtowania stopy słupa betonowego ($\varphi = 20^\circ$, $c = 10$ MPa).

Schemat blokowy programów narzędziowych pozwala łatwo dołączyć rozwiązania dla innych warunków plastyczności, zaś program główny O.K.SDNPN może współpracować z dowolną liczbą programów narzędziowych i może być sukcesywnie rozbudowywany np. o pola przedstawione w pracach [24,26].

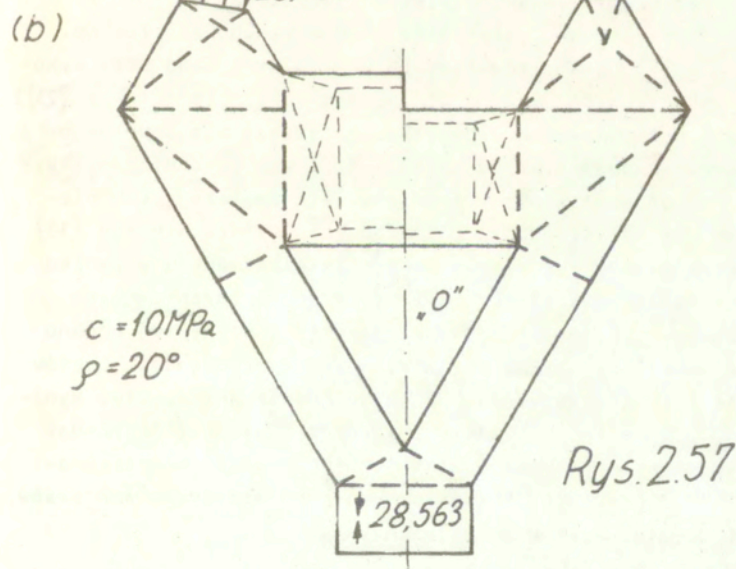
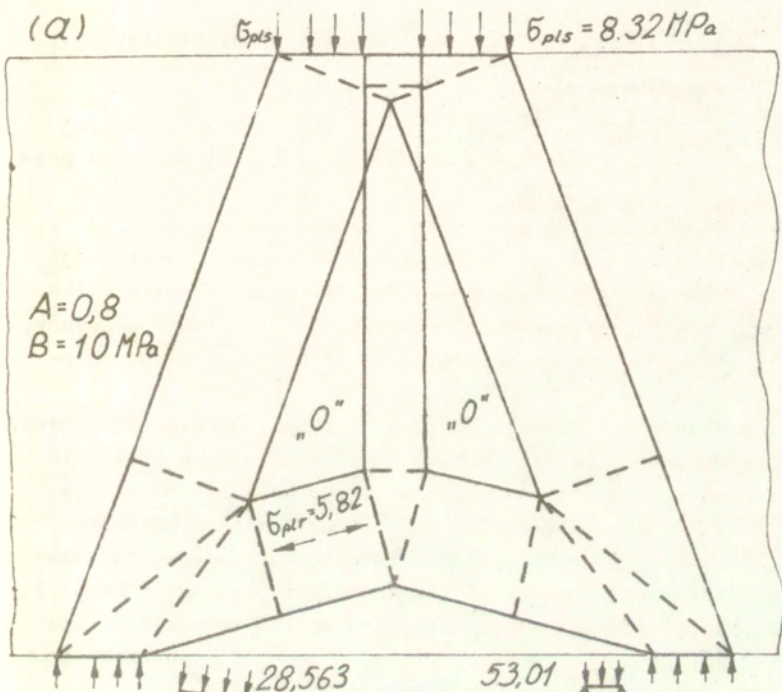
Przedstawiony pakiet programów narzędziowych może być także wykorzystany do kształtowania elementów znajdujących się w stanie czystego zginania [13,29] - po prostym przekształceniu pól naprężeń na pola momentów. Prosta analiza pokazuje, że istnieje pełna analogia rozwiązań podstawowych pól momentów, jeżeli chodzi o parametry geometryczne. Jedynie naprężenia należy przeliczyć na momenty wg podstawowych zależności z wytrzymałości materiałów (por. [13]).



Rys. 2.55



Rys. 2.56



3. Metodyka kształtowania węzłów konstrukcji stalowych

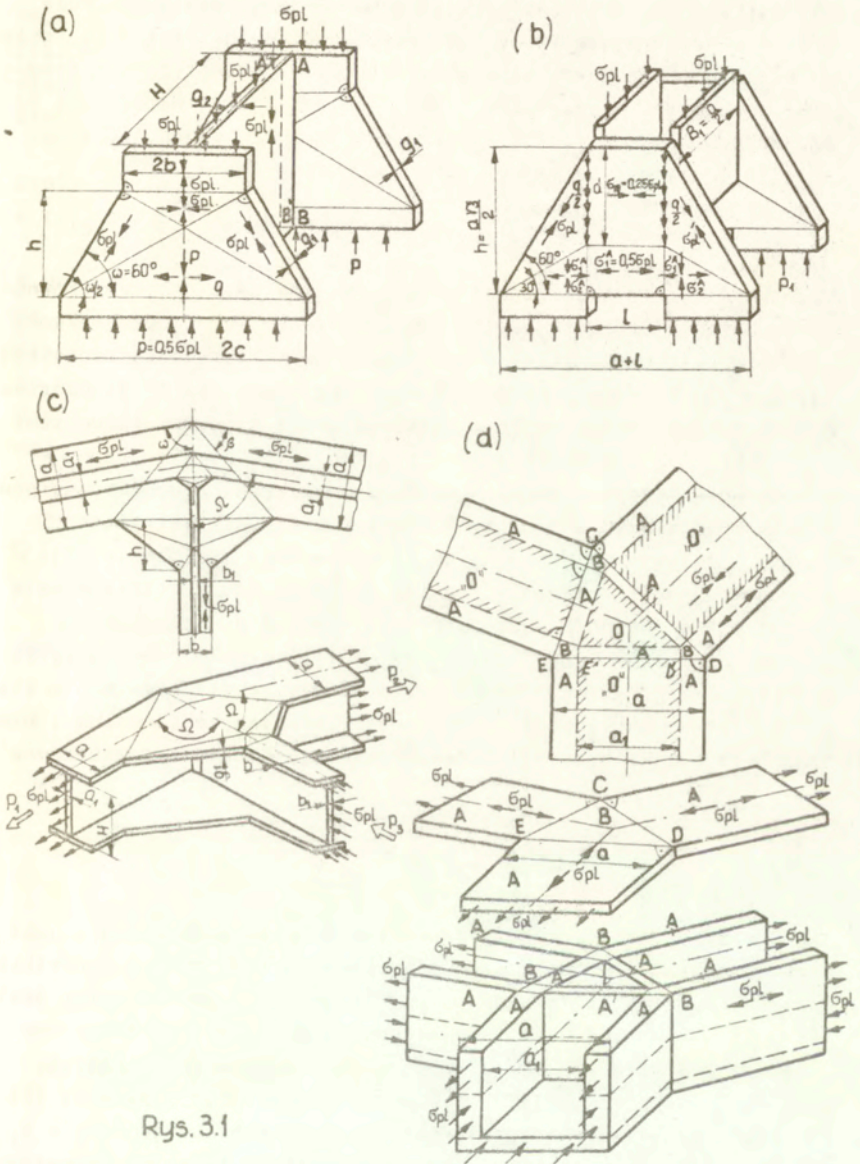
3.1. Wprowadzenie

Metodykę kształtowania różnorodnych konstrukcji o zwartej budowie na podstawie kryterium nośności granicznej podano w pracach [13,15]. Przedstawiony w pkt.2.3 i 2.4 pakiet programów komputerowych pozwala na automatyzację tego procesu.

W ramach niniejszej pracy zajmiemy się węzłami konstrukcji stalowych i konstrukcjami blachownicowymi. Węzeł łączący kilka zbiegających się prętów (pasów) powinien być tak zaprojektowany, aby był wytężony w takim samym stopniu co pręty do niego zbiegające.

Zastosowanie MES pozwala obliczyć rozkłady naprężeń i innych wielkości w zaproponowanym konkretnym rozwiązaniu, a następnie metodą kolejnych przybliżeń korygować jego kształt. Podejście to nie gwarantuje w ostatecznym efekcie optymalnego kształtu węzła. Istotne jest zatem posiadanie metody prawidłowo określającej wstępny kształt węzła. Stosując metodę omawianą w rozdz.2 można otrzymać rozwiązania różnorodnych węzłów konstrukcji stalowych. Takie podejście pozwala określić nośność graniczną węzła oraz wyznaczyć współczynnik bezpieczeństwa elementu.

Prace w tym kierunku były rozwijane od wielu lat. Tak np. w pracach [30,32] podano rozwiązania węzłów otrzymane przy wykorzystaniu podstawowych układów pól elementarnych (por.także [23]). W pracy [31] przedstawiono algorytm rozwiązania dla dowolnego węzła integrującego dwa pręty (pasy): ściskany i rozciągany. Wyniki obliczeń przedstawiono w formie tablic zawierających niezbędne dane dla kształtowania różnorodnych węzłów. W pracy [33] przedstawiono metodę kształtowania węzłów otrzymanych w wyniku tensorowego nakładania różnych pól naprężeń reprezentowanych przez podstawowe układy linii nieciągłości. W pracy tej podano też zasady tworzenia węzłów przestrzennych o przekrojach prętów w kształcie rury prostokątnej, ceownika, dwuteownika, itp. Wyniki własnych prac autor przedstawił w rozdz.4 pracy [23]. Podał tam metodykę tworzenia węzłów płaskich (por.rys.2.56) otrzymanych z pól elementarnych, węzłów o dowolnych szerokościach pasów, węzłów typu K oraz węzłów przestrzennych.



Rys. 3.1

Rysunek 3.1 pokazuje przykłady uzyskanych rozwiązań. Pole naprężeń wymiarujące stopę słupa dwuteownikowego (rys.3.1a) składa się z płyt bocznych zwymiarowanych przez pole typu D i środka ściskanego naprężeniami $\bar{\sigma}_{p1}$ (pole G). Stan naprężenia na płaszczyźnie nieciągłości ABB'A' jest statycznie dopuszczalny. Nośność słupa będzie zatem równa (wg oceny dolnej)

$$(3.1) \quad Q^d = \bar{\sigma}_{p1} (4g_1 b + g_2 H).$$

Widzimy więc, że odpowiednio ze sobą zestawiając będące w równowadze płaskie elementy węzłów możemy uzyskać węzeł przestrzenny

Kolejny przykład (rys.3.1b) przedstawia stopę połączenia kotwiącego dwa pionowe poprzeczne pasy. Obciążenie na płyty oporowe przenoszą dwie płyty czołowe. Oddziaływania pomiędzy elementami przenoszone są przez naprężenia styczne.

Rysunek 3.1c przedstawia węzeł przestrzenny zbudowany na podstawie pola elementarnego typu 1 (rys.2.20). Kształt górnej i dolnej półki wynika z pola typu 1 zbudowanego dla danego kąta Ω i założonej szerokości a. Środniki dwuteowników kształtuje pole geometryczne podobnie narysowane dla wymiaru podstawowego a. Łącząc oba rozwiązania, otrzymujemy kształt analizowanego węzła. Oceniając jego budowę, widzimy (rys.3.1c), że dla otrzymania stanu plastycznego płynięcia konieczne było poszerzenie półek i środka pasa ściskanego. Węzeł ten przeniesie siły graniczne równe

$$(3.2) \quad \begin{aligned} P_1 = P_2 &= \bar{\sigma}_{p1} (2ag_1 + Ha_1), \\ P_3 &= \bar{\sigma}_{p1} (2bg_1 + Hb_1). \end{aligned}$$

Gdy pręty mają przekrój zamknięty, sposób postępowania jest nieco inny [33]. Rysunek 3.1d pokazuje węzeł, w którym wszystkie pasy są rozciągane. Pole naprężeń dla górnej i dolnej półki jest elementarne (w $\triangle EDC$ - stan wszechstronnego równomiernego rozciągania naprężeniami $\bar{\sigma}_{p1}$). Pionowe ścianki węzła określimy nakładając na pole wymiarujące półki, geometrycznie podobne (linia przerywana) pole różniące się szerokościami pasów ($D'E' = a_1$) oraz o przeciwnych znakach sił obciążających. W wyniku tensorowego dodawania otrzymamy pole naprężeń kształtujące ścianki pionowe węzła. W obszarach A mamy stan jednoosiowego rozciągania naprężeń

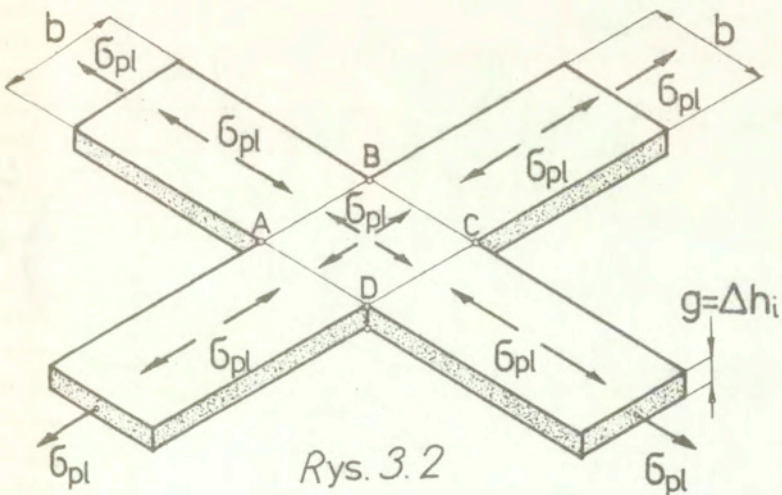
niami σ_{pl} , zaś w obszarach B stan wszechstronnego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{pl} . Z obszarów wolnych od naprężeń "0" usuwamy materiał. Tak ukształtowany węzeł w pełni wykorzystuje nośność pasów, wymaga jednak przepon łączących pionowe ścianki węzła.

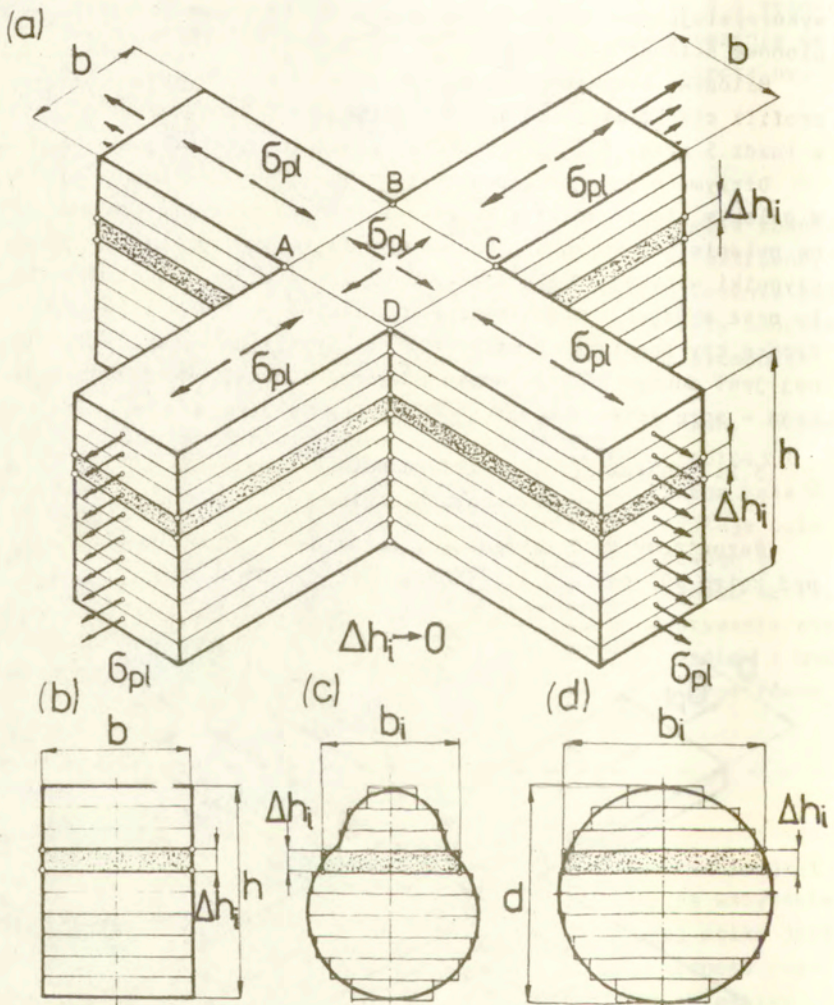
Metodykę kształtowania węzłów przestrzennych wykonanych z profili cienkościennych szeroko przedstawił W. Bodaszewski w rozdz. 5 pracy [23] i nie będziemy jej tutaj rozwijali.

Otrzymane pola naprężeń kształtują wstępnie elementy węzłów. W dalszym etapie analizy wytrzymałościowej należy odpowiedzieć na pytanie jak korygować kształt węzła ze względu na dodatkowe czynniki wynikające z charakteru obciążenia, własności materiału oraz wymagań technologicznych. Istotne jest również stwierdzenie czy rozwiązanie otrzymane wg kryterium nośności granicznej jest dobrym przybliżeniem wstępnego kształtu węzła pracującego w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy.

3.2. Kształtowanie węzłów o osiowo-symetrycznych przekrojach prętów

Rozpatrzmy węzeł składający się z dwóch przecinających się pod kątem 90° pasów o szerokości b (rys. 3.2) i grubości Δh_1 .





Rys. 3.3

Oba pasy są rozciągane naprężeniami σ_{p1} . W obszarze ABCD panuje stan dwuosiowego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{p1} . Zakładając dla dostatecznie małego Δh_i płaski stan naprężenia i składając n takich węzłów (rys.3.3a), możemy otrzymać węzeł o danej wysokości h .

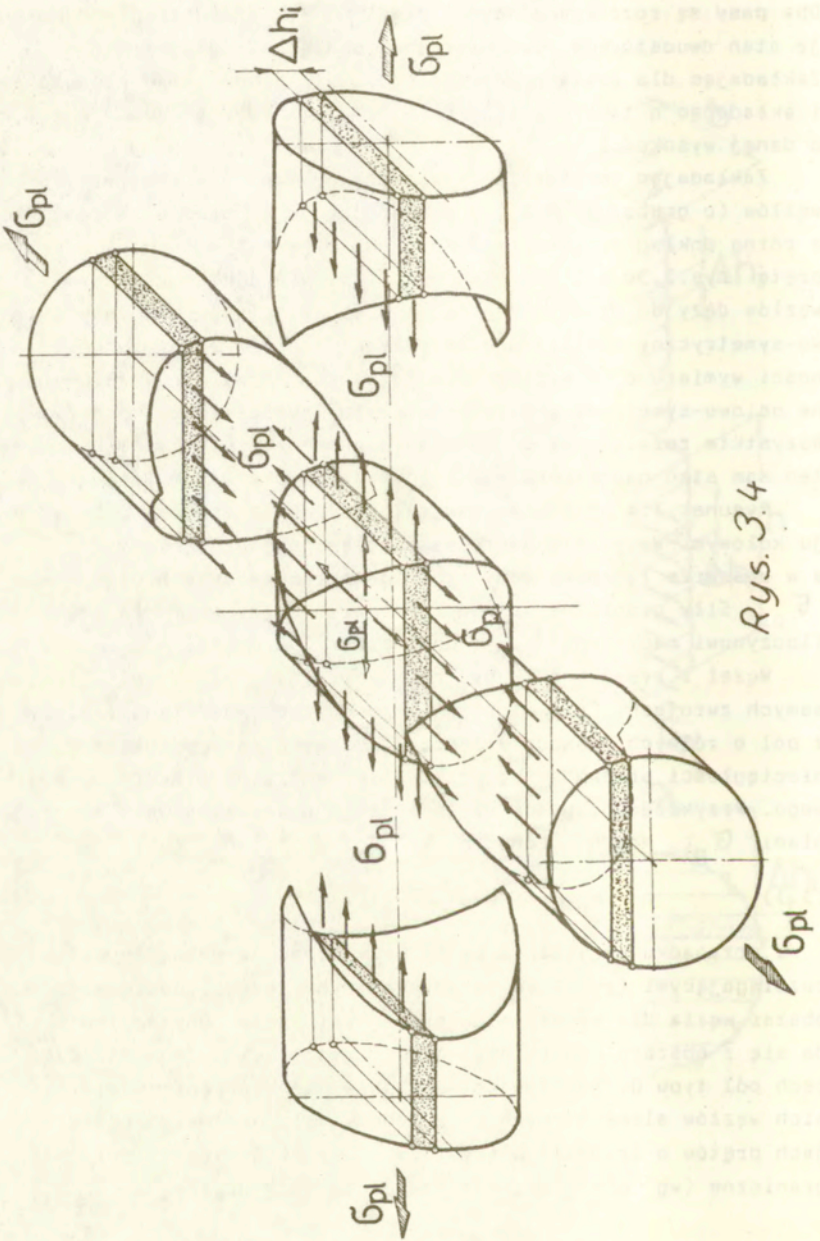
Zakładając teraz różną szerokość b_i takich elementarnych węzłów (o grubości Δh_i) i nakładając je na siebie, możemy z różną dokładnością opisać założony osiowo-symetryczny przekrój pręta (rys.3.3c,d). Gdy $\Delta h_i \rightarrow 0$, liczba płaskich rozwiązań węzłów dąży do nieskończoności i wiernie opisuje założony osiowo-symetryczny kształt prętów. Widać stąd, że zależnie od zmienności wymiaru b_i w węzłach elementarnych można otrzymać dowolne osiowo-symetryczne przekroje (koło, owal, elipsa) prętów. Wszystkie rozwiązania są do siebie geometrycznie podobne i mają ten sam stan naprężenia w porównywalnych obszarach [34].

Rysunek 3.4 przedstawia węzeł krzyżowy z prętami o przekroju kołowym. Wszystkie pręty są rozciągane naprężeniami σ_{p1} , a w obszarze łącznika mamy izotropowe rozciąganie naprężeniami σ_{p1} . Siły graniczne przenoszone przez pręty węzła są równe iloczynowi naprężeń σ_{p1} i pola przekroju pręta.

Węzeł z rys.3.4 może być również zginany momentami o takich samych zwrotach. Pole naprężeń przenoszące momenty składa się z pól o różnych znakach sił przedzielonych poziomą płaszczyzną nieciągłości przechodzącą przez osie centralne przekroju kołowego. Przykładowo, górna część przekroju ściskana jest naprężeniami σ_{p1} . Moment graniczny wyznaczmy zatem z zależności

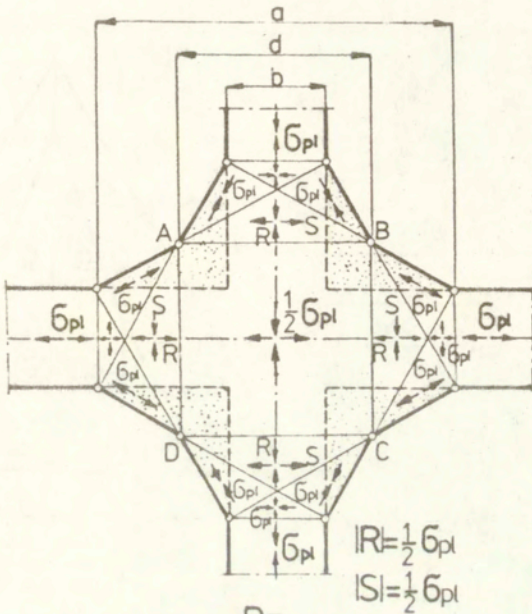
$$(3.3) \quad M_{p1} = \pi d^2 a \sigma_{p1} / 8.$$

W przypadku obciążenia węzła krzyżowego na przemian siłami rozciągającymi (rys.3.5a) i ściskającymi, należy powiększyć obszar węzła dla wykorzystania nośności pasów. Obszar ten składa się z obszaru centralnego ABCD (czyste ścinanie) oraz czterech pól typu D. Nakładając na siebie nieskończenie wiele płaskich węzłów elementarnych otrzymano węzeł o kołowych przekrojach prętów o średnicy b (rys.3.5b). Węzeł ten przeniesie siły graniczne (wg oceny dolnej) równe nośności prętów.

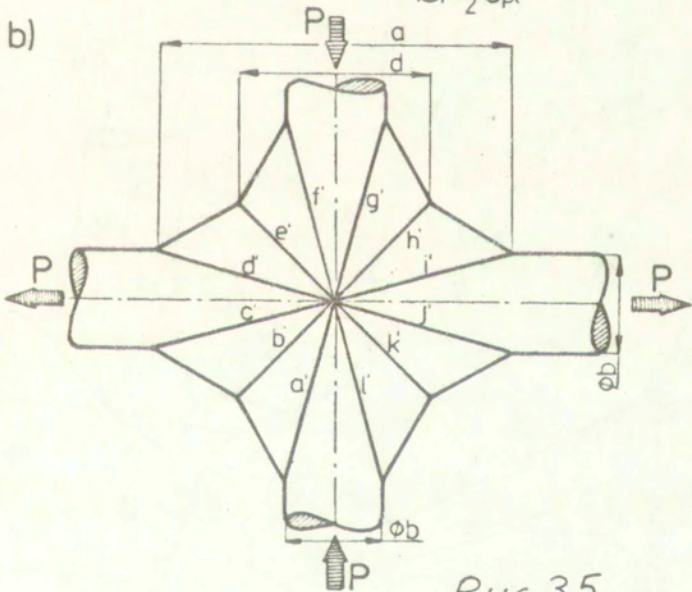


Rys. 3.4

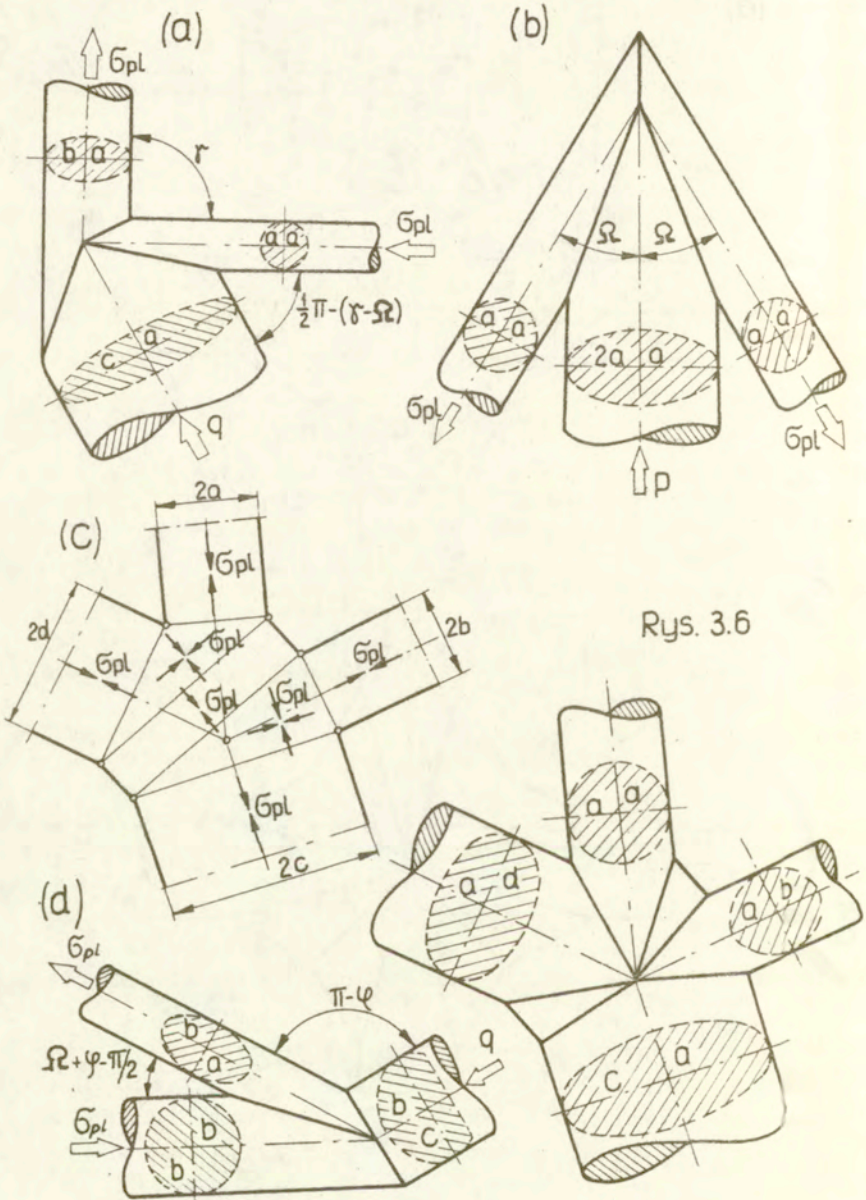
(a)



(b)



Rys. 3.5



Rys. 3.6

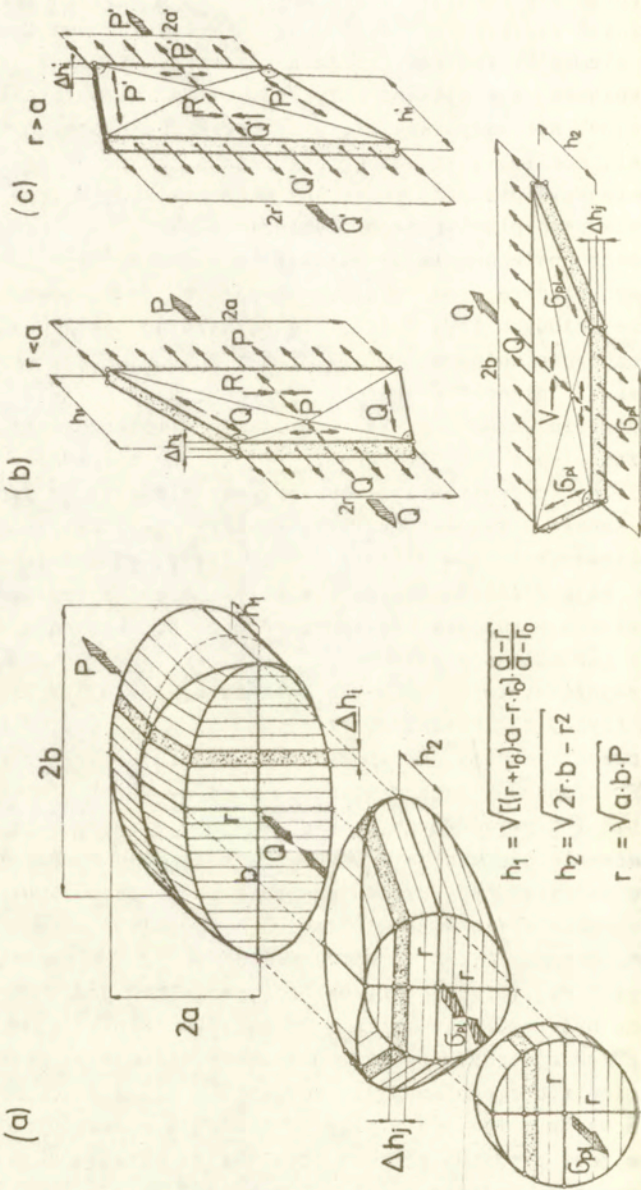
Rysunek 3.6 pokazuje przykłady węzłów o pełnych osiowo-symetrycznych przekrojach prętów. Są to węzły zbudowane na podstawie elementarnych pól naprężeń. Charakterystyczne jest to, że tylko jeden z prętów ma przekrój kołowy, pozostałe zaś są eliptyczne. Nie wszystkie pręty są obciążone naprężeniami granicznymi, możliwa jest zatem modyfikacja ich przekroju. Należy tak zmniejszyć przekrój pręta aby miał przekrój kołowy i panował w nim stan plastycznego płynięcia.

Sposób postępowania przedstawiono w pracy [34]. Przejścia z jednego przekroju na drugi dokonujemy za pomocą dwóch elementów przejściowych (rys.3.7a), nie naruszając obszaru węzła. Średnica pręta kołowego ($2r$) wynika z równowagi statycznej pręta. Pierwszy element przejściowy przekształca np. dla $r < a$ przekrój eliptyczny ($2b, 2a$) w przekrój eliptyczny ($2b, 2r$), drugi zaś elipsę ($2b, 2r$) w przekrój kołowy o średnicy $2r$. Rysunki 3.7b,c przedstawiają używane pola elementarne typu D.

Na koniec pokażemy (rys.3.8) dwa przykłady ostatecznego ukształtowania węzłów z rys.3.6 (por.[34]). Wszystkie pręty węzłów mają przekrój kołowy i w całym obszarze występuje stan plastycznego płynięcia. Węzły takie mogą być wykonane w formie odkuwki lub odlewu stalowego.

Przejdziemy teraz do kształtowania węzłów o przekrojach rurowych (rys.3.9). Płaski węzeł elementarny służący do budowania węzła przestrzennego otrzymamy, nakładając na węzeł z rys.3.2 (szerokość pasów b_1) geometrycznie podobny węzeł o szerokości pasów b_1^* i o przeciwnych znakach sił obciążających (rys.3.9a). Po zsumowaniu obu stanów i usunięciu materiału z obszarów wolnych od naprężeń "0", uzyskujemy pole elementarne. Składając nieskończenie wiele węzłów płaskich o odpowiednich szerokościach b_1 i b_1^* , otrzymamy węzeł krzyżowy dwóch prętów o przekroju rurowym (rys.3.9b). Grubość ścianki rury może być dowolna. Węzeł ten może być rozciągany siłami granicznymi wynikającymi z nośności przekroju rurowego. Przeniesienie sił granicznych wymagało istnienia przepon wewnątrz węzła.

Dla węzła z rys.3.5 w przypadku prętów rurowych pole podstawowe jest bardziej złożone (rys.3.10). Otrzymano je w wyniku tensorowego nakładania dwóch pól naprężeń (por.[34]) wg zasad podanych na rys.3.9. Składając nieskończenie wiele płaskich

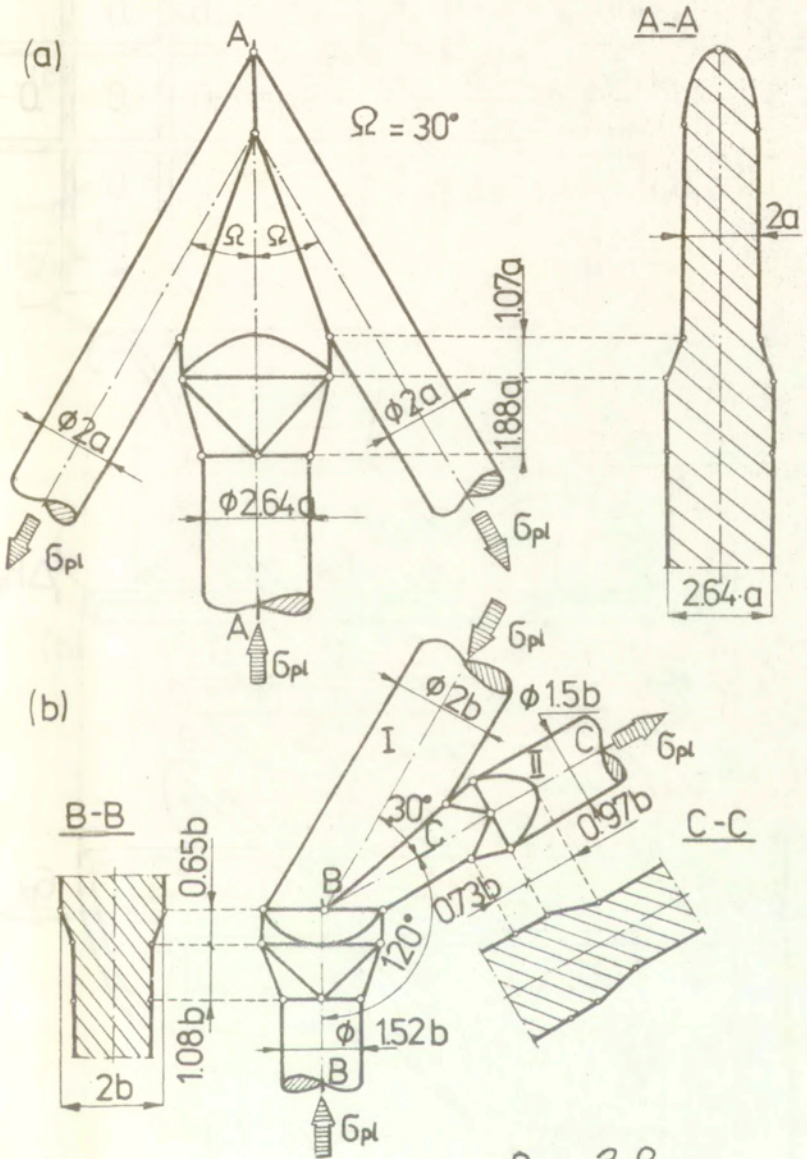


$$h_1 = \sqrt{[(r+r_0)a - r \cdot b] \frac{Q - F}{Q - F_0}}$$

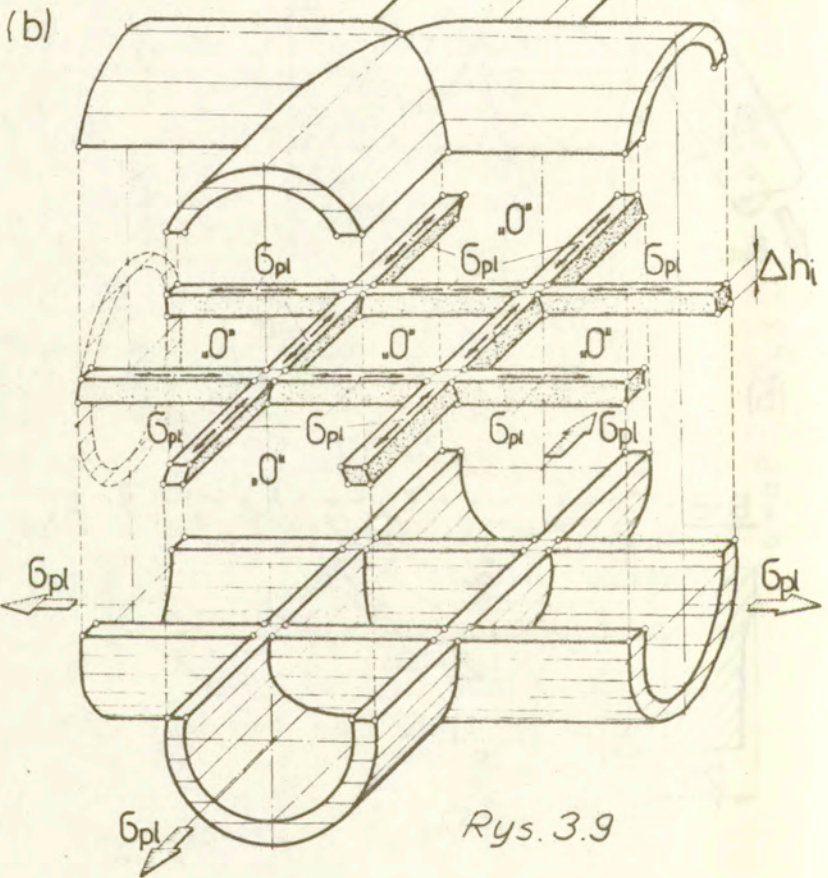
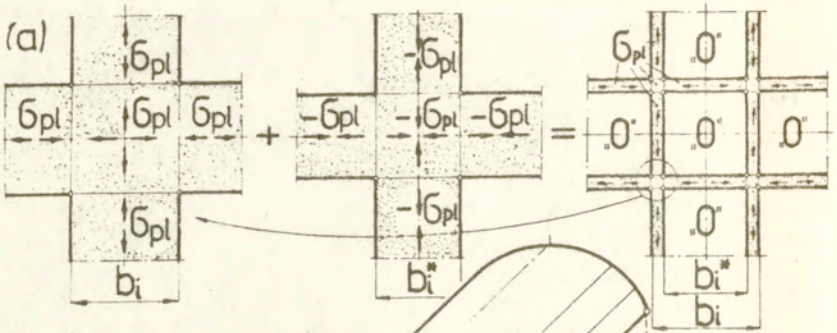
$$h_2 = \sqrt{2r \cdot b - r^2}$$

$$r = \sqrt{a \cdot b \cdot P}$$

$r_0 = a \cdot P$ Rys. 3.7



Rys. 3.8



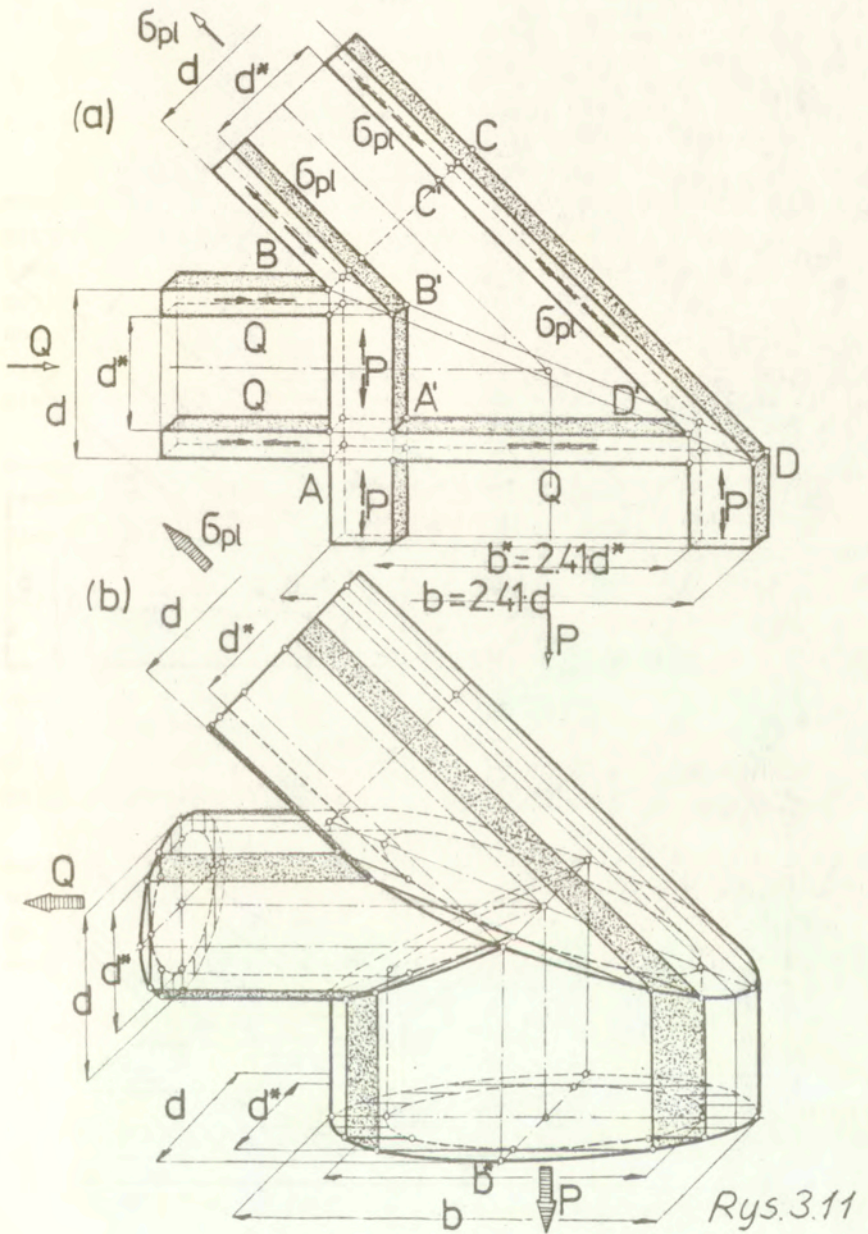
Rys. 3.9

rozwiązań, otrzymamy węzeł o rurowym przekroju prętów, którego zewnętrzne kontury są zgodne z rys.3.5. Jedyne wewnątrz łącznika powstało pięć obszarów zerowych, z których środkowy zbliżony jest do kuli. Wykonanie takiego węzła jest możliwe przy wykorzystaniu najnowszych technik odlewniczych. Ostatecznie można wykonać łącznik pełny i do niego przyspawać rury.

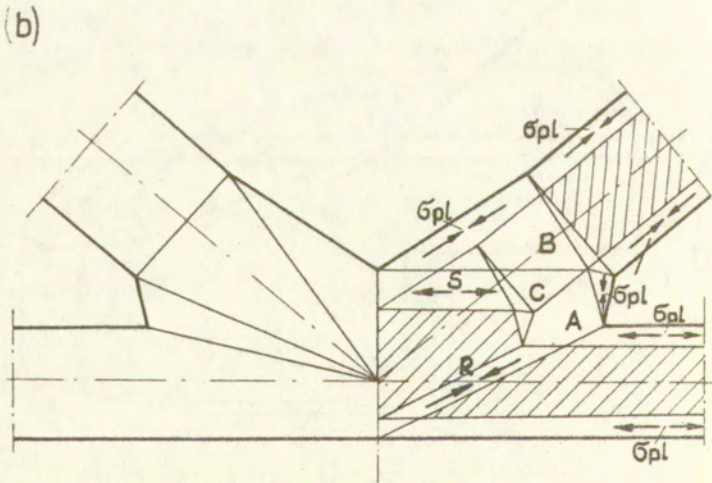
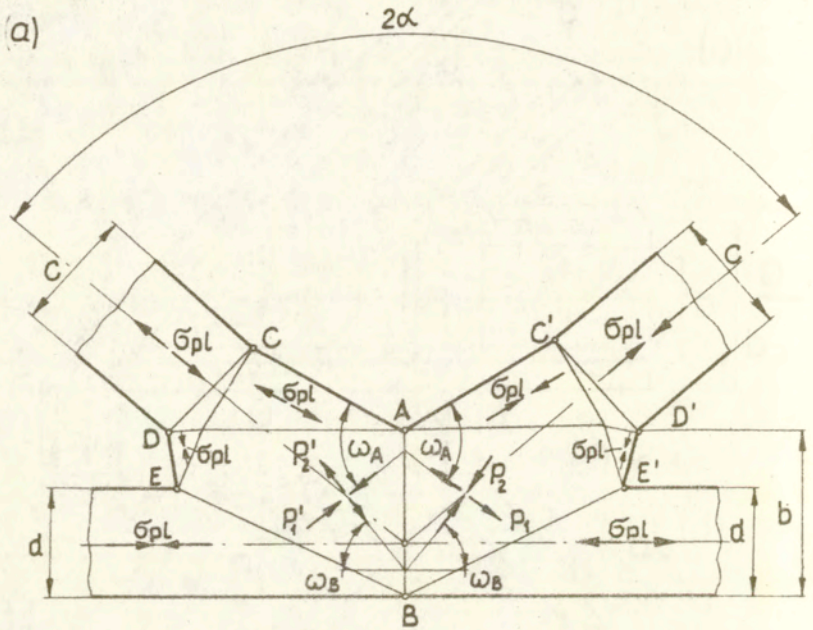
Następnie przedstawiono rozwiązanie dla węzła trzyprętowego zbudowanego na bazie układu typu 2 (por.pkt.2.3.3). Rysunek 3.11a pokazuje pole podstawowe, zaś rys.3.11b uzyskany węzeł o przekroju rurowym prętów z przeponami wewnątrz węzła.

Stosując omawianą metodę można kształtować różnorodne węzły o dowolnym położeniu prętów i znakach sił obciążających. Należy tylko zbudować odpowiednie dla danego przypadku płaskie statycznie dopuszczalne pole naprężeń, w którym osie pasów przecinają się w jednym punkcie. Dla powszechnie stosowanych węzłów typu K [23] pola elementarne kształtujące węzły osiowo-symetryczne pokazano na rys.3.12.

Przedstawiona metodyka pozwoliła na kształtowanie węzłów przestrzennych przy wykorzystaniu płaskich elementarnych pól naprężeń otrzymanych np. z programu O.K.SDNPN. Można otrzymać szereg praktycznie ważnych rozwiązań oraz wskazać, które z nich pozwalają na pełne wykorzystanie nośności prętów. Zaproponowana metoda "sklejania" rozwiązania węzła przestrzennego z nieskończenie wielu płaskich elementów, w których założono płaski stan naprężenia, wymaga przeprowadzenia weryfikacji obliczeniowej i doświadczalnej obejmującej sprężysty i sprężysto-plastyczny stan pracy węzła.



Rys. 3.11



Rys. 3.12

3.3. Metodyka kształtowania węzłów na przykładzie pewnego typu węzłów czteropasowych

3.3.1. Kształtowanie wg kryterium nośności granicznej

Mimo uzyskania rozwiązań dla wielu typów węzłów brak było racjonalnej metody pozwalającej kształtować węzły o czterech pasach na przemian ściskanych i rozciąganych. Autor przedstawił taką metodykę w pracach [35,36]. W ramach niniejszej pracy przygotowano program automatyzujący proces kształtowania wraz z wyborem węzła optymalnego (minimum ciężaru dla przenoszenia zadanych sił granicznych). Stanowi on następne pole narzędziowe dla programu O.K.SDNPN (por.rozdz.2).

Istota zaproponowanego sposobu postępowania polega na budowaniu węzła, poczynając od prostokątnego obszaru centralnego (rys.3.13) będącego pewnym szczególnym przypadkiem pola typu G. Obszar centralny jest połączony z pasami ściskanymi (JS) i rozciąganymi (JR) za pomocą pól typu D lub D1. Tak ukształtowane węzły zapewniają pełne wykorzystanie nośności materiału pasów. W zależności od wartości naprężeń p_1 i p_2 spełniających przyjęty warunek plastyczności, można otrzymać węzły o różnej powierzchni obszaru łączącego.

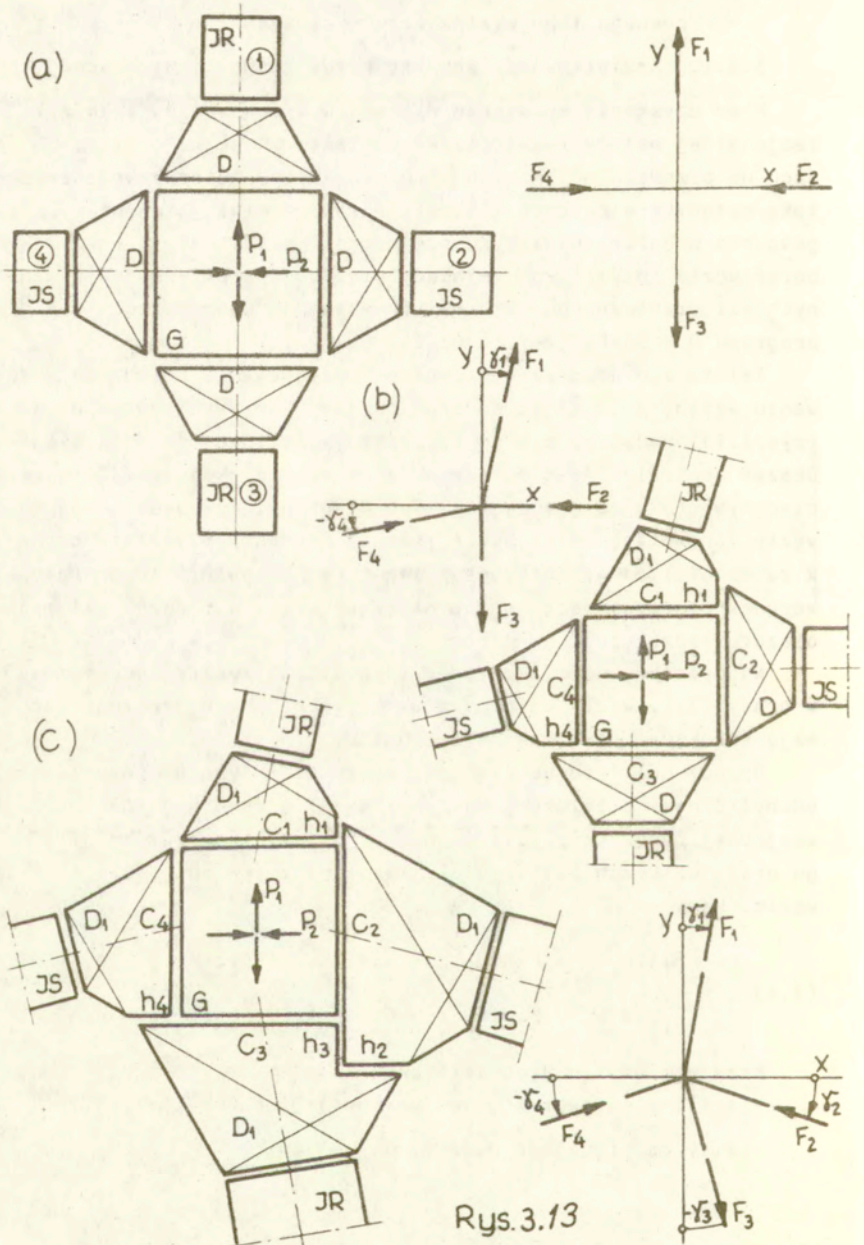
Najprostszy węzeł krzyżowy (rys.3.13a) został zaproponowany w pracy [32]. Węzły czteropasowe o dwóch pasach prostopadłych mają strukturę pokazaną na rys.3.13b.

Oprócz pól typu D, wystąpić muszą pola typu D1 pozwalające odchylić pasy o założony kąt δ . Węzeł o dowolnej konfiguracji wzajemnej pasów (rys.3.13c) zbudowany jest z obszaru centralnego oraz czterech pól typu D1. Rozpatrzmy równowagę sił w takim węźle. Mamy

$$(3.4) \quad \begin{aligned} F_1 \sin \delta_1 + F_2 \cos \delta_2 - F_3 \sin \delta_3 - F_4 \cos \delta_4 &= 0, \\ F_1 \cos \delta_1 - F_2 \sin \delta_2 - F_3 \cos \delta_3 + F_4 \sin \delta_4 &= 0. \end{aligned}$$

Przyjęto następujące założenia:

- analizujemy węzeł o jednostkowej grubości ($h=1,0$),
- siły rozciągające uważamy za dodatnie,



Rys. 3.13

- kąty odchylenia kierunku sił od osi układu xoy (δ_i) uważamy za dodatnie, gdy obrót od osi układu do osi pręta jest zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara.

Ponieważ we wszystkich pasach mamy stan plastycznego pływnięcia ($F_i = b_i h \bar{\sigma}_{pl}$), to możemy napisać tożsamy układ

$$(3.5) \quad \begin{aligned} b_1 \sin \delta_1 + b_2 \cos \delta_2 - b_3 \sin \delta_3 - b_4 \cos \delta_4 &= 0, \\ b_1 \cos \delta_1 - b_2 \sin \delta_2 - b_3 \cos \delta_3 + b_4 \sin \delta_4 &= 0. \end{aligned}$$

Gdy równania (3.4) lub (3.5) są spełnione, obszar węzła wynikający z rozwiązań czterech zestawionych pól typu D i D1 będzie zamknięty i tożsamy z przyjętym obszarem centralnym. Wymiary charakterystyczne c_i i h_i tych pól (por. rys. 2.41a i 2.42a) zależne od siły F_i , szerokości b_i oraz naprężeń $\bar{\sigma}^{(i)}$ muszą spełniać równania

$$(3.6) \quad c_1 - (h_2 + c_3 - h_4) = 0,$$

$$h_1 - (c_2 + h_3 + c_4) = 0,$$

gdzie

$$b_i = |F_i / \bar{\sigma}|,$$

$$(3.7) \quad h_i = b_i \sin(-\delta_i) \left| \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}^{(i)}} \right|,$$

$$c_i = b_i \cos(-\delta_i) \left| \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}^{(i)}} \right|.$$

W równaniach (3.6) i (3.7) naprężenia $\bar{\sigma}$ przyjmujemy równe $\bar{\sigma}_{plr}$ lub $\bar{\sigma}_{pls}$ zależnie od znaku siły obciążającej pręt.

Przykładowo dla węzła z rys. 3.13c równania (3.6) mają postać

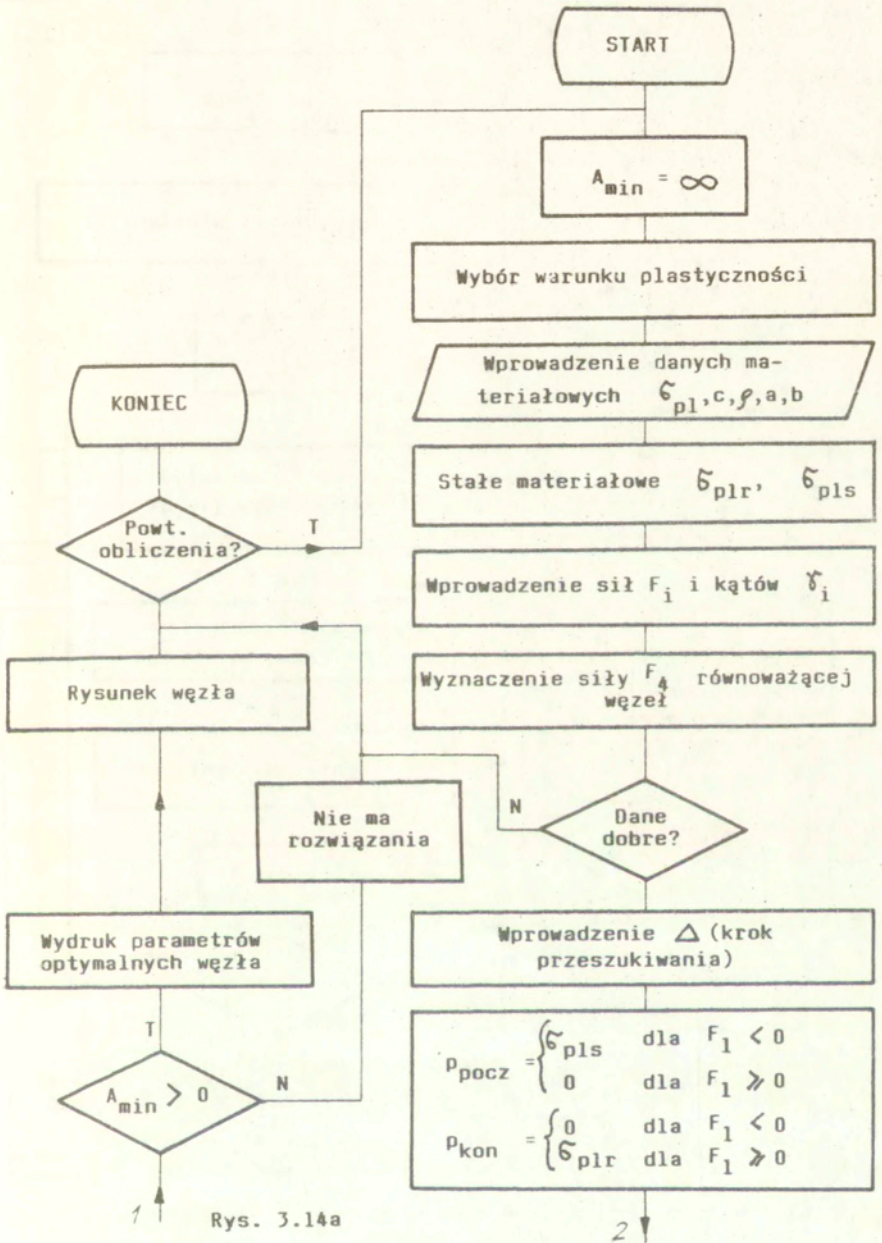
$$(3.8) \quad \begin{aligned} c_2 - h_1 - h_3 &= c_4, \\ c_3 - h_2 - h_4 &= c_1. \end{aligned}$$

Algorytm rozwiązania pola typu D lub D1 jest zgodny z zaproponowanym w pkt. 2.3.9.

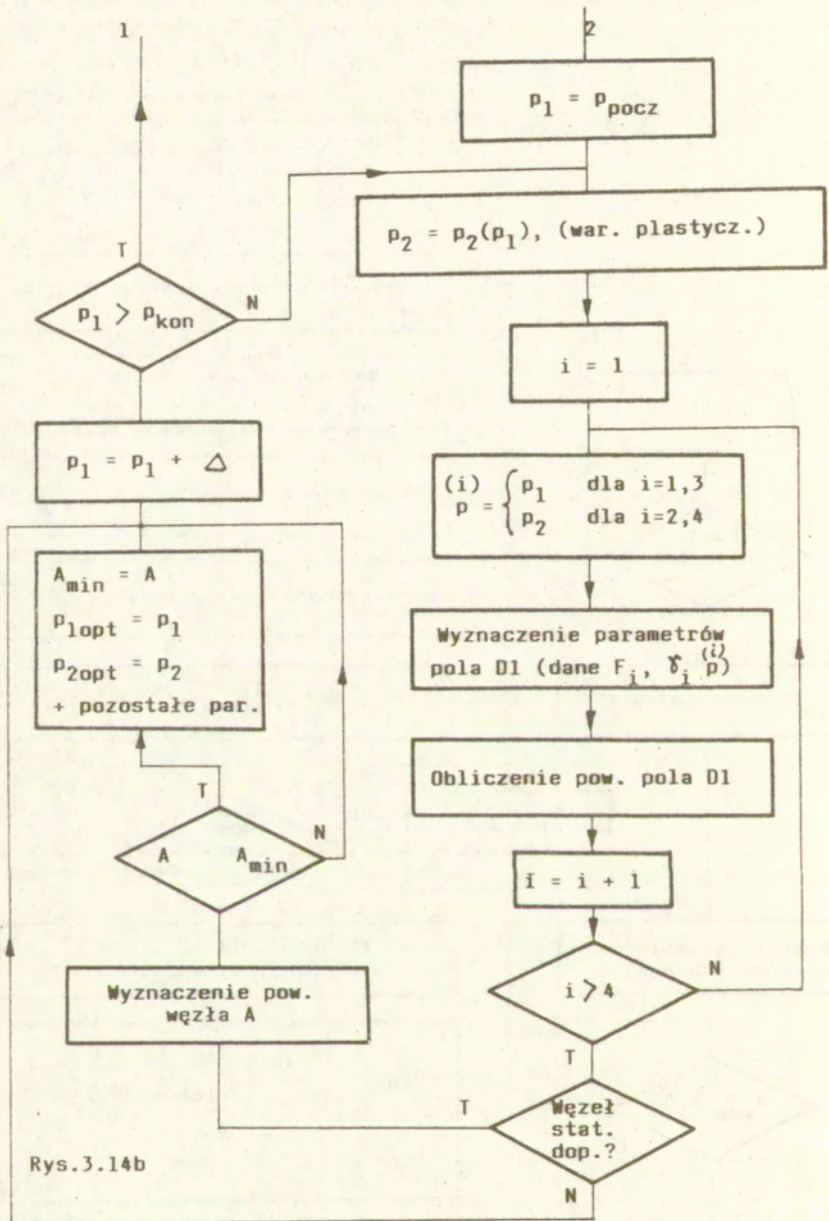
Dla tych zależności przygotowano program obliczeń numerycznych działający wg schematu pokazanego na rys.3.14a i b. Po rozpoczęciu pracy program przyjmuje dane dotyczące dokładności obliczeń oraz zakłada, że minimalna powierzchnia węzła jest nieskończenie duża. Kolejno następuje wybór warunku plastyczności, wprowadzenie danych materiałowych (por.pkt.2.3.2) i obliczenie naprężeń σ_{plr} i σ_{pls} .

Następny etap dotyczy wprowadzenia trzech sił F_i i trzech kątów δ_i oraz obliczenia siły F_4 równoważącej węzeł. Następuje sprawdzenie poprawności przyjętych danych (znaki sił na przemieszczających i rozciągających węzeł). Gdy warunek ten jest spełniony, użytkownik podaje krok zmian naprężeń w centralnym obszarze węzła i program ustala zakres przeszukiwania wartości naprężeń p_1 . Przyjęto zasadę, że program rozpoczyna poszukiwanie optymalnego węzła od wyboru naprężeń zgodnych ze znakiem siły F_1 (rys.3.14a). Następnie z zależności podanych w pkt.2.1 obliczana jest aktualna wartość naprężeń $p_2 = p_2(p_1)$ spełniających przyjęty warunek plastyczności. Dla ustalonych parametrów F_i , δ_i i $(p^{(i)})$ (por.rys.3.14b) program rozwiązuje pole typu D1 lub D, sprawdza jego statyczną dopuszczalność oraz oblicza powierzchnię. Kolejno następują obliczenia dla czterech pasów i na koniec sprawdzany jest warunek zamknięcia obszaru węzła (3.6). Gdy warunek ten nie jest spełniony, następuje przyrost naprężeń ($p_1 = p_1 + \Delta$) i wykonanie nowego cyklu obliczeń (p_2 , pole D1), gdy zaś jest spełniony obliczana jest powierzchnia całego węzła, która jest porównywana z zapamiętaną powierzchnią minimalną. Gdy nasze rozwiązanie daje mniejszą powierzchnię, następuje zapisanie nowych parametrów dla optymalnego węzła. Po przeszukaniu całego obszaru $p_{pocz} \leq p_1 \leq p_{kon}$ następuje wydruk parametrów optymalnego węzła oraz jego rysunek z utworzeniem zbioru dyskowego do umieszczenia na dowolnym nośniku.

Sposób działania programu pokazano na rys.3.15-3.18. Rysunek 3.15 dotyczy wyboru warunku plastyczności oraz podania żądanych danych materiałowych, np. naprężenia plastyczne dla jednoosiowego rozciągania σ_{plr} dla warunku Treski. Przy wprowadzaniu sił F_i i kątów δ_i (rys.3.16) należy uwzględnić przyjęte założenia o znakach np. siła ściskająca jest ujemna, a kąt δ_3 jest

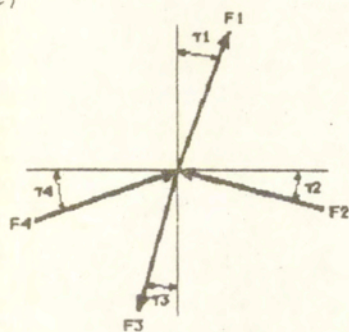


Rys. 3.14a



Rys.3.14b

(a)

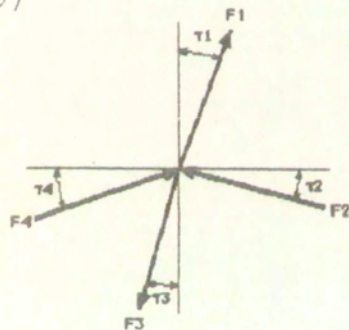


Wybierz warunek plastycznosci:

[1] Treski [2] Hubera [3] Coul.-Mohra [4] Paraboliczny

[Esc] - koniec

(b)

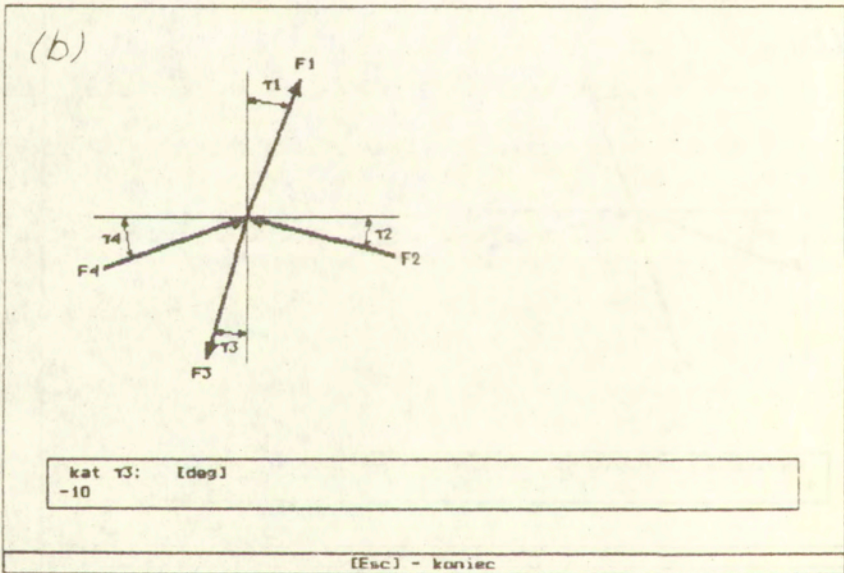
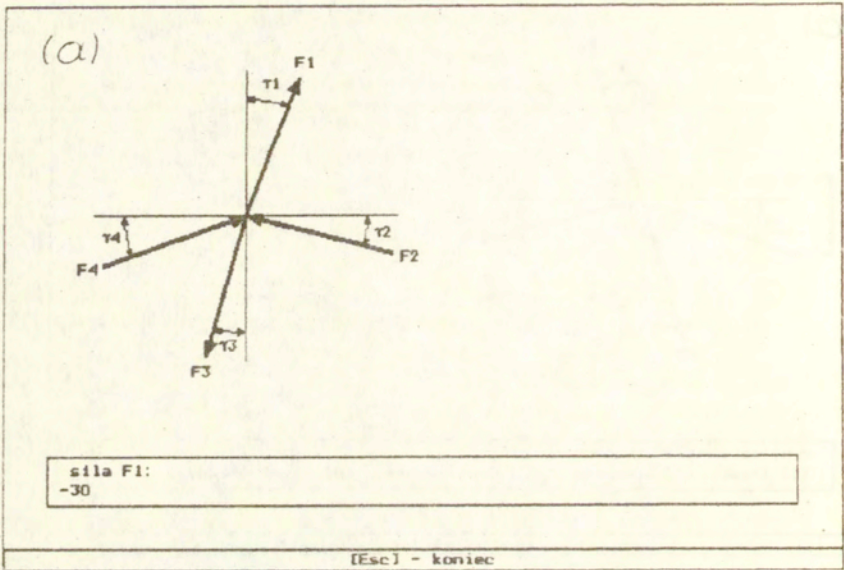


Naprazenie plastyczne dla jednoosiowego rozciagania: σ_{pl} [MPa]

1

[Esc] - koniec

Rys. 3.15



Rys. 3.16

ujemny, gdy siła F_3 byłaby po przeciwnej stronie niż na rys. 3.16b. Kolejno w górnym prawym oknie otrzymujemy wydruk wprowadzonych poprawnych danych oraz obraz układu sił węzła (rys.3.17b). Po ich akceptacji podajemy krok przeszukiwania rozwiązań węzła. W lewym górnym oknie (rys.3.17b) mamy podane aktualne wartości naprężeń p_1 i p_2 w obszarze centralnym oraz liczbę rozwiązań pozostałych do sprawdzenia. Po całym cyklu obliczeń (rys.3.18a) drukowane są optymalne parametry węzła i jego minimalna powierzchnia. Naciskając klawisz, otrzymujemy rysunek obszaru węzła (rys.3.18b).

Węzeł o tak rozbudowanym obszarze centralnym zapewnia pełne wykorzystanie nośności użytego materiału pasów.

Mamy

$$(3.9) \quad F_i = b_i h \zeta_{p1}.$$

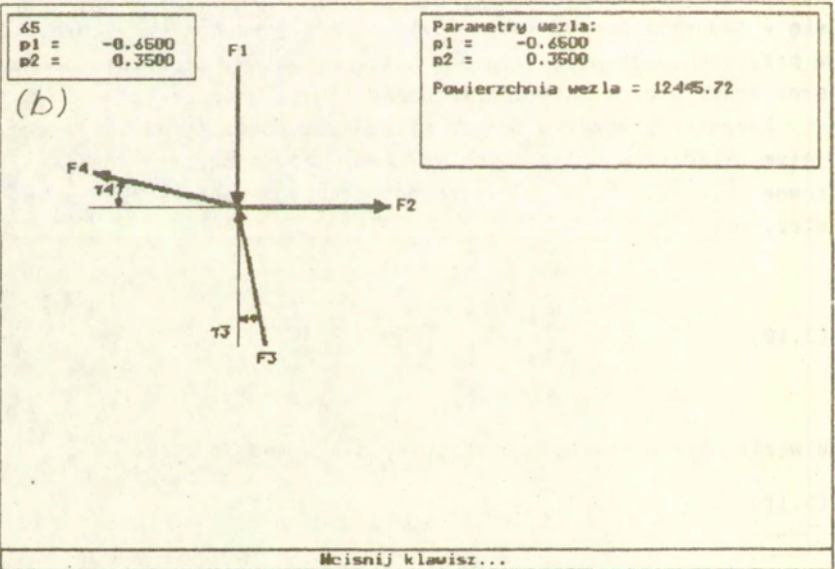
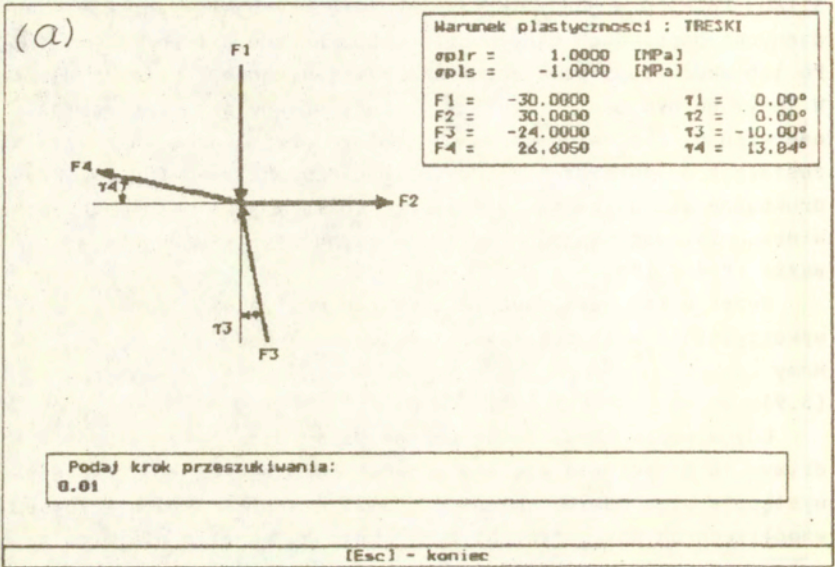
Gdy w węźle z rys.3.18b poprowadzimy osie symetrii pasów widzimy, że przecinają się one w dwóch punktach O_1 i O_2 . W węźle występuje więc pewien mimośród działania sił. Obracając układ współrzędnych xoy możemy otrzymać kolejny węzeł o niezmiennym położeniu pasów względem siebie. Można znaleźć takie położenie nowego układu współrzędnych, przy którym osie pasów przecinają się w jednym punkcie. Takie postępowanie jest możliwe jedynie w przypadku, gdy mamy założone kierunki pasów, a poszukujemy ich szerokości oraz wartości przenoszonych sił granicznych.

Rozpatrzmy węzeł o danych kierunkach pasów (rys.3.19). W przyjętym układzie współrzędnych xoy mamy kąty odchylenia pasów równe $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$. Gdy obrócimy układ współrzędnych o kąt σ , otrzymamy

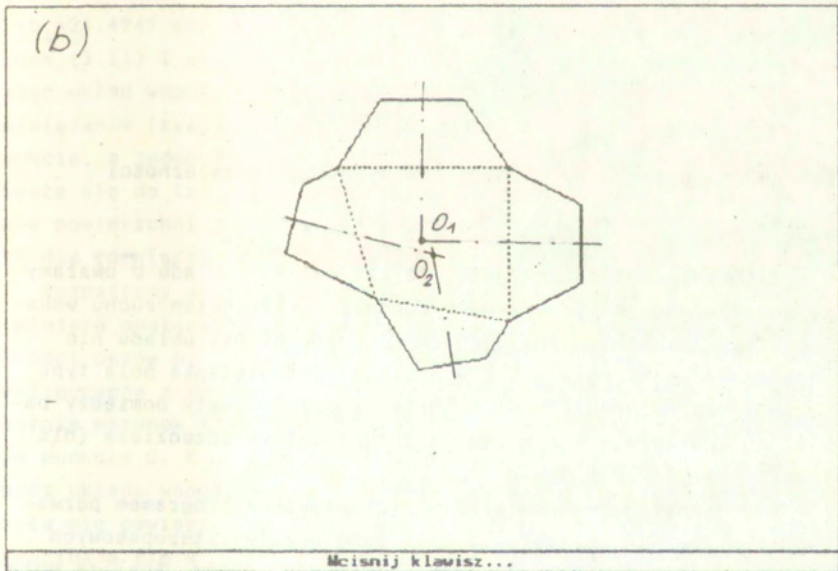
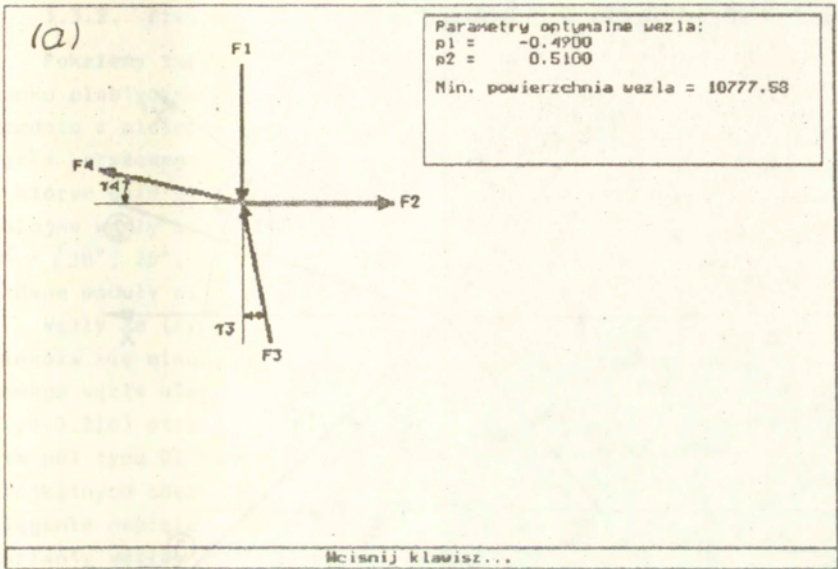
$$(3.10) \quad \begin{aligned} \delta'_1 &= \delta_1 - \sigma, \\ \delta'_2 &= \delta_2 - \sigma, \\ \delta'_3 &= \delta_3 - \sigma, \\ \delta'_4 &= \delta_4 - \sigma. \end{aligned}$$

W węźle osie pasów będą przecinały się w jednym punkcie, gdy

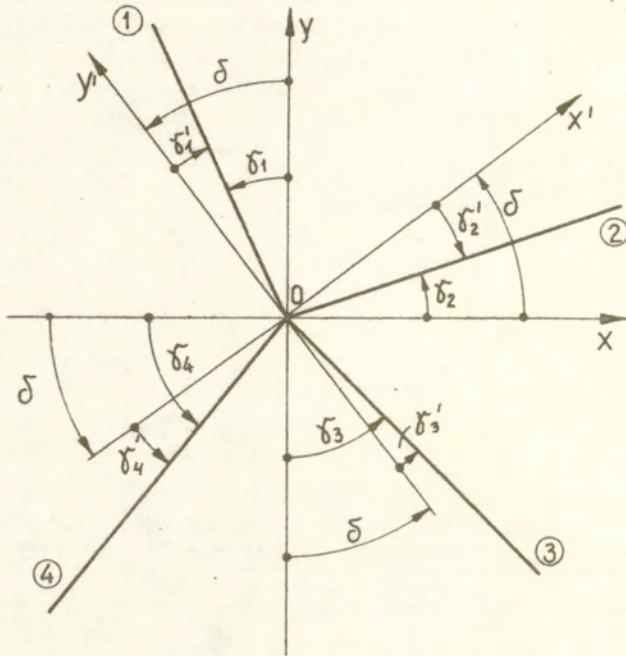
$$(3.11) \quad |-\delta'_4 - \delta'_1| = |\delta'_2 + \delta'_3|.$$



Rys. 3.17



Rys. 3.18



Rys. 3.19

Kąt obrotu układu xoy można zatem wyznaczyć z zależności

$$(3.12) \quad \delta = (\delta'_1 + \delta'_2 + \delta'_3 + \delta'_4) / 4.$$

W rozwiązaniach tych przyjęto, że kąt obrotu układu δ uważamy za dodatni, gdy układ obracamy zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara. Maksymalne odchylenia pasów od osi układu nie mogą przekraczać kąta δ_{gr} wynikłego z rozwiązania pola typu D1, np. dla warunku Treski $|\delta_{gr}| \leq 30^\circ$. Zatem kąty pomiędzy pasami też zawierają się w pewnym dopuszczalnym przedziale (dla Treski $\{150^\circ; 30^\circ\}$).

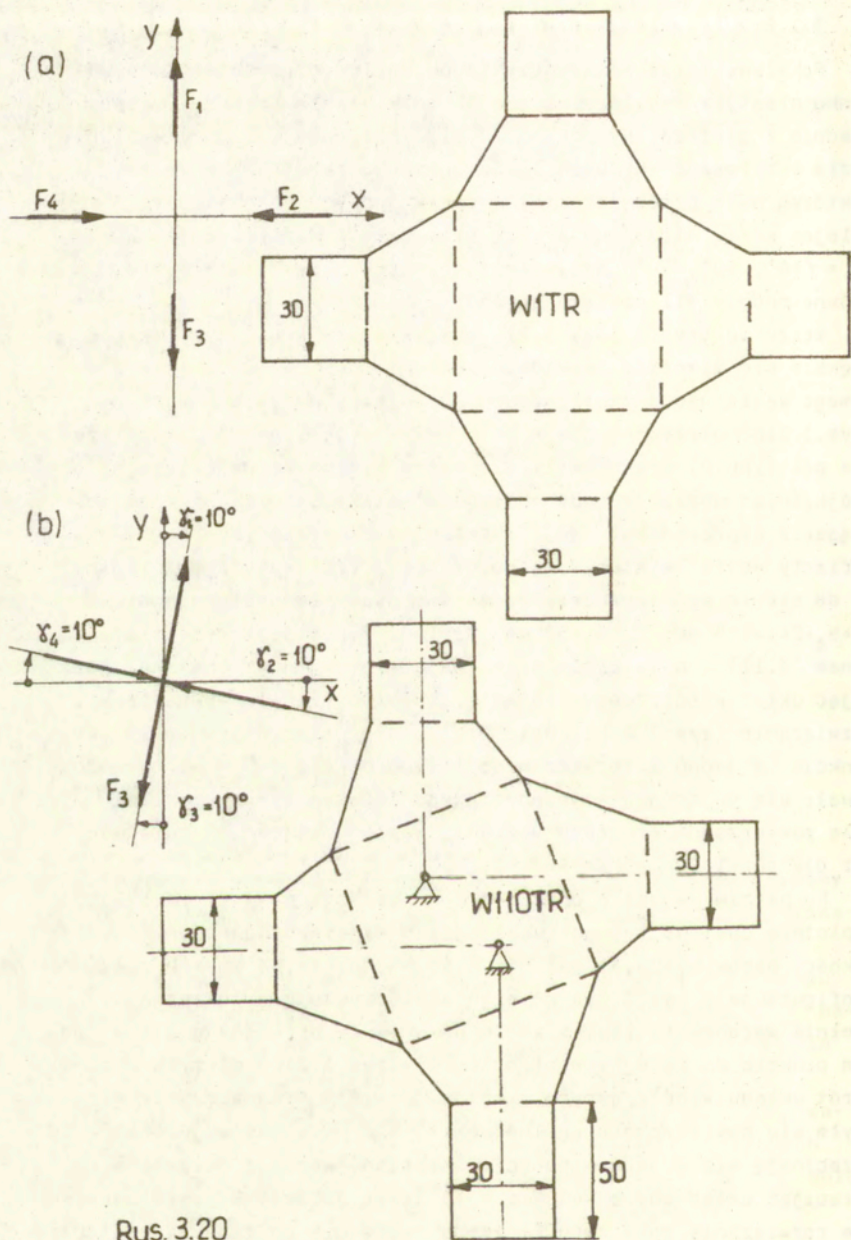
Przedstawiona metoda wraz z przygotowanym programem pozwala automatycznie kształtować całą gamę węzłów czteropasowych o danej konfiguracji i założonej szerokości pasów. Analiza może być prowadzona dla różnych warunków plastyczności.

3.3.2. Przykłady rozwiązań węzłów

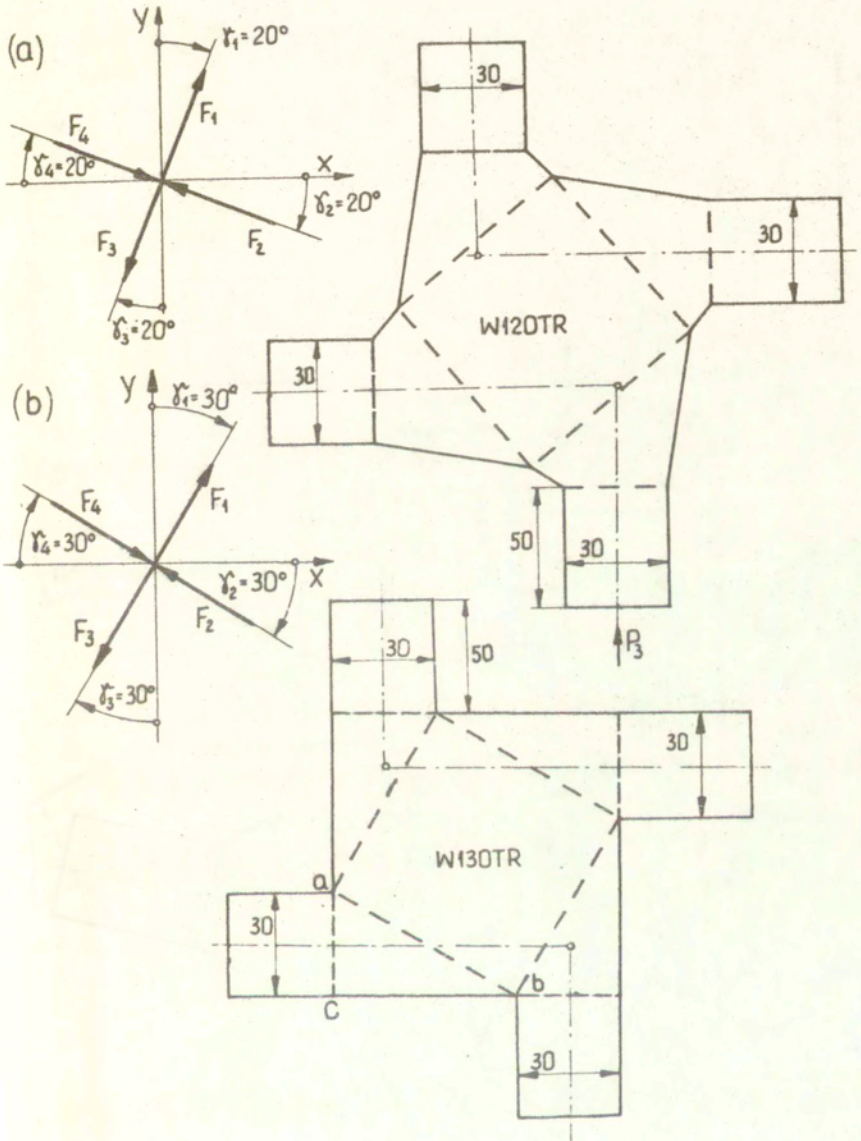
Pokażemy teraz kilka przykładów węzłów otrzymanych dla warunku plastyczności Treski. Są to rozwiązania uzyskane bezpośrednio z plotera. Rysunki 3.20-3.21 prezentują cztery warianty węzła krzyżowego. Rysunek 3.20a pokazuje rozwiązanie węzła, w którym osie pasów przecinają się w jednym punkcie [por.(3.11)]. Kolejne węzły otrzymano przez obrót układu współrzędnych o kąt $\delta = \{10^\circ, 20^\circ, 30^\circ\}$ przy niezmiennych parametrach węzła (równe moduły sił obciążających).

Węzły te (rys.3.20b, 3.21) charakteryzują się tym, że większa się mimośród punktów przecięcia osi pasów, obszar zaś samego węzła ulega zmniejszeniu. Graniczny przypadek węzła (rys.3.21b) otrzymano dla $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 30^\circ$. Rozwiązania pół typu D1 zredukowały się w tym przypadku do czterech trójkątnych obszarów (np. abc) jednoosiowego ściskania lub rozciągania naprężeniami σ_{p1} . Następnie pokazano (rys.3.22) dwa warianty węzła, w którym tylko dwa pasy (ściskany i rozciągany) są do siebie prostopadłe. Szerokości pasów są następujące: $b_1 = b_4 = 24.4949$ mm, $b_2 = b_3 = 30$ mm. Wariant z rys.3.22a spełnia warunek (3.11) i osie pasów przecinają się w jednym punkcie. Obracając układ współrzędnych o kąt $\delta = 15^\circ$ otrzymaliśmy następną rozwiązanie (rys.3.22b). Osie prętów nie przecinają się w jednym punkcie, a jedno z rozwiązań pola typu D1 dla $\delta_4 = -30^\circ$ zredukowało się do trójkąta jednoosiowego ściskania naprężeniami σ_{p1} . Pole powierzchni drugiego wariantu węzła jest o 6,3% mniejsze niż dla rozwiązania pierwszego.

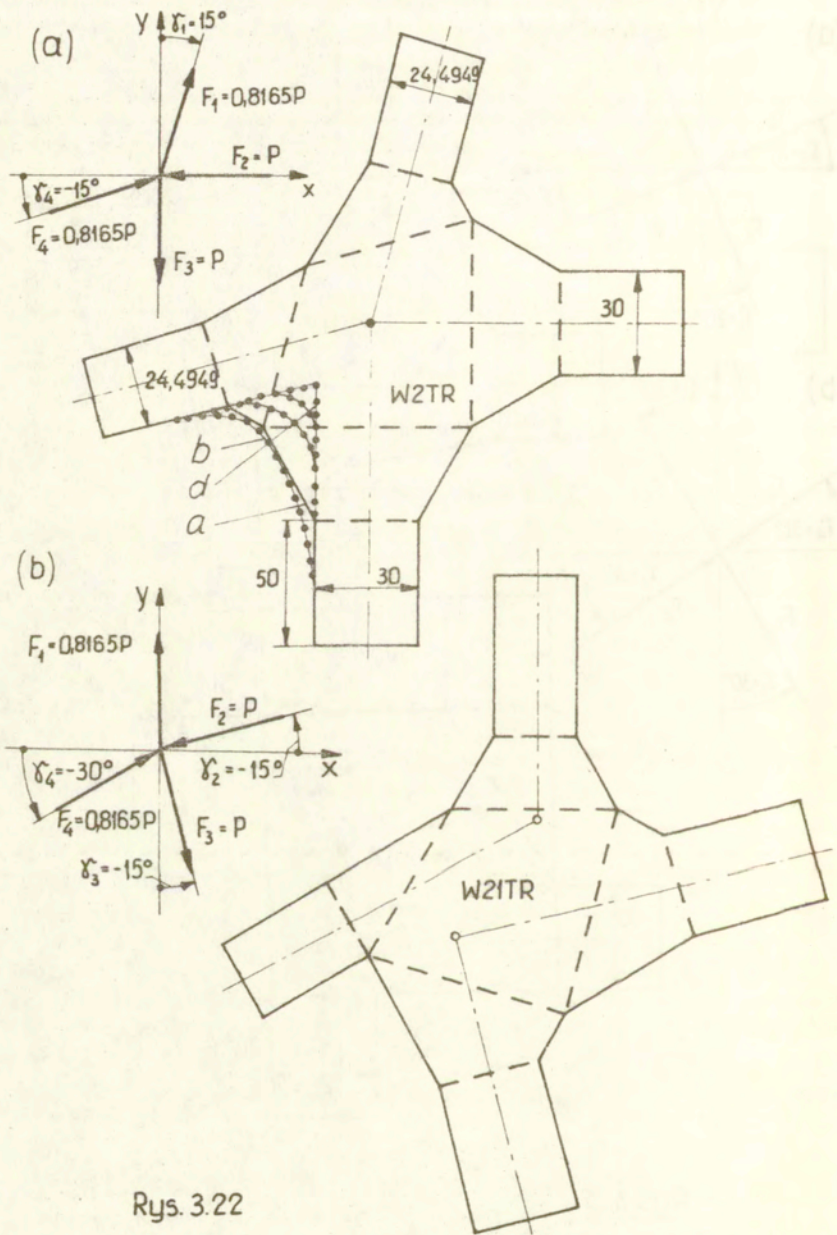
Rozpatrzmy węzeł o dowolnej konfiguracji pasów (rys.3.23a). Z plotera dostano rysunek węzła dla przyjętych konkretnych szerokości pasów $b_1 = 23,31$ mm, $b_2 = 38,56$ mm, $b_3 = 40,56$ mm i $b_4 = 27,078$ mm. Konfiguracja z rys.3.23a położenia pasów względem układu xoy spełnia warunek (3.11), a zatem osie pasów przecinają się w jednym punkcie O. Kolejny wariant węzła (rys.3.23b) otrzymano przez obrót układu współrzędnych o kąt $\delta = -10^\circ$. Nieznacznie zmniejszyła się powierzchnia ogólna węzła, ale osie pasów już nie przecinają się w jednym punkcie. Następny wariant otrzymano obracając układ xoy o kąt $\delta = -15^\circ$ (rys.3.23c). W pasie czwartym rozwiązanie pola typu D1 zredukowało się do trójkąta z jedno-



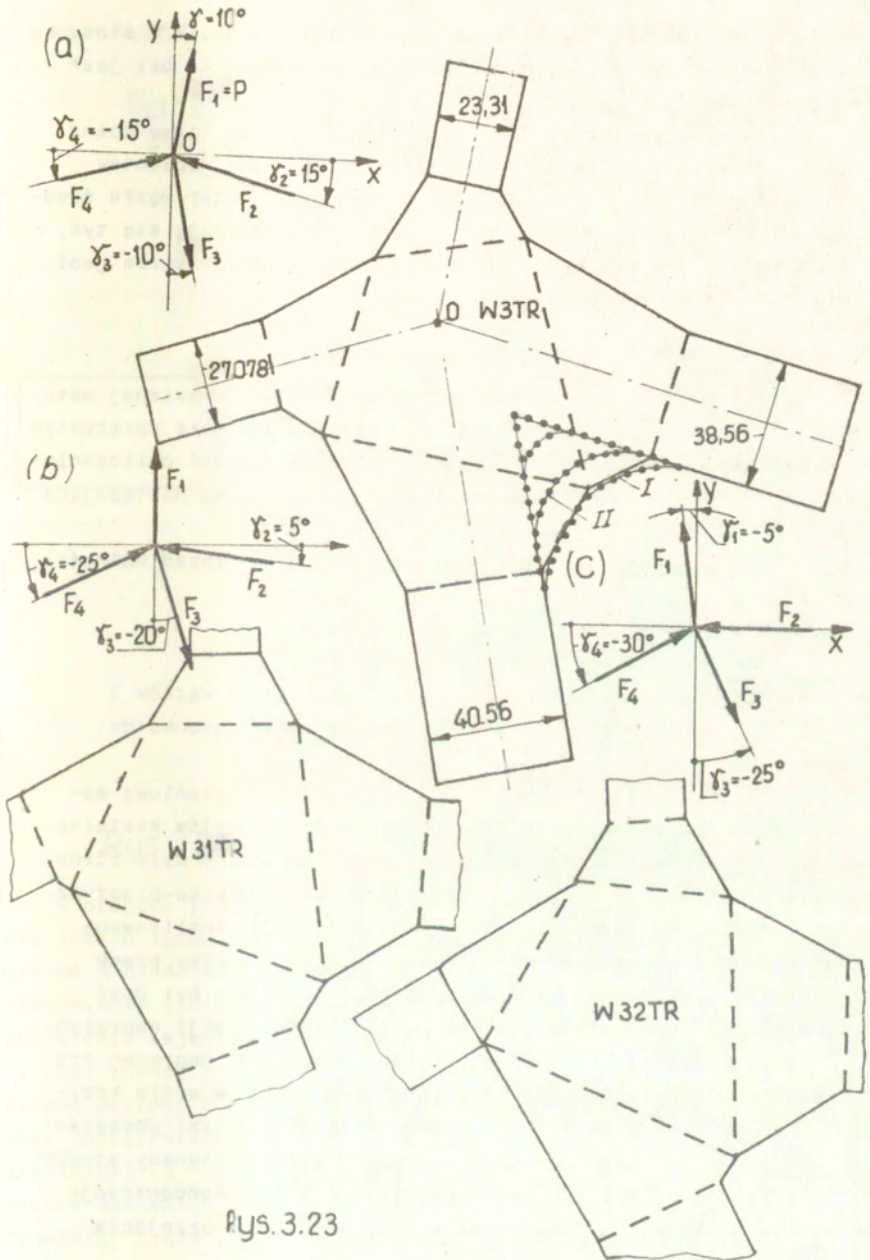
Rys. 3.20



Rys. 3.21



Rys. 3.22



rys. 3.23

osiowym ściskaniem. Obszar węzła zmniejszył się ok.6% w stosunku do wariantu z rys.3.23a. Mimośród punktów przecięcia osi jest największy.

Dla węzłów pokazanych na rys.3.20-3.23 równie łatwo można dostać rozwiązania dla warunku Hubera-Misesa. Dla wariantów węzłów z rys.3.20a, 3.22a i 3.23a otrzymujemy obszar węzła średnio o 10% mniejszy. Węzły z mimośrodem charakteryzują się tym, że zmniejsza się mimośród punktów O_1 i O_2 , a obszar węzła jest także ok.10% mniejszy.

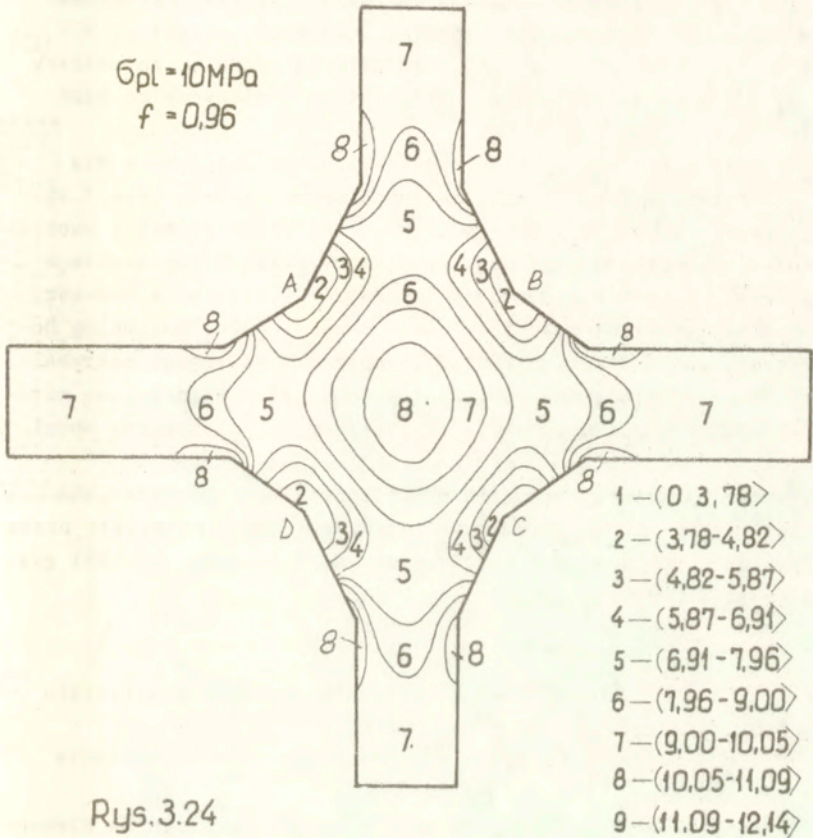
3.3.3. Weryfikacja obliczeniowa węzłów

Istotną sprawą dla węzłów kształtowanych wg omawianej metody jest obliczeniowe sprawdzenie ich pracy w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym. Określić też należy nośność obliczeniową tych elementów. Trzeba więc znaleźć odpowiedź na następujące pytania:

1. Jak wyteżony jest węzeł ukształtowany wg zasad nośności granicznej ?
2. Czy istnieją koncentracje naprężeń ?
3. Jak rozwijają się strefy plastyczne ?
4. Jaki jest współczynnik nośności granicznej węzłów ?
5. Jak przewymiarowany jest obszar węzła w stosunku do pasów ?

Autor od wielu lat prowadził weryfikację obliczeniową metodą elementów skończonych dla różnorodnych elementów kształtowanych wg kryterium nośności granicznej. Stosowane były różne modele materiału od idealnie sprężystego do sprężysto-plastycznego z minimalnym wzmocnieniem liniowym [35,41]. Analizowane konstrukcje charakteryzowały się dobrymi cechami przy pracy w zakresie sprężystym. Stopień wyteżenia materiału był dość równomierny, choć istniały także obszary koncentracji naprężeń.

Przykładowo na rys.3.24 przedstawiono rozkład naprężeń zredukowanych (model idealnie-sprężysty - ANSYS PC) w węźle krzyżowym zaprojektowanym wg rys.3.20a. Poza niewielkimi obszarami przyległymi do naroży A,B,C,D węzła, mamy dość wyrównany stopień wyteżenia (dla współczynnika obciążenia $q=0,96$). Koncentracje naprężeń występują w jądrze węzła oraz w punktach przejścia z obszaru węzła do pasów.



Rys.3.24

W pracach [35,36] przedstawiono weryfikację obliczeniową dla trzech typów węzłów (rys.3.20a, 3.22a, 3.23a). Wykorzystano system NASTRAN ze sprężysto-plastycznym modelem ciała (minimalne wzmocnienie liniowe - rys.4.16). W każdym kroku narastającego obciążenia rejestrowano koncentracje naprężeń, wyczerpanie materiału oraz rozwój stref plastycznych. Określono także nośność graniczną węzłów. Pierwsze strefy plastyczne pojawiły się dopiero przy obciążeniach bliskich teoretycznie wyznaczonej nośności granicznej ($q \approx 0,85$), a ich zasięg był niewielki. Zniszczenie węzłów nastąpiło przez wyczerpanie nośności jednego z pasów. Prowadząc także obliczenia dla węzłów bez "wzmocnień" obszaru centralnego węzła (np. zarys d - rys.3.22a), stwierdzono, że

nośność pasów była wykorzystana zaledwie w 75-85%. Przeprowadzone obliczenia dla samych obszarów węzłowych (pole typu 3 - rys.2.30a, typ D - rys.2.41a) pozwoliły stwierdzić, że obszary te są ok. 8,6% mocniejsze od pasów, które moglibyśmy do nich dołączyć.

W ramach niniejszej pracy przeprowadzono obliczenia dla węzłów czteropasowych ukształtowanych automatycznie (rys.3.20-3.23) w pkt.3.3.2 dla warunków stanu granicznego Treski i Hubera-Misesa. Wykorzystano program opracowany przez G.Bielawskiego i J.Zwolińskiego [42,43]. Jest to program wyznaczania nośności granicznej i przystosowania się konstrukcji przez optymalny dobór naprężeń resztkowych wynikających z minimalizacji maksymalnych naprężeń zredukowanych. Zastosowano przemieszczeniową metodę elementów skończonych i sprężysto-idealnie plastyczny model ciała.

W przedstawionej metodzie obliczeń wielkość obciążeń nie ulega zmianie, a jedynie minimalizujemy wytężenie materiału przez optymalny dobór naprężeń resztkowych. Współczynnik nośności granicznej wyliczamy ze wzoru

$$(3.13) \quad q = G_{p1} / \sqrt{F_{min}},$$

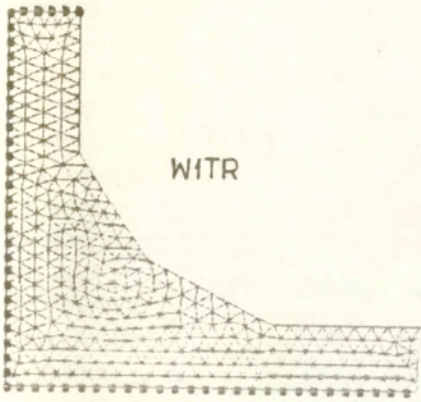
gdzie $\sqrt{F_{min}}$ - zminimalizowane maksymalne wytężenie materiału wg Hubera-Misesa.

Obliczenia przeprowadzono dla płaskiego stanu naprężenia ($E = 2.1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$, $g = 6$ mm).

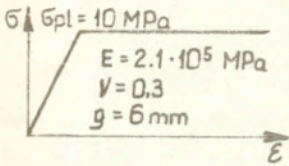
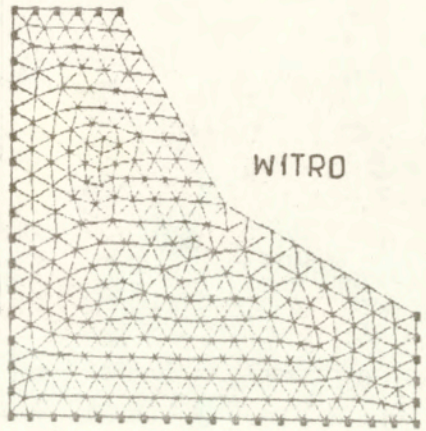
Rysunki 3.25 i 3.26 przedstawiają sposób podziału na elementy skończone wybranych typów analizowanych węzłów. Dla węzła krzyżowego z rys.3.20a analizowano jego ćwiartkę ze względu na podwójną symetrię (rys.3.25a). Jedyne punktom węzłowym położonym na osiach symetrii odebrano odpowiednie stopnie swobody. Analogicznie badano sam obszar węzłowy (rys.3.25b) dla określenia stopnia przewymiarowania w stosunku do jego pasów.

Rysunki 3.25c,d pokazują sposób podziału węzła krzyżowego (rys.3.20c) z pewnym mimośrodem przecinania się osi pasów. Rysunki 3.26abc przedstawiają analizowane typy węzła z rys.3.22a (teoretyczny wg nośności, bez wzmocnień obszaru węzła oraz ze zlikwidowanymi lokalnymi korbami geometrycznymi). Ze względu na występującą antysymetrię węzła analizowano jedynie jego połowę

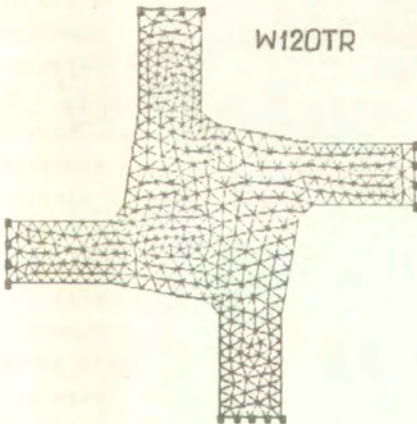
(a)



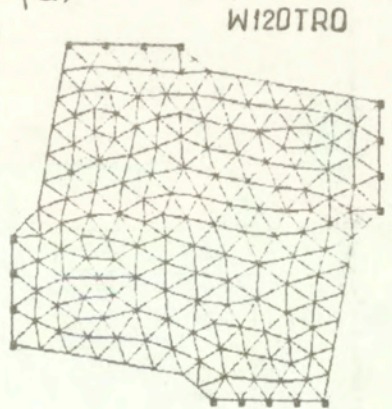
(b)



(c)

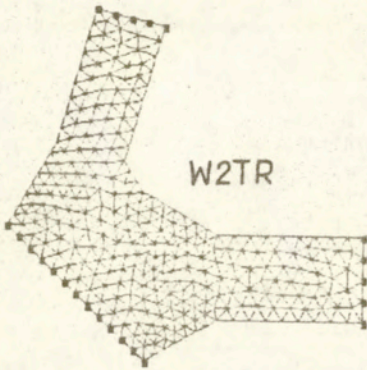


(d)

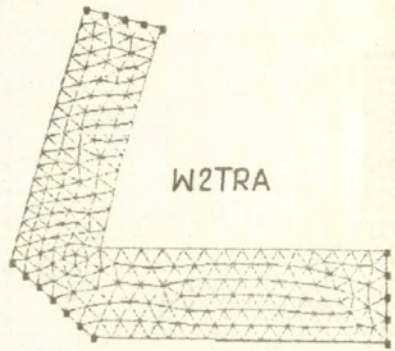


Rys. 3.25

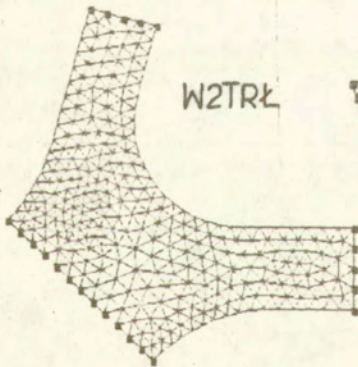
(a)



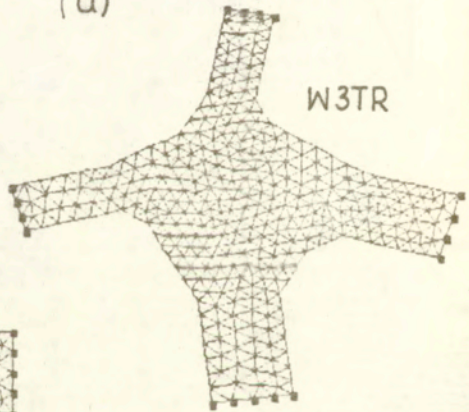
(b)



(c)



(d)



Rys. 3.26

z odpowiednim zamocowaniem punktów na osi antysymetrii. Na koniec rys.3.26d obrazuje podział na elementy skończone i zamocowanie węzła z rys.3.23a.

Wyniki obliczeń zestawiono w Tablicy 3.1. Współczynnik nośności wyznaczono wg. wzoru (3.13). W oznaczeniach węzłów TR oznacza kształt otrzymany dla warunku stanu granicznego Treski, zaś H - Hubera-Misesa. Maksymalny współczynnik koncentracji naprężeń wynika ze sprężystego rozwiązania dla danego węzła.

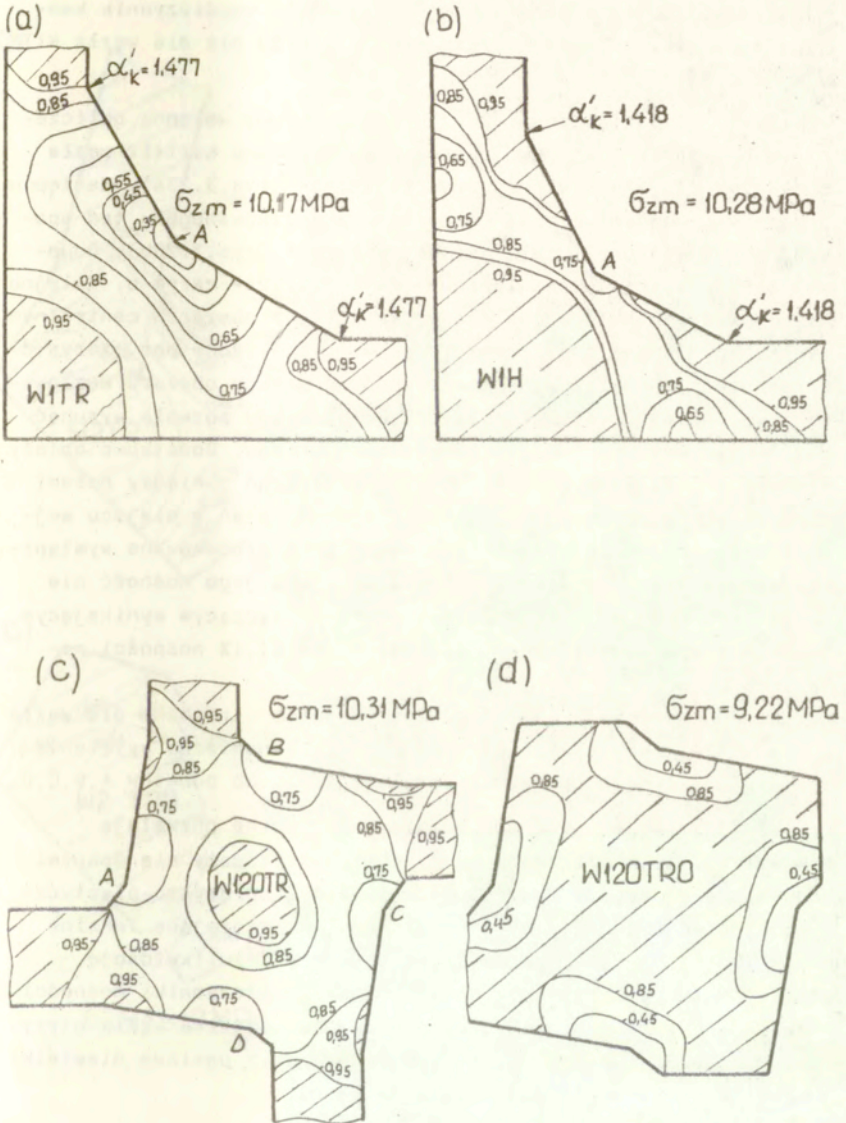
Węzły ukształtowane wg kryterium Treski osiągały nośność graniczną niższą od teoretycznej w granicach 3-5%, a obliczenia wykonane dla samych obszarów węzłowych pozwoliły stwierdzić, że jest on przewymiarowany w granicach 6-10%. Analogicznie dla węzłów ukształtowanych wg kryterium Hubera-Misesa (oszczędniejszy profil) nośność obliczeniowa była niższa jedynie 5-8% od teoretycznej, natomiast obszary węzłowe miały nośność równą teoretycznej. Rozbieżności pomiędzy nośnością węzłów z pasami, a nośnością obszaru węzłowego wynikały głównie z błędów występujących w zastosowanym programie (autorzy określają je na ok. 5-10%) oraz ze sposobu podziału konstrukcji, doboru liczby elementów i zamocowania.

Na kolejnych rysunkach podano dla wybranych węzłów otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych przy niezmiennym granicznym obciążeniu zewnętrznym. Rysunki 3.27ab pokazują rezultaty osiągnięte dla węzła krzyżowego (rys.3.20a) i obu warunków stanu granicznego. Na węzłach naniesiono warstwice wyrażające stosunek naprężeń zredukowanych $\bar{\sigma}_z$ do przyjętych naprężeń granicznych $\bar{\sigma}_{pl}$. Obszary zakreskowane przedstawiają umowne strefy uplastycznione węzła (pasy oraz jądro w środku obszaru węzłowego). Wyraźnie widać, że dla warunku Hubera-Misesa węzeł jest równomiernie i wysoko wyjąty. Jedynie w obszarze przylegającym do punktu A i w jądrze pasów mamy wyjąty niższe od 75%. Jest to niewielki procent powierzchni węzła.

Kolejno (rys.3.27c,d) mamy wyniki dla węzła krzyżowego z pewnym mimośrodem przecinania się osi pasów (rys.3.21a). Taki węzeł przenosi identyczne obciążenie graniczne przy mniejszej niż węzeł z rys.3.27a powierzchni obszaru centralnego. Poza małymi obszarami przyległymi do punktów A,B,C,D cały węzeł jest wyjąty powyżej 75%. Również obszar węzłowy (rys.3.27d)

Tablica 3.1

Typ węzła		Kształt węzła wg kryterium nośności granicznej		Obszar węzłowy bez pasów	
Nr	q	α'_{Kmax}	q	α'_{Kmax}	
W1TR	0,983	1,477	1,059	1,222	
W110TR	0,966	1,316	1,098	1,115	
W120TR	0,970	1,637	1,084	1,088	
W130TR	0,964	1,62	1,064	1,078	
W1H	0,973	1,418	0,944	1,304	
W110H	0,959	1,344	0,993	1,253	
W120H	0,935	1,663	1,008	1,225	
W2TR	0,982	1,397	1,088	1,134	
W215TR	0,970	1,429	1,088	1,086	
W2H	0,950	1,439	0,978	1,276	
W215H	0,936	1,511	0,996	1,222	
W3TR	0,916	1,573	1,097	1,083	
W310TR	0,969	1,445	1,084	1,104	
W3H	0,923	1,465	0,998	1,230	
W310H	0,969	1,75	0,980	1,31	
Typ węzła	Węzeł zaokrąglony		Węzeł bez wzmocnień		
W2TR	0,972	1,438	0,671	1,688	



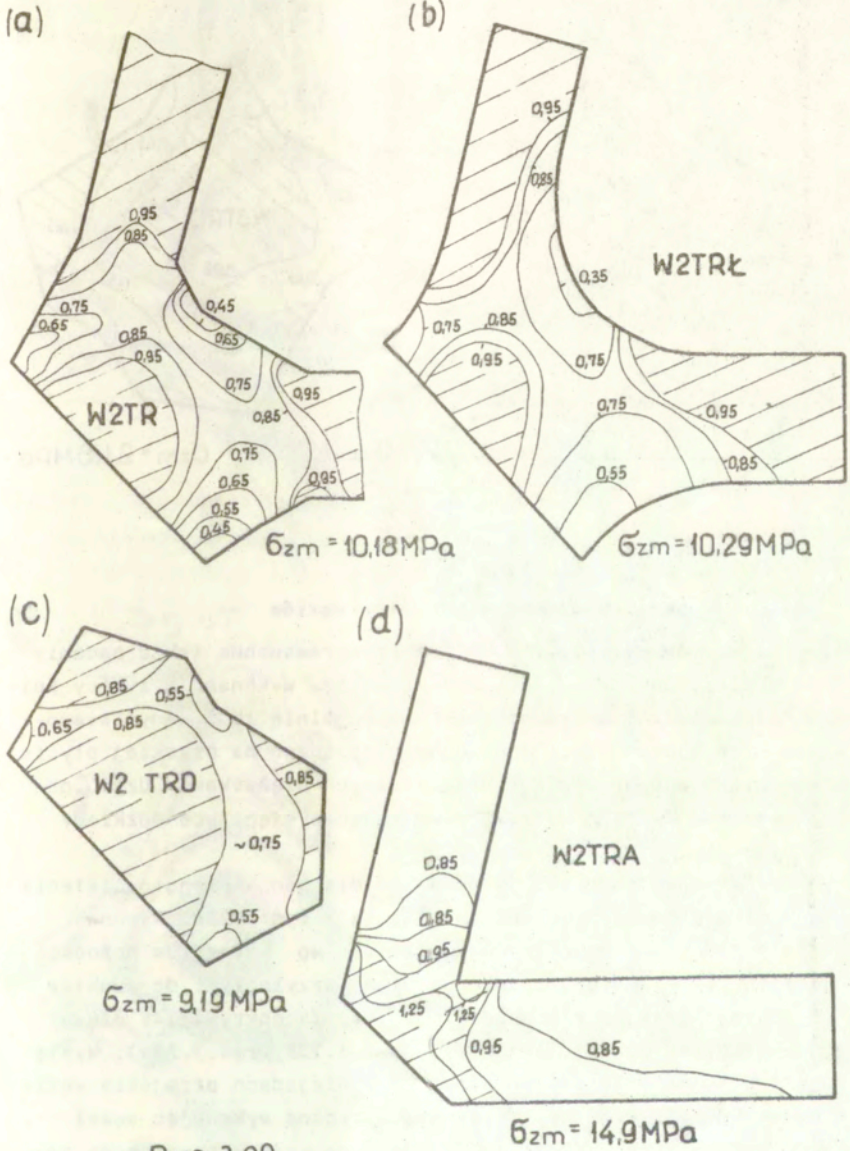
Rys. 3.27

jest równomiernie i wysoko wyteżony. Jednak współczynnik koncentracji naprężeń jest wyższy ($\alpha'_K = 1,663$) niż dla węzła W1TR ($\alpha'_K = 1,477$).

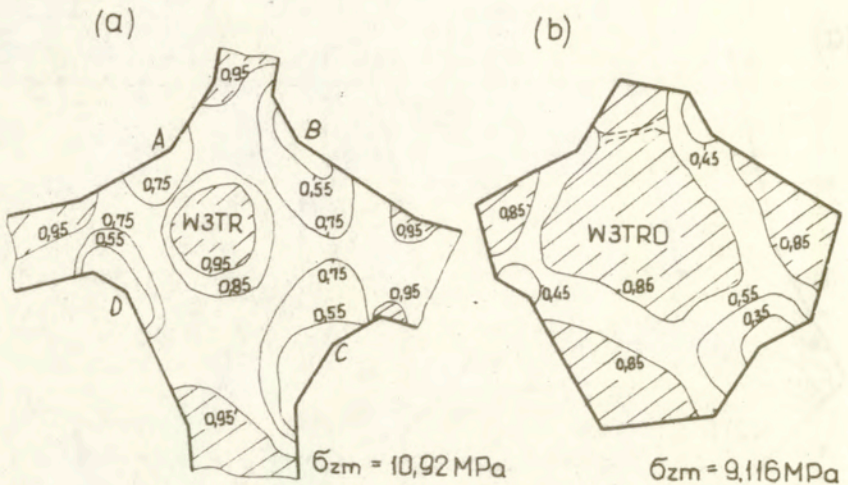
Dla węzła W2TR (rys.3.22a) przeprowadzono wstępną obliczeniową optymalizację. Jako pierwszy analizowano kształt węzła otrzymany z kryterium nośności granicznej (rys.3.28a). Następnie przeprowadzono obliczenia dla węzła zmodyfikowanego w ten sposób, że wygładzono istniejące ostre naroża (rys.3.28b). Odpowiada to sytuacji przedstawionej na rys.3.22a- zarys b. Kolejno przeprowadzono obliczenia dla węzła W2TRA z obszarem centralnym wynikającym tylko z szerokości pasów (rys.3.28d - por. zarys d z rys.3.22a). Analizowano także nośność samego obszaru węzłowego (rys.3.28c). Analiza otrzymanych rozkładów pozwala wysunąć takie same wnioski jak dla poprzednich węzłów. Dodatkowo należy stwierdzić, że zaokrąglenie obszaru węzłowego pomiędzy pasami zmniejszyło współczynniki koncentracji naprężeń w miejscu wejścia pasów do węzła. Największe naprężenia zredukowane wystąpiły teraz w jądrze węzła ($\alpha'_K = 1.438$), lecz jego nośność nie uległa istotnej zmianie. Węzeł z obszarem łączącym wynikającym jedynie z szerokości pasów osiągnął tylko 67,1% nośności materiału pasów.

Na koniec (rys.3.29a,c) podajemy wyniki otrzymane dla węzła z rys.3.23a. Tutaj także otrzymano dość równomierne wyteżenie obszaru węzła poza obszarami przylegającymi do punktów A,B,C,D.

Wszystkie przeprowadzone analizy numeryczne pozwalają stwierdzić, że analizowane węzły charakteryzowały się dobrymi cechami przy pracy w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym. Stopień wyteżenia był równomierny, a istniejące lokalne koncentracje naprężeń można łatwo usunąć przez likwidację ostrych naroży. Osiągnięte obliczeniowe współczynniki nośności pozwalają wysunąć wniosek, że oszacowanie kształtu węzła otrzymane dla warunku Treski jest bezpieczne, gdyż posiada niewielki ok.10% zapas nośności w stosunku do pasów.



Rys. 3.28

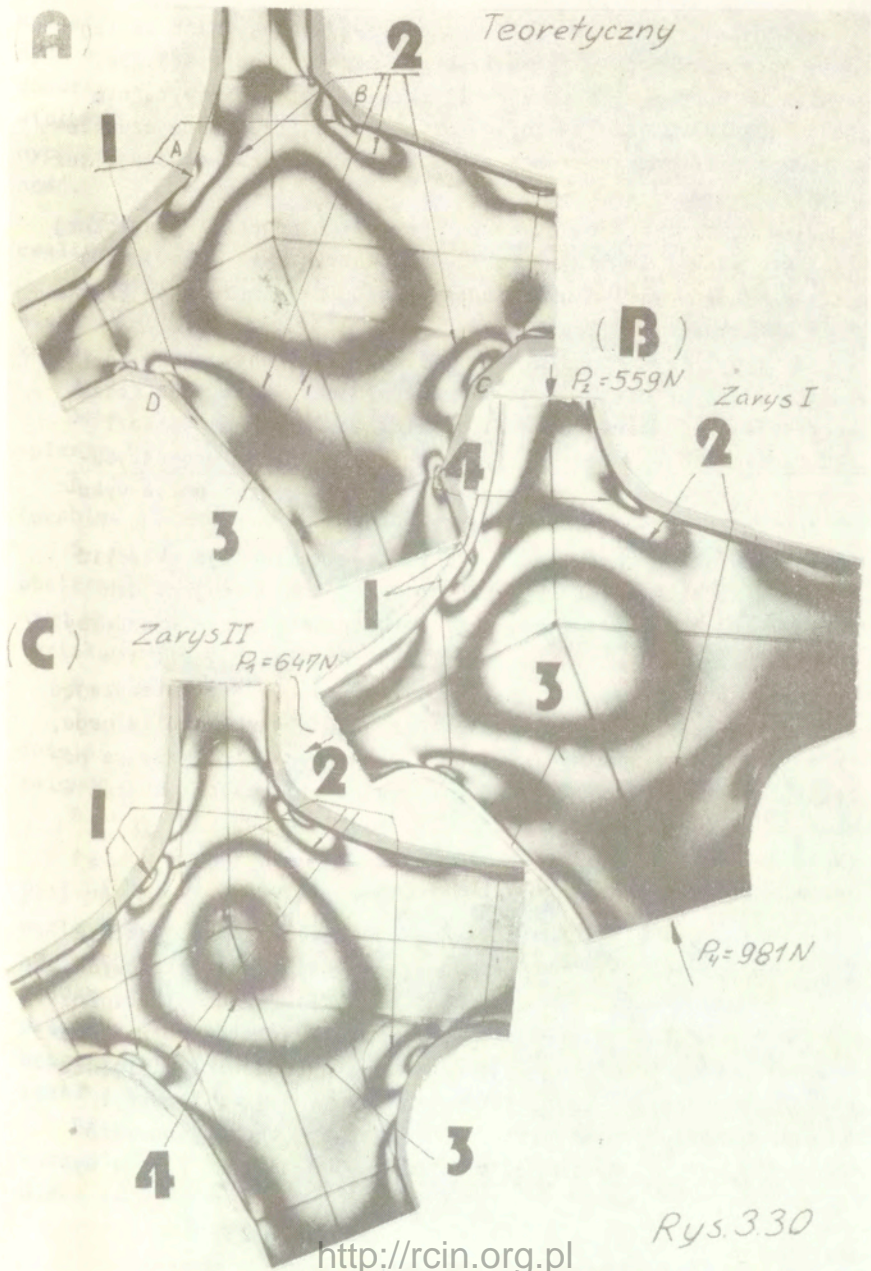


Rys. 3.29

3.3.4. Weryfikacja doświadczalna węzłów

Dla węzłów z rys.3.20a, 3.23a przeprowadzono także badania metodą elastooptyczną [36]. Modele węzłów wykonano z żywicy Epidian 5. Badania przeprowadzono na specjalnie zbudowanym stanowisku składającym się z modelu umieszczonego na płaskiej płycie oraz układu podpór i cięgien obciążanych ciężarkami. Użyto polaryskopu na światło odbite rejestrując występujące rozkłady izochrom.

Przykładowo na rys.3.30 pokazano dla jednakowego obciążenia zewnętrznego pasów trzy warianty węzła z rys.3.23a. Rysunek 3.30a przedstawia węzeł wykonany ściśle wg kryterium nośności granicznej. Poza niewielkimi obszarami przyległymi do punktów A,B,C,D otrzymano wyrównany stan wyężenia pokrywający się z obliczeniami przeprowadzonymi w pkt.3.3.3 (rys.3.29a). Występują też lokalne karby geometryczne w miejscach przejścia węzła w pasy. Gdy zlikwidujemy karby geometryczne wykonując węzeł wg. zarysu I z rys.3.23a (rys.3.30b), znikają koncentracje na-



Rys. 3.30

prężeń w miejscach przejścia pasów w węzeł, a obraz izochrom jest bardziej rozmyty.

Następnie badano węzły otrzymane przez konsekwentne zmniejszanie obszaru centralnego wg zarysów podanych na rys.3.23a. Przykładowo dla węzła z zarysem II (rys.3.30c) widać wyraźnie wzrost stopnia wytężenia jądra obszaru węzła (izochroma czwartego rzędu). Przy dalszym zmniejszaniu obszaru węzła wzrastają też koncentracje naprężeń.

Tylko węzły zaprojektowane wg kryterium nośności granicznej ze zlikwidowanymi lokalnymi korbami geometrycznymi (rys.3.30b) wykazały wyrównany stan naprężenia. Analogiczne rezultaty uzyskano dla węzłów z rys.3.20a i 3.22a.

Wyniki obliczeń numerycznych i badań elastoptycznych potwierdziły przydatność automatycznego projektowania tego rodzaju węzłów wg kryterium nośności granicznej. Uzyskany kształt węzła (po złagodzeniu oczywistych lokalnych korbów geometrycznych) zapewnia równomierne wytężenie materiału oraz pełne wykorzystanie nośności użytego materiału pasów.

Zatem opracowane w pkt.2.4 i 3.3.1 programy pozwalają określić racjonalny kształt węzła. Dyskowy zbiór danych opisujący ten kształt może być wykorzystany w programach CAD, gdzie złagodzimy oczywiste karby geometryczne (por.rys.3.28b, 3.30b). Dla tak skorygowanego kształtu możemy wykonać obliczenia MES sprawdzając obliczeniową nośność węzła i wytężenie jego obszaru centralnego, a także istniejące ewentualne koncentracje naprężeń. Kolejno należy analizować sprawy związane z rodzajem materiału i charakterem pracy węzła.

3.4. Wnioski

Przedstawiona w tym rozdziale metodyka pozwala racjonalnie kształtować płaskie i przestrzenne węzły konstrukcji stalowych. Analiza dokonana w pkt.3.3 pokazuje, że metoda nośności granicznej może z powodzeniem służyć do ustalenia prawidłowego wstępnego kształtu węzła, korygowanego następnie obliczeniowo i doświadczalnie w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy. Dla węzłów o osiowo-symetrycznych przekrojach prętów (np.rurowych) pełne wykorzystanie nośności użytego materiału prętów wy-

maga istnienia przepon wewnątrz obszaru węzła. Metoda nośności granicznej podaje ich niezbędną liczbę, grubość ścianki oraz jej kształt. Wiele praktycznych rozwiązań węzłów płaskich i przestrzennych autor przedstawił w rozdz. IV pracy [23]. Metoda statycznie dopuszczalnych naciągłych pól naprężeń zapewnia statycznie prawidłowy stan oddziaływań pomiędzy elementami węzłów przestrzennych, co przy braku lokalnego zginania znacznie podnosi ich nośność.

Zatem prawidłowa metodyka kształtowania węzłów powinna być realizowana następująco:

1. Automatycznie otrzymujemy kształty elementów składowych węzła (O.K.SDNPW) dla danego obciążenia granicznego (zbiory dyskowe).

2. Łagodzimy lokalne karby geometryczne (AUTOCAD, ROBOCAD).

3. Przeprowadzamy obliczenia MES w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy węzła (np. ANSYS, NASTRAN).

4. Sprawdzamy obliczeniowo pracę węzła przy dużych ugięciach (problem stateczności) [65].

5. Otrzymany kształt węzła analizujemy pod kątem charakteru obciążenia, przechodząc do szczegółów technicznych jego praktycznego wykonania (rodzaje spoin, lokalne karby geometryczne, materiały, itp.).

6. Określamy trwałość obliczeniową tego węzła, np. [61].

7. Ostateczny kształt węzła poddajemy modelowym badaniom doświadczalnym obejmującym obciążenia statyczne, cyklicznie zmienne i udarowe [23,59].

8. Ustalamy ostateczne rozwiązanie konstrukcyjne węzła.

Pewne fragmenty tak zarysowanej metodyki pokazano w pracy [23] na przykładzie ostatecznego kształtowania przestrzennego węzła ramy samochodowej. Wykorzystano tam badania elastooptyczne, metodę Mohry oraz badania na obciążenia cyklicznie zmienne i udarowe. W ich wyniku otrzymany z nośności kształt węzła poprawiono, łagodząc oczywiste karby geometryczne, jak również zabezpieczono przez usztywnienie brzegów fragmenty narażone na lokalną utratę stateczności.

Bardzo interesujące są prace prowadzone w CNTK [63,64]. Wykorzystując omawianą w pracy metodykę, zaprojektowano węzły ramy wózka lokomotywy 104E [64]. Była to nowa koncepcja ramy o otwar-

tych profilach, podatnej na skrócenie. Następnie wykonano w skali, elastoosprężysty model ramy wózka i poddano badaniom na różne rodzaje obciążeń. Badania te potwierdziły równomierny rozkład wyężenia bez lokalnych koncentracji naprężeń oraz pozwoliły poprawić niektóre fragmenty ramy. Wykonany prototyp ramy (lżejszy o 200 kg od dotychczasowego) jest obecnie przygotowywany do badań zmęczeniowych. W pracy [63] wykonano analizę węzła ostożnicawspornik przewodnika Alsthoma (rama wózka 2LN).

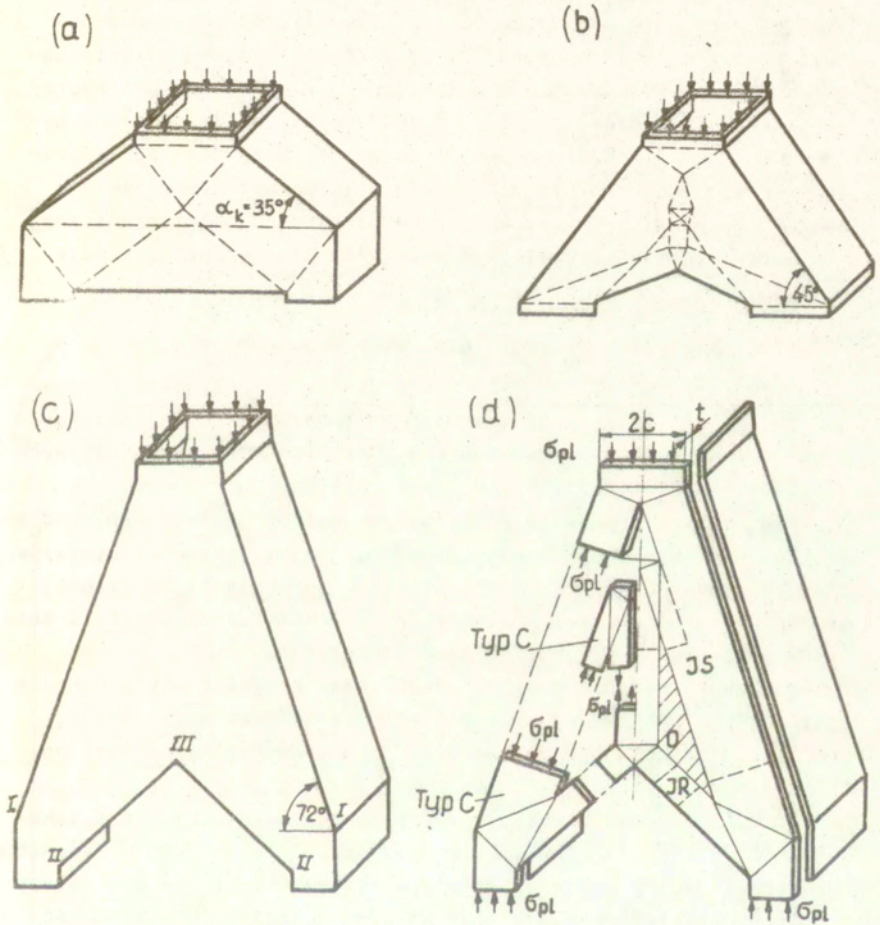
Analiza teoretyczna i wykonany model elastoosprężysty wykazały, że kształt wykonany wg kryterium nośności granicznej wymaga mniej materiału (ok.20%), a lokalne spiętrzenia naprężeń zredukowane zostały nawet o 50%. Prace CNTK potwierdzają także przydatność kształtowania węzłów konstrukcji wg kryterium nośności granicznej.

4. Metodyka kształtowania konstrukcji blachownicowych

4.1. Wprowadzenie

W wielu ustrojach nośnych maszyn roboczych i w konstrukcjach stalowych są powszechnie stosowane konstrukcje blachownicowe (rys.4.1). Są to z reguły konstrukcje o bardzo skomplikowanym przestrzennym kształcie i wielokrotnie statycznie niewyznaczalne. Zastosowanie MES pozwala obliczyć rozkłady naprężeń i innych wielkości w zaproponowanym konkretnym rozwiązaniu. Podejście to nie gwarantuje osiągnięcia optymalnego kształtu konstrukcji i ogranicza się tylko do sprężystego lub sprężystoplastycznego zakresu pracy. Obecnie istotna jest znajomość nośności konstrukcji oraz jej praca w zakresie pokrytycznym.

Autor w pracach [37,38] zaproponował metodykę kształtowania tego rodzaju konstrukcji opierając się na kryterium nośności granicznej (por.pkt.1). Kształtowanie prowadzimy w dwóch etapach: w pierwszym - wyznaczamy kształt płyty czołowej konstrukcji przez zbudowanie (dla płaskiego stanu naprężenia) pewnego układu statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń (rys.4.1d) składającego się z pól podstawowych. Zewnętrzny kontur takiego pola określa wymiary i nośność płyty. W drugim - określamy układ wewnętrznego systemu płyt przenoszącego obciążenie graniczne na całej szerokości konstrukcji.



Rys.4.1

Taki wstępnie dobrany kształt w dalszej fazie projektowania musi być skorygowany ze względu na wymagania technologiczne oraz wpływ charakteru obciążenia, kruchego pęknięcia, stateczności ścisanych elementów konstrukcji, itp. Pierwsze wyniki badań doświadczalnych [37] potwierdziły przydatność procesu kształtowania wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. W ramach niniejszej pracy przedstawimy dalsze obszernie wyniki weryfikacji obliczeniowej i doświadczalnej dla tego rodzaju elementów konstrukcyjnych i odpowiemy na pytanie w jakim stopniu rozwiązanie otrzymane wg kryterium nośności granicznej jest prawidłowe w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy.

4.2. Kształtowanie płyt czołowych konstrukcji

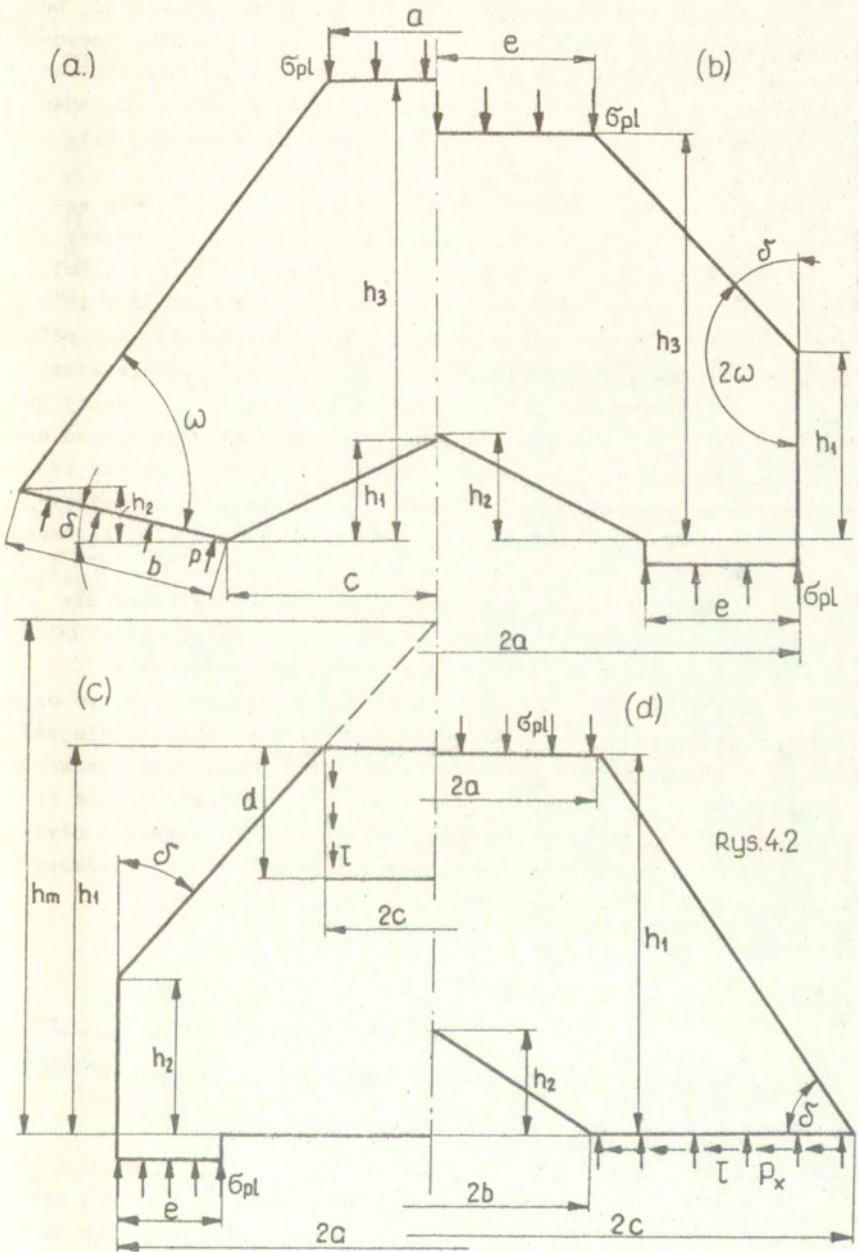
Określanie kształtu płyty rozpoczynamy od przyjęcia narzuconych z góry wymiarów geometrycznych i przyjętego charakteru obciążenia zewnętrznego. Rysunek 4.2 przedstawia kilka możliwych przypadków kształtu płyty i warunków brzegowych.

Rysunek 4.2a pokazuje przykład parametrów geometrycznych dla np. końcówki wysięgnika. Jako dane przyjmujemy stosunek wymiarów b/c , kąt zbieżności płyty ω oraz kąt δ nachylenia obciążonej naprężeniami normalnymi krawędzi do poziomu. Należy określić wartości wymiarów a , h_1 , h_2 , h_3 oraz naprężeń p .

Po prawej stronie osi (rys.4.2b) mamy przykład płyty o kącie zbieżności δ ściskanej naprężeniami granicznymi σ_{pl} . Znając kąt δ oraz stosunek wymiarów e/a , jednoznacznie wyznaczamy pozostałe wymiary płyty.

Na rys.4.2c mamy płytę, w której normalne naprężenia ściskające (σ_{pl}) równoważone są przez oddziaływania styczne τ wewnątrz pewnych linii płyty. Dla założonego stosunku wymiarów e/a należy określić pozostałe wymiary oraz wartość naprężeń τ . Wysokość płyty h_1 jest ściśle związana z wymiarem $2c$ określającym rozstawienie odcinków obciążonych naprężeniami stycznymi.

Jako ostatni pokazano przypadek (rys.4.2d) płyty obciążonej na jednej z krawędzi naprężeniami normalnymi p_x i stycznymi τ . Taka sytuacja odpowiada działaniu siły ukośnej na dolną część płyty. Dla danych wartości stosunku wymiarów b/c oraz kąta zbieżności δ określamy wymiary h_1 , h_2 , a oraz naprężenia p_x i τ .



Rys.4.2

Zadania kształtowania omówionych płyt możemy rozwiązać, budując automatycznie (program O.K.SDNPN - pkt.2.4 i programy narzędziowe - pkt.2.3) układy statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń oraz wybierając układ dający najmniejszą objętość płyty czołowej przy niezmienionej wartości przenoszanej siły granicznej (wg oceny dolnej).

Rozpatrzmy problem kształtowania płyty z rys.4.2a dla warunku plastyczności Treski. Z warunków brzegowych znajdujemy usytuowanie odcinka AC płyty względem osi symetrii (rys.4.3a), przyjmując konkretne wartości wymiarów b, c oraz kąta $\delta = 15^\circ$. W narożniku A zastosujemy pole typu 3 dla danego kąta $\omega = 60^\circ$. Kolejno dobudowujemy obszar JR jednoosiowego rozciągania oraz obszar IR izotropowego rozciągania naprężeniami σ_{p1} i dalej pole D ($p=0,707 \sigma_{p1}$) razem z polem 1 dla $\omega_2 = 45^\circ$. Na koniec dołączamy dwa obszary JS jednoosiowego ściskania oraz obszar IS izotropowego ściskania naprężeniami σ_{p1} . Tym sposobem otrzymujemy oszacowanie kształtu płyty. Można sprawdzić czy szerokość a spełnia warunki ogólnej równowagi płyty ($a=2b \cos \delta p / \sigma_{p1}$).

Przedstawiony układ jest możliwy do zbudowania tylko dla pewnego stosunku wymiarów b/c , gdy dane są wartości kątów ω i δ . Rysunek 4.3b przedstawia graniczny przypadek pola, w którym możliwe jest jedynie zmniejszenie wymiaru b . W tym przypadku powiększa się zakresowany obszar zerowy. Wzrasta długość obszaru JS oraz należy pomiędzy pole IR i D wprowadzić obszar JR jednoosiowego rozciągania naprężeniami σ_{p1} . Pokazane pole fizycznie istnieje, gdy kąt $\nu > 0$. We wszystkich obszarach płyty (poza zerowym) panuje stan plastycznego płynięcia. Charakterystyczne wymiary płyty wyznaczamy z zależności

$$(4.1) \quad \begin{aligned} h_1 &= c \operatorname{tg}(\pi/2 - \delta - \varphi), \\ h_2 &= b \sin \delta, \\ h_3 &= b \sin \delta + (c + b \cos \delta - a/2) \operatorname{tg}(\omega - \delta). \end{aligned}$$

Tak ukształtowana płyta przeniesie siłę graniczną równą

$$(4.2) \quad P^d = h a \sigma_{p1},$$

gdzie h - grubość płyty.

Rysunek 4.3b przedstawia ukształtowanie płyty czołowej konstrukcji dla $\omega = 45^\circ$, $\delta = 0$ oraz $b=134$ mm, $c=121$ mm. Pole to

(a)

$$p = 0,500 \sigma_{pl}$$

$$b = 53$$

$$b/c = 0,757$$

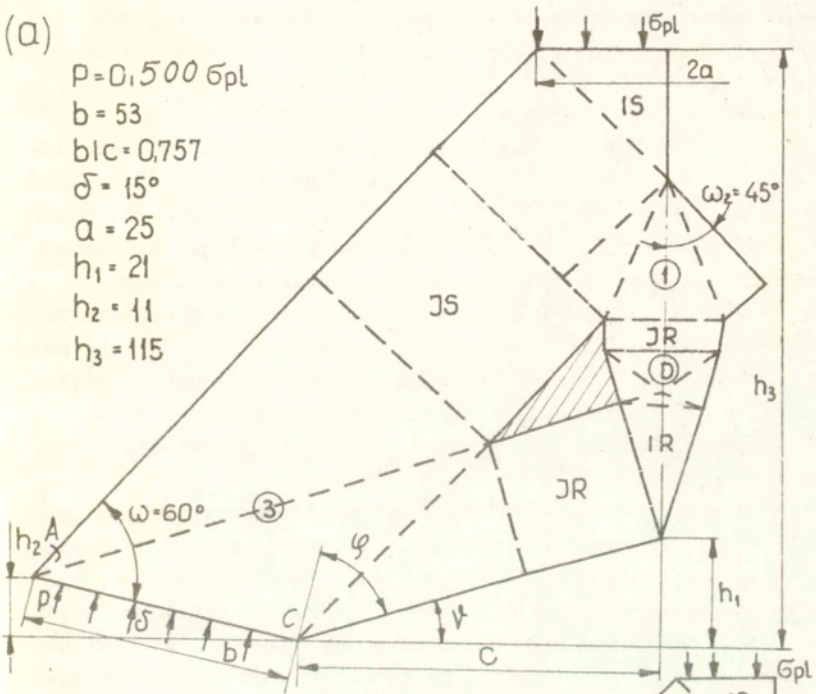
$$\delta = 15^\circ$$

$$a = 25$$

$$h_1 = 21$$

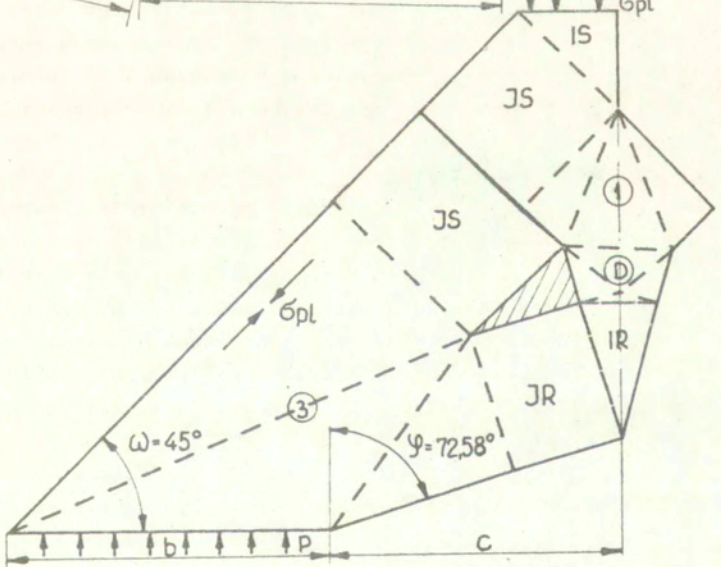
$$h_2 = 11$$

$$h_3 = 115$$



(b)

Rys. 4.3



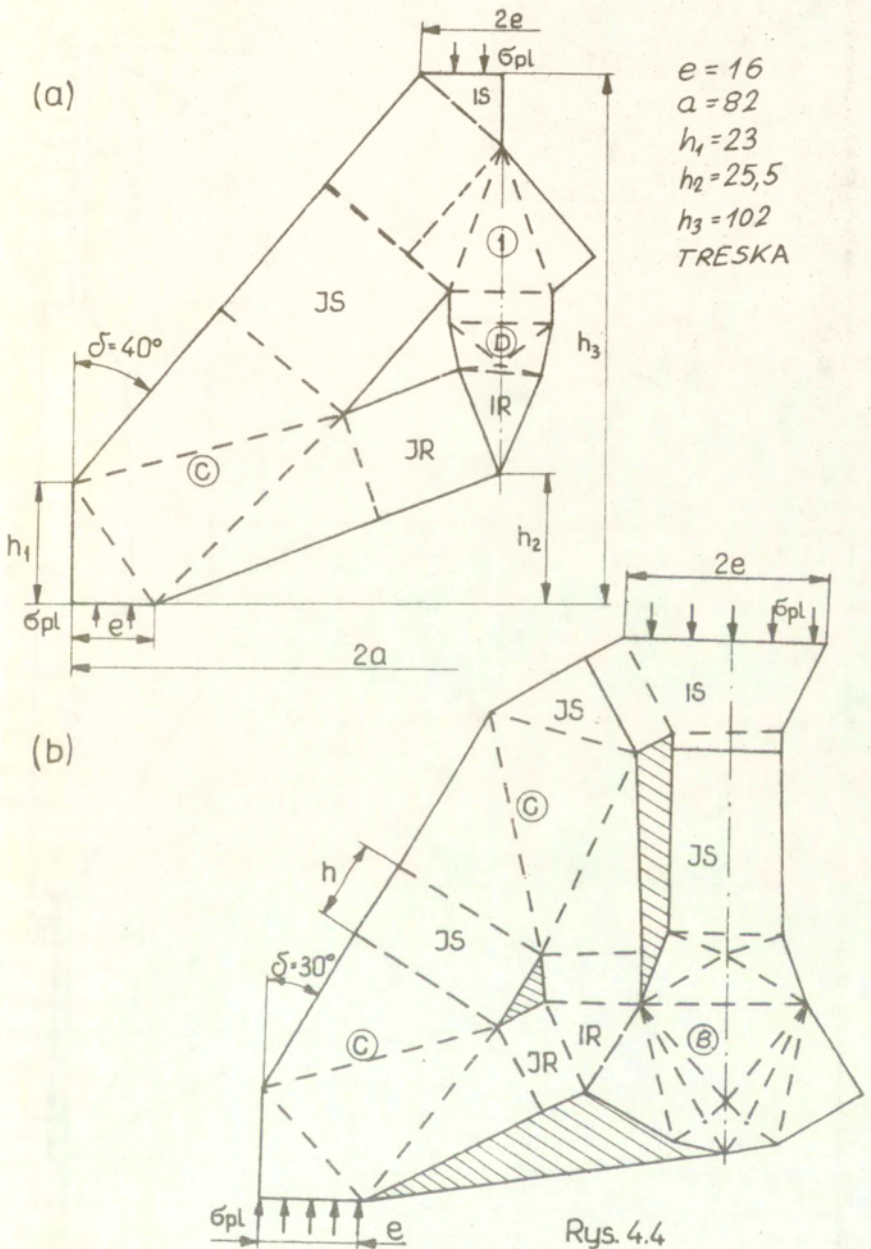
będzie podstawą zbudowania konstrukcji blachownicowej, dla której przeprowadzono szczegółową analizę obliczeniową i doświadczalną (por. pkt. 4.5 i 4.6).

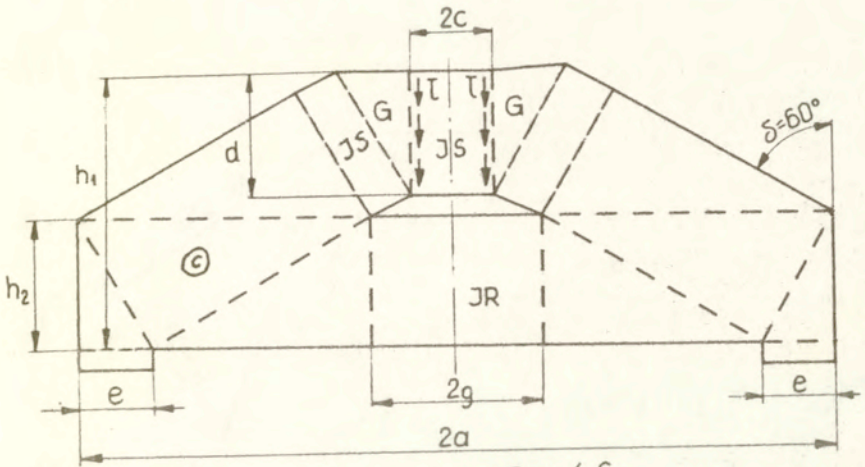
Płytę czołową o założonym kącie zbieżności δ (rys. 4.2b) możemy otrzymać z kilku wariantów pól naprężeń. Jeden z wariantów dla $\delta \leq 30^\circ$ pokazano na rys. 4.1d, wyodrębniając elementarne pola naprężeń. Gdy $\delta > 30^\circ$, należy częściowo zmodernizować pole naprężeń (rys. 4.4a), gdzie w środkowej jego części zamiast pola typu C należy wbudować pole typu D wraz z polem typu 1 (por. rys. 4.3). Rysunek 4.4a przedstawia otrzymane z plotera pole naprężeń dla $\delta = 40^\circ$ oraz $e=16$ mm, $a=82$ mm. Inny wariant pola (rys. 4.4b) dla $\delta = 30^\circ$ pokazuje istotę kształtowania płyt z kilku lub kilkunastu pól elementarnych. Zastosowano tutaj dwa pola typu C, pola typu B i D oraz łączące je obszary prostych pól jednorodnych.

Kształtując narożniki płyty z rys. 4.2d, wykorzystujemy rozwiązanie pola typu 2 dla konkretnych wartości kąta $\delta = 61^\circ$ oraz przyjętego stosunku naprężeń $p_x/\tau = 9-11$, skąd $\omega = 58^\circ$. Rysunek 4.5 pokazuje otrzymane warianty pola. Pierwszy (rys. 4.5b) składa się z dwóch pól typu 2 rozsuniętych na odległość $2b$ oraz dołączonych do nich pól typu D oraz pasów jednoosiowego rozciągania JR i jednoosiowego ściskania JS. Pasy te połączone są obszarami wszechstronnego równomiernego ściskania IS lub rozciągania IR. Łączącym elementem jest też pole typu C (por. szczegól. a). Wariant pola określa nam kształt płyty czołowej. Jednak zawiera bardzo duże obszary zerowe.

Wariant drugi (rys. 4.5a) daje oszczędniejszy kształt płyty. W tym przypadku do pola typu 2 dołączamy pole typu 3 dla $p_1 = 0,5299 \zeta_{p1}$. Potem kolejno wykorzystujemy pola typu 1 dla $\omega_2 = 29^\circ$ oraz pole typu D dla $p = 0,5262 \zeta_{p1}$. Środek pola jest zbudowany analogicznie do przedstawionego na rys. 4.3. Widzimy wyraźnie, że powierzchnia obszarów wolnych od obciążeń znacznie zmalała. Kształt płyty jest oszczędniejszy, zaś jej nośność nie uległa zmianie.

Na koniec przedstawiono (rys. 4.6) opracowane w rozdz. 4 pracy [23] pole wymiarujące płytę z rys. 4.2c. Składa się ono z dwóch pól typu C oraz obszarów JR i JS. W górnej części płyty dwa pola typu G połączone są pasem jednoosiowego ściskania





Rys.4.6

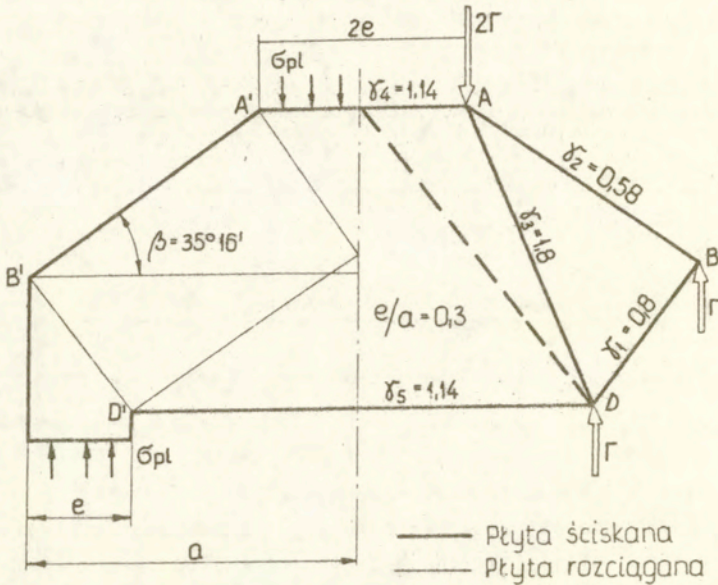
naprężeniami p_x . W naszym przypadku dla $e/a=0,2$, $\delta=60^\circ$, $\tau = \sigma_{pl} \sqrt{3}/4$. Naprężenia styczne mogą być wprowadzone na odcinku $d=b/\sin \delta$. Płyty systemu mogą być rozsunięte w granicach $0 \leq 2c \leq 2g$, skąd wynika wysokość płyty.

Na tak wybranych kilku przykładach pokazano możliwości prostego automatycznego kształtowania płyt w zależności od obciążenia zewnętrznego, wymagań technologicznych itp. Jest to system zbudowany w ramach niniejszej pracy i umożliwia on automatyczne przejście do obliczeń MES oraz komputerowo wspomaganego projektowania (CAD).

4.3. Kształtowanie wewnętrznego systemu płyt konstrukcji

Po prawidłowym zaprojektowaniu płyty czołowej należy określić układ wewnętrznego systemu płyt, przenoszonego w sposób statycznie dopuszczalny obciążenie graniczne na danej szerokości konstrukcji (por. rys.4.1a,b,c). Otrzymany poprzednio zarys płyty czołowej (lewa strona rys.4.7) określa położenie punktów węzłowych systemu oraz ich minimalną liczbę.

System ten budujemy tak (por. [37,38]), aby był statycznie wyznaczalny, a przy tym nie był geometrycznie zmienny. Analizujemy płyty o jednostkowej szerokości, w których panuje graniczny jednowymiarowy stan naprężenia. Przykładowy przekrój systemu pokazano po prawej stronie rys.4.7. Węzły B,D obciążone są gra-



Rys. 4.7

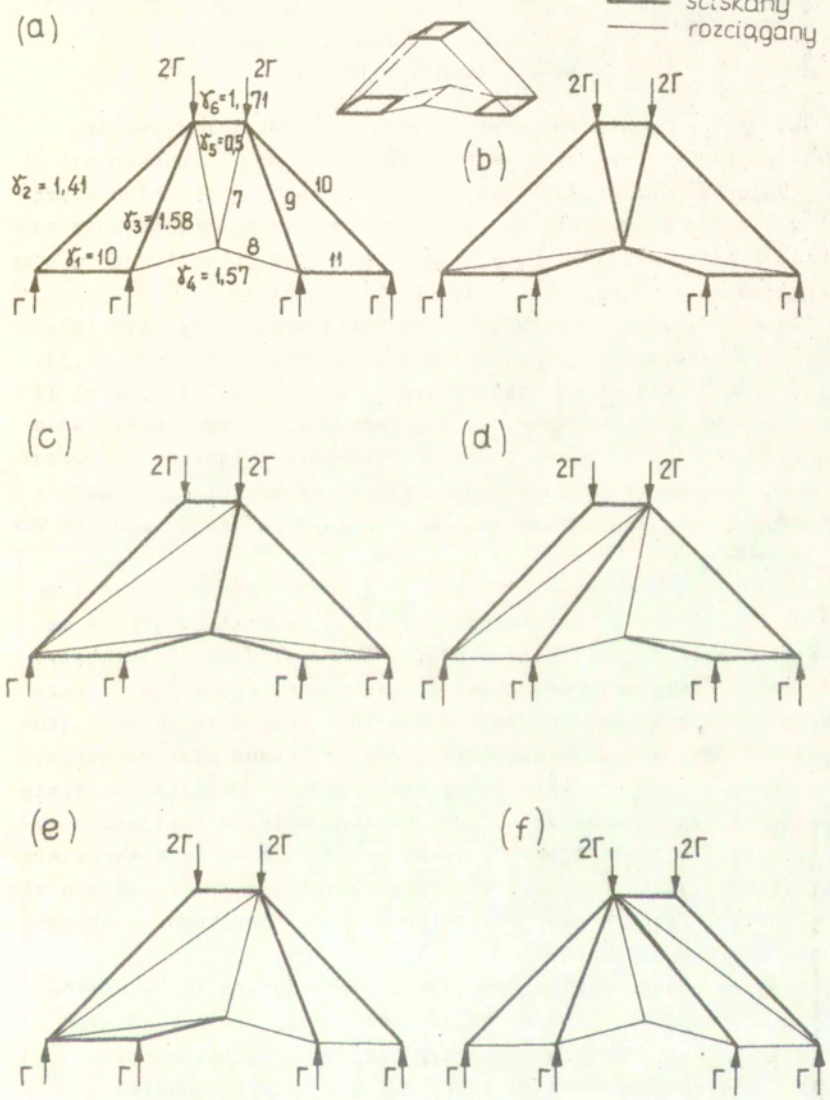
nicznymi siłami jednostkowymi Γ równymi $\Gamma = gh \sigma_{pl}$, zaś węzeł A - siłą 2Γ . Obliczamy wg znanych zasad statyki siły przenoszone przez poszczególne płyty i tak dobieramy ich grubości, aby $\sigma_i = \sigma_{pl}$. Stąd grubości płyt g_i w stosunku do grubości płyty uzanej za jednostkową g spełniają zależność

$$(4.3) \quad \delta_i = \frac{g_i}{g} = \frac{P_i}{\Gamma}$$

Obliczone wartości δ_i dla naszego systemu podano na rys.4.7. W praktycznie realizowanym systemie płyty nieobciążone pomijamy. Oczywiście można zbudować wiele możliwych wariantów takiego systemu.

Na rys.4.8 pokazano 6 możliwych wariantów systemu dla płyty czołowej z rys.4.3b. Powstaje pytanie, który z układów ma najmniejszy ciężar przy przenoszeniu tych samych sił granicznych. Zastosowanie jednej z możliwych metod optymalizacji dla kratownic daje nam odpowiedź na tak postawione pytanie. W naszym przypadku

— ściskany
— rozciągany



Rys. 4.8

najlepszy jest system z rys.4.8a. Przeniesie on siłę graniczną (wg oceny dolnej) równą

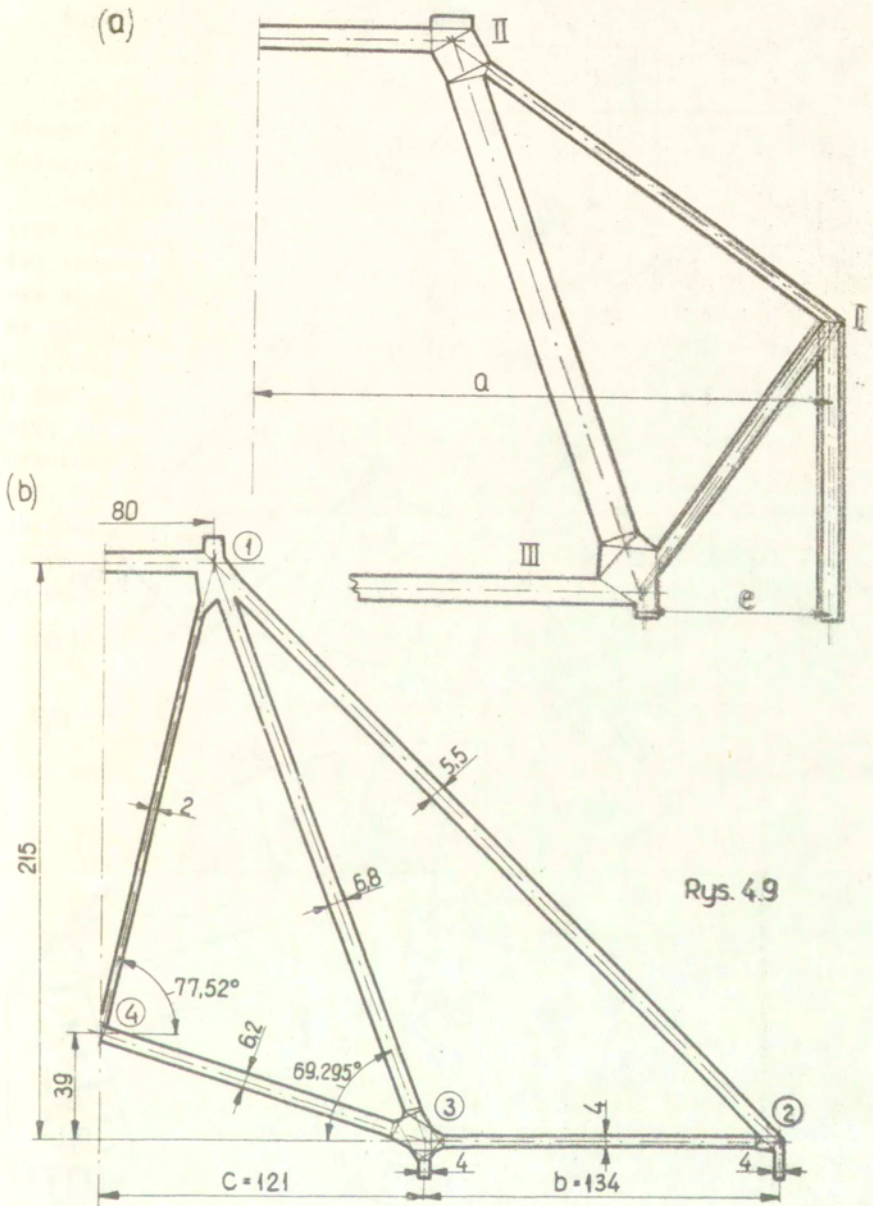
$$(4.4) \quad p^d = 4 \Gamma = 4g h \zeta_{p1} \text{ [N/mm]}.$$

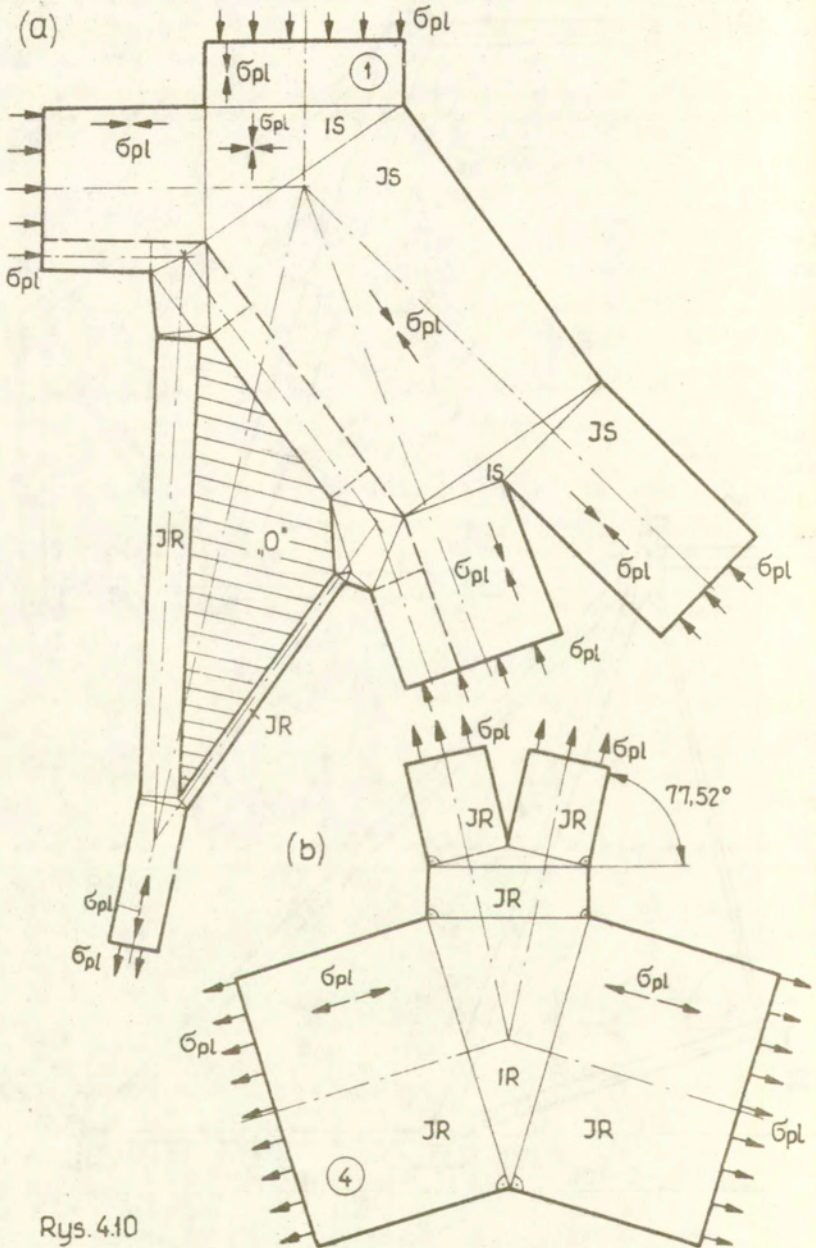
Rysując pasy systemu o wyznaczonej grubości, otrzymujemy węzły konstrukcji o różnej konfiguracji kątowej i znakach sił obciążających. Należy tak zbudować obszar węzła, aby stan naprężeń w nim był statycznie dopuszczalny. Metodyka postępowania najlepiej jest przedstawiona w rozdz.3 niniejszego opracowania oraz we wcześniejszych pracach (rozdz.4 - [23])autora.

Rysunek 4.9a przedstawia system konstrukcji z rys.4.7 (dla warunku Hubera-Misesa). Grubości pasów wynikają ze wzoru (4.3). Węzeł I jest polem elementarnym typu C dla $\Omega = 62^\circ 38'$. Węzeł II łączy cztery pasy ściskane naprężeniami ζ_{p1} . Jego rozwiązanie tworzą dwa obszary IS izotropowego ściskania i łączący je obszar JS jednoosiowego ściskania. Węzeł III ma na przemian ściskane i rozciągane pasy. Jego rozwiązanie otrzymano, stosując program WD4 opracowany w pkt.3.3.1.

Ostateczne rozwiązanie systemu z rys.4.8a pokazuje rys.4.9b z grubościami pasów otrzymanymi dla płyty jednostkowej $g = 4 \text{ mm}$. W węźle 1 zbiegają się cztery pasy ściskane i jeden rozciągany. Otrzymane rozwiązanie węzła składa się jakby (rys.4.10a) z rozwiązań dwóch niezależnych węzłów (wzdłuż linii przerywanej), jednego, w którym zbiegają się cztery pasy ściskane oraz drugiego, w którym dwa pasy ściskane łączą się z jednym rozciągany. Występuje tutaj duży obszar wolny od naprężeń. Węzeł 2 jest polem typu E, węzeł 3 rozwiązujemy wg zasad pkt.3.3. W węźle 4 wszystkie pasy są rozciągane (rys.4.10b). Pole wymiarujące węzeł składa się z obszarów IR izotropowego rozciągania oraz łączącego je obszaru JR jednoosiowego rozciągania.

Analiza i otrzymanie rozwiązań dla niektórych typów węzłów może być dość pracochłonne. Należy analizować wiele możliwych wariantów i wybierać ten o najmniejszej powierzchni obszaru węzła i osiach pasów przecinających się w jednym punkcie.





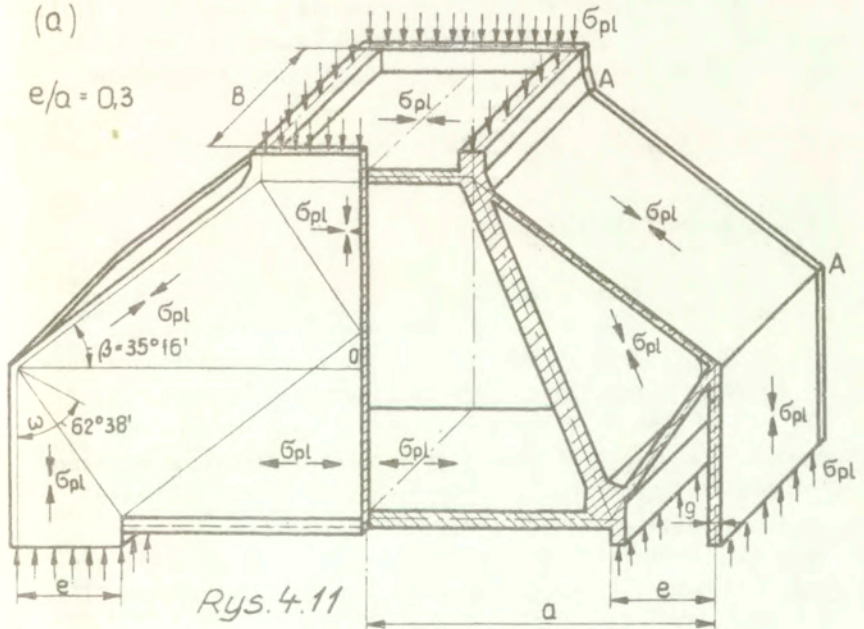
Rys. 4.10

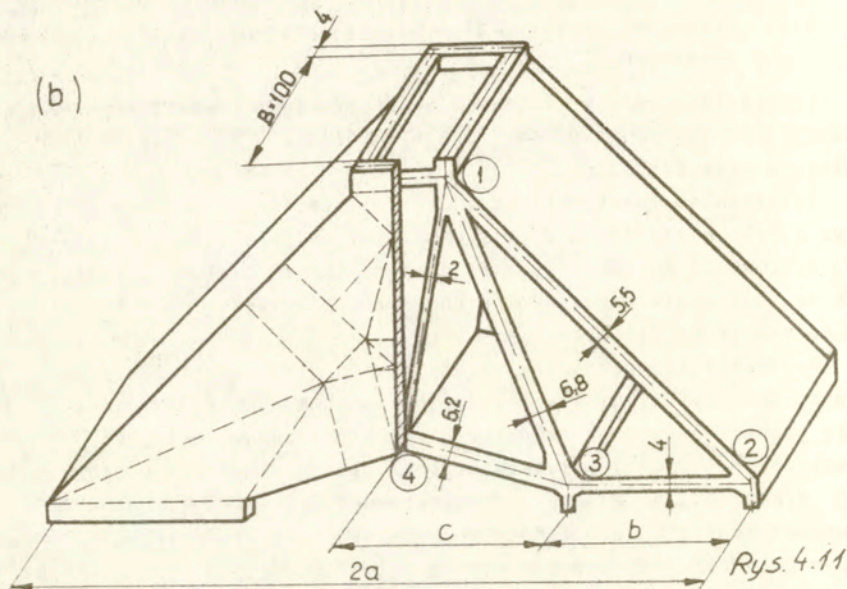
4.4. Przykłady konstrukcji o stałej szerokości B oraz zbieżnych

Łącząc teraz płyty czołowe z ukształtowanym wewnętrznym systemem płyt otrzymujemy konstrukcje, które są w stanie przenieść założoną siłę graniczną.

Zestawiając rozwiązanie dla płyty z rys.4.7 z systemem (rys.4.9a), otrzymano element konstrukcyjny (rys.4.11a) o stałej szerokości B. Oddziaływania pomiędzy płytą czołową a systemem są statycznie dopuszczalne (np. wzdłuż krawędzi AA-jednoosiowe ściskanie naprężeniami σ_{pl}).

Rysunek 4.11b przedstawia rozwiązanie dla płyty z rys.4.3b i systemu z rys.4.9b. Tak ukształtowane konstrukcje przeniosą siłę graniczną (wg oceny dolnej) równą iloczynowi naprężeń granicznych (σ_{pl}) i pola powierzchni górnej płaszczyzny oporowej. Wykorzystując metodę przedstawioną w pkt.4.2-4.4, można zbudować konstrukcje o identycznym kształcie płyty czołowej przy innym układzie wewnętrznego systemu płyt (por.[13]), gdyż istnieje duża liczba możliwych kombinacji kształtu powierzchni oporowych.





Rozwiązanie dla płyty z rys.4.6 podano w rozdz.4 pracy [23]. Naprężenia tnące τ z płyt czołowych przenoszone są (rys.4.12) przez dwie płyty poprzeczne (pole naprężeń typu F), ściskane naprężeniami σ_{pl} .

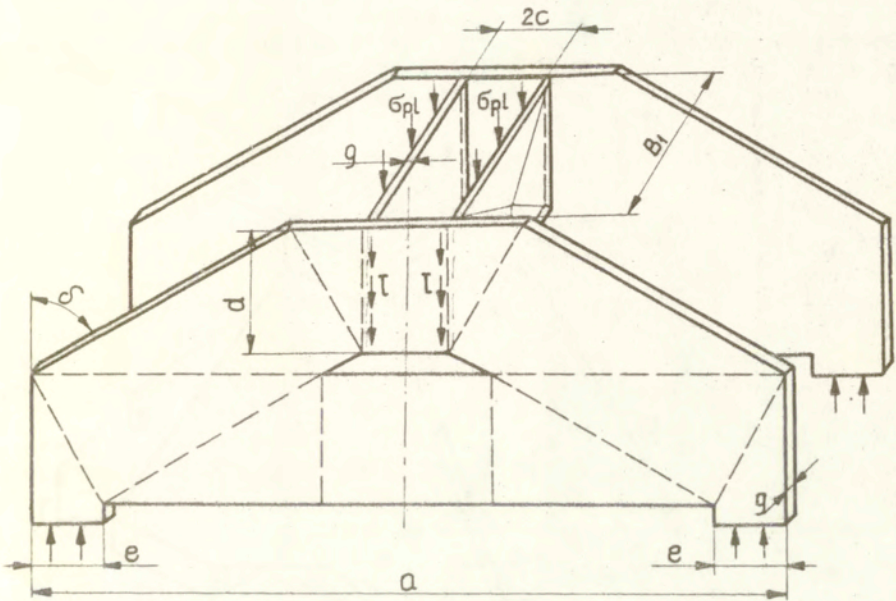
Nośność konstrukcji jest równa

$$(4.5) \quad p^d = 4 e g \sigma_{pl} = 2B_1 g \sigma_{pl},$$

gdzie g - grubość płyt.

Pokażemy teraz sposób kształtowania konstrukcji blachownicowych zbieżnych wzdłuż swej szerokości. Pierwszym etapem jest otrzymanie konstrukcji o stałej szerokości B (pkt.4.2-4.4). Rozpatrzmy konstrukcję z rys.4.11b i założmy, że będzie ona rozbieżna ku dołowi (rys.4.13). Tak dobierzemy jej kształt, aby w przekroju środkowym (płaszczyzna I-I) uzyskać konstrukcję z rys.4.11b (rys.4.14a). Zakładając stopień zbieżności (płaszczyzna II-II), znajdujemy kąt nachylenia płyt czołowych i układ płyt w rzucie bocznym (rys.4.14b).

Na górnej powierzchni oporowej wyznaczamy wartości sił granicznych przenoszonych przez płyty czołowe (Q) oraz system (Γ).



Rys.4.12

Są one równe

$$(4.5) \quad Q = a g \sigma_{pl},$$

$$\Gamma = 6 g \sigma_{pl},$$

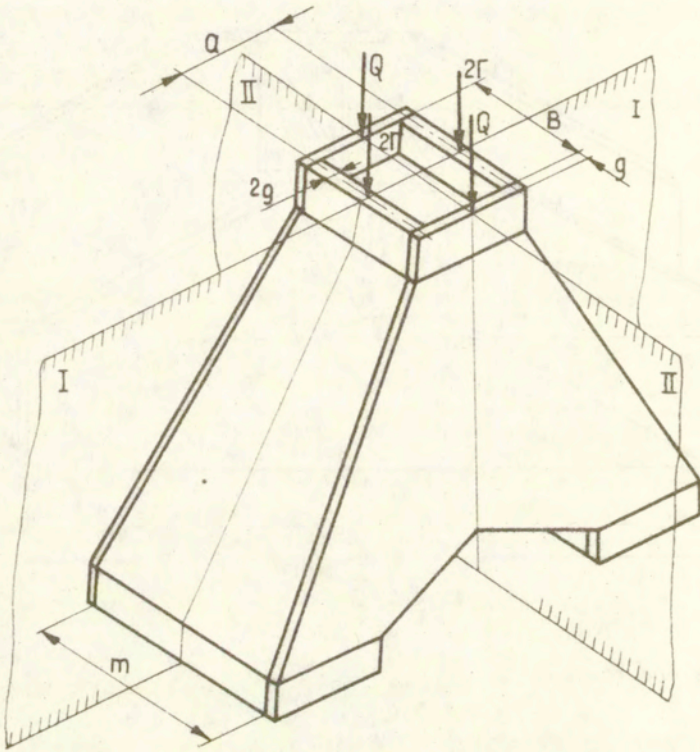
gdzie g - grubość płyty jednostkowej.

Traktując teraz oba przedstawione na rys.4.14a,b przekroje jako układy umownych prętów, wyznaczamy wartości sił przenoszonych przez poszczególne pręty. Obowiązuje tutaj wzór (4.3) dla przekroju I-I oraz

$$(4.6) \quad \mathcal{M}_i = P_i / Q$$

dla przekroju poprzecznego II-II.

Wartości δ_i i \mathcal{M}_i naniesiono na rys.4.14a,b. Mając określone siły obciążające płyty, znajdujemy teraz ich grubości, tak aby były obciążone stanem plastycznego płynięcia. Weźmy przykładowo płytę 6. Jest ona obciążona stanem dwukierunkowego ściskania naprężeniami σ'_x , σ'_y , które znajdziemy, rozkładając



Rys. 4.13

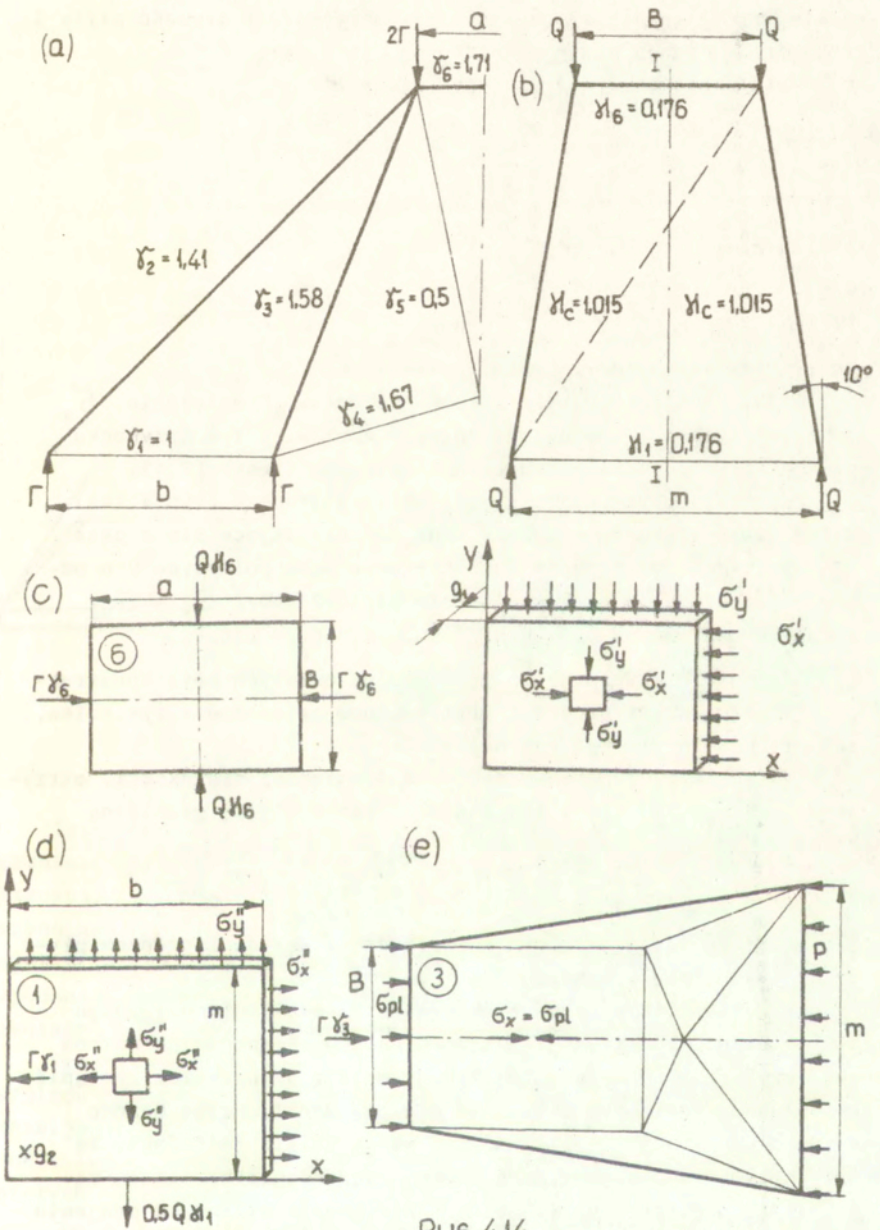
w sposób ciągły obciążenie wynikające z obciążających płytę sił granicznych (rys.4.14c). Mamy

$$(4.7) \quad \sigma'_x = \Gamma \gamma_6 / g_6 B = \gamma_6 \sigma_{p1} g / g_6,$$

$$\sigma'_y = Q \gamma_6 / a g_6 = \gamma_6 \sigma_{p1} g / g_6.$$

Aby w płycie panował stan plastycznego płynięcia $\sigma'_x = \sigma_{p1}$, skąd

$$(4.8) \quad g_6 = \gamma_6 g.$$



Rys. 4.14

Analogicznie możemy wyznaczyć stan naprężenia i grubość płyty 1. Obciążenie jednej płyty pokazano na rys.4.14d.

Uwzględniając wymiary płyty, otrzymamy

$$(4.9) \quad \begin{aligned} \sigma_x'' &= \Gamma \delta_1 / m g_1 = \delta_1 B g \sigma_{p1} / m g_1, \\ \sigma_y'' &= a g_1 \delta_1 \sigma_{p1} / 2b g_1. \end{aligned}$$

Analogicznie $\sigma_x'' = \sigma_{p1}$,

skąd

$$(4.10) \quad g_1 = \delta_1 g B / m,$$

gdzie B/m - stopień zbieżności konstrukcji.

Gdyby konstrukcja była zbieżna ku dołowi, naprężenia σ_x i σ_y w płytach 1 i 6 byłyby różnych znaków. W tym przypadku grubość płyty wynika ze spełnienia warunku Treski (2.4).

Pozostałe płyty systemu mają kształt trapezu (rys.4.14e). Można tutaj zaproponować pole naprężeń składające się z pasa jednoosiowego rozciągania lub ściskania oraz pola typu D o odpowiednich znakach. Przykładowo dla płyty 2 mamy $\sigma_x = \sigma_{p1}$ i możemy napisać $\Gamma \delta_2 = B g_2 \sigma_{p1}$, skąd $g_2 = \delta_2 g$.

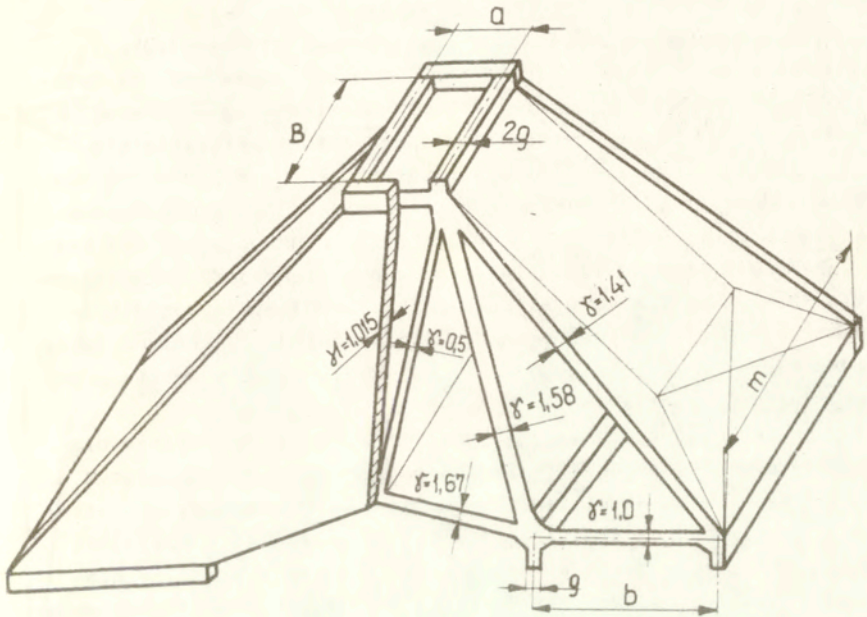
Analogicznie wyznaczono grubości pozostałych płyt konstrukcji. Współczynniki grubości płyt systemu są zgodne z rys.4.14a, zaś płyt czołowych wg rys.4.14b.

Łącząc płyty czołowe z systemem o zmiennej szerokości, otrzymano konstrukcję (rys.4.15) mogącą przenieść siłę graniczną równą

$$(4.11) \quad P^d = 2Q + 4 \Gamma = g (2a + 4B) \sigma_{p1}.$$

Nie omawiamy tutaj problemu kształtowania węzłów łączących płyty czołowe i płyty systemu.

Przedstawiliśmy tylko niektóre możliwości automatycznego kształtowania konstrukcji blachownicowych. Proponowana metoda (wg kryterium nośności granicznej) może z powodzeniem zastąpić we wstępnej fazie projektowania stosowane dotychczas bardzo uproszczone sposoby obliczeń. Jej ważną zaletą jest fakt, że przy projektowaniu daje bezpieczne oszacowanie kształtu, zapewniając, że rzeczywista nośność nie będzie niższa od projektowanej.



Rys. 4.15

Istotnym ograniczeniem zakresu stosowalności metody nośności granicznej jest problem stateczności ściskanych elementów konstrukcji. Zbadanie jej ograniczającego wpływu, jak również innych czynników, można określić na podstawie analizy doświadczalnej. Wyniki badań przeprowadzonych przez autora [37] wykazały dobrą zgodność ocen teoretycznych i danych doświadczalnych przy obciążeniach statycznych.

Projektowane konstrukcje powinny podlegać sprawdzeniu ze względu na takie czynniki, jak rzeczywista nośność, możliwość rozwijania się pęknięć zmęczeniowych, zjawiska utraty stateczności lub zniszczenia przyrostowego w przypadku długotrwałych stałych obciążeń.

4.5. Weryfikacja obliczeniowa dla konstrukcji blachownicowych

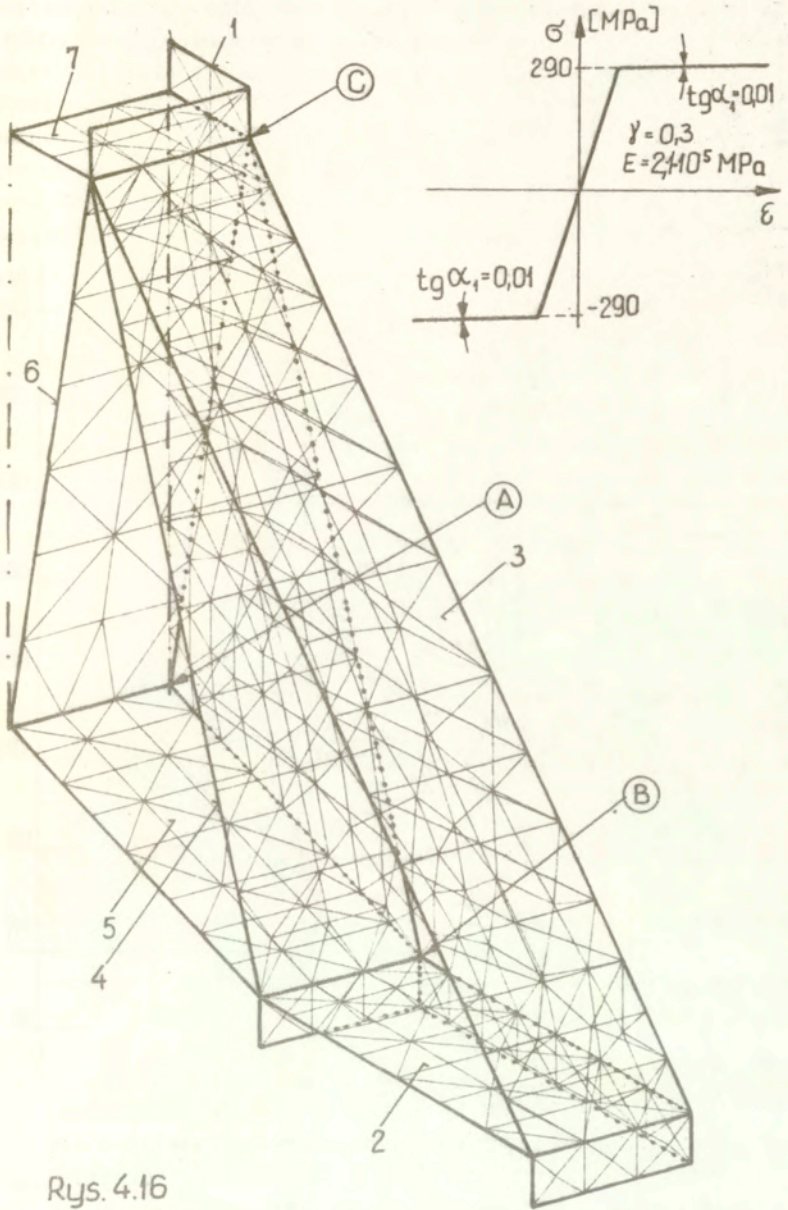
Przeprowadzono weryfikację obliczeniową dla konstrukcji blachownicowej z rys.4.11b ($g=4\text{mm}$). Szukano odpowiedzi na pytanie, jak konstrukcja, której kształt otrzymano wg zasad pkt.4.2 - 4.4 pracuje w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym. Do obliczeń [39] wykorzystano system MES NASTRAN dla sprężysto-plastycznego modelu ciała z minimalnym wzmocnieniem liniowym ($\sigma_{pl} = 290\text{MPa}$, $\nu = 0,3$, $E = 2,1 \cdot 10^5\text{MPa}$ - rys.4.16). Rozwiązano cały szereg zadań (47 kroków obciążenia), aż do zniszczenia konstrukcji. W każdym kroku rejestrowano występujące koncentracje naprężeń oraz obszary uplastycznione. Określono także przebieg siły obciążającej model w funkcji ugięcia węzłów górnej powierzchni oporowej.

Ze względu na istniejącą symetrię wykonano obliczenia dla jednej ćwiartki modelu (rys.4.16) odbierając punktom leżącym na płaszczyznach symetrii odpowiednie stopnie swobody. Konstrukcję podzielono na 478 elementów trójkątnych. Siłę obciążającą konstrukcję zwiększano w każdym kroku o 2% wartości siły granicznej obliczonej wg. wzorów (4.2) i (4.4). Każdy stopień obciążenia był scharakteryzowany przez współczynnik nośności

$$(4.12) \quad q = p^{kr}/P^d.$$

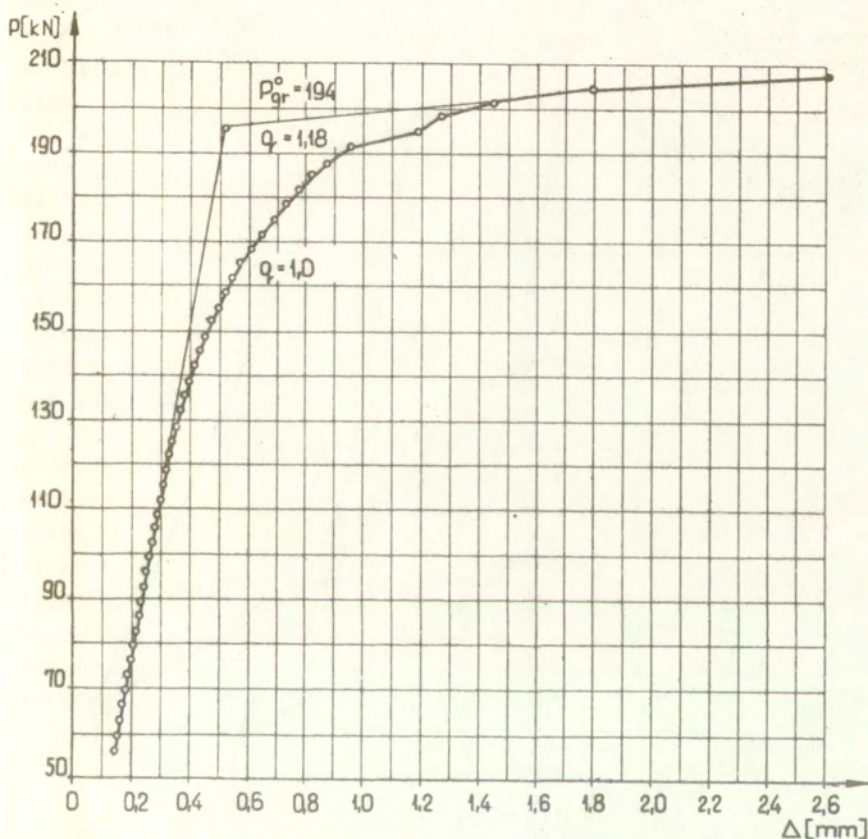
W pierwszym etapie obliczeń poszukiwano obciążenia zewnętrznego, przy którym nastąpiło pierwsze uplastycznienie konstrukcji. Dla $q=0,48$ pojawiły się pierwsze obszary uplastycznione w narożu 8 płyty czołowej i przylegającej do niej części płyty nr 4 (por.rys.4.16). Silniej obciążone były płyty 3,4,7 zaś płyty rozciągane 6 i 2 w minimalnym stopniu. W miarę wzrostu obciążenia obszary plastyczne minimalnie się powiększały i następowało wyrównanie obciążeń poszczególnych płyt systemu wewnętrznego. Obliczenia potwierdziły duże możliwości adaptacji konstrukcji do wzrastającego obciążenia zewnętrznego, gdzie w miarę wyczerpywania się nośności jednych elementów, ich rolę przejmowały pozostałe. Szczegółowe omówienie wyników obliczeń można znaleźć w pracy [39]. W ramach niniejszej pracy zajmiemy się szczegółowo jedynie płytą czołową konstrukcji.

Wyniki obliczeń wskazały, że duża część obszaru płyty [39]



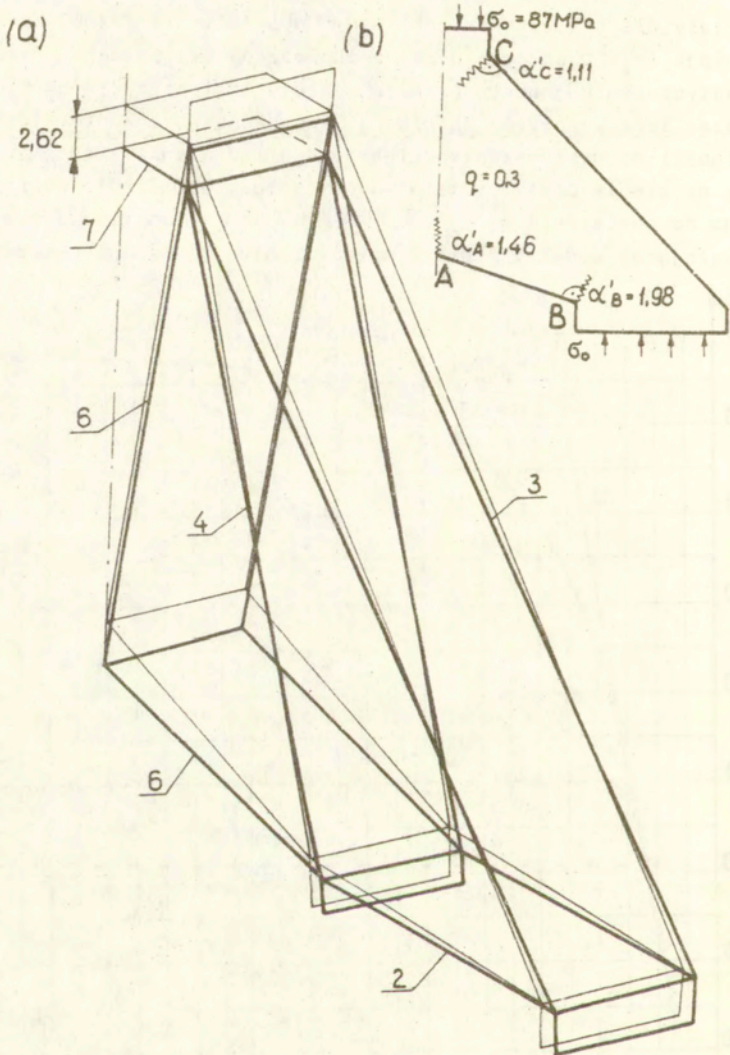
Rys. 4.16

powstały dla sił bliskich obliczonej nośności granicznej konstrukcji ($q_A = 0,66$ $q_C = 0,84$), a ich rozwój był powolny. Pełne uplastycznienie jednego przekroju płyty nastąpiło dla $q = 0,96$ (obszar leżący powyżej naroża B), lecz konstrukcja nie straciła zdolności do przenoszenia zwiększonego obciążenia, które przejęły na siebie płyty systemu wewnętrznego. Obliczenia doprowadzono do obciążenia $q = 1,3$. Rysunek 4.18 pokazuje przebieg siły obciążającej model w funkcji ugięcia. Stosując znane metody wy-



Rys. 4.18

znaczenia siły granicznej (por. [13]) określono obliczeniową siłę graniczną $P_{gr} = 194$ kN. Odpowiada to współczynnikowi



Rys. 4.19

nośności $q_{gr} = 1,18$. Dla tego granicznego obciążenia zakres obszarów uplastycznionych płyty czołowej pokazuje rys.4.17, zaś opierając się na wynikach pracy [39] można stwierdzić, że płyty 5,4, 3 systemu były w pełni uplastycznione, a pozostałe wyteżone w 70-80%.

Rysunek 4.19a obrazuje stan deformacji konstrukcji (linia gruba) po ostatnim kroku obciążenia ($q = 1,3$). Ugięcie górnej powierzchni oporowej wyniosło tu 2,62 mm. Taka postać deformacji konstrukcji odpowiada przyjętemu teoretycznie schematowi obciążenia płyt systemu wewnętrznego i wynika też z tego, że program NASTRAN nie uwzględniał w algorytmie zjawiska możliwości utraty stateczności przez ściskane elementy konstrukcji.

Ważnym celem przeprowadzonych obliczeń numerycznych było też określenie wartości naprężeń zredukowanych $\bar{\sigma}_H$ w narożach A,B,C płyty czołowej dla określonych poziomów obciążenia. Następnie wyznaczono współczynniki koncentracji naprężeń α'_K . Rysunek 4.19b przedstawia obliczone współczynniki dla $q = 0,3$. W narożu B współczynnik $\alpha'_B = 1,98$ jest najwyższy i odpowiada to mechanizmowi zniszczenia płyty czołowej. Wyniki obliczeń numerycznych będą wykorzystane w przeprowadzonych badaniach statycznych i cyklicznie zmiennych.

Oceniając wyniki obliczeń numerycznych należy podkreślić, że otrzymane z kryterium nośności granicznej oszacowanie kształtów konstrukcji ma duży 18% zapas bezpieczeństwa w stosunku do oceny teoretycznej. Potwierdził się zatem wniosek o bezpiecznym oszacowaniu kształtów konstrukcji przy wykorzystaniu metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Obecnie można by przeprowadzić bardziej szczegółowe obliczenia stosując system MES uwzględniający pełniej charakter pracy w zakresie sprężysto-plastycznym i przy dużych ugięciach.

4.6. Weryfikacja doświadczalna dla konstrukcji blachownicowych

Przy kształtowaniu konstrukcji blachownicowych oprócz założeń upraszczających dotyczących materiału założono, że ściskane elementy nie utracą stateczności aż do chwili osiągnięcia stanu granicznego. W rzeczywistych konstrukcjach problem stateczności odgrywa jednak istotną rolę i jest czynnikiem ograniczającym zakres stosowania metody opartej na kryterium nośności granicznej. Wpływ tych czynników można prawidłowo ocenić jedynie na drodze doświadczalnej.

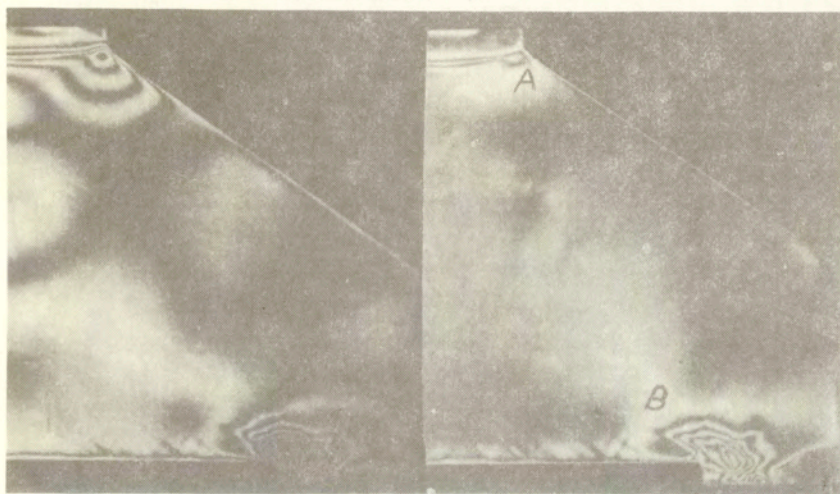
W poprzednich pracach [autora [37,39]] przeprowadzono badania statyczne różnych typów konstrukcji blachownicowych. Otrzymało tam dobrą zgodność ocen teoretycznych z wynikami doświadczeń. Rzeczywista nośność modeli odbiegała w granicach $\pm 10\%$ od wyznaczonych ocen teoretycznych. Nawet w przypadku, gdy o nośności modelu decydowała stateczność jego ściskanych elementów, nośność ta była jedynie ok. 25% mniejsza od teoretycznej (por. [13]). Problemem otwartym zostało jeszcze przeprowadzenie weryfikacji doświadczalnej sprawdzającej zachowanie się konstrukcji w przypadku sprężysto-plastycznego zakresu pracy oraz obciążeń udarowo lub cyklicznie zmiennych.

Na początek zajęto się problemem rozwoju stref plastycznych w płytach czołowych konstrukcji. Przygotowano trzy modele konstrukcji wykonane zgodnie z rys.4.11a dla grubości płyty jednostkowej $g = 2\text{mm}$. Na płyty czołowe naklejono obustronnie warstwę optycznie czynną o grubości 2mm z żywicy Epidian 5. Na prasie hydraulicznej ściskano modele rejestrując dla wybranej wzrastającej wartości obciążenia (współczynnik nośności q) rozkłady izochrom. Następnie odciążono model i rejestrowano powstałe odkształcenia trwałe. Kolejno obciążano model i rejestrowano rozkłady izochrom na wyższym poziomie obciążenia, aż do zniszczenia modelu.

Rysunek 4.20a przedstawia rozkład izochrom dla $q=0,705$, zaś rys:4.20b pozostające w płycie czołowej odkształcenia trwałe, które z pewnym przybliżeniem (por. [44]) pokazują zasięg strefy plastycznej w pobliżu naroży A i B płyty oraz występujące tam koncentracje naprężeń. Zbiorczy wykres rozwoju stref plastycz-

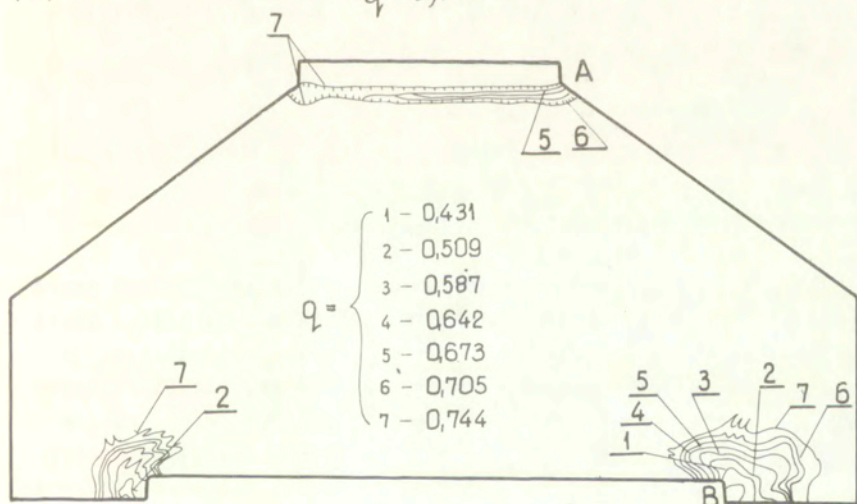
(a)

(b)



(c)

$$q = 0,705$$



Rys. 4.20
<http://rcin.org.pl>

nych pokazano na rys.4.20c. Dla $q=0,744$ bliskiego obliczonej teoretycznie nośności modelu jedynie ok.8% powierzchni płyty uległo uplastycznieniu.

W ramach prac [40] i [39] przeprowadzono badania na obciążenia cykliczne zmienne dla jednej serii konstrukcji blachownicowych wykonanych ściśle (na ile to było możliwe) wg. rys.4.11b. Do badań przeznaczono modele blachownic o grubości płyt czołowych $g_1=4$ mm (lewa strona rys.4.21) i $g_2=6$ mm (o stałej szerokości B jak i zbieżne). Modele wykonano ze stali St3S, dla której granica plastyczności otrzymana z badań próbek materiałowych wyniosła $\sigma_{pl\acute{s}r} = 289,5$ MPa.

Siły graniczne (wg oceny dolnej) wyznaczone wg. wzorów (4.2) i (4.4) wyniosły odpowiednio

$$P_1^d = 639,22 \text{ kN} \quad \text{dla} \quad q_1 = 4 \text{ mm},$$

$$P_2^d = 958,82 \text{ kN} \quad \text{dla} \quad q_2 = 6 \text{ mm}.$$

Technologia spawania modeli była typowa dla spawania ręcznego, a przeprowadzone badania ultradźwiękowe spoin wykazały, że zostały one wykonane w III-IV klasie. Stwierdzono występowanie płaskich wad zlokalizowanych w pobliżu grani spoin (brak przetopu). Wady te były główną przyczyną wcześniejszego inicjowania się pęknięć zmęczeniowych.

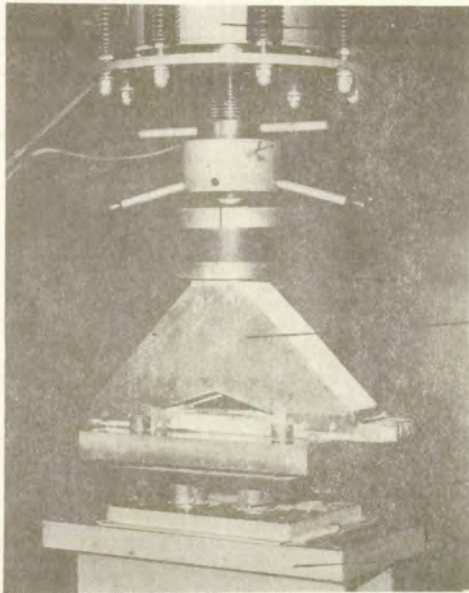
Dla każdej serii przeprowadzono badania statyczne jednego modelu określając obciążenie graniczne.

Otrzymano [40]:

$$P_1 = 636,7 \text{ kN} \quad \text{dla} \quad g_1 = 4 \text{ mm},$$

$$P_2 = 1036,8 \text{ kN} \quad \text{dla} \quad g_2 = 6 \text{ mm}.$$

Po raz kolejny (por. [37,39]) otrzymano dobrą zgodność ocen teoretycznych i sił niszczących modele. Następnie modele każdej serii badano [40] na stanowisku pokazanym na rys.4.22, obciążając je siłą sinusoidalnie zmienną o stałej amplitudzie, przy współczynniku asymetrii cyklu $R=0,1$ (częstość $f=300$ cykli/min). Poziomą siłą maksymalnej w cyklu dla pierwszego modelu był bliski otrzymanej sile granicznej, a dla następnych modeli był on sukcesywnie obniżany. Podczas badań rejestrowano liczbę cykli do powstania pęknięć zmęczeniowych, a następnie ich wzrost.



— Cylinder obciążający PZ 1000+
pulsator PU 500

— Model

— Siłomierz tensometryczny

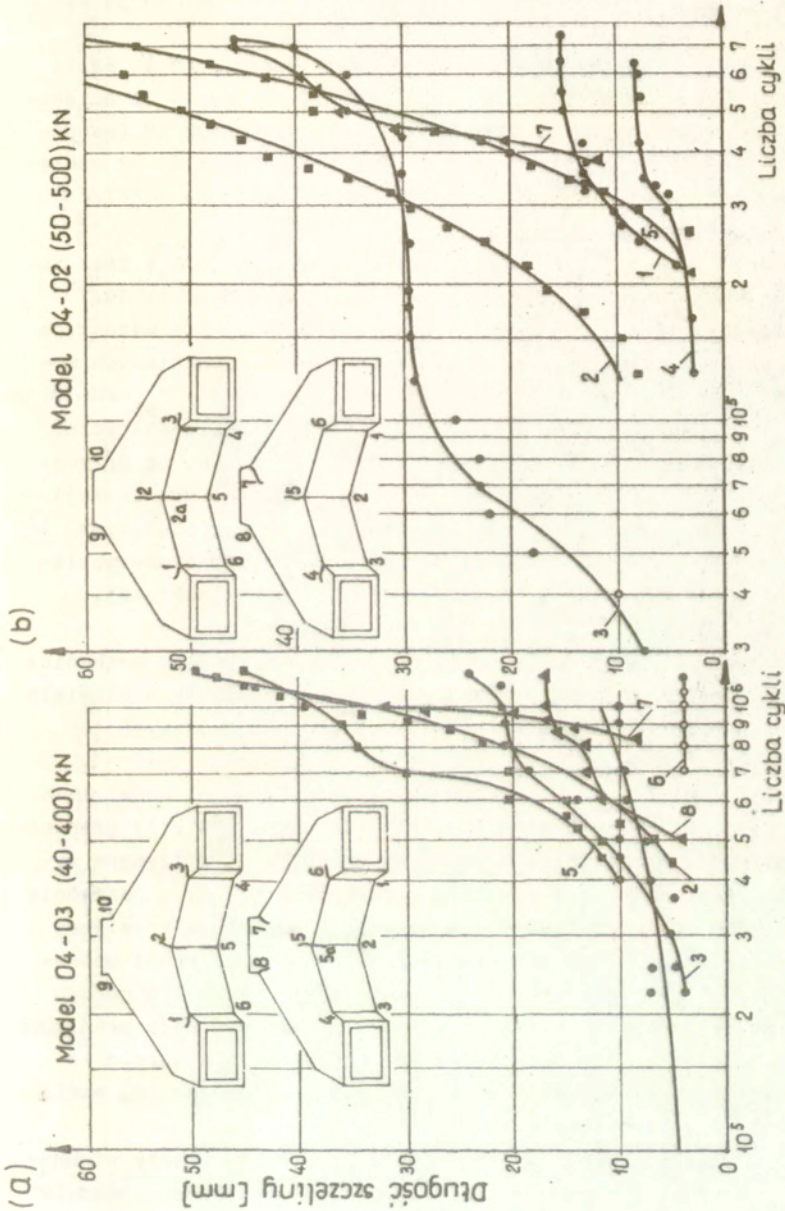
— Podpora

Rys. 4.22

Badania przerywano, gdy model osiągnął $2 \cdot 10^6$ cykli lub długość pęknięcia przekraczała przyjęty poziom graniczny.

Badania dla serii modeli 04. ($q_1 = 4\text{mm}$) przeprowadzono [40] na czterech poziomach obciążenia ($P_{\max} = \{200; 300; 400; 500 \text{ kN}\}$). Na rys. 4.24 pokazano rozwój pęknięć zmęczeniowych w funkcji liczby cykli dla dwóch poziomów obciążenia bliskich nośności granicznej modeli ($q = \{0,64, 0,79\}$). Pierwsze pęknięcia powstały w narożach 1;6 i 4;3 modelu, następnie w punktach 2;5 i na koniec w pkt. 7;8. Od chwili powstania pęknięcia te przez długi czas nie wzrastały, ich wzrost był bardzo powolny lub zatrzymywały się na długie okresy (rys. 4.23a - pęknięcia 1,6,8 oraz rys. 4.23b - pęknięcia 4,1). Zniszczenie modeli następowało przez nadmierny wzrost pęknięć 2 i 5, które rozwijały się zarówno w płycie czołowej jak i w węzłach wewnętrznego systemu płyt.

Przeprowadzona analiza przełomów pęknięć 5,4,8 modelu 04-02 (rys. 4.23b) potwierdziła fakt zapoczątkowania ich wzrostu od ostrych punktowych i ciągłych karbowo-postaciowych związanych



Rys. 4.23

z brakiem przetopu w spoinach łączących płyty wewnętrznego systemu (por. rys.4.21).

Następnie przeprowadzono badania dwóch wersji modeli serii 06. ($q_2 = 6$ mm). Modele wykonane wg lewej strony rys.4.21 ścisłano cyklicznie na poziomie siły maksymalnej 300 i 500 kN (współczynnik obciążenia granicznego $q = \{0,3; 0,5\}$). Model 06-06 obciążony na poziomie 30-300 kN wytrzymał bez wystąpienia pęknięć 6133,9 tysięcy cykli obciążeń.

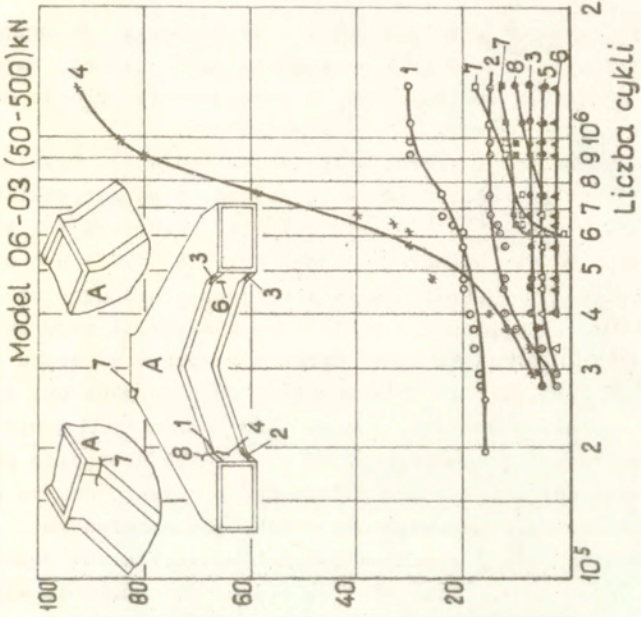
W modelu 06-05 badanym na poziomie 50-500 kN (rys.4.24a) zaobserwowano 10 pęknięć zmęczeniowych. Tak jak dla serii 04. o zniszczeniu modelu zdecydowały pęknięcia 2 i 5, zaś wzrost pozostałych był minimalny. Po zakończeniu badań zmęczeniowych model obciążono statycznie aż do zniszczenia przy sile $P_{gr} = 650-700$ kN. Nastąpiło pełne otwarcie pęknięć 2 i 5 [40]. Badania statyczne pozwoliły stwierdzić, że model nie utracił zdolności do przeniesienia 60-70% obciążenia granicznego (wg nośności granicznej) mimo posiadania pęknięć zmęczeniowych 2 i 5 przekraczających ponad połowę wysokości obu płyt czołowych. Znaczną część obciążenia przejęły teraz płyty systemu wewnętrznego konstrukcji (por. rys.4.21).

Następnie badano modele serii 06. - poddane obróbce mechanicznej lica spoin (prawa strona rys.4.21). W modelach tych usunięto także kątowe karby geometryczne w narożach płyt czołowych (ϕ freza = 20 mm).

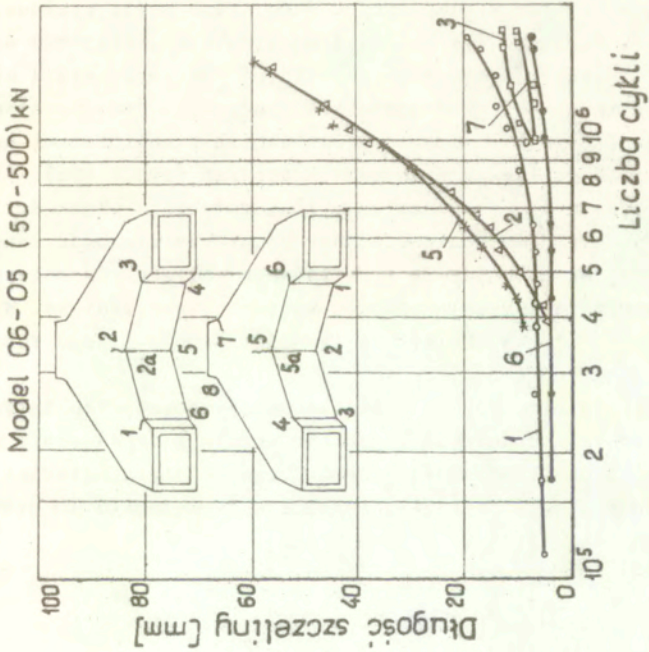
Model 06-03 badano w takich samych warunkach jak model 06-05 (rys.4.24b). Siła maksymalna w cyklu była równa 50% siły granicznej. Zmiany technologiczne zasadniczo wpłynęły na otrzymane wyniki. Pierwsze pęknięcie powstało w dolnym narożu 1, a następnie przy ok. 300 tysiącach cykli powstały i jednocześnie rozwijały się pęknięcia 8,4,2,3,6,5 w narożach dolnych powierzchni oporowych. Przy 607,5 tysiącach cykli powstało pęknięcie 7 w górnym narożu płyty czołowej. O zniszczeniu modelu zdecydowało pęknięcie nr 4. W modelu tym nie powstały w ogóle pęknięcia w narożu leżącym na osi symetrii płyt czołowych, które w poprzedniej serii decydowały o zniszczeniu konstrukcji.

Porównując wyniki badań obu modeli (rys.4.24) należy stwierdzić, że obróbka lica spoin wyraźnie poprawiła własności modelu

(b)



(a)



Rys. 4.24

wynikające z usunięcia wad związanych z technologią wykonania. Rozwój pęknięć był wolniejszy i mimo zniszczenia jednego naroża konstrukcja nie straciła zdolności do przenoszenia pełnego obciążenia zewnętrznego.

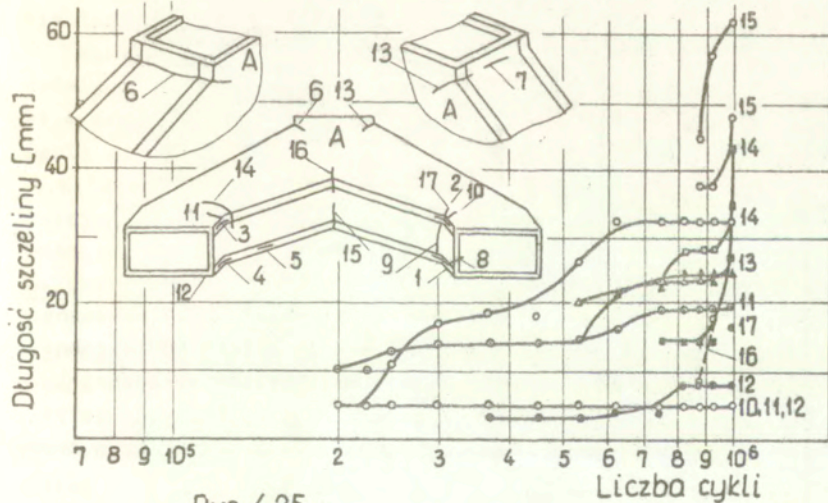
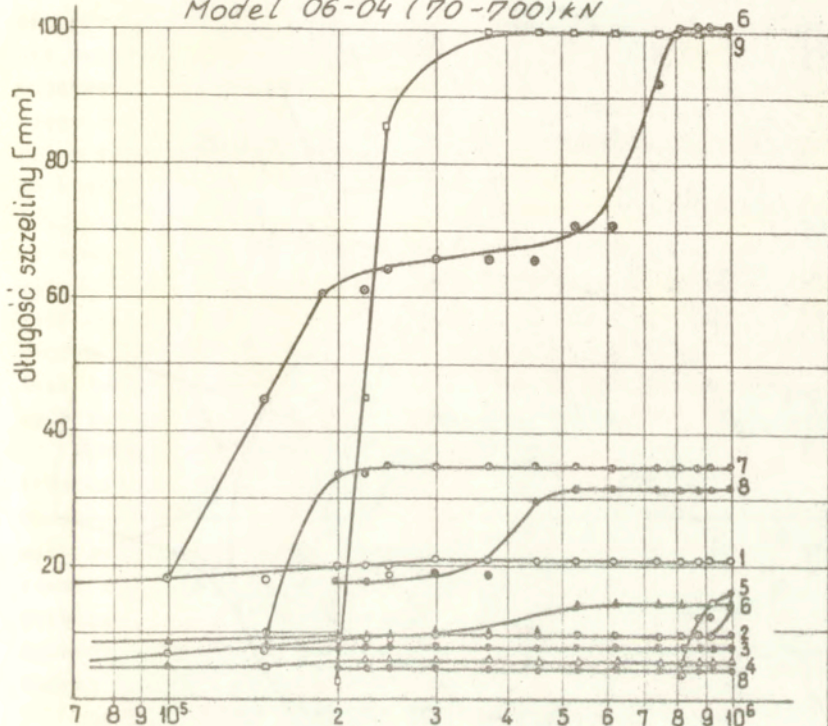
Model 06-04 badano w zakresie 70-700 kN ($q=0,7$). Rozwinęło się w nim 17 pęknięć zmęczeniowych zgrupowanych we wszystkich narożach płyty (rys.4.25). Pierwsze powstały pęknięcia 1 i 4, lecz rozwój ich aż do zakończenia badań przy 10^6 cykli był minimalny. Pęknięcia 6 i 9 zainicjowały się odpowiednio przy ok.100 i 200 tysiącach cykli. Ich wzrost był stosunkowo szybki i przy ok. 810 tysiącach cykli uległy zniszczeniu przekroje modelu w narożu dolnym i górnym. Pęknięcia 15 i 16 w narożu położonym na osi symetrii płyt czołowych powstały dla ok. 880 tysięcy cykli i nie decydowały o zniszczeniu konstrukcji. W modelu tym nastąpiło prawie jednoczesne pełne zniszczenie jego dwóch przekrojów, co wskazuje na dobre równomierne wyężdzenie w zakresie sprężystym.

W modelach obu serii zaprojektowanych wg kryterium nośności granicznej inicjowało i rozwijało się prawie jednocześnie wiele pęknięć zmęczeniowych występujących w narożach płyty czołowej i węzłach wewnętrznego systemu płyt konstrukcji. Kolejność występowania i kierunki rozwoju tych pęknięć pokrywały się z otrzymanymi z obliczeń MES kolejnością i kierunkami rozwoju stref plastycznych (rys.4.17). Zgodne były również z obliczonymi wartościami współczynników koncentracji naprężeń (rys.4.19b).

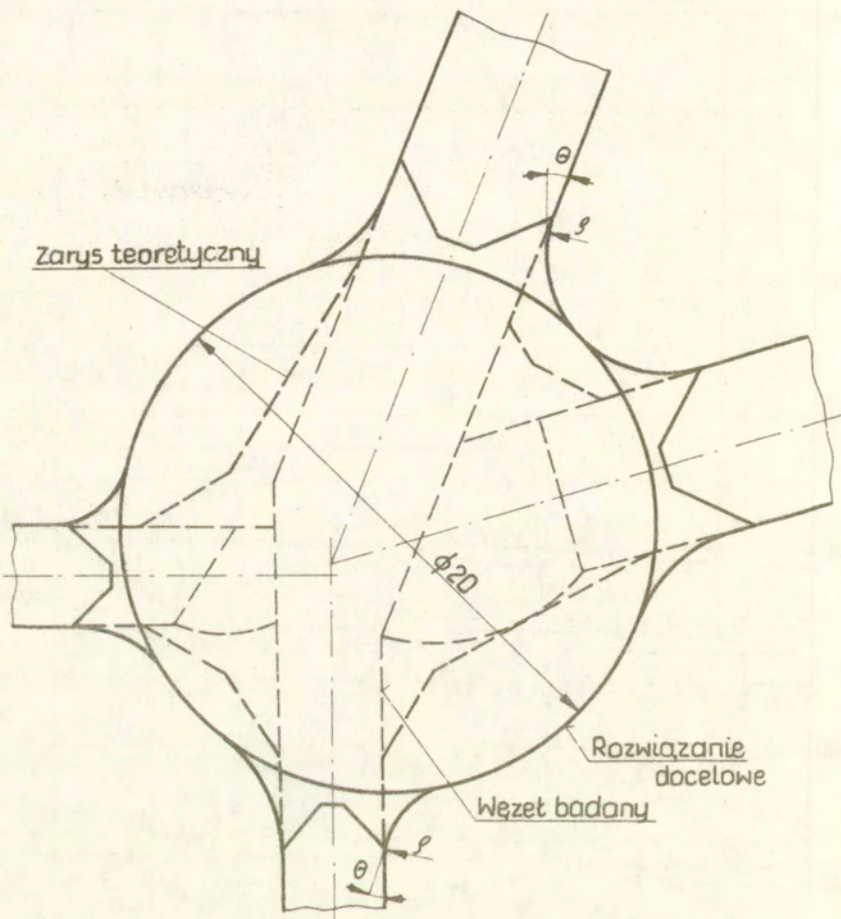
Interesujące i obiecujące są wyniki dotyczące prędkości propagacji pęknięć zmęczeniowych. Bardzo niewielkie bądź zerowe zmiany tej prędkości świadczą o pozytywnym wpływie równomiernego stanu wyężdzenia w modelu na jego własności zmęczeniowe. Występowanie pęknięć nie obniżyło sztywności modelu i jego zdolności do przenoszenia obciążeń.

Niezwykle istotną sprawą w świetle otrzymanych rezultatów jest odpowiednia technologia wykonania modelu i zapewnienie wysokiej jakości połączeń spawalniczych, czego teoria nośności granicznej nie ujmuje. Kluczową staje się zatem technologia wykonania węzłów wewnętrznego systemu płyt.

Model 06-04 (70-700)kN



Rys. 4.25



Rys.4.26

Rysunek 4.26 przedstawia (cienka linia przerywana) wykonany realnie w modelach (por.rys.4.21) węzeł przy dolnej powierzchni oporowej. Jego powierzchnia była nieco mniejsza od wymaganej w teorii nośności (por.pkt.3.3.1) granicznej, co obrazuje zarys zaznaczony grubą linią przerywaną. Ponieważ zarys taki byłby trudny

technologicznie do wykonania, to można zaproponować jako rozwiązanie docelowe węzeł składający się z pręta o średnicy 20 mm obejmującego wyznaczony zarys teoretyczny węzła i przyspawanych do niego spoinami czołowymi płyt systemu wewnętrznego.

W rozwiązaniu tym, jak pokazuje praca [62], istotne znaczenie ma kształt lica spoiny oraz sposób jej przejścia do pręta integrującego węzeł. Parametry określające lokalną formę geometryczną spoiny (kąt wzniosu - θ i promień przejścia ρ - rys.4.26) w istotny sposób wpływają na trwałość zmęczeniową węzła. Trwałość węzła mogą podwyższyć także pospawalnictwe zabiegi technologiczne (przetapianie, szlifowanie, śrutowanie, itp.). Autor spotkał takie rozwiązanie węzła w zakończeniach wysięgników portowych żurawi wypadowych firmy Kone.

Wyniki badań modeli na obciążenia cyklicznie zmienne były interesujące i zachęcające, gdy weźmiemy pod uwagę pracę całej konstrukcji, jednakże proces zmęczeniowego zniszczenia jest zjawiskiem bardzo złożonym i w dalszych rozważaniach należy analizować szczegółowo lokalne fragmenty konstrukcji, np. spoiny węzłów, połączenia płyt czołowych i systemu itp. W badaniach też nie sprawdzano wpływu wielu czynników, takich jak naprężenia własne, rodzaj przyjętego materiału, wady spawalnicze, itd.

Modele z rys.4.21 wykazały także dużą odporność na obciążenia typu udarowego [39,41].

Wyniki obliczeń numerycznych i przeprowadzona weryfikacja doświadczalna pozwalają stwierdzić, że przedstawiona w pkt.4.1-4.4 metodyka może z powodzeniem służyć do bezpiecznego oszacowania wstępnego kształtu konstrukcji blachownicowych (program Q.K.SDNPN).

Kolejno programem CAD usuwamy lokalne karby geometryczne i przechodzimy do obliczeń MES w sprężystym i sprężysto-plastycznym zakresie pracy elementu (np. ANSYS, NASTRAN). Obliczenia powinny dotyczyć całej konstrukcji, jak i poszczególnych węzłów wewnętrznego systemu płyt z wyznaczeniem wartości lokalnych współczynników koncentracji naprężeń.

Tak dobrany kształt w przypadku obciążeń statycznych elementu wymaga jedynie zabezpieczenia ściskanych elementów konstrukcji przed utratą stateczności do momentu osiągnięcia nośności granicznej (wg oceny dolnej), np. przez zmianę zamocowania płyt

czołowych o płyt systemu wewnętrznego (por. [37]).

W przypadku narażenia elementu na cyklicznie zmienne obciążenia niezbędne jest zastosowanie metod obliczeniowych związanych ze zmęczeniem i mechaniką pęknięcia. Właściwa wydaje się metoda analizy procesu inicjacji i wzrostu pęknięć zmęczeniowych zaproponowana w pracy [60], która wykorzystywała kumulacyjny model wzrostu pęknięć zmęczeniowych. Umożliwia on uwzględnienie takich czynników, jak wpływ przeciążeń, naprężeń ściskających, geometrii karbu, naprężeń własnych itp. Analiza taka powinna dotyczyć lokalnych miejsc w konstrukcji, gdzie spodziewać się można pojawienia się pęknięć zmęczeniowych.

Zespół pracowników IMRC PW [61] przygotował racjonalną metodykę wymiarowania trwałościowego osprzętów roboczych mrc z uwzględnieniem procesu technologicznego wytwarzania i warunków eksploatacji. Zawiera ona trzy etapy wspomagane programami komputerowymi ZATKON i bankami danych. Dla wstępnego etapu projektowania metoda oparta jest na charakterystykach wysokocyklowych i obciążeniach typu statystycznego. Na etapie prototypu stosuje się charakterystyki niskocyklowe (krzywe odkształcenie-trwałość) i przebieg obciążeń. Etap serii próbnej rozwiązuje się, przyjmując charakterystykę trwałościową $da/dN = f(\Delta K)$ i przebieg obciążeń.

Metodykę tę, pomijając etap pierwszy, można z powodzeniem zastosować do szczegółowej analizy trwałościowej elementów kształtowanych wstępnie wg kryterium nośności granicznej.

4.7. Mechanizmy zniszczenia konstrukcji blachownicowych

4.7.1. Wprowadzenie

Autor prowadząc wieloletnie badania statyczne konstrukcji blachownicowych [37,39,49] analizował problem utraty stateczności ich ściskanych elementów, a także obserwował powtarzające się mechanizmy zniszczenia po przekroczeniu nośności modelu. Brak było wtedy efektywnej metody analizy pracy konstrukcji po lokalnej utracie stateczności i związanego z tym charakteru przebiegu siły obciążającej w funkcji ugięcia. Większość prac miała charakter doświadczalny (np.: [51]). W drugiej grupie prac zajęto się teoretyczną analizą kinematyki zniszczenia modeli z różnymi mechanizmami dysypacji energii. Aya i Takahashi [45] opisali po raz pierwszy mechanizm deformacji prostokątnego naroża blachownicowego. Kolejno Wierzbicki i Abramowicz [46-49] podali związki na obliczanie siły niszczącej pionowe kolumny o różnych przekrojach poprzecznych.

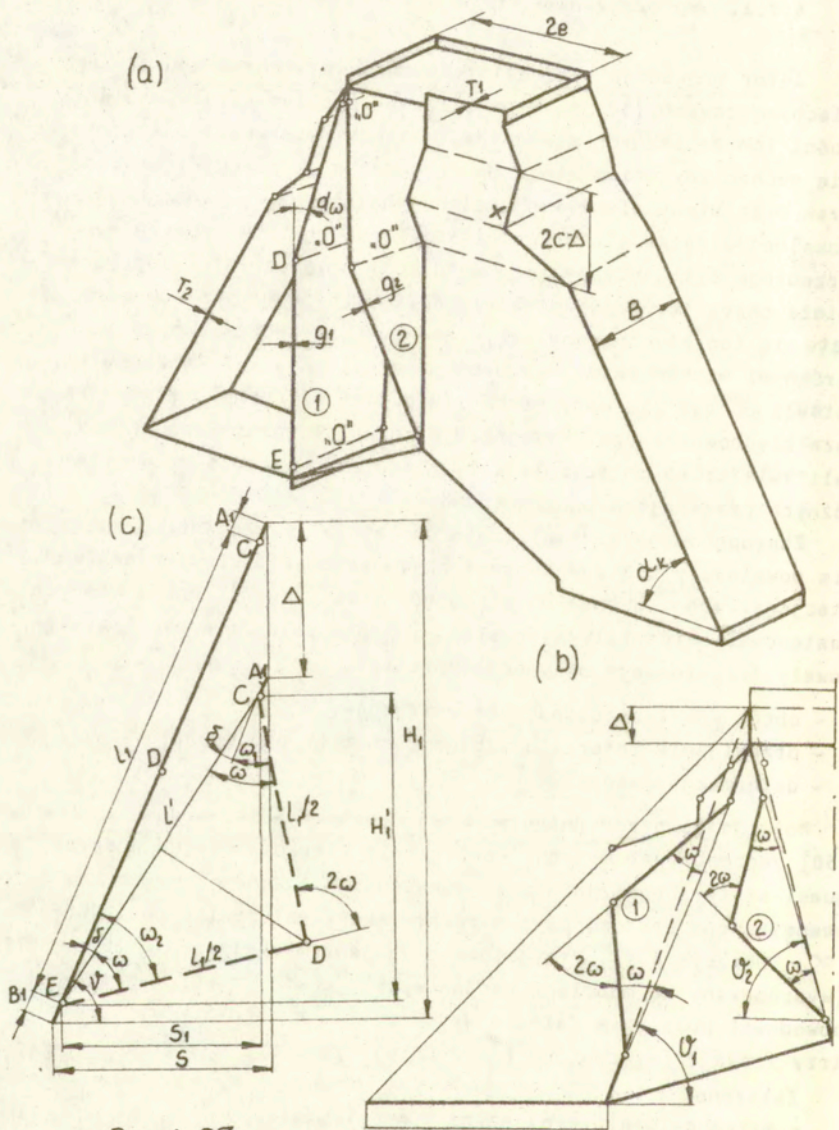
Zaproponowane kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia powstawały podczas koncentracji deformacji plastycznej wzdłuż stacjonarnych i ruchomych przegubów plastycznych, wokół których następował obrót sztywnych płytów. W procesie deformacji występowały trzy rodzaje dysypacji energii:

- obrót wokół stacjonarnych przegubów,
- przewijanie materiału wzdłuż ruchomych przegubów,
- deformacja naroża.

Rozwijając prace dotyczące tej tematyki autor wraz z R.Kirykiem [50] zaproponował metodę obliczania siły niszczącej podczas quasi-statycznego zgniatania konstrukcji blachownicowych bez wewnętrznego systemu płyt o różnym nachyleniu ścian bocznych α_K (por. rys.4.1). Przygotowano mechanizm zniszczenia (rys.4.27a) (wypróbowany na modelach kartonowych), w którym obrót płytów powodował powstanie fałdy o wysokość $2C$. W narożu X występowały trzy rodzaje (wymienione poprzednio) dysypacji energii.

Założono:

- sztywno-idealnie plastyczny model ciała,
- proces quasi-statyczny,
- przegub plastyczny leżący zawsze w jednej płaszczyźnie.



Rys. 4.27

Uwzględniając wszystkie zależności geometryczne oraz przyjęte założenia, określono całkowitą energię pochłanianą w procesie zgniatania modelu. Porównując dysypowaną energię z energią potencjalną sił zewnętrznych, zdefiniowano średnią siłę zgniatania powłoki jak również wyznaczono zmianę siły zewnętrznej w funkcji parametru zaawansowania procesu Δ .

Szczegółową analizę zawiera praca [50].

4.7.2. Mechanizmy zniszczenia konstrukcji z wewnętrznym systemem płyt

W ramach niniejszej pracy opracowano mechanizm zniszczenia konstrukcji ukształtowanych wg zasad teorii nośności granicznej (por.pkt.4.2-4.4).

Mechanizm zniszczenia tego rodzaju konstrukcji można określić na podstawie złożenia dwóch deformacji (rys.4.27a).

Płyty czołowe i zewnętrzne boczne ulegają zniszczeniu wg zasad podanych w pracy [50]. Chwilową wartość siły niszczącej w funkcji ugięcia Δ można wyznaczyć z zależności

$$(4.13) \quad \frac{P(\beta)}{M_1} = \frac{4(A+B)}{C \sin \beta} + 4 \left(1 - \frac{1}{\sin(\arctg \frac{1}{\sqrt{2}})} \right) +$$

$$+ \frac{4}{C \left(\frac{1}{\sin \alpha_K} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} \left[\frac{C \operatorname{ctg} \beta}{\sin \alpha_K} + (C \cos \beta + B \operatorname{ctg} \beta) \sqrt{2} \right] +$$

$$+ 8 \beta \operatorname{ctg} \beta,$$

gdzie

$$(4.14) \quad \frac{\tilde{z}}{\tilde{r}} = \frac{\tilde{r}}{2 \alpha_K} - \frac{1}{\sin \alpha_K},$$

$$(4.15) \quad \beta = \frac{\tilde{r} \alpha}{2 \alpha_K}$$

oraz

$$(4.16) \quad \Delta = 2C (1 - \cos \beta).$$

Oznaczenia (por. rys. 4.27a)

- $M_1 = \sigma_{pl} t^2 / 4$ - jednostkowy moment plastyczny dla płyty o grubości t ,
 A, B - początkowe długości przegubów (A na płycie czołowej),
 $2C$ - długość fali wyboczenia,
 f - stała,
 α, β - kąty określające poziom zaawansowania deformacji,
 α_K - pochylenie ścian bocznych konstrukcji,
 Δ - ugięcie kolumny.

Wewnętrzny system płyt ulegnie zniszczeniu, gdy w płytach 1 i 2 (rys. 4.27b) powstanie odpowiednia liczba przegubów plastycznych. Energia zniszczenia zależna będzie od grubości płyt, ich liczby oraz kąтового usytuowania wewnątrz konstrukcji (kąt V_i).

Rozpatrzmy system płyt konstrukcji z rys. 4.9, którego możliwy mechanizm zniszczenia pokazuje rys. 4.27b. Zakładamy, że w każdej z czterech płyt powstaną po trzy stacjonarne przeguby plastyczne. Ich umiejscowienie wynika z ostatecznego kształtu węzłów systemu (rys. 4.9b), gdyż przegub taki może powstać dopiero poza obszarem węzła. Ponadto zakładamy, że trzeci przegub powstanie w połowie długości płyty pomiędzy pozostałymi przegubami.

Określając dla takiego schematu zginięcia energię dysypacji, otrzymamy ostatecznie wartość siły potrzebnej do zniszczenia systemu w funkcji ugięcia całej konstrukcji Δ .

Analizując rys. 4.27b widzimy, że wystarczy rozpatrzeć jedną z płyt o znanej długości l i kącie pochylenia V (rys. 4.27c). Szczegółowej analizy dokonano w pracy [52]. Założono przeguby w punktach: C - oddalonym o odcinek A_1 od początku płyty, E - oddalonym o odcinek B_1 , D - położonym w środku odcinka $|\overline{EC}|$. Z zależności geometrycznych określono związki pomiędzy kątami obrotu ω_1, ω_2 i ω w przegubach, a ugięciem konstrukcji Δ . Na tej podstawie wyznaczono wartość kąta ω

$$(4.17) \quad \omega = \arccos \left(\frac{\sin V \sqrt{\left[\frac{H_1}{\cos V} - (A_1 + B_1) \cos V \right]^2}}{H_1 - (A_1 + B_1) \sin V} \right) +$$

$$+ \frac{[H_1 - 2C(1 - \cos \beta) - \sin V(A_1 + B_1)]^2}{H_1 - (A_1 + B_1) \sin V}.$$

Obliczając $d\omega$ z (4.17) otrzymamy

$$(4.18) \quad d\omega = \frac{\sin V [H_1 - 2C(1 - \cos \beta) - \sin V(A_1 + B_1)] 2C \sin \beta}{\sqrt{\{ [H_1 - (A_1 + B_1) \sin V]^2 - K \sin^2 V \} K}} d\beta,$$

gdzie

$$(4.19) \quad K = \left[\frac{H_1}{\cos V} - (A_1 + B_1) \cos V \right]^2 + [H_1 - 2C(1 - \cos \beta) - (A_1 + B_1) \sin V]^2.$$

Znając przyrost $d\omega$, możemy napisać wzór na energię zginania w stacjonarnym przegubie plastycznym. Dla przegubów C, D, E płyty z rys.4.27c otrzymamy

$$(4.20) \quad dE_z = 4 M_1 B d\omega.$$

Chcąc określić chwilową wartość siły niszczącej płytę w funkcji parametru zaawansowania procesu $[\Delta \text{ wg (4.16)}]$, napiszemy

$$(4.21) \quad P(\beta) = \frac{dE_z}{d\Delta}.$$

Podstawiając do (4.21) wzory (4.18), (4.16) i (4.20), otrzymamy siłę niszczącą jedną płytę systemu

$$(4.22) \quad P_{S_1}(\beta) = \frac{4M_1 B \sin V [H_1 - 2C(1 - \cos \beta) - (A_1 + B_1) \sin V]}{\sqrt{\{ [H_1 - (A_1 + B_1) \sin V]^2 - K \sin^2 V \} K}},$$

gdzie K obliczamy wg (4.19).

Siła niszcząca cały system zależy od liczby płyt, ich położenia (kąt V), długości l oraz rozmieszczenia przegubów (odcinki A_1 i B_1).

Dla modelu z rys.4.27b mamy

$$(4.23) \quad P_S(\beta) = 2 P_{S_1}(\beta) + P_{S_2}(\beta),$$

gdzie siły $P_{S_1}(\delta)$ wyznaczamy ze wzorów (4.22) i (4.19).

Sumując siły wynikające z obu mechanizmów [wzory (4.13) i (4.23)] otrzymamy przebieg siły niszczącej całą konstrukcję w funkcji ugięcia Δ . Dla tak otrzymanych zależności przygotowano program obliczeń numerycznych na IBMPC/XT/AT [53].

Rysunek 4.28 pokazuje opcje głównego menu, skąd trybem graficznym można kursorem wybrać jeden z czterech typów kolumny (z wypełnieniem wewnętrznym lub bez). Jednocześnie z tym rysowany jest rysunek zawierający podstawowe wymiary kolumny oraz główne parametry założonego mechanizmu zniszczenia.

Po wyborze typu kolumny następuje faza wprowadzania parametrów geometrycznych i materiałowych (rys. 4.29a, b). Program zawiera w stosunku do wzorów (4.13) i (4.23) rozszerzenia pozwalające analizować mechanizmy zniszczenia w przypadku

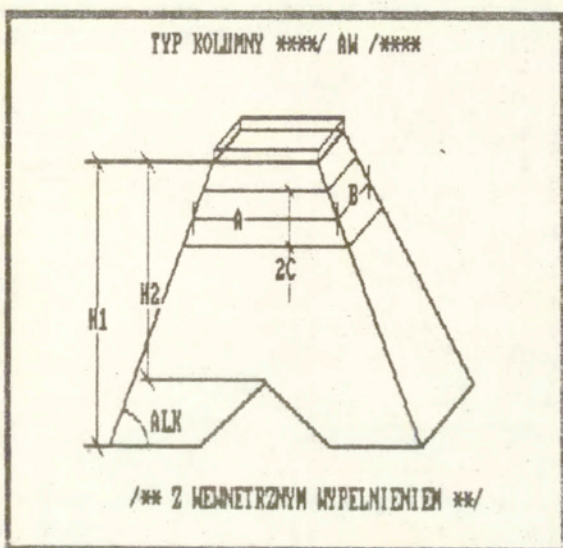
- różnych grubości płyt czołowych i bocznych,
- różnych grubości płyt systemu wewnętrznego,
- różnych własności materiałowych (granica plastyczności σ_{pl}) płyt składowych konstrukcji.

Wszystkie te rozszerzenia uwzględniono rozbijając wyrażenia całkowite na określone rodzaje mechanizmów dysypacji energii w zależności od różnych plastycznych momentów jednostkowych M_1 . Proces obliczania chwilowej siły niszczącej ma charakter krokowy z dokładnością założoną przez użytkownika. W rezultacie obliczeń otrzymujemy sekwencyjny zapis wyników na dysku w postaci dwukolumnowej tablicy: siła - ugięcie. Program pozwala także na pomocnicze wyliczanie minimalnej długości środkowego przegubu na płycie czołowej (A - rys. 4.29a), lub też po fazie obliczeń przedstawienie w formie listingu prawdopodobnego zakresu siły krytycznej.

Otrzymane wykresy przebiegu sił niszczących konkretne konstrukcje przedstawiono na rys. 4.31, 4.33, 4.34. Dla różnych parametrów A i C można przeszukując ich dopuszczalny obszar znaleźć minimalny przebieg siły. Analiza numeryczna pokazała, że czynnikiem decydującym o wielkości siły niszczącej jest zmiana parametru C. Dla przyjętego modelu ciała sztywno-idealnie plastycznego i małych ugięć wielkości siły dąży do nieskończoności. Dlatego pojawia się problem ustalenia punktu utraty stateczności. Różne podej-

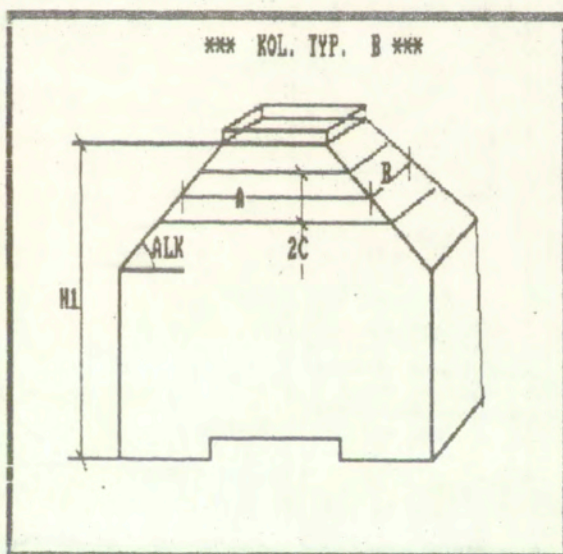
*** MAIN MENU ***
** KOL. TYP. A **
** KOL. TYP. B **
**** KOL. TYP. AW ****
** KOL. TYP. BW **
* LIST. WYNIKOW *
* WYDRUK WYNIKOW *
* OPIS INSTRUK *

(a)



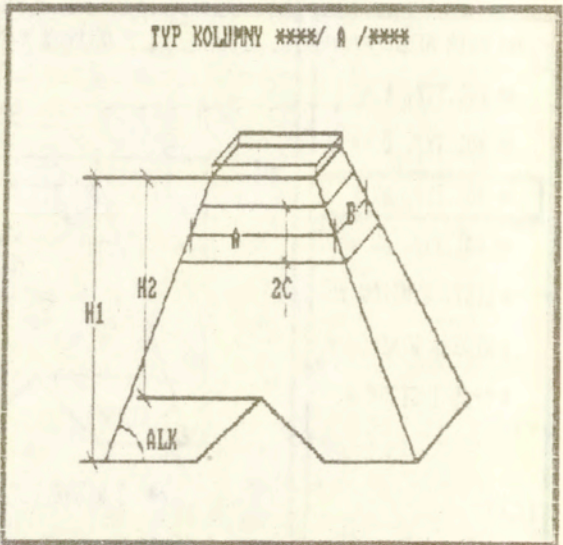
*** MAIN MENU ***
** KOL. TYP. A **
**** KOL. TYP. B ****
** KOL. TYP. AW **
** KOL. TYP. BW **
* LIST. WYNIKOW *
* WYDRUK WYNIKOW *
* OPIS INSTRUK *

(b)

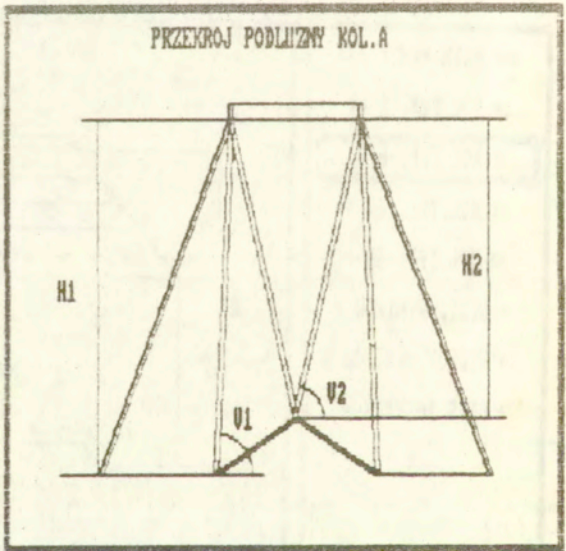


Rys. 4.28

A=	123
B=	100
C=	35
T1=	4
T2=	5.5
ALK=	45
N=	45
RB=	? -
CONTINUE	



RB=	292
H1=	215
H2=	176
G1=	6.8
G2=	2
U1=	69
U2=	? 77.5
A1=	
CONTINUE	



Rys 4.29

ścia do tego problemu przedstawiają prace Tidbury i Kecmana [55] oraz Abramowicza [46], przy czym do wyznaczenia siły krytycznej potrzebne są badania doświadczalne. W niniejszej pracy proponuje się przyjęcie granicznej wartości parametru $\Delta/C = 0,05$ (por. [50]), pokrywającego sprężysty zakres pracy konstrukcji.

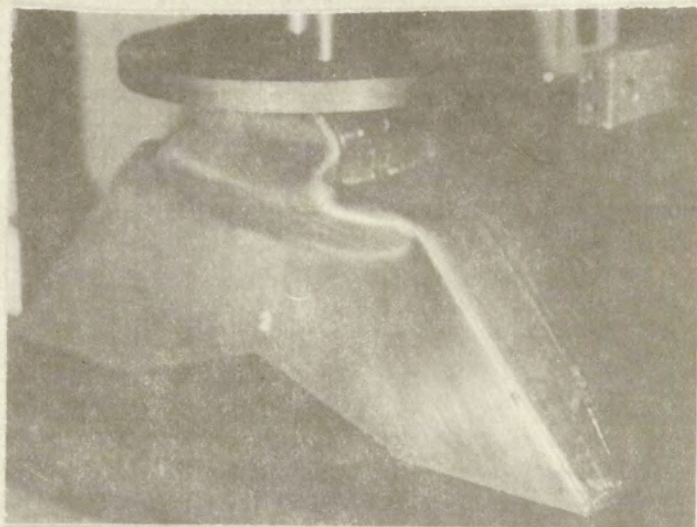
4.7.3. Weryfikacja doświadczalna

Obserwacja występujących praktycznie mechanizmów zniszczenia konstrukcji blachownicowych o różnym ukształtowaniu płyt czołowych (rys.4.1) oraz porównanie ich z teoretycznymi mechanizmami proponowanymi w pkt. 4.7.1 i 4.7.2 były głównym celem przeprowadzonych badań doświadczalnych. Porównano także wielkość siły niszczącej z jej teoretycznie wyznaczonym przebiegiem. Badaniom poddano kilka typów różnorodnych konstrukcji [52,53,37], rejestrując siłę niszczącą w funkcji ugięcia oraz fotografowano występujące mechanizmy zniszczenia.

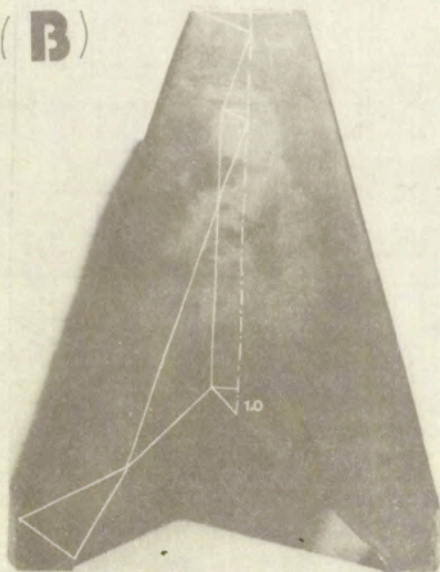
Rysunek 4.30 pokazuje mechanizm zniszczenia modeli o kącie nachylenia ściany bocznej $\alpha_K = 45^\circ$ (rys.4.1b), grubości ścianki 2 mm i wytrzymałości $\sigma_{pl} = 220 \text{ MPa}$. Przebieg siły obciążającej podczas ściskania na maszynie ZWICK 1484 przedstawia rys.4.31a. Lokalna utrata stateczności i formowanie się przegubów plastycznych obserwowano w zakresie 130-150kN. Po ustaleniu się danego typu mechanizmu zniszczenia następował spadek wielkości siły niszczącej. Kolejne etapy deformacji z badań wykonanych przez autora przedstawiono w pracy [50]. Praktycznie występujący mechanizm zniszczenia (rys.4.30a) pokrywa się w dużym stopniu z określonym teoretycznie (rys.4.27a).

Próbki drugiej serii (rys.4.1c) wykonano [52] ze stali St3 o wytrzymałości $\sigma_{pl} = 267,3 \text{ MPa}$, grubości ścianki 2,5 mm i nachyleniu ścian bocznych $\alpha_K = 72^\circ$. Ściskano je na prasie o nacisku 500kN. Rysunek 4.30a przedstawia model przed badaniami z nanieśnionym na płycie czołowej statycznie dopuszczalnym polem naprężeń. Kolejno (rys.4.30c) mamy otrzymanym mechanizm zniszczenia konstrukcji. W doświadczeniu otrzymano dwa typy wykresów siła-ugięcie (rys.4.31b). W pierwszym, po wyboczeniu płyt czołowych zniszczenie następowało bez widocznego spadku siły zgniatającej. Drugi był analogiczny do przedstawionego na rys.4.31a.

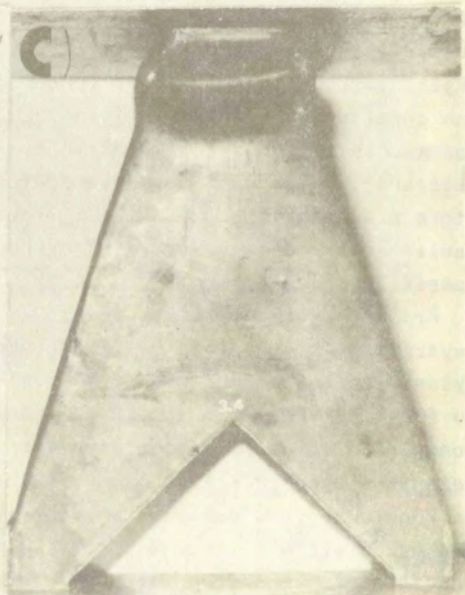
(A)



(B)



(C)



W obu przypadkach siła krytyczna zawierała się w przedziale 214-225kN. W modelach zrealizował się teoretyczny mechanizm zniszczenia (4.27a) z odwróceniem kierunku ruchu płytów, tj. płyty czołowe załamywały się do wewnątrz, podczas gdy boczne na zewnątrz kolumny. Kolejne fazy zniszczenia i realizujący się mechanizm przy dolnych podporach można zobaczyć w pracy [50]. Rysunek 4.30c przedstawia ostatnie stadium zniszczenia kolumny (pkt.3c-rys.4.31b).

Rysunki 4.31a,b porównują przebiegi eksperymentalnej i teoretycznej siły niszczącej. Obserwuje się dobrą zgodność dla obu typów kolumn. Również zaproponowana metoda wyznaczania teoretycznej wartości siły granicznej (wg oceny górnej) dla parametru $\Delta/C=0.05$ jest dobrze potwierdzona przez badania doświadczalne.

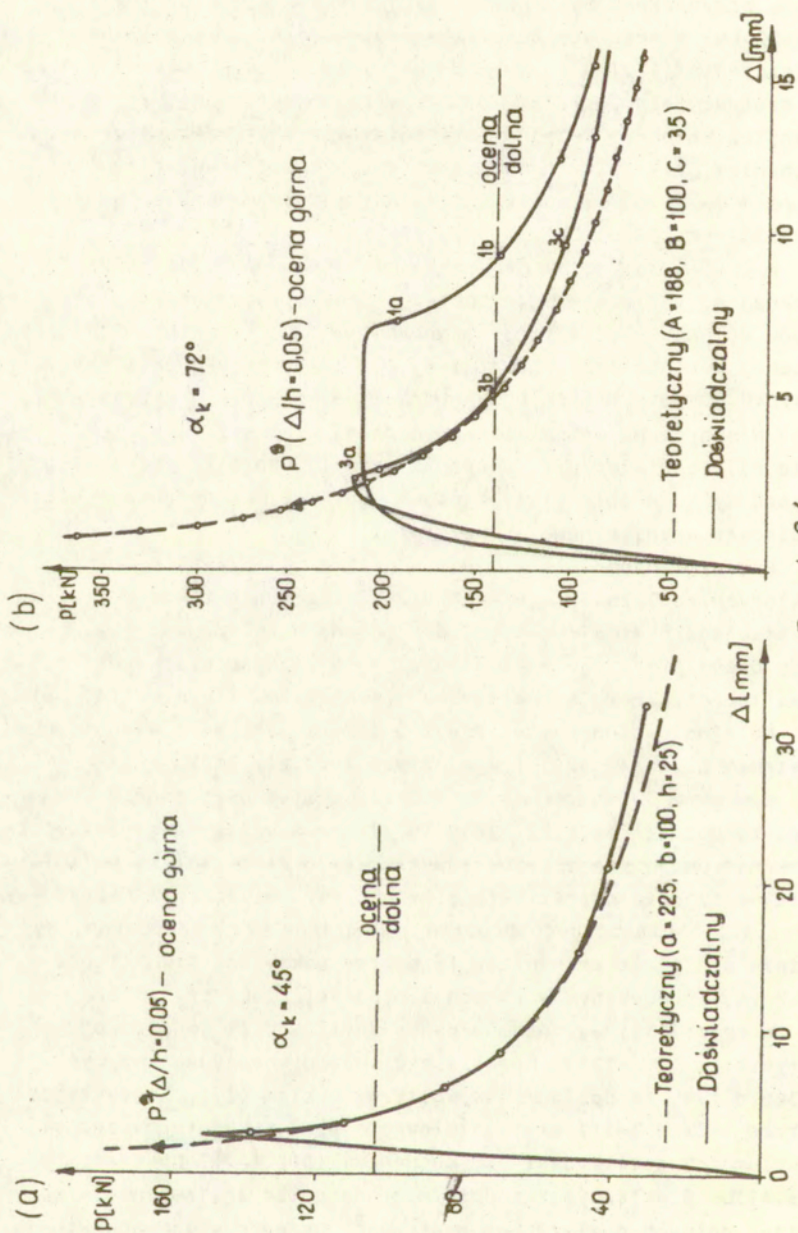
Niska ocena dolna siły granicznej wynika z faktu (por.rys. 4.1c,d), że statycznie dopuszczalne pole naprężeń można było wpisać tylko w obie płyty czołowe, gdyż obie konstrukcje nie posiadały wewnętrznego systemu płyt.

Przeprowadzono także badania kolumn o $\alpha_K=35^\circ 16'$ (rys.4.1a), w których realizował się mechanizm zniszczenia z krzywoliniowymi stacjonarnymi i ruchomymi przegubami plastycznymi [52]. Mimo tego ocena przebiegu siły granicznej była dość bliska przebiegowi teoretycznemu wyznaczonemu z mechanizmu z rys.4.27a.

Kolejno badano mechanizmy zniszczenia kolumn z wewnętrznym systemem płyt [37,40,53] wykonanych ze stali St3S.

Rysunek 4.32a przedstawia zniszczony system płyt modelu wykonanego zgodnie z rys.4.21. Zdjęcie otrzymano przecinając zniszczoną konstrukcję płaszczyzną równoległą do płyt czołowych [40]. Kolejne zdjęcia przedstawiają mechanizmy zniszczenia konstrukcji z rys.4.11a dla różnych proporcji wymiarów płyt czołowych. Wyraźnie widać, że mechanizmy te dobrze pokrywają się z teoretycznym, opracowanym w ramach niniejszej pracy (rys.4.27).

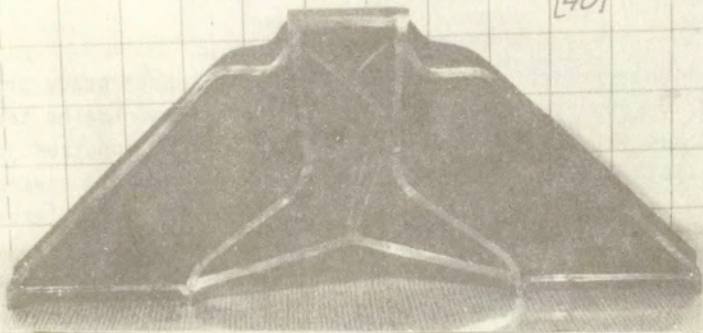
W pracy [53] wykonano badania serii modeli konstrukcji z rys.4.1c ($\alpha_K=72^\circ$). Różniła się ona od konstrukcji z rys. 4.30b,d tym, że posiadała wewnętrzny system płyt, który łączył naroża I-II i I-III płyty czołowej i płyt pokrycia bocznego. W kolumnach zrealizował się mechanizm (por.[53]) pokazany na rys.4.30c i w żadnym z modeli nie nastąpiło zniszczenie w pobliżu dolnych powierzchni oporowych. Usunęło więc wadę kon-



Rys. 4.31

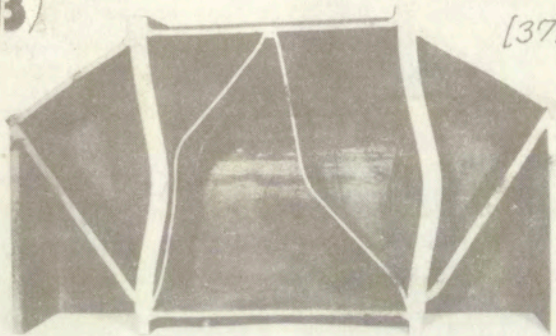
(A)

[40]



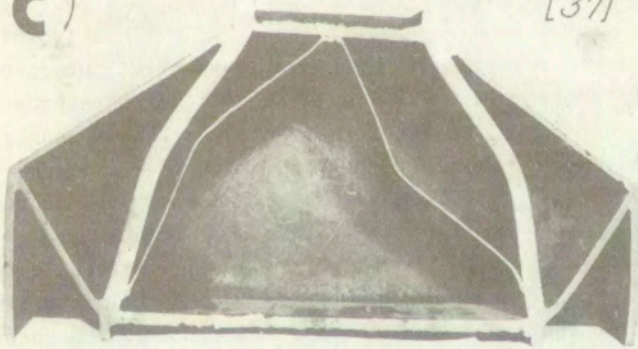
(B)

[37]



(C)

[37]



Rys. 4.32

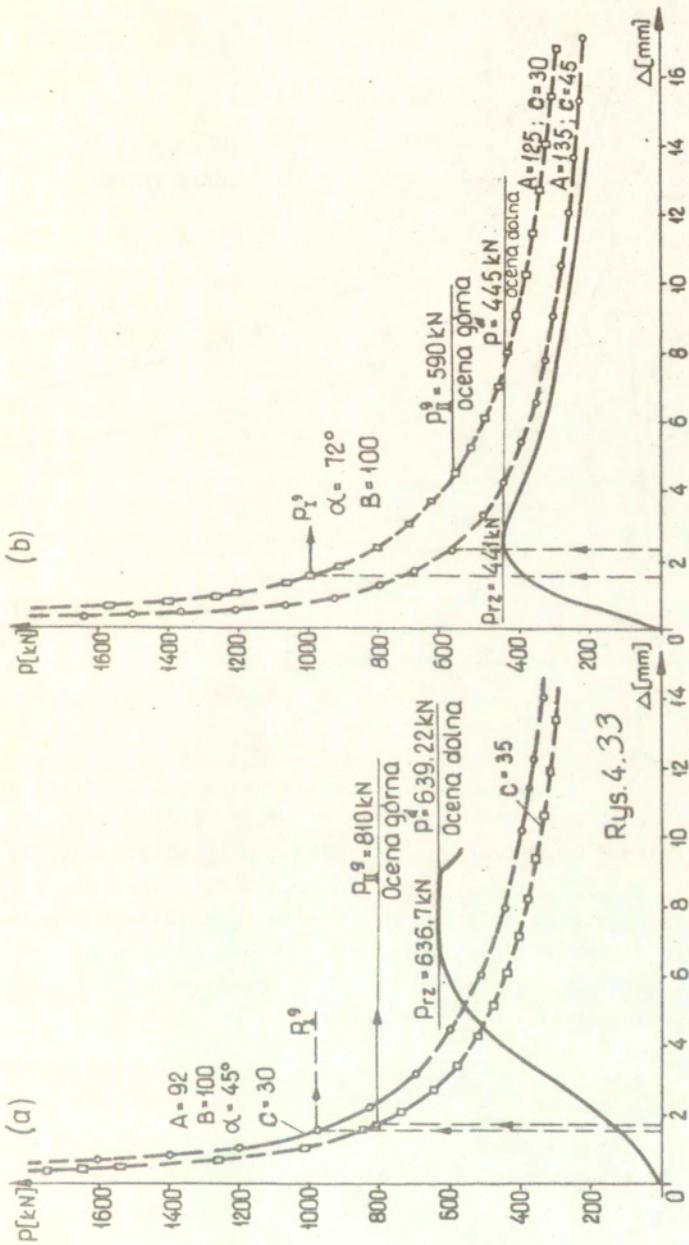
strukcji z rys.4.30c [50].

Wykorzystując opracowany w ramach niniejszej pracy program obliczeń numerycznych (rys.4.28), wyznaczono minimalne teoretyczne przebiegi siły niszczącej w funkcji ugięcia konstrukcji (rys.4.33 i 4.34). Przebiegi te porównano z danymi doświadczalnymi oraz naniesiono ocenę górną ($\Delta/C=0,05$) i dolną [wzory (4.2) i (4.4)] siły granicznej.

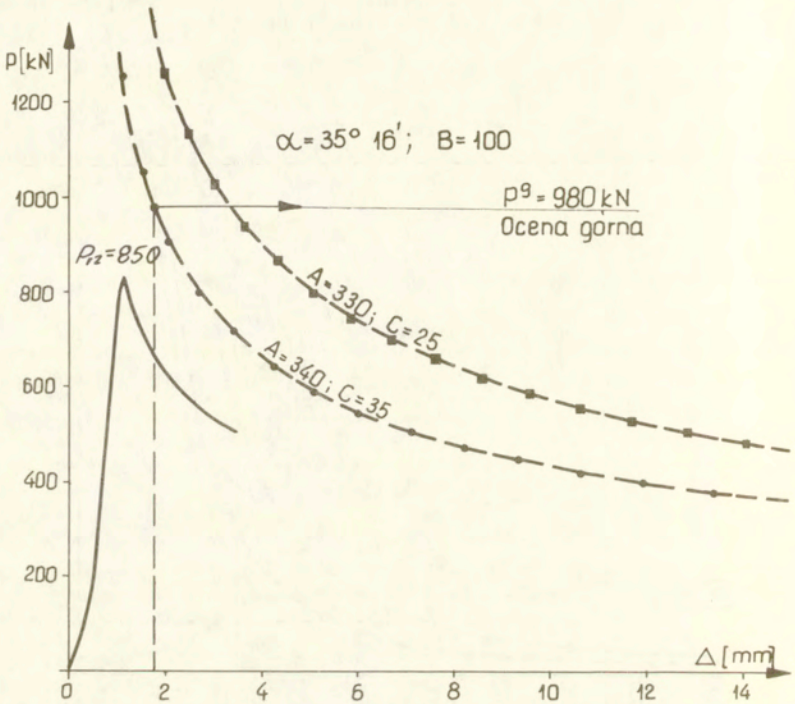
W czasie badań można było zaobserwować dwojakie zachowanie się modeli pod wpływem obciążenia. Dla modelu, którego nośność wyczerpywała się przez utratę stateczności jego elementów (rys. 4.33b - $\alpha_K = 72^\circ$), uzyskano dobrą zgodność przebiegu siły pokrywycyjnej. Również wyliczona ocena górna nośności była bliska rzeczywistej.

W przypadku modeli, które osiągały nośność graniczną, nie tracąc stateczności w początkowej fazie zniszczenia teoretyczny przebieg siły niszczącej odbiega dość znacznie od rzeczywistego (rys.4.33a), jednakże wyznaczona ocena górna siły stanowić może górne ograniczenie zakresu nieznaney siły granicznej. Zwraca uwagę fakt dobrej zgodności ocen dolnych nośności z siłami rzeczywistymi. Weryfikacja doświadczalna dla kolumn o kącie nachylenia ścian bocznych $\alpha_K \approx 35^\circ$ (rys.4.32b,c) potwierdziła otrzymane wcześniej dane [53], że słabo realizuje się teoretyczny mechanizm zniszczenia płyt czołowych i bocznych (rys.4.27a). Mechanizm teoretyczny wymaga wyższej siły, niż praktycznie występujący z krzywoliniowymi przegubami. Natomiast zniszczenie systemu płyt realizuje się ściśle wg mechanizmu zaproponowanego w pkt.4.7.2. Fakt ten wyraźnie widać na rys.4.34, gdzie siła teoretyczna jest ok. 40% wyższa od jej rzeczywistej wartości. Również w tym przypadku ocena górna nośności dość dobrze określa wstępnie górny zakres nieznaney siły krytycznej.

Opracowania teoretyczne i przeprowadzone szerokie badania pozwoliły przygotować spójną metodę określania mechanizmów zniszczenia różnego typu konstrukcji blachownicowych. Opracowany program obliczeń numerycznych w prosty sposób określa siły niszczące w funkcji ugięcia konstrukcji. Badania potwierdziły wierne realizowanie się mechanizmu teoretycznego dla kąta pochylenia ścian bocznych $\alpha_K \gg 45^\circ$.



Rys. 4.33



Rys. 4.34

Wyniki analizy teoretycznej i eksperymentu są w dobrej zgodności pomimo poczynionych uproszczeń w modelu teoretycznym. Przyjęcie założenia o wyznaczaniu oceny górnej siły niszczącej dla parametru $\Delta / C = 0,05$ wyczerpującego sprężysty zakres pracy zostało dobrze potwierdzone w badaniach eksperymentalnych konstrukcji. Wydaje się celowe rozwijanie zaproponowanej metody dla sprężysto-plastycznego modelu ciała i krzywoliniowych przegubów plastycznych.

5. Wnioski

W pracy przedstawiono spójną skomputeryzowaną metodykę kształtowania różnorodnych elementów konstrukcyjnych wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Przygotowano pakiet odrębnych programów narzędziowych rozwiązujący wybrane układy linii nieciągłości naprężeń. Rozwiązania uzyskano dla czterech wybranych warunków stanu granicznego: Treski, Hubera-Misesa, Coulomba-Mohra i parabolicznego.

Następnie opracowano algorytm i przygotowano program O.K.SDNPN automatycznie składający w sposób statycznie dopuszczalny różnorodne pola naprężeń. Praca zawiera liczne przykłady automatycznego kształtowania: końcówki siłownika hydraulicznego, elementów o zwartej budowie, węzłów konstrukcji stalowych, konstrukcji blachownicowych.

Praca znacznie rozszerza możliwości praktycznych aplikacji metody, a szczególnie analizy procesów mechaniki gruntów i skał (np.: procesy kruszenia). Zasygnalizowano tu jedynie te możliwości podając przykład przecinania bloku skalnego lub kształtowania stopy słupa betonowego. Wykorzystano tutaj otrzymane po raz pierwszy rozwiązania złożonych pól naprężeń dla warunku parabolicznego.

Przygotowany pakiet programów pozwolił na znaczne usprawnienie procesu kształtowania oraz po raz pierwszy powstała możliwość ścisłego logicznego powiązania metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń z metodą elementów skończonych i programami komputerowo wspomaganego projektowania (CAD). Program O.K.SDNPN umożliwia łatwą rozbudowę katalogu pól i może być przygotowany dla materiałów wykazujących cechy orthotropowe (np. żelbet).

Działanie programu na tle metodyki projektowania przedstawiono na przykładzie płaskich i przestrzennych węzłów konstrukcji stalowych. Dla węzłów czteropasowych przygotowano program automatyzujący proces ich kształtowania i przeprowadzono szeroką analizę obliczeniową MES oraz badania doświadczalne metodą elastooptyczną. Wyniki tych rozważań potwierdziły przydatność automatycznego projektowania węzłów zgodnie z kryterium nośności granicznej. Uzyskany kształt węzła po złagodzeniu oczywistych

lokalnych karbów geometrycznych zapewnia prawie równomierne wy-
tężenie materiału w zakresie sprężystym. Oszacowanie kształtu
węzła jest po stronie bezpiecznej w stosunku do nośności pasów.
Potwierdzają to badania przeprowadzone także w innych ośrodkach
[23,63,64].

Kolejno zaproponowano metodykę kształtowania różnego typu
konstrukcji blachownicowych. Taki kształt w realnej konstrukcji
musi być korygowany ze względu na wymagania technologiczne oraz
warunki pracy konstrukcji. Wyniki przeprowadzonej weryfikacji
obliczeniowej i doświadczalnej potwierdziły fakt bezpiecznego
oszacowania kształtów konstrukcji. Przy obciążeniach cyklicznie
zmiennych obserwowano prawie jednoczesne pojawienie i rozwija-
nie się wielu pęknięć zmęczeniowych. Występowały one we wszystkich
narożach płyt człowych i węzłach systemu płyt. Bardzo niewielkie
bądź zerowe zmiany prędkości propagacji pęknięć świadczyły o
równomiernym stanie wytężenia w modelach.

Opracowana spójna metoda określania mechanizmów zniszczenia
konstrukcji blachownicowych została dobrze potwierdzona doświad-
czalnie. Dobra jest też zgodność przebiegów sił pokrywicznych
(teoretycznej i rzeczywistej).

Szeroka weryfikacja obliczeniowa i doświadczalna przedsta-
wiona w niniejszej pracy jak i w pracach różnych autorów omawia-
nych w monografiach [13,15,23] potwierdziła praktyczną przydat-
ność kształtowania elementów wg kryterium nośności granicznej.
Metoda może być szeroko stosowana przez inżynierów dla otrzyma-
nia racjonalnego kształtu elementu, który kolejno powinien być
analizowany różnymi metodami zależnie od rodzaju materiału i
charakteru pracy. W niniejszej pracy pokazano to przy kształto-
waniu węzłów i konstrukcji blachownicowych.

6. Literatura

1. M.T.Huber, Właściwa praca odkształcenia jako miara wyężenia materiału, Czasopismo Techniczne, Lwów 1904.
2. R.V.Mises, Mechanik der festen Körper in plastischen Zustand, Göttingen Nachrichten, 1913.
3. H.Tresca, Memoire sur l'ecoulement des corps solides soumis a des fortes pression, Compt.Rend.Acad.Sci., Paris, 59, 754-758, 1864.
4. C.A.Coulomb, Essais sur une application des regles des Maximis et Minimis a quelques problemes de statique, relatifs a l'architecture, Meru Acad.Roy.Sci. dir Sav., 7, 343-362, 1776.
5. W.W.Sokołowski, Statyka Ośrodków Sypkich, PWN, Warszawa 1958.
6. A.Winzer, G.F.Carrier, The interaction of discontinuity surfaces in plastic fields of stress, J.Appl.Mech., 15, 261-264, 1948.
7. R.Izbicki, Z.Mróz, Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał, PWN, Warszawa-Poznań 1976.
8. W.Szczepiński, Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej, Rozpr.Inżyn., 13, 497-510, 1965.
9. R.T.Shield, Stress and velocity field in soil mechanics, J.Math.Phys., 33, (2), 144-156, 1953.
10. W.F.Chen, Limit analysis and soil plasticity, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam 1975.
11. W.Szczepiński, Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej, PWN, Warszawa 1968.
12. W.Szczepiński, J.Szlagowski, Graniczne statycznie dopuszczalne nieciągłe pola naprężeń dla szacowania nośności granicznej, Prace IPPT 20, 11, 21, 3, 9, 1976.
13. W.Szczepiński, J.Szlagowski, Projektowanie konstrukcji metodą granicznych pól naprężeń, PWN, Warszawa-Poznań 1985.
14. W.Szczepiński, J.Szlagowski, On plastic design of complex machine parts, Int.J.Mech.Sci., 18, 365-373, 1976.
15. W.Szczepiński, J.Szlagowski, Plastic Design of Complex Shape Structures, Ellis Horwood and PWN, Warszawa-Chichester 1990.
16. A.A.Gwozdiew, Opredielenie wielicziny razruszajuszczej

- nagruzki dla statycznej nieopredelimej system, preterpewajuszczich plastycznej deformacji. Trudy Konf.Plast.Deform. 1936, AH CCCP Moskwa 1938, (Int.J.Mech.Sci.,1, 322-335, 1960).
17. R.Hill, The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford, 1956.
 18. D.C.Drucker, H.J.Greenberg, W.Prager, The safety factor of an elastic-plastic body in plane stress, J.Appl.Mech., 18, 371-378, 1951.
 19. P.G.Hodge, Plastic analysis of structures, Mac Graw-Hill, New York 1959.
 20. A.Sawczuk, T.H.Jaeger, Grenztragfähigkeiten - Theorie der Platten, Springer Verlag, Berlin 1963.
 21. Praca zbiorowa, Teoria plastyczności, PWN, Warszawa 1965.
 22. L.Dietrich, W.Miastkowski, W.Szczepiński, Nośność graniczna elementów konstrukcji, PWN, Warszawa 1970.
 23. H.Frąckiewicz i inni, Węzły i połączenia konstrukcyjne, WNT, Warszawa 1985.
 24. W.Bodaszewski, Rozwiązywanie statycznie dopuszczalnych płaskich i granicznych siatek linii nieciągłości naprężeń, Prace IPPT, 43, 1983.
 25. P.Gomoliński, J.Szlagowski, O.K.SDNPN v.1.0, System do kształtowania elementów konstrukcji wg metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń, Instrukcja obsługi, Oprogramowanie Komputerów, Warszawa 1989.
 26. W.Bodaszewski, Struktury układów linii nieciągłości naprężeń w obszarach granicznych spełniających warunek Hubera-Misesa, Część I. Strukturalne warunki istnienia pól elementarnych zadania bez ograniczeń geometrycznych, Rozpr.Inżyn., 36, 29-54, 1988.
 27. P.Gomoliński, J.Szlagowski, The Software package for statically admissible stress fields method, Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, Seria Konferencje, MASAD 88, 17,158-161, 1989.
 28. J.Szlagowski, Kształtowanie elementów konstrukcji nośnych wg kryterium nośności granicznej, Sterowanie i Napęd Hydrauliczny, 3, 22-24, 1989.
 29. J.Szlagowski, Nośność graniczna perforowanych płyt zginanych,

- Rozpr. Inżyn., 31, 3, 379-393, 1983.
30. W.Szczepiński, Statycznie dopuszczalne pola naprężeń dla węzłów konstrukcji stalowych, Prace IPPT, 44, 1977.
 31. K.Póltorak, J.Szlagowski, Nośność graniczna pewnego typu węzłów konstrukcji stalowych, Prace IPPT, 3, 1977.
 32. W.Szczepiński, Statically admissible stress fields for plastic design of connections of steel structures, J. of Struct. Mech., 7, 35-53, 1979.
 33. J.Szlagowski, Kształtowanie węzłów konstrukcji stalowych metodą tensorowego nakładania dwóch pól naprężeń, Rozpr. Inżyn. 29, 3, 401-417, 1981.
 34. J.Szlagowski, Zb.Spółnicki, Kształtowanie węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów, Prace IPPT, 27, 1985.
 35. J.Szlagowski, Projektowanie elementów maszyn i konstrukcji stalowych w oparciu o kryterium nośności granicznej, Praca n-b IMRC, PW, 1985.
 36. J.Szlagowski, Load carrying capacity of certain type four-strip steel joints, XXVI Polska Konferencja Mechaniki Ciała Stałego, Sobieszewo 1986.
 37. J.Szlagowski, Nośność graniczna konstrukcji blachownicowych, Rozpr. Inżyn., 23, 4, 667-686, 1976.
 38. J.Szlagowski, Kształtowanie przestrzennych konstrukcji blachownicowych metodą nośności granicznej PN, PW Mechanika, nr 33, 1976.
 39. J.Szlagowski, Projektowanie elementów maszyn i konstrukcji stalowych w oparciu o kryterium nośności granicznej, Praca n-b IMRC, PW, Warszawa 1983.
 40. J.Szlagowski, Projektowanie elementów maszyn i konstrukcji stalowych w oparciu o kryterium nośności granicznej, Praca n-b IMRC, PW, Warszawa 1982.
 41. J.Szlagowski, Badanie odporności konstrukcji blachownicowych ukształtowanych wg kryterium nośności granicznej na obciążenia cykliczne zmienne i udarowe, XI Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa 6-8 września 1984. Cz.1, 328-331.
 42. J.Zwoliński, G.Bielawski, Optymalny dobór naprężeń resztkowych dla wyznaczania nośności granicznej i przystosowania się konstrukcji, VII Konferencja - Metody Komputerowe w Me-

- chanice Konstrukcji, Jadwisin, 459-462, 1987.
43. J.Zwoliński, G.Bielawski, Analiza nośności granicznej i przystosowanie się konstrukcji przy obciążeniach cyklicznych, Prace Naukowe IKiEM Politechniki Wrocławskiej, Seria Konferencje, 17, MASAD 88, 37-39, 1988.
 44. J.Kapkowski, Propagacja obszarów plastycznych w warunkach płaskiego stanu naprężeń, Prace Naukowe PW, Mechanika, z.50, 1978.
 45. N. Aya and K. Takahashi, Energy absorbing characteristics of vehicle body structure, Trans Soc. Automotive Eng. Japan 7 May, 1974.
 46. W. Abramowicz, Mechanika zniszczenia konstrukcji cienkościennych, Prace IPPT, 35, 1981.
 47. T. Wierzbicki, W. Abramowicz, On the crushing mechanics of thin-walled structures, J. Appl.Mech., 50, 727-734, 1983.
 48. T. Wierzbicki, Crushing behaviour of plate intersections. In Structural Crashworthiness (Edited by N.Jones and T.Wierzbicki), 66-95. Butterworths, London 1983.
 49. W.Abramowicz and N.Jones, Dynamic axial crushing of square tubes, Int. J. Impact Eng. 2, 263-281, 1984.
 50. J.Szlagowski and R.Kiryk, Failure mechanisms of plate-girder structures, Int. J. Mech. Sci., 31, 409-423, 1989.
 51. S.R.Reid and T.Y.Reddy, Static and dynamic crushing of tapered sheet metal tubes of rectangular cross-section, Int. J.Mech. Sci., 28, 623-637, 1986.
 52. J.Szlagowski, Określenie mechanizmów zniszczenia konstrukcji kształtowanych wg kryterium nośności granicznej, Praca n-b IMRC,PW, Warszawa 1985.
 53. J.Szlagowski, Określenie mechanizmów zniszczenia konstrukcji kształtowanych wg kryterium nośności granicznej, Praca n-b IMRC,PW, Warszawa 1986.
 54. J.Szlagowski, Mechanizmy zniszczenia pewnego typu konstrukcji blachownicowych, XII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa-Jadwisin, 215-218, 1986.
 55. W.Olszak, Plastyczne wyczerpywanie nośności konstrukcji inżynierskich, a koncepcja probabilistyczna ich bezpieczeństwa, Księga Jubileuszowa W.Wierzbickiego, 1959.

566. Z.Wasiutyński, A.Brandt, Aktualny stan wiedzy o kształtowaniu wytrzymałościowym konstrukcji, Rozpr. Inżyn., 10,2, 1962
577. A.Brandt, Zestawienie bibliograficzne prac dotyczących optymalizacji kształtów konstrukcji, Metody optymalizacji ustrojów odkształcalnych, cz.II, PAN, Warszawa 1969.
588. Z.Mróz, Optymalne projektowanie konstrukcji przy warunku maksymalnej nośności granicznej, Metody optymalizacji ustrojów odkształcalnych, cz.II, PAN, Warszawa 1969.
599. J.Szlagowski, Kształtowanie pewnego typu węzłów konstrukcji stalowych wg kryterium nośności granicznej, VII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa 1978.
600. G.Glinka, Powstawanie i wzrost pęknięć zmęczeniowych, Prace Naukowe PW, Mechanika, 75, 1981.
611. Praca n-b, Wymiarowanie w zakresie trwałości zmęczeniowej osprzętów roboczych mrc z uwzględnieniem procesu technologicznego wytwarzania i warunków eksploatacji, IMRC PW, Warszawa 1989 (CPBP 02.05).
622. W.Sobczykiewicz, Trwałość zmęczeniowa połączeń spawanych jako rezultat technologii i jakości wytwarzania, Przegląd Mech., 48, nr 18, 38-40, 1989.
633. Praca n-b, Opracowanie metody kształtowania typowych węzłów ram wózków lokomotyw, zapewniającej im wysoką trwałość zmęczeniową, COBiRTK Zad. 3380/11, Warszawa 1983.
644. Praca n-b, Opracowanie konstrukcji ramy wózka z profili otwartych dla lokomotywy typu 104E COBiRTK, Zad.3575/11, Warszawa 1985.
655. M.Kleiber, Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum, Biblioteka Mechaniki Stosowanej, PWN, Warszawa-Poznań 1985.
666. J.A.König, Shakedown of Elastic-Plastic Structures, PWN- Elsevier, Warszawa -Amsterdam 1987.
677. M.Kwieciński, Projektowanie żelbetowych układów płytowo-żebrowych metodami teorii plastyczności, Biblioteka Mechaniki Stosowanej, PWN, Warszawa 1986.

METHODOLOGY OF STRENGTH DESIGN OF STRUCTURAL ELEMENTS ACCORDING TO THE LIMIT LOAD CARRYING CAPACITY CRITERION

Summary

The paper presents a compact computerized methodology of shaping diverse structural elements according to the method of statically admissible discontinuous stress fields. A package of separate utility programs for solving the selected systems of stress discontinuity lines has been prepared. The solutions have been found for four limit state conditions, i.e. Tresca, Huber-Mises, Coulomb-Mohr and parabolic conditions.

Further, an algorithm has been developed and the O.K.SDNPN program has been created which automatically combines various stress fields in a statically admissible way. The work encloses a number of examples of automatic shaping of a hydraulic ram joint, some compact structure elements [13], structural steel joints and plate girder structures.

The work greatly broadens the scope of practical applications of the method, in particular within the analysis of soil and rock mechanics (e.g. crushing processes). These possibilities have been only mentioned by giving an example of cutting a rock block and of shaping a concrete post footing.

The prepared software package allowed for a considerable speed-up of the design process and, for the first time, the possibility emerged to strictly and efficiently connect the statically admissible discontinuous stress fields method with the finite elements method and computer aided design programs. The O.K.SDNPN provides for easy extension of the library of fields and can be used for materials exhibiting orthotropic properties (e.g. steel reinforced concrete). The subsequent step should be the development of a program for automatic generation of statically admissible stress fields.

The operation of the program has been presented within the background of other design methodologies, using as examples the 2D and 3D steel structural joints. For the four-stripe joints a program which automatizes their shaping has been prepared and a broad numerical FEM analysis and experimental photoelastic studies have been carried out. The results of these considerations confirmed the usefulness of automatic design of joints according to the limit yield criterion. The obtained joint shape, after smoothing the evident local fatigue notches, gives nearly uniform yielding of the material in the elastic stress range. The method gives a safe (excess) estimate of the load carrying capacity of the joint with respect to the strength of stripes. This has been confirmed also by the studies carried out in other centres [23,63,64].

Further, the methodology of shaping various types of plate girder structures has been proposed. The resulting shape must be modified in a real structure because of technological requirements and operation conditions. The results of the numerical and experimental verification confirmed the fact that the shape of the structure is safely estimated. Under cyclic load the nearly simultaneous start and development of many fatigue cracks have been observed. These cracks started in all the corners of

faaæ plates and in the plate system joints. Very small or zero changes of crack propagation velocities were the evidence for the uniform yielding state in the models.

The elaborated compact methodology of evaluating the failure mechanisms of plate girder structures has been reliably confirmed experimentally. The evolution of post-critical theoretical and experimental forces is also in good conformity.

The thorough numerical and experimental verification shown in this work as well as in the works of other authors presented in the monographs [13,15,23] confirms the practical applicability of the method of shaping the elements according to the limit load carrying capacity criterion. This method can be widely applied by engineers to obtain the rational shape of an element, which then should be analyzed with various other method, according to the type of material and kind of operation. In the present work this has been presented for the design of joints and plate girder structures.

МЕТОД ПРОЧНОСТНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПО КРИТЕРИИ ПРЕДЕЛЬНОЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В работе показано компьютерный метод формирования элементов конструкции по методу статически допустимых полей напряжений. Подготовлено набор программ решающих определенные системы линии разрыва напряжений. Решение получено для четырех условий предельного состояния: Трески, Хубера-Мизеса, Кулонба-Мора и параболического.

В следующем разработано алгоритм и подготовлено программу ОК. SDNPN автоматически собирающую статически допустимым образом разные поля напряжений. В работу включены разные примеры автоматического формирования законечника гидроцилиндра, элементов с компактной постройке [13], узлов стальных конструкций.

Работа значительно расширяет возможности практического применения и особенно анализа процессов механики грунтов и горных пород (и.п. процессы дробления). В работе сигнально показано эти возможности на примерах резания блока из горной породы или формирования бетонного столба. В современной литературе нет решений для параболического условия предельного состояния. Подготовленный набор программ дает возможность прочного логического соединения метода статически допускаемых полей напряжений с методом конечных элементов и компьютерного проектирования (CAD).

Программа ОК. SDNPN дает возможность развития каталога полей и может быть подготовлена для материалов обладающих ортотропическими свойствами. Следующим шагом должна быть разработка программ автоматически генерирующих статически допустимые поля напряжений.

Работу программы на фоне проектирования показано на примере плоских и пространственных узлов стальных конструкции.

Для четырёх-полосных узлов подготовлено программку автоматизирующую процесс их формирования и проведено широкий расчётный анализ М.К.Э. и эксперименты упруго-оптическим методом. Результаты этих рассуждений подтвердили применимость автоматического проектирования узлов по критерию предельной несущей способности.

Получена форма узла после наладки местных геометрических разрывов приводит почти равномерной нагрузке материала в пределах упругости. Разработка формы узла находится по безопасной стороне по отношению к несущей способности полос. Это подтверждает разработки проведённые в других центрах [23,63,64]. В следующих предполагается метод формирования разных листовых конструкций. Такая форма в действительной конструкции должна подвергаться корректировке по технологическим и рабочим условиям. Результаты проведённой расчётной и экспериментальной корректировки подтверждают безопасность формирования узлов.

Для циклически переменных нагрузок наблюдается почти одновременно возникновение и развитие многих усталостных трещин. Они возникали во всех углах лобовых плит и в узлах систем плит. Небольшие или нулевые изменения скоростей пропагации трещин доказывают однородное состояние нагрузки моделей. Разработанный метод определения механизмов разрушения листовых конструкций подтвержден экспериментальным путём. Получено хорошее соответствие изменения величины критических нагрузок (теоретической и действительной).

Широка корректировка: расчётная и экспериментальная показана в этой и других работах [13,15,23] подтверждает применимость метода формирования узлов по критерию предельной несущей способности. Метод может применяться для соответственного подбора материала по его характеру и свойствам в зависимости от вида материала и условий работы. В работе это показано при формировке узлов и листовых конструкций.

Spis treści

1.	Wprowadzenie, cel i zakres pracy	4
2.	Rozwój metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń	12
2.1.	Wprowadzenie	12
2.2.	Metodyka tworzenia elementarnych pól naprężeń	16
2.3.	Pakiet programów narzędziowych dla rozwiązywania elementarnych pól naprężeń	32
2.3.1.	Wprowadzenie	32
2.3.2.	Układ linii nieciągłości naprężeń 1	35
2.3.3.	Układ linii nieciągłości naprężeń 2	44
2.3.4.	Układ linii nieciągłości naprężeń 3	47
2.3.5.	Układ linii nieciągłości naprężeń 4	50
2.3.6.	Pole elementarne typu A	52
2.3.7.	Pole elementarne typu B	56
2.3.8.	Pole elementarne typu C	59
2.3.9.	Pole elementarne typu D i D1	61
2.3.10.	Pole elementarne typu E	65
2.3.11.	Pole elementarne typu F	66
2.3.12.	Pole elementarne typu G	69
2.4.	Automatyzacja procesu kształtowania elementów wg. kryterium nośności granicznej	72
2.4.1.	Założenia ogólne programu	72
2.4.2.	Metodyka automatycznego kształtowania	75
3.	Metodyka kształtowania węzłów konstrukcji stalowych	86
3.1.	Wprowadzenie	86
3.2.	Kształtowanie węzłów o osiowo-symetrycznych przekrojach prętów	89
3.3.	Metodyka kształtowania węzłów na przykładzie pewnego typu węzłów czteropasowych	103
3.3.1.	Kształtowanie wg. kryterium nośności	103
3.3.2.	Przykłady rozwiązań węzłów	115
3.3.3.	Weryfikacja obliczeniowa węzłów	120
3.3.4.	Weryfikacja doświadczalna węzłów	130
3.4.	Wnioski	132
4.	Metodyka kształtowania konstrukcji blachownicowych	134

4.1. Wprowadzenie	134
4.2. Kształtowanie płyt czołowych konstrukcji	136
4.3. Kształtowanie wewnętrznego systemu płyt konstrukcji	143
4.4. Przykłady konstrukcji o stałej szerokości B oraz zbieżnych	149
4.5. Weryfikacja obliczeniowa dla konstrukcji blachownicowych	156
4.6. Weryfikacja doświadczalna dla konstrukcji blachownicowych	162
4.7. Mechanizmy zniszczenia konstrukcji blachownicowych	175
4.7.1. Wprowadzenie	175
4.7.2. Mechanizmy zniszczenia konstrukcji z wewnętrznym systemem płyt	177
4.7.3. Weryfikacja doświadczalna	183
5. Wnioski	191
6. Literatura	193