

J. Deputat, B. Kuśmider

**TECHNIKA ULTRADŹWIĘKOWYCH
POMIARÓW NAPRĘŻEŃ
W ŚRUBACH**

43 / 1979

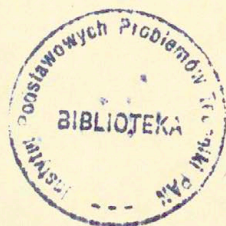
P. 269



WARSZAWA 1979

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 17 maja 1979 r.

Zarejestrowana pod nr 43/1979



57214



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 1,7. Ark.druk.2,25.

Oddano do drukarni we wrześniu 1979 r.

Nr zamówienia 555/0/79

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

Julian Deputat, Bernard Kuśmider
Zakład Badań Nieniszczących

TECHNIKA ULTRADŹWIĘKOWYCH POMIARÓW NAPRĘŻEŃ W ŚRUBACH

1. Wstęp

O prawidłowości połączeń śrubowych elementów maszyn i urządzeń decydują wartości i rozkład sił łączących. Siły docisku są określone naprężeniami wytworzonymi w śrubach łączących, a rozkład sił na powierzchni połączenia zależy od geometrii nakrętki, a w przypadku wielośrubowych także od konstrukcji całego połączenia.

Przy montażu, do kontroli siły docisku stosuje się zwykle klucze dynamometryczne, które zapewniają uzyskanie założonych wartości momentu siły dokręcającej. Ponieważ między wartością momentu siły dokręcającej i wartością siły docisku w ogólnym przypadku nie ma jednoznacznej zależności /możliwe różne wartości siły oporu przy dokręcaniu/, w przypadku elementów szczególnie ważnych, stosuje się kontrolę siły docisku przez wyznaczanie wartości naprężenia przenoszonego przez śrubę. Konwencjonalny sposób wyznaczania naprężenia w trzpieniu śruby, opiera się na pomiarze wartości wydłużenia śruby w wyniku dokręcania. Wydłużenie można mierzyć mechanicznie za pomocą tensometrów. W pierwszym przypadku potrzebny jest dostęp do obydwóch końców śruby lub odpowiednia baza odniesienia, zaś w drugim niezbędny jest dostęp do zewnętrznej powierzchni trzpienia śruby, albo też trzeba wykonywać specjalny otwór wzdłuż osi trzpienia.

Błąd wyznaczania wartości naprężenia w oparciu o pomiar wydłużenia śruby z otworem pomiarowym w wielu przypadkach osiąga

jednak wartości znacznie przekraczające dopuszczalne granice niepewności [1] .

Jedyną metodą pozwalającą na bezpośredni pomiar naprężeń w trzpieniu śruby jest metoda ultradźwiękowa oparta na zjawisku elasto-akustycznym. Zjawisko to polega na zależności prędkości fal ultradźwiękowych od naprężenia panującego w materiale.

Praca zawiera opis zjawiska elasto-akustycznego, wyniki badania zależności prędkości fal ultradźwiękowych od naprężenia i temperatury, a także propozycje techniki pomiaru naprężeń w śrubach.

2. Zjawisko elasto-akustyczne

Teoretyczne podstawy zjawiska elasto-akustycznego podali Hughes i Kelly [2] , Toupin i Bernstein [3] oraz Tokuoka i Iwashimizu [4] .

Przy ultradźwiękowych pomiarach naprężeń w śrubach mierzy się prędkości fal rozchodzących się wzdłuż osi śruby, a więc w kierunku naprężenia. Zależności prędkości fal podłużnych /L/ i poprzecznych /T/ od naprężenia σ w tym przypadku będą opisywały wzory:

$$/1/ \quad g_0 C_L^2 = \lambda + 2\mu + \frac{\sigma}{3K_0} \left[\frac{\lambda + \mu}{\mu} (4\lambda + 10\mu + 4m) + \lambda + 2l \right]$$

$$/2/ \quad g_0 C_T^2 = \mu + \frac{\sigma}{4K_0} \left[4\lambda + 4\mu + m + \frac{4n}{4\mu} \right]$$

we wzorach tych:

- g_0 - gęstość w stanie nienaprzężonym,
- λ, μ - stałe sprężystości Lamego /stałe sprężystości drugiego rzędu/,
- l, m, n - stałe sprężystości Murnaghana /stałe sprężystości trzeciego rzędu/,
- σ - naprężenie w kierunku rozchodzenia się fali,
- K_0 - moduł sprężystości objętościowej,

C_L - prędkość fal podłużnych rozchodzących się w kierunku naprężenia,

C_T - prędkość fal poprzecznych rozchodzących się w kierunku naprężenia i spolaryzowanych prostopadle do kierunku naprężenia.

Biorąc pod uwagę zależności między prędkością fal ultradźwiękowych i stałych sprężystości drugiego rzędu w liniowym ciele izotropowym nie poddanym działaniu naprężeń:

$$C_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}} \quad C_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}$$

widać, że wzory /1/ i /2/ mają nieliniową postać

$$/3/ \quad C_\sigma^2 = C_0^2(1 + \beta_1 \sigma)$$

We wzorze tym C_σ jest wartością prędkości fal przy naprężeniu σ , C_0 wartością prędkości dla $\sigma = 0$, zaś β_1 jest współczynnikiem zawierającym stałe sprężystości drugiego i trzeciego rzędu.

Wyrażenie /3/ można przepisać w postaci:

$$/4/ \quad 2 \frac{\Delta C}{C_0} + \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2 = \beta_1 \sigma$$

gdzie: $\Delta C = C_\sigma - C_0$

Przy osiąganey zwykle zdolności rozdzielczej aparatury do pomiaru prędkości nie większej niż 10^{-5} wyraz kwadratowy w równaniu /4/ może być pominięty i związek między zmianą prędkości i naprężeniem będzie miał postać liniową:

$$/5/ \quad \frac{\Delta C}{C_0} = \beta_\sigma \sigma$$

gdzie: $\beta_6 = \beta_1/2$

Ze względów pomiarowych wygodnie jest operować względną zmianą czasu przejścia fal ultradźwiękowych $\frac{\Delta t}{t_0}$, zamiast względną zmianą prędkości $\frac{\Delta C}{C_0}$.

Zależność /5/ możemy przepisać w postaci:

$$/6/ \quad \frac{\Delta t}{t_0} = \beta_6 \delta$$

Wzór /6/ stanowi podstawową zależność wykorzystywaną w ultradźwiękowych badaniach naprężeń.

Dla skorzystania ze wzoru /6/ do praktycznych pomiarów naprężeń niezbędna jest znajomość wartości współczynnika β_6 oraz możliwość dokonywania pomiarów względnych zmian czasu przejścia fal ultradźwiękowych spowodowanych tylko wpływem naprężeń.

Uwzględnienie tych wpływów oraz postęp w dziedzinie aparatury pozwoliły na pomyślne wykorzystanie pomiarów prędkości fal ultradźwiękowych do badania naprężeń [1, 5].

3. Podstawy ultradźwiękowych pomiarów naprężeń w śrubach.

3.1. Doświadczalna zależność $\delta - \frac{\Delta t}{t_0}$.

W śrubach łączących można wprowadzić fale ultradźwiękowe od strony dostępnego końca i pracując ultradźwiękową metodą echa mierzyć czas przejścia fal wzdłuż osi śruby. Kierunek propagacji fali jest zgodny z kierunkiem naprężenia.

Celem stwierdzenia, czy występujące pod wpływem naprężenia zmiany czasu przejścia fal ultradźwiękowych są mierzalne i dla zorientowania się, jakiej dokładności pomiarów naprężeń można oczekiwać stosując metodę ultradźwiękową do kontroli naprężeń, wykonano badania podstawowych charakterystyk elasto-akustycznych kilku gatunków stali.

Badania przeprowadzono na próbkach w kształcie pręta $\emptyset 16 \times 180$ mm /rys. 1/.

Długość odcinka próbki między nakrętkami wynosiła 145 mm. Badaną próbkę obciążano naprężeniem rozciągającym i zmieniając obciążenie rejestrowano występujące przyrosty Δt czasu

przejścia impulsów fal ultradźwiękowych. Pomiaru wykonywano za pomocą aparatu ultradźwiękowego UNIPAN typ 510, w którym zwiększono opóźnienie startu podstawy czasu względem impulsu pobudzającego przetwornik.

Przy badaniu falami podłużnymi, rejestrowano zmiany położenia 4-tego echa dna próbki na linii podstawy czasu lampy oscyloskopowej. Przy badaniu falami poprzecznymi brano pod uwagę, trzecie echo dna. Podziałka podstawy czasu wynosiła $p_{pc} = 0,05 \mu s$ na elementarną działkę skali poziomej podstawy czasu /cała skala posiada 100 działek/, zaś opóźnienie dla fal podłużnych miało wartość $p_{pc} = 242 \mu s$, a w przypadku fal poprzecznych $330 \mu s$. Na rysunku 1 pokazano schemat badania i odpowiednie obrazy oscyloskopowe.

Bezwzględny błąd pomiaru czasu wynosił $[\Delta t] = 0,05 \mu s$, zaś błąd względny dla fal podłużnych $0,02\%$, a błąd względny dla fal poprzecznych $0,016\%$.

Uzyskane zależności czasu przejścia fal podłużnych i poprzecznych od naprężenia dla próbki ze stali 26H2 MF pokazano na rys.2. Na osi poziomej odłożono naprężenie σ_0 odniesione do części pomiarowej próbki, zaś na osi pionowej względne zmiany czasu przejścia $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right) \cdot 100\%$. Z wykresu widać liniowe narastanie czasu przejścia fal ultradźwiękowych przy zmianach naprężenia.

Zmiany czasu przejścia dla fal poprzecznych $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^T$ są blisko 3,3 razy mniejsze od odpowiednich zmian czasu przejścia fal podłużnych $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^L$. Przyrost naprężenia o $1 \frac{kg}{mm^2}$ powoduje względną zmianę czasu przejścia fal podłużnych $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^L = 1,53 \cdot 10^{-4}$ i fal poprzecznych $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^T = 0,6 \cdot 10^{-4}$.

Wyrażając te zmiany w działkach elementarnych skali podstawy czasu lampy oscyloskopowej, przesunięcie impulsu fal podłużnych przy zmianie naprężenia o $1 \frac{kg}{mm^2}$ wynosiło 0,97 działki elementarnej, zaś dla fal poprzecznych 0,38 działki elementarnej. W zakresie odkształceń sprężystych po odciążeniu próbek obserwuje się pełny nawrót wartości czasu przejścia fal ultradźwiękowych.

Wykresy przedstawione na rys. 2 mogłyby być podstawą do pomiaru naprężenia w śrubach pod warunkiem, że śruby byłyby wykonane z tego samego materiału, miałyby taki sam kształt, jak badana próbka i temperatura ^{podczas} pomiaru czasu przejścia fal przed

sprężeniem ($\sigma_0 = 0$) i po sprężeniu śruby ($\sigma > 0$) była-
by taka sama. W dalszym ciągu pracy będziemy dyskutować wpływ
kształtu śruby i wpływ temperatury.

3.2. Badania temperaturowych zmian czasu przejścia fal ultra- dźwiękowych.

Badania wykonano na tych samych próbkach, które były wy-
korzystywane do pomiarów zmian czasu przejścia w funkcji naprę-
żenia. Wyniki pomiarów dla stali 26H2 MF podano na wykresie
/nr 3/. Widać liniową zależność $\frac{\Delta t}{t_0}$ od temperatury. Przy
zmianie temperatury o 1°C względna zmiana czasu przejścia fal
podłużnych wynosi $1,3 \cdot 10^{-4}$. Jest to wartość bliska względnej
zmianie czasu przejścia fal podłużnych spowodowanej przyrostem
naprężenia o $1 \frac{\text{KG}}{\text{mm}^2}$. Dlatego uwzględnienie wpływu temperatury
jest istotnie w ultradźwiękowych badaniach naprężeń.
Dla fal poprzecznych względna zmiana czasu przejścia przy zmi-
nie temperatury o 1°C jest mniejsza i dla stali H17N2 wynosi
 $0,87 \cdot 10^{-4}$ [10].

3.3. Analiza zależności $\sigma - \frac{\Delta t}{t_0}$.

Mierzona wartość względnej zmiany czasu przejścia fal
ultradźwiękowych $\frac{\Delta t}{t_0}$ jest spowodowana zarówno przyrostem
drogi fal na skutek odkształcenia sprężystego $(\frac{\Delta t}{t_0})_\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \epsilon$
jak również zmianą prędkości spowodowaną wpływem naprężenia
na prędkość $(\frac{\Delta t}{t_0})_\sigma = \frac{C_0 - C\epsilon}{C_0}$:

$$/7/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right) = \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_\epsilon + \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_\sigma$$

Zmiana czasu spowodowana wydłużeniem sprężystym może być wyra-
żona:

$$/8/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right) = \frac{\Delta l}{l_0} = \epsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

gdzie E jest modułem sprężystości podłużnej,

$$/9/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_\varepsilon = \beta_\varepsilon \sigma; \quad \beta_\varepsilon = \frac{1}{E}$$

Zgodnie z /6/ zmiana czasu spowodowana obecnością naprężeń będzie:

$$/10/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_\sigma = \beta_\sigma \cdot \sigma$$

Całkowita, mierzona zmiana czasu wyraża się wzorem:

$$/11/ \quad \frac{\Delta t}{t_0} = (\beta_\varepsilon + \beta_\sigma) \sigma$$

Zależność /11/ obowiązuje w przypadku, gdy fale ultradźwiękowe przebywają całą drogę w ośrodku znajdującym się w stanie naprężonym. Przy próbie rozciągania, jak zresztą i w przypadku śrub w rzeczywistych połączeniach ma miejsce pewien rozkład naprężeń wzdłuż długości śruby i rejestrowana wartość $\frac{\Delta t}{t_0}$ jest miarą średniego naprężenia σ_{sr} wzdłuż drogi fal.

$$/12/ \quad \sigma = K \cdot \sigma_{sr}$$

Współczynnik K będzie oczywiście większy od jedności.

Dla śruby lub próbki w próbie rozciągania wyrażenie /11/ napiszemy w postaci:

$$/13/ \quad \frac{\Delta t}{t_0} = (\beta_\sigma + \beta_\varepsilon) \frac{\sigma_0}{K}$$

Stąd

$$/14/ \quad \delta_0 = \frac{K}{\beta_s + \beta_\varepsilon} \frac{\Delta t}{t_0}$$

Dla wyznaczenia wartości naprężenia δ w śrubie według zależności /14/ trzeba zmierzyć wartość $\frac{\Delta t}{t_0} = \frac{t_0 - t_s}{t_0}$, znać wartość $(\beta_s + \beta_\varepsilon)$ dla danego materiału, oraz wartość "K" dla danej konstrukcji śruby.

3.4. Dyskusja wpływu temperatury.

Jak widać z wykresu na rys. 3 w badanym zakresie temperatur czas przejścia fal ultradźwiękowych między czołem i dnem próbki rośnie wprost proporcjonalnie do temperatury. Wynik ten jest zgodny jakościowo z danymi M. Mirabile [7] uzyskanymi przy pomiarach wykonywanych odmienną techniką.

Mirabile stwierdził zauważalne odchylenia od liniowego przebiegu zależności prędkość fal-temperatura w stali dopiero w temperaturach wyższych od 500°C. Zauważył on także, że o stopniu nieliniowości przebiegu decyduje zawartość węgla. Ze wzrostem zawartości węgla zwiększa się nieliniowość przebiegu zależności prędkości fal od temperatury.

Obserwowane różnice temperaturowe czasu przejścia fal ultradźwiękowych są spowodowane zarówno rozszerzalnością cieplną materiału jak i temperaturową zależnością prędkości fal.

Względny przyrost czasu przejścia spowodowany rozszerzalnością cieplną $(\frac{\Delta t}{t_0})_{(T)}$ jest równy względnemu przyrostowi drogi $\frac{\Delta l}{l_0}$ i wyraża się przez zmianę temperatury wzorem:

$$/15/ \quad (\frac{\Delta t}{t_0})_{(T)} = \frac{\Delta l}{l_0} = \mathcal{L} \cdot \Delta T$$

gdzie \mathcal{L} jest współczynnikiem cieplnej rozszerzalności liniowej, zaś ΔT przyrostem temperatury.

Biorąc pod uwagę liniowy charakter zależności między temperaturą i czasem przejścia fal wzdłuż próbki można napisać

$$/16/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_{C(T)} = \beta_T \cdot \Delta T$$

gdzie β_T jest temperaturowym współczynnikiem zmian prędkości fal ultradźwiękowych w badanym materiale.

Całkowita zmiana czasu przejścia fal ultradźwiękowych między czołem i dnem śruby spowodowana tylko zmianą temperatury wynosi więc:

$$/17/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_{\Delta T} = \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_{C(T)} + \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_{l(T)} = (\beta_T + \alpha) \Delta T$$

Wartości współczynników temperaturowych zmian prędkości ($\beta_T^I = 13 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$; $\beta_T^T = 0,87 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$) są dużo większe od wartości współczynnika rozszerzalności liniowej stali ($\alpha \approx 11 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$).
Pomijając α we wzorze /17/ można napisać:

$$/18/ \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_{\Delta T} = \beta_T \cdot \Delta T$$

Wyrażenie /18/ stanowi poprawkę, jaką należy uwzględnić przy wyliczaniu wartości naprężenia w śrubie według zależności /14/.
Wzór /14/ z uwzględnieniem poprawki na różnicę temperatur ma postać:

$$/19/ \quad \epsilon_0 = \frac{K}{\beta_0 + \beta_\epsilon} \left(\frac{\Delta t}{t_0} - \beta \cdot \Delta t \right)$$

4. Pomiar naprężeń w warunkach przemysłowych.

4.1. Połączenia o jednakowych wymiarach.

Jeżeli prowadzi się pomiary naprężenia w połączeniach o jednakowej geometrii i jeżeli śruby wykonane są z tego samego materiału można przyjąć, że współczynniki K , β_{ξ} i β_{ϵ} są jednakowe dla wszystkich śrub. Jeżeli dodatkowo obydwie pomiary czasu przejścia fal przed (t_0) i po dokręceniu śruby (t_{ξ}) są wykonywane w tej samej temperaturze, to naprężenia wiążą się z różnicą czasu przejścia fal po dokręceniu i przed dokręceniem Δt prostą zależnością:

$$/20/ \quad \sigma_0 = A \cdot \Delta t$$

gdzie $A = \frac{K}{(\beta_0 + \beta_{\epsilon}) t_{\xi}}$ jest wartością stałą.

Jeżeli między pomiarem t_0 i t_{ξ} zmieni się temperatura materiału śruby należy uwzględnić odpowiednią poprawkę /wzór 19/. Wartość współczynnika A we wzorze /20/ można wyznaczyć doświadczalnie mierząc zmiany czasu przejścia Δt przy obciążaniu śruby znanymi wartościami naprężenia σ_0 .

4.2. Połączenia o różnych wymiarach.

Ponieważ wartość współczynnika proporcjonalności między naprężeniem σ_0 i przyrostem czasu przejścia Δt jest zależna od konstrukcji śruby i wymiarów połączenia /parametr K / jak również od własności elasto-akustycznych i sprężystych /parametry β_0 i β_{ϵ} / badanego materiału, więc dla wykorzystania zależności /20/ trzeba wyznaczyć wartość A dla każdego typu-szeregu śrub i połączeń, a także dla każdego materiału śrub. Należy więc wykonać pomiary skalujące. W wyniku tych pomiarów uzyskuje się liczbowe zależności $\sigma_0 - \Delta t$ dla danej grupy śrub. Jeżeli dysponujemy takimi zależnościami, pomiar naprężenia sprowadza się do odczytu różnicy czasu przejścia fal wzdłuż długości śruby /może to być przejście wielokrotne/ przed dokręceniem śruby i po jej dokręceniu, oraz uwzględnieniu ewentualnej poprawki na różnicę temperatur.

4.3. Ogólny przypadek połączeń śrubowych

4.3.1. Wyznaczanie wartości współczynnika β i K.

Wartość współczynnika proporcjonalności między zmianą czasu przejścia fal ultradźwiękowych i naprężeniem $\beta = \beta_s + \beta_c$ nie może być wyliczona ze wzoru /13/ bez znajomości współczynnika K dla tej próbki, dla której wyznaczono krzywą $\delta - \frac{\Delta t}{t_0}$. Dla wyznaczenia współczynnika K można skorzystać z pomiarów zależności naprężenie-zmiana czasu przejścia, wykonanych na dwóch próbkach z tego samego materiału różniących się tylko długością całkowitą i długością części gładkiej między nakrętkami.

Wprowadźmy oznaczenia:

Wielkość	Próbka 1	Próbka 2	Uwagi
Całkowita długość	l_1	l_2	
Długość części gładkiej	l_{o1}	l_{o2}	
średnica części gładkiej	d_{o1}	d_{o2}	$d_{o1} = d_{o2}$
średnica gwintu	d_1	d_2	$d_1 = d_2$
Wysokość nakrętki	W_1	W_2	$W_1 = W_2$
Długość części gwintowanej zawartej między nakrętkami	lg_1	lg_2	$lg_1 = lg_2 = 0$

Próbki obciążamy kolejno taką samą wartością siły uzyskując jednakowe wartości naprężeń σ_0 w części gładkiej i mierzymy wartości względnych zmian czasu przejścia fal ultradźwiękowych przez całą długość śruby $(\frac{\Delta t}{t_0})_1$ i $(\frac{\Delta t}{t_0})_2$.

Ze względu na identyczność nakrętek rozkłady naprężeń na odcinkach długości śruby zawartej w nakrętkach będą w obydwóch przypadkach takie same.

Wartość współczynnika K wyrażamy ilorazem:

$$/29/ \quad K = \frac{l}{l_0 + a}$$

gdzie a - jest stałą.

Wartość a jest jednakowa dla obydwóch śrub. Napiszemy wyrażenia na wartość δ_0 dla tych śrub /wzór 14/:

$$/30/ \quad \delta_0 = \frac{l_1}{(a + l_{o1})(\beta_\delta + \beta_\epsilon)} \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_1$$

$$/31/ \quad \delta_0 = \frac{l_2}{(a + l_{o2})(\beta_\delta + \beta_\epsilon)} \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_2$$

Ze wzoru /30/ wyliczymy stałą a

$$/32/ \quad a = \frac{l_1 \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_1 - \delta_0 l_{o1} (\beta_\delta + \beta_\epsilon)}{\delta_0 (\beta_\delta + \beta_\epsilon)}$$

Wstawiając wyliczoną wartość a do drugiego równania otrzymujemy wartość współczynnika $(\beta_\delta + \beta_\epsilon)$:

$$/33/ \quad \beta = \beta_\delta + \beta_\epsilon = \frac{l_1 \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_1 - l_2 \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_2}{\delta_0 (l_{o1} - l_{o2})}$$

Korzystając z wyrażenia /33/ można wyliczyć wartość współczynnika elastoakustycznego materiału. Znając wartość tego współczynnika dla danego materiału można według wzoru /14/ wyliczyć wartość współczynnika K dla śrub o różnej konstrukcji wykonanych z tego samego materiału.

Dla wyznaczenia wartości $\beta = \beta_\delta + \beta_\epsilon$ dla stali H2MF przygotowano dwie próbki o wymiarach $l_1 = l_2 = 180$ mm; $l_{o1} = 145$ mm; $l_{o2} = 77$ mm; $d_{o1} = d_{o2} = 16$ mm; $d_{p1} = d_{p2} = 14,7$ mm; $h_1 = h_2 = 16$ mm; $l_{g1} = l_{g2} = 4$ mm.

Obie śruby poddano rozciąganiu do uzyskania naprężenia $44,78 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}$. Zmierzone wartości względnych zmian czasów przejścia dla fal podłużnych $\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_L$ i poprzecznych $\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_T$ wynosiły:

$$\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_1^L = 0,905 \cdot 10^{-2}; \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)_1^T = 0,361 \cdot 10^{-2};$$

$$\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right) = 0,520 \cdot 10^{-2}; \quad \left(\frac{\Delta t}{t_0}\right) = 0,282 \cdot 10^{-2};$$

Wyliczone według wzoru /32/ współczynniki elasto-akustyczne mają wartość:

Fale podłużne:

$$\beta^L = (\beta_o^L + \beta_\varepsilon^L) = 2,23 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg}}$$

Fale poprzeczne:

$$\beta^T = (\beta_o^T + \beta_\varepsilon^T) = 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg}}$$

Wstawiając wartości β^L do wzoru /13/ otrzymamy wartość współczynników kształtu K dla obydwóch próbek:

$$\text{Próbka 1} \quad K = \frac{\sigma_o \cdot \beta^L}{\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^L} = 110; \quad \alpha = 18,6$$

$$\text{Próbka 2} \quad K = \frac{\sigma_o \cdot \beta^L}{\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^L} = 1,92; \quad \alpha = 16,8$$

4.3.2. Obliczanie wartości współczynnika K.

Dla wyliczenia wartości współczynnika kształtu śruby K należy znać rozkład naprężeń wzdłuż całego trzpienia śruby. W części gładkiej trzpienia l_0 naprężenie jest stałe i wynosi $\sigma_g = \frac{4P}{\pi d_o^2}$, w częściach gwintowanych lg_1 i lg_2 znajdujących się między nakrętkami naprężenie ma także stałą wartość $\sigma_g = \frac{4P}{\pi d_p^2}$, gdzie P jest siłą rozciągającą trzpień d_o średnicą części gładkiej, d_p średnicą /średnia/ części gwintowanej /rys. 4 i 5/.

Naprężenia w części gwintowanej i w części gładkiej są związane zależnością:

$$/34/ \quad \sigma_g = \frac{d_o^2}{d_p^2} \sigma_o$$

Na odcinkach części gwintowanej w_1 i w_2 znajdujących się w nakrętkach wartość siły P , a więc i naprężenie zależy od odległości wzdłuż osi śruby x . Wychodząc z warunku równości odkształceń gwintu w śrubie i w nakrętce [9] można wyliczyć rozkład siły osiowej wzdłuż wysokości nakrętki $q(x)$ /Rys. 6/:

$$/35/ \quad q(x) = \frac{Pm \cosh(mx)}{\sinh(mw)}$$

gdzie P jest siłą rozciągającą trzpień, w - długością nakrętki, zaś m - współczynnikiem zależnym od wartości modułów sprężystości materiałów trzpienia i nakrętki oraz parametrów geometrycznych gwintu:

$$/36/ \quad m = \frac{Q}{s}$$

gdzie s jest skokiem gwintu, zaś Q wyraża się zależnością:

$$/37/ \quad Q = \sqrt{\frac{\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2}}{\frac{\lambda_1}{E_1} + \frac{\lambda_2}{E_2}}} f$$

W wyrażeniu tym E_1 i E_2 - wartości modułów sprężystości podłużnej materiału trzpienia i nakrętki, F_1 i F_2 - powierzchnie przekroju poprzecznego części gwintowanej trzpienia i nakrętki,

$$f = \pi \frac{d^2 - d_1^2}{4} = \pi d_p t' n$$

powierzchnia pierścienia zwoju /d - zewnętrzna średnica gwintu, d_1 - wewnętrzna średnica gwintu, d_p - średnia średnica gwintu, $t'n$ - robocza głębokość gwintu, to jest głębokość na jaką zachodzą na siebie nitki gwintu trzpienia i nakrętki/. Współczynniki λ_1 i λ_2 dane są przez wyrażenia:

$$/38/ \quad \lambda_1 = \omega + \frac{d_1 n (1 + \mu_1)}{2s^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$/39/ \quad \lambda_2 = \omega + \frac{d_1 n}{2s^2} (\mu_2 + \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2}) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2};$$

a w przypadku, gdy w trzpieniu jest otwór centralny o średnicy d_3 , to

$$/40/ \quad \lambda_1 = \omega + \frac{d_1 n}{2s^2} \left(\frac{d_1^2 + d_3^2}{d_1^2 - d_3^2} - \mu \right) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$$

W wyrażeniach na współczynniki λ_1 i λ_2 poszczególne litery oznaczają:

ω - współczynnik bezwymiarowy uwzględniający wpływ odkształcenia ścinania i zginania na podatność zwojów gwintu. Współczynnik ω jest współczynnikiem proporcjonalności między sumą odkształceń gwintu w kierunku pionowym na skutek ugięcia zwoju gwintu i na skutek poprzecznego przemieszczenia podstawy gwintu [10], a wyrażeniem $\frac{Ps}{E}$, gdzie P jest ciśnieniem normalnym do powierzchni gwintu /rys. 7/, s - skokiem gwintu, a E - modułem sprężystości podłużnej

$$/41/ \quad \omega = \frac{3}{4s \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \left[(c-b)(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}) + (b \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - b - 2a) \cdot \right. \\ \left. \cdot \ln \frac{c}{b} (a^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} + 2ab) \frac{c-b}{cb} - \frac{a^2 b (1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2})}{2} \frac{c^2 - b^2}{c^2 b^2} \right] + \\ + \frac{z(1+\mu)}{s \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} (c - b - a \ln \frac{c}{b})$$

Wartość z przyjmuje się taką jak dla pręta pryzmatycznego

$$z \approx \frac{6}{5}$$

Dla gwintu metrycznego o pełnej wysokości trójkąta rzeźby H ,

$$\alpha = 60^\circ; a = \frac{1}{6}H; b = \frac{1}{2}H; c = \frac{7}{8}H \quad s = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} H = 1.166H$$

/rys. 8/ przyjmując $z = \frac{6}{5}$ i $\mu = 0,3$
otrzymamy $\omega = 0,84$.

- d_1 - średnica wewnętrzna części gwintowanej trzpienia,
 d - średnica zewnętrzna gwintu,
 d_3 - średnica otworu osiowego w trzpieniu, D - średnica nakrętki "okrągłej" równa rozmiarowi nakrętki "pod klucz", i μ_1, μ_2 współczynniki Poissona materiałów trzpienia i nakrętki,
 α - kąt rzeźby gwintu.

Dla gwintu o rzeźbie niesymetrycznej /rys. 9/ wyrażenia na współczynniki λ zachowują ważność jeżeli $\frac{\alpha}{2}$ zastąpić przez kąt γ .

Wartość parametru Q dla przypadku gdy moduły sprężystości podłużnej materiału trzpienia i nakrętki są jednakowe $E_1 = E_2$ można wyliczyć ze wzoru przybliżonego /37/:

$$/42/ \quad Q = \sqrt{\frac{3.7 \frac{s}{d} (1 + 1.2 \frac{s}{d})}{1.86 + 0.35 \frac{d}{s}}}$$

Dla znalezienia rozkładu siły P/x należy obliczyć całkę z intensywności rozkładu siły osiowej $q(x)$.

$$/43/ \quad P(x) = \int_0^x \frac{P m \operatorname{ch}(mx)}{\operatorname{sh}(mw)} dx = \frac{P}{\operatorname{sh} w} \int_0^x \operatorname{ch}(mx) dx = \\ = \frac{P \operatorname{sh}(mx)}{\operatorname{sh}(mw)}$$

stad

$$/44/ \quad \sigma_g(x) = \frac{4P(x)}{\pi d_2^2} = \sigma_g \frac{\sin h(mx)}{\sin h(mw)}$$

Zależność między średnim naprężeniem trzpienia σ_{sr} i naprężeniem w części gładkiej obliczymy przez podzielenie pola pod wykresem przedstawiającym rozkład naprężenia wzdłuż osi trzpienia przez całkowitą długość trzpienia l .

$$/45/ \quad \sigma_{sr} \cdot l = \int_0^{w_1} \sigma_g(x) dx + \sigma_g l_{g_1} + \sigma_0 l_0 + \sigma_g l_{g_2} + \int_0^{w_2} \sigma_g(x) dx$$

Pole powierzchni pod krzywą $\sigma_g(x)$ na długości nakrętki w jest:

$$/46/ \quad \int_0^w \sigma_g(x) dx = \int_0^w \frac{\sigma_g \sin h(mx)}{\sin h(mw)} = \frac{\sigma_g}{\sin h(mw)} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{m} (\cos h(mw) - 1) = \frac{\sigma_g}{m} \operatorname{th} h \frac{mw}{2};$$

Zależność /45/ można więc napisać:

$$/47/ \quad \sigma_{sr} l = \frac{\sigma_g}{m} \operatorname{th} h \frac{mw_1}{2} + \sigma_g l_{g_1} + \sigma_0 l_0 + \sigma_g l_{g_2} + \frac{\sigma_g}{m} \operatorname{th} h \frac{mw_2}{2}$$

Uwzględniając zależność między naprężeniem w części gładkiej σ_0 i gwintowanej znajdującej się między nakrętkami σ_g otrzymamy:

$$/48/ \quad \bar{\sigma}_0 = \frac{l}{\left(\frac{d_o}{d_p}\right)^2 \left[\frac{1}{m} \left(\operatorname{tg} h \frac{m w_1}{2} + \operatorname{tg} h \frac{m w_2}{2} \right) + (l g_1 + l g_2) \right] + l_0} \quad \bar{\sigma}_{\text{śr}}$$

$$/49/ \quad K = \frac{l}{\left(\frac{d_o}{d_p}\right)^2 \left[\frac{1}{m} \left(\operatorname{tg} h \frac{m w_1}{2} + \operatorname{tg} h \frac{m w_2}{2} \right) + (l g_1 + l g_2) \right] + l_0}$$

Poprzednio podaliśmy wartości współczynnika kształtu K wyznaczone doświadczalnie dla dwóch śrub.

Porównanie wartości wyznaczonych doświadczalnie z wyliczonymi według wzoru /49/ z przybliżeniem /37/ wskazuje na dobrą zgodność tych dwóch sposobów wyznaczania wartości współczynnika kształtu:

Śruba 1

$$l = 180 \text{ mm}$$

$$l_0 = 145 \text{ mm}$$

$$d_o = 16,0 \text{ mm}$$

$$d_p = 14,7 \text{ mm}$$

$$w_1 = w_2 = 16 \text{ mm}$$

$$l g_1 = 4 \text{ mm}$$

$$l g_2 = 0$$

$$s = 2 \text{ mm}$$

$$\frac{l}{l_0} = 1,24$$

Z wyznaczone doświadczalnie = 1,10

Z wyliczone w/g wzoru /49/ z uwzględnieniem przybliżenia /37/ = 1,115

Śruba 2

$$l = 180 \text{ mm}$$

$$l_0 = 77 \text{ mm}$$

$$d_o = 16 \text{ mm}$$

$$d_p = 14,7 \text{ mm}$$

$$w_1 = w_2 = 16 \text{ mm}$$

$$l g_1 = 4 \text{ mm}$$

$$l g_2 = 0$$

$$s = 2 \text{ mm}$$

$$\frac{l}{l_0} = 2,33$$

Z wyznaczone doświadczalnie = 1,92

Z wyliczone ze wzoru /49/ z uwzględnieniem przybliżenia /37/ = 1,926

4.4. Wykorzystanie różnicy $(\frac{\Delta t}{t_0})^L - (\frac{\Delta t}{t_0})^T$

Podstawowa w badaniach elasto-akustycznych zależność między naprężeniem i prędkością fal ultradźwiękowych /5/ jest słuszna dla wszystkich rodzajów fal ultradźwiękowych.

Zachodzi jednak zasadnicza różnica ilościowa między efektem wpływu naprężenia na prędkość fal podłużnych i poprzecznych, gdy obydwa rodzaje fal biegną w tym samym kierunku względem naprężenia. W przypadku fal podłużnych kierunek naprężenia jest taki sam jak kierunek drgań cząstek ośrodka w fali ultradźwiękowej. Obserwuje się silne sprzężenie między naprężeniem i prędkością fal podłużnych. W fali poprzecznej biegnącej wzdłuż osi śruby cząsteczki ośrodka wychylają się w kierunku prostopadłym do kierunku naprężenia. Należy spodziewać się bardzo słabego sprzężenia elasto-akustycznego.

Ilościowe różnice zależności $\delta - \frac{\Delta t}{t_0}$ dla fal podłużnych i poprzecznych widać na wykresach rys. 2. Współczynnik β_ε opisuje zmiany czasu przejścia fal spowodowane wydłużeniem śruby i dla zakresu odkształceń sprężystych jego wartość jest równa odwrotności modułu sprężystości podłużnej E. Przyjmując dla stali H2MF $E = 22000 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$ otrzymamy $\beta_\varepsilon = \frac{1}{E} = 0,45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg}}$, a więc wartość bardzo bliską wartości β_T . Przy tej wartości β_ε będzie $\beta_0^L = \beta^L - \beta_\varepsilon = 1,77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg}}$ i $\beta_\varepsilon^T = 0,01 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg}}$.

Wartość β_ε^T jest więc bliska zeru i praktycznie za całą obserwowaną zmianę czasu przejścia fal poprzecznych wzdłuż osi rozciąganej próbki odpowiedzialne jest wydłużenie materiału. Krzywa $\delta - (\frac{\Delta t}{t_0})^T$ pokrywa się w granicach błędów z krzywą $\delta - \varepsilon$. Widać to na rysunku 10, gdzie pokazano przebiegi zmian $\delta - (\frac{\Delta t}{t_0})^L$; $\delta - (\frac{\Delta t}{t_0})^T$ oraz $\delta - \frac{\Delta t}{t_0}$ dla stali H17N2. Własności te można wykorzystać praktycznie.

Rozpatrzmy różnice między względną zmianą czasu przejścia fal podłużnych i poprzecznych przez taką samą drogę w śrubie /ta sama ilość przejść między czołem i dnem śruby/:

$$/50/ \quad \Delta (\frac{\Delta t}{t_0})^{L-T} = (\frac{\Delta t}{t_0})^L - (\frac{\Delta t}{t_0})^T$$

Wykorzystując wzór /13/ otrzymamy:

$$/51/ \quad \Delta \left(\frac{\Delta t}{t} \right)^{L-T} = (\beta_{\epsilon}^L - \beta_{\epsilon}^T) \frac{\sigma_0}{K}$$

Uwzględniając, że $\beta_{\epsilon}^L \gg \beta_{\epsilon}^T$ i pomijając we wzorze /51/ β_{ϵ}^T wyrażenie na różnicę zmian czasów przejścia fal L i T będzie:

$$/52/ \quad \Delta \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right) = \beta_{\epsilon}^L \frac{\sigma_0}{K},$$

a więc

$$/53/ \quad \sigma_0 = \Delta \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^{L-T} \cdot \frac{K}{\beta_{\epsilon}^L}$$

Zależność /53/ może być wykorzystywana do pomiarów naprężenia w śrubach bez potrzeby znajomości β_{ϵ} .

Dla wyznaczenia naprężenia σ_0 według wzoru /53/ należy zmierzyć względną zmianę czasu przejścia fal podłużnych $\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^L$ i fal poprzecznych $\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^T$, w wyniku dokręcania śruby, wartość współczynnika K musi być wyznaczona lub wyliczona dla danego typu śruby i połączenia, a wartość β_{ϵ}^L musi być wyznaczona dla danego materiału.

4.5. Wykorzystanie wartości stosunku $\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^L / \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^T$

Uwzględniając, że β_{ϵ}^T jest małe zarówno w porównaniu z β_{ϵ}^L jak i β_{ϵ} , stosunek wartości zmian czasów przejścia fal podłużnych i poprzecznych będzie:

$$/54/ \quad \frac{\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^L}{\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^T} \frac{\beta_{\epsilon}^L + \beta_{\epsilon}}{\beta_{\epsilon}^T + \beta_{\epsilon}} \cong 1 + \frac{\beta_{\epsilon}^L}{\beta_{\epsilon}^T}$$

Jak widać z wykresu na rys. 10 w obszarze sprężystym $\beta_o^L > \beta_\varepsilon$ zaś w obszarze odkształceń plastycznych $\beta_\varepsilon > \beta_o^L$. Można więc oszacować wartość stosunku /54/ i znaleźć kryterium, pozwalające ocenić w jakim obszarze odkształceń znajduje się materiał badanej śruby.

Obszar sprężysty ($\beta_o^L > \beta_\varepsilon$)

$$/55/ \quad \frac{\left(\frac{\Delta t}{t_o}\right)^L}{\left(\frac{\Delta t}{t_o}\right)^T} \geq 2$$

Obszar plastyczny ($\beta_\varepsilon > \beta_o^L$)

$$/56/ \quad \frac{\left(\frac{\Delta t}{t_o}\right)^L}{\left(\frac{\Delta t}{t_o}\right)^T} \leq 1$$

4.5. Wykorzystanie wartości stosunku t^T / t^L

Opisane dotychczas sposoby wykorzystania efektu elasto-akustycznego do pomiaru naprężeń w śrubach wymagały dokonywania pomiarów czasu przejścia fal ultradźwiękowych zarówno przed sprężeniem śruby ($\delta_o = 0$) jak i po sprężeniu ($\delta_o > 0$).

W niektórych przypadkach interesującą jest możliwość pomiarów wartości naprężenia w śrubach dokręconych, dla których nie są znane wartości czasu przejścia fal przed sprężeniem.

Gdyby znane były z dużą dokładnością /przynajmniej $\pm 0,001$ mm/ długości poszczególnych śrub, można by przyjąć, że wartość t_o jest równa l/c , gdzie l - długość trzpienia, zaś c - znana dla danego materiału wartość prędkości fal ultradźwiękowych. Jednakże rozrzut wartości długości śrub w ramach tego samego typoszeregu jest znaczny i błędy wynikające z założenia takiej samej długości początkowej wszystkich kontrolowanych śrub uniemożliwiają stosowanie metody elasto-akustycznej bez pomiarów t_o przed sprężeniem śruby.

W takich przypadkach pozytywne wyniki daje wykorzystanie wartości stosunku czasu przejścia fal poprzecznych do czasu

przejścia fal podłużnych /lub odwrotnie/ wyznaczonego na śrubie już sprężonej.

Możliwość taką zasygnalizowano w pracy [9]. Wychodząc ze wzoru /14/ otrzymamy na czas przejścia fal podłużnych i poprzecznych w śrubie naprężonej wyrażenia:

$$/57/ \quad t_6^L = t_0^L + \Delta t_6^L = t_0^L (1 + \beta^L \frac{\sigma_0}{K})$$

$$/58/ \quad t_6^T = t_0^T + \Delta t_6^T = t_0^T (1 + \beta^T \frac{\sigma_0}{K})$$

gdzie $\beta^L = \beta_6^L + \beta_\epsilon$

$$\beta^T = \beta_6^T + \beta_\epsilon$$

Oznaczając $\frac{t_0^T}{t_0^L} = m$ i $\frac{t_6^T}{t_6^L} = p$ otrzymamy:

$$/59/ \quad \sigma_0 = \frac{m - p}{\beta^L p - \beta^T m} K$$

Wzór /59/ pozwala na wyznaczenie naprężenia σ_0 , w śrubach bez potrzeby dokonywania indywidualnych pomiarów t_0^L i t_0^T . Przykład zależności między naprężeniem σ_0 i stosunkiem czasów przejścia fal poprzecznych i podłużnych t^T / t^L pokazuje rys. 11.

Wykres przedstawiony na rys. 11 otrzymano dla próbki ze stali ST3.

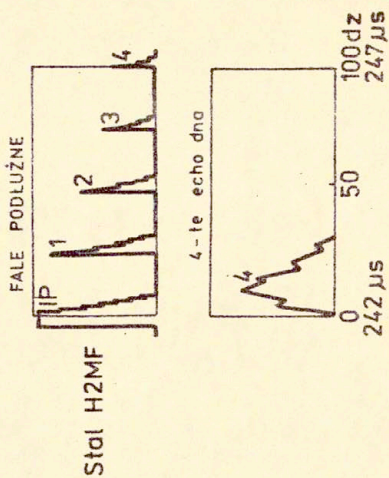
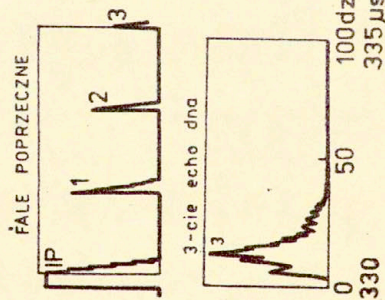
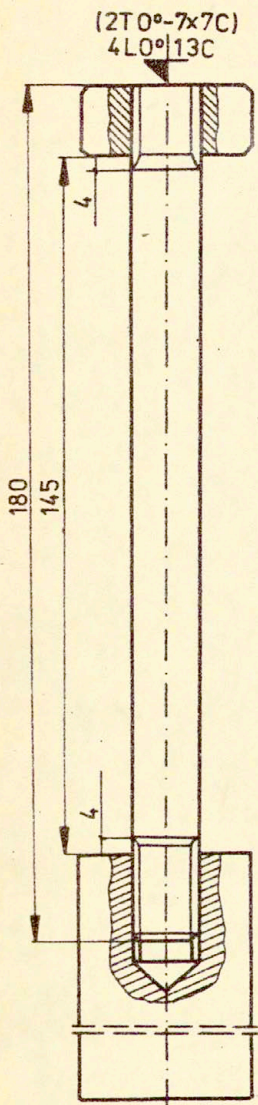
5. Wnioski.

Przeprowadzone badania zależności zmiany czasu przejścia podłużnych i poprzecznych fal ultradźwiękowych wzdłuż trzpienia śruby w funkcji naprężenia wskazują na praktyczną przydatność metody ultradźwiękowej do pomiaru naprężeń. Opisane techniki pomiaru naprężeń pozwalają na wyznaczanie wartości naprę-

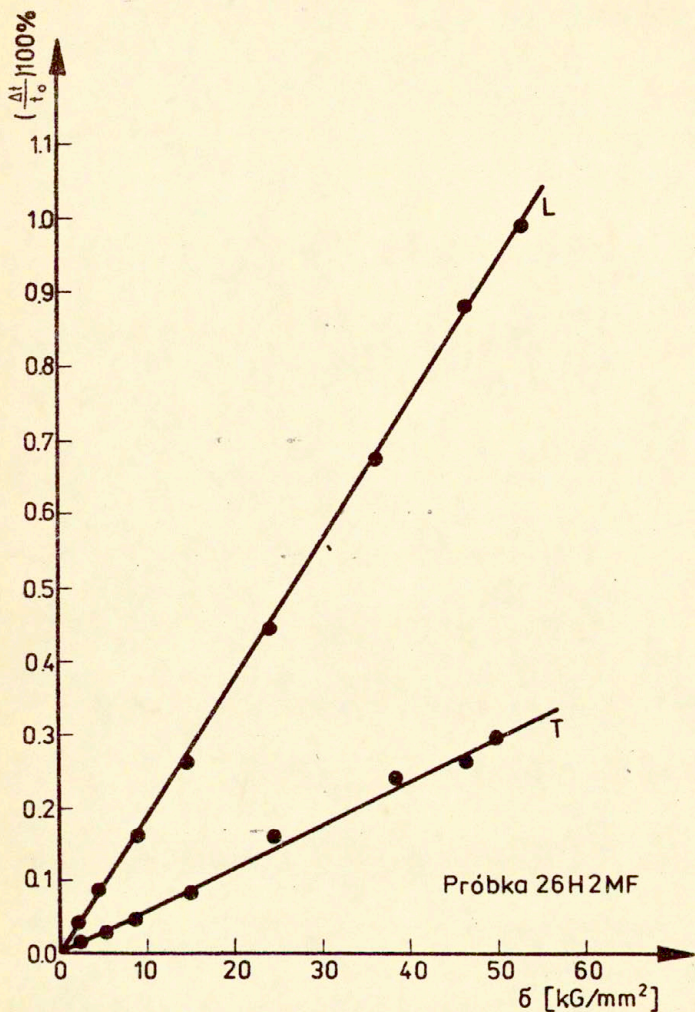
zenia w gładkiej części trzpienia śruby w przypadkach śrub o różnej konstrukcji.

LITERATURA

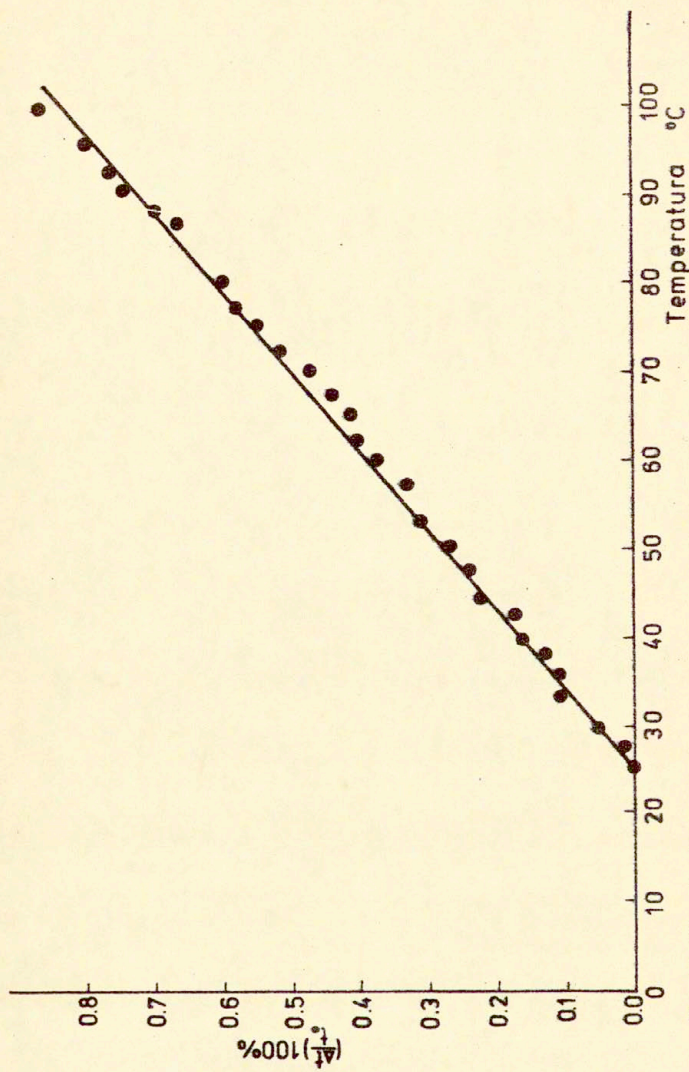
- [1] BOBRENKO W.M., AWERBUCH J.J., CZICZUGOW A.A., Defektoskopia, 1, 1974, 72.
- [2] HUGHS D.S., KELLY J.L., Phys. Rev., 92 /1953/, 1145.
- [3] TOUPIN R.A., BERNSTEIN B.J., JASA, 33 /1961/, 216.
- [4] TOKUOKA T., IWASHIMIZU Y., Int. J. Solids, Struct., 4 /1968/, 338-389.
- [5] BOBRENKO W.M., ZOTOW L.W., CZICZUGOW A.A., SZELUDKO W.M., Elektriczeskije stanciji 9, 1974, 25.
- [6] MIRABILE M., Materiały 6 International Conference on Nondestructive Testing, Hannover, 1-5 czerwiec 1970.
- [7] BOBRENKO W.M., BUŁGAKOWA L.W., WOSKOBOJNIK J.A., Defektoskopia, 95, 1976, 6.
- [8] BIRGER J.A., JOSILEWICZ G.B., Rozbwoyje sojedinienia, M., Maszynostrojenie, 1973.
- [9] DEPUTAT J., Ultradźwiękowe pomiary naprężeń w śrubach, Materiały VII KKB, Uniejów, 12-13 grudzień 1977.
- [10] BIRGER J.A., Razcziot rezbwowych sojedinienii, Moskwa, Oborongiz, 1959, str. 99-100.



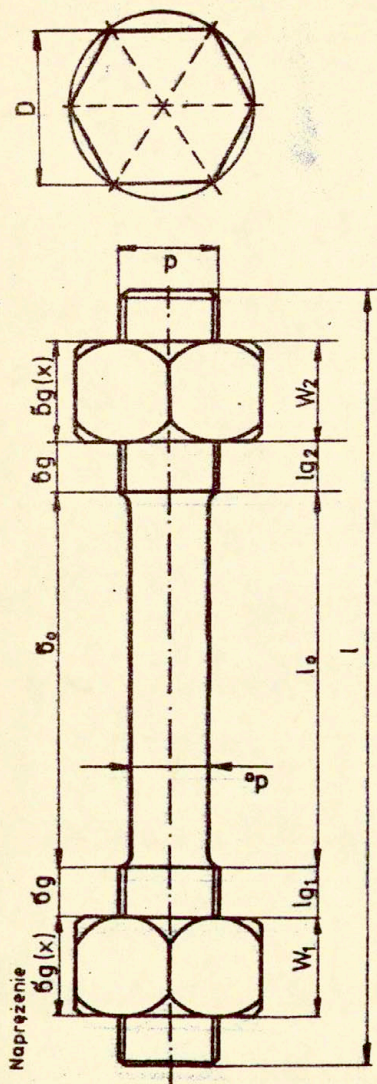
Rys.1. Próbkę do badania zależności $\frac{A_1}{I_0} - \delta$ oraz odpowiednie obrazy oscyloskopowe.



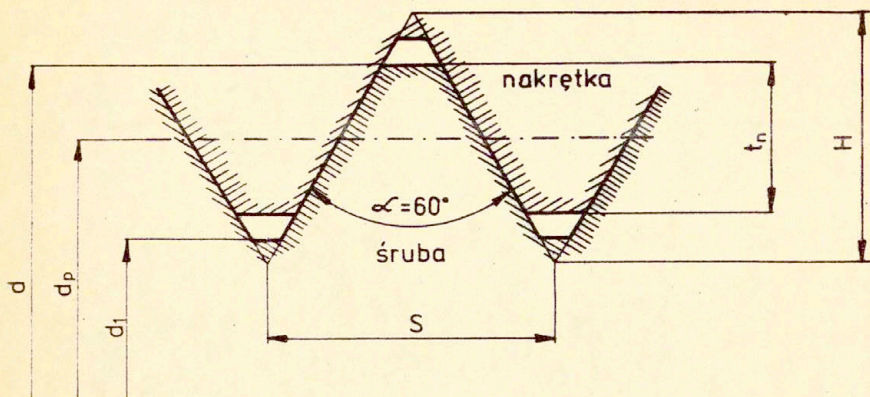
Rys 2. Zależność względnych zmian czasu przejścia fal podłużnych (L) i poprzecznych (T) od naprężenia rozciągającego (σ). Stal 26H2MF.



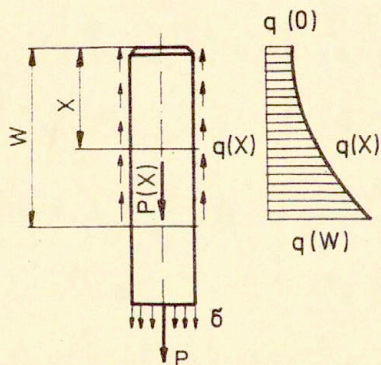
Rys 3. Względne zmiany czasu przejścia fal podłużnych w funkcji temperatury. Stal 26H2ME



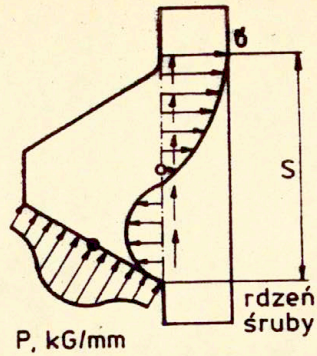
Rys 4. Oznaczenia wymiarów śruby wykorzystywanej do wyznaczania wartości współczynnika kształtu.



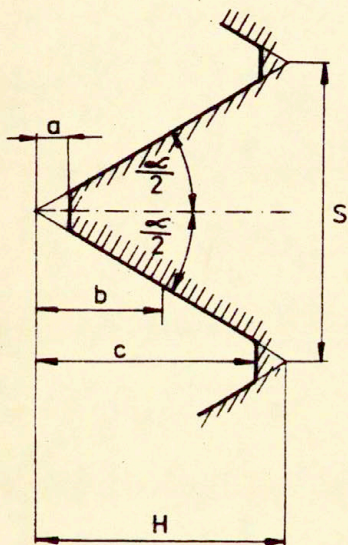
Rys 5. Profil gwintu metrycznego.



Rys 6. Rozkład siły osiowej wzdłuż wysokości nakrętki.



Rys 7. Ciśnienie P działające na zwój gwintu.



Gwint metryczny

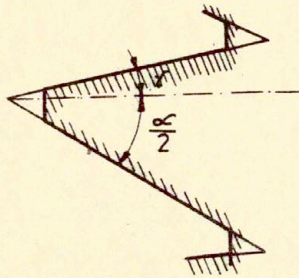
$$\alpha = 60^\circ$$

$$a = \frac{1}{8} H$$

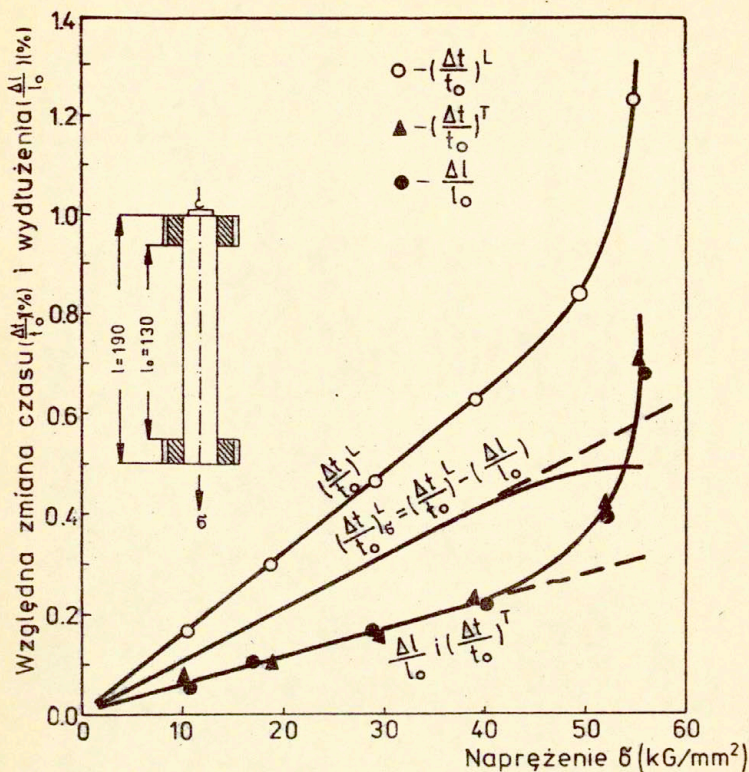
$$b = \frac{1}{2} H$$

$$c = \frac{1}{8} H$$

Rys 8. Oznaczenia wielkości występujących we wzorze (41).



Rys.9. Kąty $\frac{\alpha}{2}$ i δ w gwincie o rzeźbie niesymetrycznej.



Rys 10. Krzywe naprężenie - względna zmiana czasu przejścia fal podłużnych i/ lub poprzecznych oraz krzywa naprężenie - wydłużenie dla stali H17M2. Przebieg krzywej $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^T$ wyznaczone przez odjęcie od zmierzonych wartości $\left(\frac{\Delta t}{t_0}\right)^L$ odpowiednich wartości wydłużenia względnego $\frac{\Delta l}{l_0}$