

2.22 — akustyczne metody badania ma-  
teriałów i układów mechanicz-  
nych

L. Radziszewski, J. Ranachowski

POROWATOŚĆ I MODUŁY SPRĘŻYSTOŚCI  
SPIEKÓW METALICZNYCH  
WYZNACZONE METODĄ REZONANSOWĄ

38/1985

WARSZAWA 1985

<http://rcin.org.pl>

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 18 września 1985 r.



56911



Na prawach rękopisu

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 170 egz. Ark.wyd. 3,53 Ark.druk. 6

Oddano do drukarni we wrześniu 1985 r.

Nr zamówienia 561/85

---

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul. Śniadeckich 8

Leszek Radziszewski  
Jerzy Ranachowski  
Zakład Akustyki Fizycznej  
IPPT PAN

POROWATOŚĆ I MODUŁY SPRĘŻYSTOŚCI SPIEKÓW  
METALICZNYCH WYZNACZONE METODĄ REZONANSOWĄ

S t r e s z c z e n i e

Przedstawiona praca dotyczy zagadnienia pomiarów modułów sprężystości metodami akustycznymi. Jako ośrodek badany użyto spiekanej miedzi o różnej zawartości porów. Wartość porowatości zmieniała się w granicach 2% do 11%. Wielkość porów była rzędu pojedynczych mikronów. Zmiany porowatości uzyskiwano przez jedno-, dwu- i trzykrotne prasowanie i spiekanie proszku miedzi ECu. Po rozpatrzeniu różnych metod pomiaru stałych sprężystych wybrano do zastosowania w pracy metodę drgań giętnych płyty kołowej. W metodzie tej próbka o wymiarach  $\varnothing 30 \times 2$  pobudzana jest elektrostatycznie do drgań rezonansowych. Znajomość częstotliwości pierwszego i trzeciego rezonansu umożliwia dokładne wyznaczenie stałych sprężystości z błędem nie przekraczającym - dla stałej Poissona 0,1%, dla modułu Younga 0,25%. W badaniach wyznaczono moduły sprężystości w funkcji porowatości, temperatury pomiaru /83 K do 473K/ oraz temperatury i czasu spiekania próbek. Wyniki porównano z modułem Mackenziego ciała porowatego i teorią Rossiego koncentracji naprężeń na porach uzyskując zadawalającą zgodność. Stwierdzono pełną przydatność metody do pomiaru małych zmian modułów sprężystości związanych z różną zawartością fazy gazowej w tworzywie. Wykazano, iż zmiana porowatości o ok. 0.01% może być już wykryta opisywaną metodą.

## W s t ę p

Poniższa praca przedstawi wykorzystanie metod rezonansowych do badania własności spieków metalicznych. Spieki metaliczne podobnie jak materiały ceramiczne są tworzywami niejednorodnymi. Niejednorodnościami mogą być różne fazy krystaliczne, granice ziarn, pory i zanieczyszczenia. Z wymienionych niejednorodności najbardziej wpływająca na własności sprężyste i wytrzymałość mechaniczną są pory.

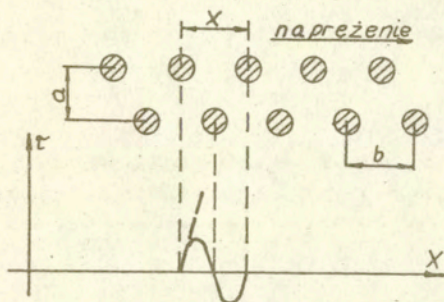
Stąd waga zagadnienia zarówno dla celów badawczych jak i praktycznych uzyskania prostej i efektywnej metody pomiaru porowatości i jej parametrów.

Stwierdzono, iż do tego celu nadają się metody akustyczne. Zagadnienie pomiaru porowatości metodami impulsowymi dla ceramiki zostało już rozwiązane. Natomiast metody akustyczne do pomiaru porowatości spieków nie zostały dotychczas opracowane. Stąd autorzy uważali za celowe wypełnienie tej luki. Niniejsza praca została poświęcona metodom rezonansowym. Przyczyną dla której wybrano tę metodę była duża dokładność tej metody, pozwalająca na rozróżnienie małych różnic porowatości o wielkości setnych części procenta oraz możliwość łatwego i precyzyjnego prowadzenia pomiarów w różnych temperaturach. Próbkę z proszków miedzi przygotowano w Laboratorium Instytutu Budowy Sprzętu Precyzyjnego i Elektronicznego Politechniki Warszawskiej, a spiekano je w Laboratorium Wojskowej Akademii Technicznej. Pomiar przeprowadzono w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN.

## 2.1. Wytrzymałość ośrodków ciągłych.

Analizując wytrzymałość materiałów należy stwierdzić, że istnieją duże różnice między wytrzymałością idealnych monokryształów a wytrzymałością rzeczywistych materiałów.

Deformacja plastyczna kryształu doskonałego może odbywać się przez poślizg wszystkich atomów jednej płaszczyzny względem atomów płaszczyzny sąsiedniej. Poślizg taki jest przesunięciem zespolowym wszystkich atomów jednej płaszczyzny z jednej pozycji o idealnym ułożeniu do pozycji sąsiedniej. Sytuacja ta jest pokazana na rys. 1.



Rys. 1. Względne przesunięcie dwóch płaszczyzn atomów w jednorodnie odkształconym kryształcie.

Gruba linia przerywana na rys. 1 wskazuje na początkowe nachylenie odpowiadające modułowi sztywności -  $G$  -. Naprężenie styczne niezbędne w takim procesie zostało po raz pierwszy obliczone przez Frenkla /9/. Załóżmy, że do przesunięcia górnego rzędu atomów względem atomów rzędu dolnego potrzebna jest okresowo zmienna siła ścinająca dana sinusoidalną zależnością.

$$\tau = \frac{G b}{2\pi a} \cdot \sin \frac{2\pi x}{b} \quad /1/$$

gdzie:

G - moduł sztywności

b - odległość między atomami w kierunku działania naprężenia ścinającego

a - odległość między rzędami atomów

x - odległość od położenia równowagi.

Teoretyczne naprężenie styczne będzie wynosić:

$$\tau_t = \frac{b}{a} \cdot \frac{G}{2\pi} \quad /2/$$

Ponieważ  $b \approx a$ , to teoretyczne naprężenie styczne wynosi ok.  $1/6 G$ . MacKenzie /11/ wykazał, że biorąc pod uwagę konkretną postać sił międzycząsteczkowych i inne konfiguracje trwałości mechanicznej, które mogą wystąpić w sieci podczas jej ścinania, teoretyczna idealna wytrzymałość na ścinanie wynosi  $G/30$ . Mimo, że są to jedynie wyliczenia przybliżone, pokazują one, że wartość  $\tau_t$  - jest kilka rzędów razy większa niż zmierzone wartości krytycznego naprężenia stycznego  $/10^{-4} + 10^{-6} G/$  w rzeczywistych dobrze wyżarzonych kryształach. Niezgodność pomiędzy przewidywaniem a doświadczeniem została wyjaśniona obecnością dyslokacji. Według dyslokacyjnych teorii, wytrzymałość materiałów w danej temperaturze zależy od modułu sztywności, wektora Burgersa i energii błędów ułożenia sieci. Normalnie przyjmuje się, że naprężenie płynięcia polikryształu wyznaczają trzy składowe: naprężenie  $\tau_T$  -, które zależy od temperatury, naprężenie  $\tau_G$  -, które zależy od modułu sztywności i naprężenie  $\tau_d$  -, które zależy od średnicy ziarna - d -.

A zatem:

$$\tau = \tau_t + \tau_G + \tau_d \quad /3/$$

w przypadku metali należących do układu regularnego wzór /3/ przybiera uproszczoną postać

$$\tau = aGb\sqrt{\rho} \quad /4/$$

gdzie:

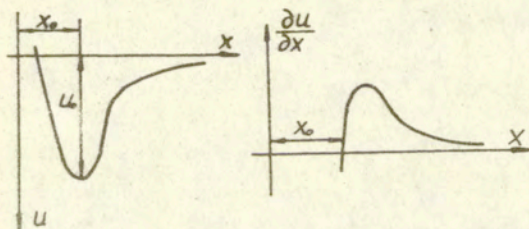
- G - moduł sztywności
- $\rho$  - gęstość dyslokacji
- b - wektor Burgersa
- a - współczynnik  $\sqrt{Q_2} + 0,5$

Zniszczenie większości kryształów, np. przy osiowym rozciąganiu zachodzi przez zerwanie wiązań międzyatomowych w płaszczyźnie prostopadłej do linii działania obciążenia. Następuje podział materiału na części, z których każda posiada nowo utworzoną powierzchnię - powierzchnię pęknięcia. W zależności od odległości rozdzielanych płaszczyzn potencjał energetyczny ich oddziaływania wg Morse'a [22] wynosi zgodnie z rys. 2

$$u = u_0 \left[ e^{-2a|x-x_0|} - 2e^{-a|x-x_0|} \right] \quad /5/$$

gdzie:

- u - energia potencjalna jednostkowej powierzchni pęknięcia przy odległości -x - między powierzchniami
- $x_0$  - odległość przy której naprężenie jest równe zero.



Rys. 2. Zmiany energii potencjalnej naprężenia rozciągającego w funkcji odległości brzegów szczeliny [22].

Naprężenie, odpowiadające maksymalnej wytrzymałości teoretycznej

$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{\gamma E}{4x_0}} \quad /6/$$

gdzie:

$\gamma$  - energia powierzchniowa

E - moduł Younga

Przyjmując /z doświadczeń/  $\gamma_s = \frac{E \cdot x_0}{20}$

otrzymujemy teoretyczną wartość wytrzymałości

$$\sigma_{teor} \approx \frac{E}{10} \quad /7/$$

Większość materiałów wykorzystywanych w technice ma wytrzymałość o kilka rzędów mniejszą niż teoretyczna.

Tak znaczne obniżenie wytrzymałości wynika głównie z:

niedoskonałości budowy wewnętrznej, obecności mikropęknięć

w postaci szczelin lub rys powierzchniowych. Matematyczne

ujęcie wpływu mikroszczelin na wytrzymałość mechaniczną zosta-

ło wykonane przez Griffitha a rozwinięte przez Orowana /22/.

## 2.2. Stałe sprężyste ośrodków ciągłych

Dla monokryształów, w których występuje anizotropia własności sprężystych, stosuje się uogólnione prawo Hooke'a, które można zapisać w postaci /14/

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad \text{lub} \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad /8/$$

gdzie:

$S_{ijkl}$  - współczynniki sprężystości

$C_{ijkl}$  - współczynniki sztywności

Liczba niezależnych współczynników sprężystości kryształów anizotropowych maleje ze wzrostem symetrii kryształu.

Dla układu trójskośnego pozostaje -21- a dla kryształów

nałęczących do układu regularnego otrzymuje się -3- niezależne współczynniki

$$S_{11}, S_{12} \text{ i } S_{44} \quad \text{lub} \quad C_{11}, C_{12}, C_{44}$$

Związki pomiędzy współczynnikami sztywności, dla układu regularnego, mają postać:



$$C_{44} = /S_{44}/^{-1}$$

$$C_{11} - C_{12} = /S_{11} - S_{12}/^{-1}$$

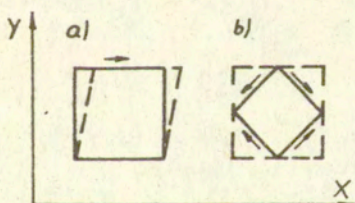
/9/

$$C_{11} + 2 C_{12} = /S_{11} + 2S_{12}/^{-1}$$

Matryca współczynników sztywności, dla układu regularnego ma wtedy kształt:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

Z analizy sensu fizycznego stałych sprężystych wynika, że współczynnik -  $C_{44}$  -, dla sieci sześciennych, wiąże ze sobą odkształcenie kątowe ściany bocznej sześcienu z naprężeniem stycznym, działającym w płaszczyźnie ściany bocznej w kierunku jego krawędzi rys. 3a.



Rys. 3 Dwa sposoby przedstawiania odkształcenia postaciowego w kryształach regularnych / sześciennych/ /2/.

Po przyłożeniu naprężeń stycznych w płaszczyźnie pochyłej pod kątem  $\frac{\pi}{4}$  - do osi sześciianu w kierunku prostym do tej osi, występuje rozciąganie wzdłuż osi x i ściskanie wzdłuż osi y rys. 3b.

Wyrażenie  $\frac{C_{11} - C_{12}}{2}$  wiąże naprężenie styczne przyłożone w płaszczyźnie /110/ w kierunku /110/ i odpowiednie odkształcenie postaciowe.

Po przyłożeniu ciśnienia hydrostatycznego -P-, średnie naprężenie hydrostatyczne wynosi:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{3} (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3) / (C_{11} + 2 C_{12}) = -P / 10 /$$

Suma  $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$  określa zmianę objętości przy ciśnieniu hydrostatycznym, a wyrażenie

$$\frac{3}{C_{11} + 2 C_{12}} \quad /11/$$

określa wytrzymałość materiału na ciśnienie hydrostatyczne /ściśliwość objętościowa kryształów regularnych/. Dla ściśliwości liniowej, czyli relatywnego zmniejszenia długości w jednym określonym kierunku na jednostkę nacisku hydrostatycznego bez względu na wybrany kierunek, dla kryształów regularnych słuszny jest wzór

$$\chi_{lin} = \frac{1}{C_{11} + 2 C_{12}} \quad /12/$$

Jeżeli zachodzi równość

$$C_{11} - C_{12} = 2 C_{44} \quad /13/$$

to kryształ jest izotropowo sprężysty.

Związek /13/ dla większości ciał nie jest spełniony.

Wyrażenie

$$\frac{2 C_{44}}{C_{11} - C_{12}} \quad /14/$$

nazywane jest współczynnikiem anizotropii.

Związek między fenomenologicznymi stałymi sprężystymi a siłami wiążącymi w sieci kryształu znajdziemy obliczając energię odkształcenia sieci /21/. Energia odkształcenia regularnego kryształu wynosi:

$$W = \frac{1}{2} \sum C_{ij} \epsilon_i \epsilon_j = \frac{C_{11}}{2} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) + C_{12} (\epsilon_1 \epsilon_3 + \epsilon_2 \epsilon_3 + \epsilon_1 \epsilon_2) + \frac{C_{44}}{2} (\epsilon_4^2 + \epsilon_5^2 + \epsilon_6^2) \quad /15/$$

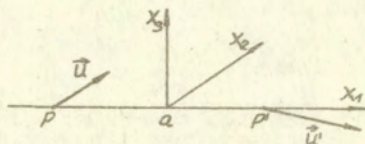
Energia przemieszczenia dwu pojedynczych cząstek P i P' przesuniętych o  $\vec{u}$  lub  $\vec{u}'$  ze swego położenia początkowego wynosi rys. 4

$$W_{para} = \frac{\alpha}{2} |u_1' - u_1|^2 + \frac{\beta}{2} [ |u_2' - u_2|^2 + |u_3' - u_3|^2 ] \quad /16/$$

gdzie:

$\alpha$  - stała siły działającej w kierunku  $-x_1$  -

$\beta$  - stała siły działającej w kierunku  $-x_2$ ,  $-x_3$  -



Rys. 4. Przemieszczenie dwóch cząstek P i P' w odległości - a -

/21/

Jeżeli siły są wyłącznie osiowe, to znaczy działają tylko w kierunku prostej łączącej cząstki w przybliżeniu pokrywającej się z osią  $-x_1$ , jak jest dla sił kolumbowskich, to  $\beta = 0$ . Energię odkształcenia sieci obliczamy ograniczając wzajemne oddziaływanie cząstek tylko do najbliższych sąsiadów i sumując wszystkie punkty sieci. Gęstość energii, prostej sieci regularnej, obliczona w ten sposób wynosi:

$$W = \frac{\alpha}{2a} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) + \frac{\beta}{4a} (\epsilon_4^2 + \epsilon_5^2 + \epsilon_6^2) \quad /17/$$

Z porównania z wcześniej otrzymanym równaniem /15/ energii odkształcenia regularnego kryształu wynika, że

$$c_{11} = \frac{\alpha}{a}, \quad c_{12} = 0, \quad c_{44} = \frac{\beta}{2a} \quad /18/$$

Nie jest to wynik poprawny, gdyż dla czystych sił osiowych /kryształy jonowe/ byłoby  $c_{44} = 0$  czyli kryształ nie miałby żadnej wytrzymałości na odkształcenia postaciowe. Dlatego licząc energię odkształcenia należy brać pod uwagę również oddziaływanie nieco dalszych sąsiadów. W tym celu oprócz stałych  $\alpha$  i  $\beta$  wprowadzamy trzy dalsze:  $\gamma, \delta, \kappa$ , określające wzajemne oddziaływanie drugich z kolei sąsiadów. Otrzymuje się następujące zależności

$$c_{11} = \frac{\alpha + 4\gamma}{a}, \quad c_{44} = \frac{\beta + 2\gamma + 2\delta}{a}, \quad c_{12} + c_{44} = \frac{4\kappa}{a} \quad /19/$$

z których nie da się naturalnie określić pięciu stałych. Jeżeli działają tylko siły osiowe /warunek:  $\beta = \delta = 0$ ,  $\gamma = \kappa$  /, to zależności te upraszczają się do postaci

$$c_{11} = \frac{\alpha + 4\gamma}{a}, \quad c_{44} = \frac{2\gamma}{a}, \quad c_{12} = \frac{2\gamma}{a} \quad /20/$$

Obliczone teoretycznie, przy założeniu symetrii kulistej sił wzajemnego oddziaływania, zależności między stałymi sprężystymi nazywa się zależnościami Cauchy'ego:

$$c_{12} = c_{66}, \quad c_{14} = c_{56}, \quad c_{25} = c_{46} \quad /21/$$

$$c_{15} = c_{55}, \quad c_{23} = c_{44}, \quad c_{36} = c_{45}$$

Obowiązują one dla działania wyłącznie sił osiowych i ograniczają liczbę niezależnych wartości  $-C_{ij}$  poniżej ustalonych dla danego układu krystalograficznego. W układzie regularnym przy siłach środkowych istnieją zamiast trzech tylko dwie stałe niezależne, a dla układu trójskośnego nie 21, lecz tylko 15. Zależności Cauchy'ego spełnione są wystarczająco dobrze dla wielu kryształów o wiązaniu jonowym, w których zasadniczy udział w oddziaływaniu międzyatomowym

mają siły elektrostatycznego przyciągania lub odpychania jonów, natomiast nie spełnione są dla metali. Nie jest to zaskakujące ponieważ w metalach siły wiążące nie są siłami osiowymi. W wiązaniu metalicznym atom metalu wiąże każdy następny atom z taką samą energią, a największą możliwą liczbę wiązań ogranicza geometria sieci. Na skutek tego obliczone teoretycznie i znalezione doświadczalnie wartości stałych sprężystych pokrywają się z dostateczną dokładnością tylko dla metali ziem alkalicznych; dla innych metali oraz stopów występujące różnice są znaczne.

Pomimo tego, że monokryształy mogą wykazywać silną anizotropię własności sprężystych, ciała polikrystaliczne składające się z kryształów o dostatecznie małych rozmiarach rozłożonych względem siebie w sposób przypadkowy, można traktować jako ciała izotropowe. Dla ciał izotropowych, czyli ciał posiadających własności sprężyste takie same we wszystkich kierunkach, współczynniki -  $S_{ijkl}$  - i  $C_{ijkl}$  - można wyrazić za pomocą modułu Younga -  $E$ -, modułu sztywności -  $G$ -, modułu objętościowego -  $K$ - i stałej Poissona -  $\nu$ - następującymi równaniami:

$$S_{11} = E^{-1}, \quad S_{12} = \nu E^{-1} \quad /22/$$

$$2(S_{11} - S_{12}) = G^{-1}, \quad S_{44} = G^{-1}$$

z czego wynika

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \nu = \frac{-S_{12}}{S_{11}} \quad /23/$$

$$K = \frac{1}{3(S_{11} + 2S_{12})} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

W przypadku polikryształów nieizotropowych definicje modułów sprężystości są znacznie bardziej złożone ze względu na to, że wszystkie te wielkości zależą od kierunku pomiaru. Pełną informację o właściwościach sprężystych daje wówczas maczyca współczynników  $S_{ijkl}$  lub  $C_{ijkl}$ .

Podane związki między odkształceniami i naprężeniami dotyczyły zasadniczo odkształceń statycznych stosują się jednak i do ruchów falowych rozchodzących się w ciele stałym. Przy procesach statycznych lub quasi- statycznych zjawiska zachodzą przy

stałej temperaturze, czyli przemiany są izotermiczne, tymczasem przy przejściu fal akustycznych o dostatecznie wysokiej częstotliwości, przemiana jest zbliżona do adiabatycznej. Wpływ zmian temperatury  $-T-$ , związanych z przemianą adiabatyczną wyraża się, powstaniem dodatkowych naprężeń normalnych, spowodowanych rozszerzeniem się materiału. Dla określenia ich wielkości wykorzystamy ogólną zależność termodynamiczną:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_S = \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T + \frac{T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P^2}{\rho V C_p} \quad /24/$$

gdzie:

$\left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_S$  - zmiana objętości przy stałej entropii  $-s-$

$\left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$  - zmiana objętości przy stałej temperaturze  $-T-$

$\left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P$  - zmiana objętości przy stałym ciśnieniu  $-P-$

$C_p$  - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu

$T$  - temperatura

$\rho$  - gęstość

Wielkości:

$$\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T = -\frac{1}{K_{iz}} \quad \text{i} \quad \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_S = -\frac{1}{K_{ad}}$$

to moduły sprężystości objętościowej odpowiednio dla przemiany izotermicznej i adiabatycznej.

$$\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P = \alpha_T \quad - \text{współczynnik objętościowy rozszerzalności cieplnej}$$

ostatecznie otrzymujemy

$$\frac{1}{K_{ad}} = \frac{1}{K_{iz}} - \frac{\alpha_T^2 T}{\rho C_p} \quad /25/$$

Na odkształcenia postaciowe małe zmiany temperatury nie mają wpływu. Adiabatyczny moduł Younga i stałą Poissona określamy następująco:

$$E_{ad} = \frac{E_{iz}}{1 - \frac{1}{9} \chi E_{iz}} \cong E_{iz} \left| 1 + \frac{\chi E_{iz}}{9} \right| \quad /26/$$

$$v_{ad} = \frac{v + \frac{1}{9} \chi E_{iz}}{1 - \frac{1}{9} \chi E_{iz}} = v + \frac{1}{1+v} \frac{\chi E_{iz}}{9} \quad /27/$$

gdzie

$$\chi = \alpha_T^2 T / \rho C_p$$

### 2.3. Rzeczywiste wartości modułów sprężystości i ich związek z wytrzymałością mechaniczną

Materiały rzeczywiste posiadają dużo wad budowy, mimo to ich wytrzymałość jest wskaźnikiem sił wiązania atomów w sieci krystalicznej. Zestawienie fizycznych parametrów sił wiązania międzyatomowego z własnościami mechanicznymi jest więc celowe zarówno dla kryształów jak i polikryształów.

Obecność obcych atomów w czystym metalu powoduje zmiany parametrów sieci krystalicznej, powstanie obcych faz /związków między metalicznymi i chemicznymi zawierających obce atomy/ oraz zanieczyszczenie granic ziaren. Zmiany stałych sprężystych czystego metalu spowodowane domieszkami zależą przede wszystkim od zmian średnich parametrów sieci, natomiast nie są związane ze zmianami ilości defektów struktury i stanu granic ziaren. Tym się objaśnia znacznie mniejszy wpływ czystości metalu na jego stałe sprężyste niż na wskaźniki plastyczności i wytrzymałości. Domieszka obcych atomów w ilości poniżej 0,1 % ma stosunkowo mały wpływ na wartości współczynników sprężystości i sztywności. Natomiast zależność oporu materiału przy małych odkształceniach plastycznych od zawartości obcych atomów jest tak znaczna, że ma miejsce nawet w zakresie czystości powyżej 99,9999%. Wielkości ziaren, stan ich granic oraz warunki obróbki powierzchni mają również mały wpływ na własności sprężyste /3, 15, 6, 4/.

Za parametr sił wiązania międzyatomowego uważana jest od dawna temperatura topnienia, gdyż topnienie oznacza praktyczne zniszczenie krystalicznej budowy ciała stałego. Okazuje się jednak, że powiązanie temperatury topnienia z własnościami sprężystymi ma często niedokładny charakter

tzn. istnieją metale o wyższych temperaturach topnienia i niższych modułach sprężystości i na odwrót np. Mo i Rh, Nb i Cr, Zr i Cu. Zależność modułów sprężystości od temperatury topnienia można przedstawić w postaci /8/

$$E = \frac{0.025(1-2\nu)T_s}{c^{\frac{2}{3}} V_a} \times 10^{11} \text{ Pa} \quad /28/$$

$$G = \frac{0.0125(1-2\nu)T_s}{c^{\frac{2}{3}} V_a (1+\nu)} \times 10^{11} \text{ Pa} \quad /29/$$

$$K = \frac{c^{\frac{2}{3}} V_a}{0.083 T_s} \times 10^{11} \text{ Pa} \quad /30/$$

gdzie:

$T_s$  - temperatura topnienia

$V_a = C a^3$  - objętość atomowa

Innym fizycznym parametrem sił wiązania międzyatomowego jest współczynnik sztywności sieci krystalicznej -K- wprowadzony przez Rowinskiego /3/. Współczynnik ten przedstawia wzór Einsteina-Debey'a w teorii pojemności cieplnej

$$K = 4\pi^2 \frac{\hbar^2}{h^2} m \theta^2 \quad /31/$$

gdzie:

$\hbar$  - stała Boltzmanna

$h$  - stała Plancka

$m$  - masa drgającego atomu

$\theta = \frac{h^2}{k} \nu_m$  - charakterystyczna temperatura Debey'a

$\nu_m$  - częstotliwość drgań atomu - wg Lindemana

$$\nu_m = 2.8 \sqrt{\frac{T_s}{M_a V_a^{2/3}}} \times 10^{12}$$



Ma - względna masa atomowa

Zależność modułów sprężystości od współczynnika -K- jest następująca

$$E = \frac{3(1-2\nu)f^3}{6,868a\pi^{4/3}} K \quad /32/$$

$$G = \frac{3(1-2\nu)f^{2/3}}{2(1+\nu)6,868a\pi^{4/3}} K \quad /33/$$

gdzie:

a - stała sieciowa

f - liczba zależna tylko od stałej Poissona

Innym parametrem więzy międzyatomowej jest atomowa pojemność energetyczna

$$W_0 = \int_0^{T_s} C_p dT + L_s \quad /34/$$

gdzie:

$C_p$  - ciepło atomowe

$T_s$  - temperatura topnienia

$L_s$  - ciepło potrzebne do roztopienia gramo-atomu ciała w temperaturze topnienia

Parametr ten jest miarą energii niezbędnej do zniszczenia wiązania międzyatomowego sieci krystalicznej ciała stałego. Ponieważ, jednak własności sprężyste metali zależą od intensywności sił wiązania, odpowiedniejszym parametrem niż  $W_0$  - jest właściwa pojemność energetyczna -  $w_0$  -

$$w_0 = \frac{W_0}{V_a} \quad /35/$$

Zależność modułu Younga od  $w_0$  - jest liniowa, dla metali o sieci płaskocentrycznej i można ją wyrazić wzorem

$$E = k w_0 \quad /36/$$

gdzie

$K = 18,1 \dots\dots\dots 23,8$  - w temperaturze OK

$K = 15,7 \dots\dots\dots 24,9$  - w temperaturze 293K

Rozrzuty wartości współczynników  $-K-$  są dwa razy mniejsze w temperaturze OK niż w temperaturze 293K.

Dla metali nie należących do układu płaskocentrycznego zależność /36/ jest mało dokładna.

Badania wpływu temperatury na moduły sprężystości były tematem licznych prac np. Kőstera, Girarda, Vidala /3/, które wykazały duży jej wpływ na własności sprężyste.

Zależność modułu Younga od temperatury można przedstawić w postaci

$$E = E_0 - \alpha_E T \quad /37/$$

gdzie

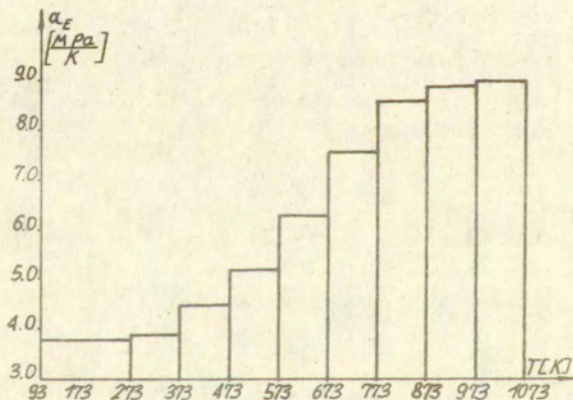
$E_0$  - wartość <sup>modułu</sup> Younga w temperaturze zera bezwzględnego

$\alpha_E = \left| \frac{dE}{dT} \right|_{sr}$  - średni współczynnik zmian temperaturowych  $-E-$

Wartość współczynnika  $-\alpha_E-$  jest w przybliżeniu stała w zakresie temperatur

$$T < /0,4 + 0,5/T_s$$

Np. dla miedzi



Moduł sztywności  $-G-$  zmienia się w funkcji temperatury podobnie jak moduł Younga. Stała Poissona  $-\nu-$  jest stałą sprężystą stosunkowo mało wrażliwą na zmiany temperatury. Ze wzrostem temperatury wartość stałej Poissona zwiększa się np. dla aluminium w zakresie temperatur 73 + 400 K wartość  $-\nu-$  wzrasta o około 9%. Własności mechaniczne czystych metali, charakteryzujące zachowanie się metali przy odkształceniach sprężystych, plastycznych lub wytrzymałość materiału przy jego zniszczeniu, są zależne od siebie ze względu na podobny wpływ szeregu czynników na poszczególne wskaźniki wytrzymałościowe. Przy analizowaniu związków pomiędzy tymi wskaźnikami czystość metali nie gra często tak istotnej roli, jak przy rozpatrywaniu wpływu fizycznych parametrów, gdyż obce atomy wpływają niekiedy w analogiczny sposób na te własności.

Badając związek wytrzymałości doraźnej  $-R_m-$  z modułem Younga w temperaturze OK Conrad /3/ stwierdził zależność w przybliżeniu prosto-liniową.

$$R_m = K \cdot E \quad /38/$$

gdzie:

$$K = 3,9 \times 10^{-8} \quad \text{dla metali układu regularnego płasko-  
centrycznego}$$

$$K = 8,4 \times 10^{-3} \quad \text{dla metali układu heksagonalnego}$$

Podobną zależność stwierdził również Guliajew /6/ Chruszczow i Babiczew /3/ stwierdzili prostoliniową zależność pomiędzy względną odpornością metali na ścieranie  $-\varepsilon_s-$  i ich modułami Younga. Zależność ta wyraża się wzorem

$$\varepsilon_s = 49 \times 10^{-6} E^{13} \quad /39/$$

Podobnie również zależność twardości w skali Brinella od modułu Younga dla metali układu regularnego, jest prostoliniowa i wyraża się wzorem

$$HB = 12 \times 10^{-4} E \quad /40/$$

#### 2.4. Zagadnienie porowatości i jej wpływ na moduły sprężystości

Najsilniejsze zmiany własności sprężystych ośrodków porowatych obserwuje się przy zmianie porowatości i tym zmianom poświęcono najwięcej prac zarówno teoretycznych jak i doświadczalnych. Własności sprężyste materiałów porowatych zależą istotnie nie tylko od udziału objętościowego poszczególnych faz, lecz również od kształtu wtrąceń i ich rozkładu wielkości, a nie zależą od uziarnienia i warunków obróbki powierzchni /15,1/. Najczęściej do wyników eksperymentalnych dopasowano równanie:

$$E = E_0 / 1 - aP \quad \text{lub} \quad E = E_0 e^{-bP} \quad /41/$$

gdzie:

$E$  - moduł Younga materiału porowatego

$E_0$  - moduł Younga materiału litego /matrycy/

$P$  - porowatość określana wg zależności

$$P = \left| 1 - \frac{G}{\gamma V} \right| \times 100\% \quad /42/$$

gdzie:

$G$  - ciężar próbki

$V$  - objętość próbki

$\gamma$  - ciężar właściwy miedzi  $|8,96 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10^3|$

$a, b$  - współczynniki.

Wzory typu /37/ są mało uniwersalne i mają ograniczony zakres stosowania - nie uwzględniają wpływu stałej Poissona, a także nie odzwierciedlają wpływu innych cech tekstury /poza porowatością/ na własności sprężyste.

Rozwój metod mikroskopowych badania tekstury, pozwolił na zbudowanie modeli fizycznych materiałów porowatych i opracowanie dla nich zależności opisujących oddziaływanie porów na własności sprężyste.

W ostatnich latach coraz więcej uwagi poświęca się wpływowi wielkości i kształtu porów na moduły sprężystości, gdyż od tych parametrów teksturalnych zależy sposób przenoszenia

przyłożonych naprężeń - występuje koncentracja naprężeń na porach. Punktem wyjściowym tych rozważań była praca Mackenziego /13/ w której założył, że realny materiał zawiera dużą liczbę izolowanych kulistych porów rozłożonych przypadkowo tak, że ma izotropowe własności sprężyste. Każdy por o promieniu  $a$  otoczony jest przez kulistą powłokę bezporowatego materiału aż do pewnego promienia  $r_0$  - tworząc typowy element objętościowy ciała stałego. Ten element otoczony jest następnie przez sferyczną powłokę równoważnego, jednorodnego materiału /do promienia  $R$ -hipotetyczny ośrodek ciągły/, którego własności sprężyste są poszukiwane /rys.5/. Uzyskane przez Mackenziego wzory na moduł objętościowy  $K$  i moduł sztywności  $G$  dla ośrodka porowatego są słuszne dla małego udziału objętościowego porów i przedstawiają się zależnościami:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_0 \gamma} + \frac{3}{4G_0} \frac{1-\gamma}{\gamma} [1 + \mu \bar{\epsilon}_r^2] \quad /43/$$

$$G = G_0 [1 - \mu |1 - \gamma|] \quad /44/$$

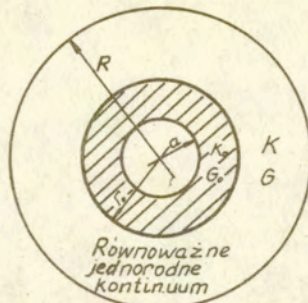
gdzie:

$$\mu = 5 \frac{3K_0 + 4G_0}{9K_0 + 8G_0}$$

$K_0, G_0$  - moduł objętościowy i moduł sztywności ośrodka bezporowatego

$\gamma = \frac{\rho}{\rho_0}$  - stosunek gęstości ośrodka zawierającego pory do gęstości ośrodka bezporowatego

$\bar{\epsilon}_r$  - standartowe odchylenie objętościowe porów



Rys. 5. Model Mackenziego ciała porowatego

Model Mackenziego ciała porowatego rozwijany był przez Hashina dla sztywnych kulistych wtrąceń w sprężystym materiale: Eshelby i Hashina dla sprężystych wtrąceń w innym sprężystym materiale: Olbrayda dla wtrąceń lepkiej cieczy w sprężystym materiale. Hashin [7] analizę matematyczną oparł na modelu fizycznym materiału, dla którego założył kulisty kształt wtrąceń rozłożonych jednorodnie wewnątrz izotropowej matrycy. Sumując energię odkształceń każdej fazy /wtrącenie i otaczająca matryca/ przy założeniu minimum energii odkształceń całego układu, otrzymał ogólne rozwiązanie na moduł sztywności -G- i moduł objętościowy -K-. Jeśli moduł sztywności matrycy oznaczamy przez -G<sub>0</sub>-, moduł sztywności wtrąceń przez -G<sub>1</sub>- to wzór na moduł sztywności -G- całego układu ma postać:

$$G = G_0 \left\{ 1 + \frac{15(1-\nu) \left[ \frac{G_1}{G_0} - 1 \right] P}{7-5\nu + 2[4-5\nu] \left[ \frac{G_1}{G_0} - \left| \frac{G_1}{G_0} - 1 \right| P \right]} \right\} \quad /45/$$

Odpowiednio dla modułu objętościowego -K-

$$K = K_0 \left\{ 1 + \frac{3(1-\nu) \left[ \frac{K_1}{K_0} - 1 \right] P}{2[1-2\nu] + [1+\nu] \left[ \frac{K_1}{K_0} - \left| \frac{K_1}{K_0} - 1 \right| P \right]} \right\} \quad /46/$$

gdzie:

P - udział objętościowy wtrąceń

W przypadku małego udziału objętościowego porów wzory

/41/ i /42/ sprowadzają się do:

$$G = G_0 \left[ 1 - \frac{15|1-\nu|}{7-5\nu} P \right] \quad /47/$$

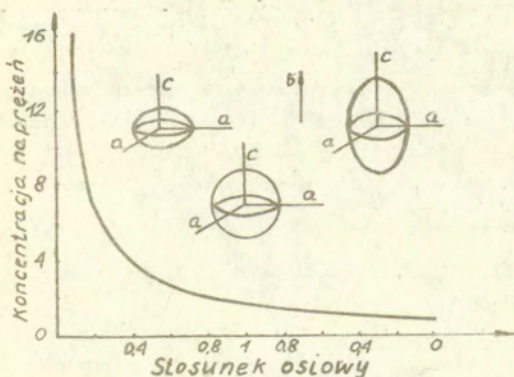
$$K = K_0 \left[ 1 - \frac{3|1-\nu|}{2|1-2\nu|} P \right] \quad /48/$$

Z zależności /43/ i /44/ można wyznaczyć moduł Younga:

$$E = E_0 \left[ 1 - \frac{|1-\nu|(27+15\nu)}{2|7-5\nu|} P \right] \quad /49/$$

Wzór /49/ jest teoretycznym uzasadnieniem empirycznego wzoru /41/. Rossi /18/, opierając się o rozważania dotyczące koncentracji naprężeń w materiałach zawierających sferoidalne i cylindryczne wtrącenia, wtrącenia elipsoidalne oraz sferoidalne przeprowadził analizę zależności modułu Younga od porowatości dla wtrąceń sferoidalnych. Wielkość koncentracji naprężeń dla porów tego typu ułożonych w materiale warstwowo o osi - C - równoległej do kierunku i działania naprężenia -  $\bar{\sigma}$  - przedstawiona jest na rys. 6 krzywą hiperboliczną o równaniu

$$K = \frac{5a}{4c} + \frac{3}{4} \quad /50/$$



Rys. 6. Koncentracja naprężeń wokół zorientowanego wtrącenia sferoidalnego.

Dla materiałów o stałej Poissona  $\nu = 0,2$ , zawierających pory w postaci zorientowanych sferoidów, Rossi opisuje zależność modułu Younga od porowatości równaniem:

$$E = E_0 \left[ 1 - \frac{5}{4} \frac{a}{c} + \frac{3}{4} |P| \right] \quad /51/$$

gdzie:

- C - długość osi sferoidu równoległej do wektora naprężeń
- a - długość osi sferoidu w płaszczyźnie prostopadłej do wektora naprężeń

Dla kuli stosunek  $a/c = 1$ , a współczynnik koncentracji  $k=2$  co jest zgodne z danymi doświadczalnymi Hasselmana i Fulratha /8/. Dla przypadkowej orientacji porów sferoidalnych w materiale, konieczne jest określenie średniego współczynnika koncentracji naprężeń  $-k-$  dla wszystkich stosunków osiowych oraz kierunków ułożenia porów w przestrzeni. Rozważania Rossiego pozwalają na jasną interpretację fizyczną wzoru /41/ oraz wzorów uzyskanych przez Mackenziego /43/, /44/ i przez Hashina /47/, /48/, /45/. Równanie Mackenziego /44/ można przekształcić do postaci:

$$G = G_0 \left[ 1 - \frac{15(1-\nu)P}{7-5\nu} \right] \quad /52/$$

Jest to wzór identyczny ze wzorem /47/ wynikającym z równania Hashina.

Podobne rozważania można przeprowadzić dla modułu Younga, dla którego otrzymuje się również zależność liniową identyczną ze wzorem /49/

$$E = E_0 \left[ 1 - \frac{(1-\nu)(27+15\nu)P}{2(7-5\nu)} \right] \quad /53/$$

Porównując wzory /52/ i /53/ z równaniem /41/ otrzymujemy na stałe empiryczne zależności:

$$a_E = \frac{(1-\nu)(27+15\nu)}{2(7-5\nu)} \quad /54/$$



$$a_6 = \frac{15(1-\nu)}{7-5\nu} \quad /55/$$

które tym stałym nadają konkretny sens fizyczny, wiążąc je ze stałą Poissona wyidealizowanego, bezporowatego materiału, wewnątrz którego znajdują się odizolowane kuliste pory. Z drugiej strony stałe te, zgodnie z rozważaniami Rossiego, są współczynnikami koncentracji naprężeń -K-

$$a_E = K = \frac{5a}{9c} + \frac{3}{9} \quad /56/$$

Podstawiając do wzorów /54/ i /55/ stałą Poissona - $\nu$ - zmieniającą się w granicach 0 : 0,4 otrzymujemy wartość -k- w granicach 2,08 : 1,80.

Należy podkreślić, że efektem działania koncentratorów naprężeń jest silna zależność modułu Younga od kształtu porów, ich orientacji, a nie tylko od sumarycznej porowatości, oraz iż w przybliżeniu Rossiego uwzględnione zostało jedynie maksimum koncentracji naprężeń w pobliżu porów. Wpływ porowatości i kształtu porów na własności sprężyste materiału był tematem pracy Krehera i Ranachowskiego /12/, w której został otrzymany związek modułów sprężystości z porowatością dla ośrodka z niesferycznymi porami, w oparciu o rozwiązanie Eshelby'ego /5/.

Eshelby rozwiązał zagadnienie elipsoidalnej inkluzji znajdującej się w nieskończonym ośrodku sprężystym. Pole deformacji  $-\epsilon_{ij}^{/0/}$ - w dużej odległości od inkluzji i deformacja  $-\epsilon_{ij}^{/1/}$ - w inkluzji związane są zależnością.

$$\epsilon_{ij}^{/1/} = T_{ijkl} \epsilon_{ij}^{/0/} \quad /57/$$

Tensor czwartego rzędu - $T_{ijkl}$ - zależy od stałych sprężystości inkluzji i ośrodka nośnego, stosunku długości osi inkluzji i orientacji inkluzji. Na podstawie równania /57/ stosując przybliżenie Maxwella, wyprowadzono wyrażenie na efektywne moduły sprężystości ośrodka sprężystego zawierającego elipsoidalne pory:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1-P}{1+kP} \quad /58/$$

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1-P}{1+f_2 P} \quad /59/$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1-P}{1+f_3 P} \quad /60/$$

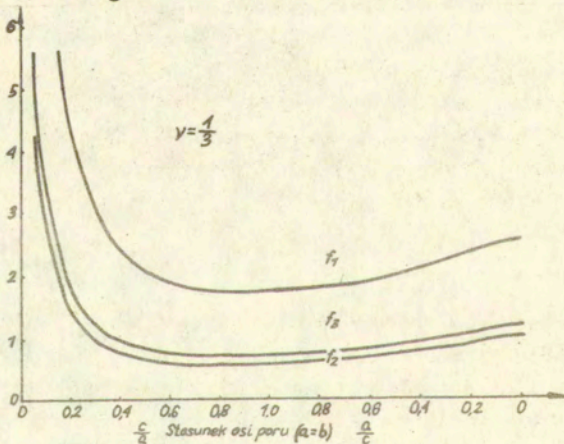
gdzie:

$$f_1 = \frac{1}{3} T_{KKLL} - 1 \quad /61/$$

$$f_2 = \frac{1}{15} |3T_{KLLK} - T_{KKLL}| - 1 \quad /62/$$

$$f_3 = \frac{1}{3} \left[ |1-2\nu| f_1 + 2|1+\nu| f_2 \right] \quad /63/$$

Stałe  $-f_1$ ,  $-f_2$ ,  $-f_3$ , zależą jedynie od stosunku osi elipsoidalnych porów i stałej Poissona matrycy. Dla przypadku sferycznych porów równania /54/, /55/, /56/ przechodzą w równania Hashina. Na rysunku 7 przedstawiona jest zależność stałych  $-f_1$ ,  $-f_2$ ,  $-f_3$  od stosunku osi porów dla  $\nu = \frac{1}{3}$

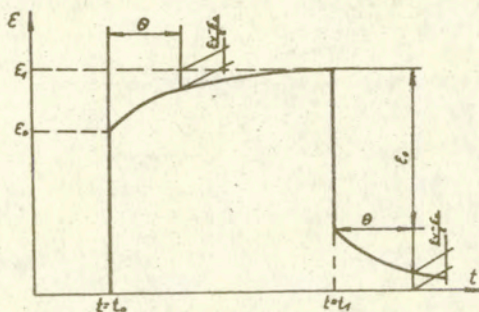


Rys. 7 Zależność  $f_1, f_2, f_3$  od stosunku osi porów

We wszystkich powyższych rozważaniach teoretycznych nie uwzględniono takich defektów jak nacięcia i szczeliny. Defekty te mają duży wpływ na własności sprężyste materiału, w którym występują i powodują zmiany wartości modułów sprężystości znacznie większe niż to wynika z rozważań teoretycznych.

## 2.5. Niesprężystość

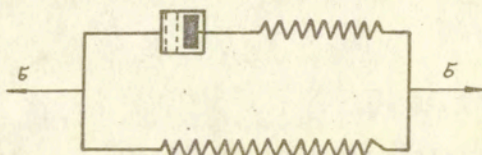
Prawo Hooke'a podające liniową zależność odkształcenia od naprężenia, spełnione jest w ciałach idealnie sprężystych. W rzeczywistości przy bardzo szybkim przyłożeniu naprężenia do badanego ciała, jego odkształcenie nie osiąga natychmiast maksymalnej wartości odkształcenia sprężystego, zwłaszcza przy wysokich temperaturach. Występuje zatem zależność odkształcenia od czasu działania stałego naprężenia, co powoduje, że mierzony moduł sprężystości zmienia się w czasie rys. 8.



Rys.8. Zależność odkształcenia od czasu działania naprężeń

Podczas działania naprężeń zmiennych w czasie, odchylenia od sprężystego zachowania się ciał sprowadzają się do tego, że pomiędzy naprężeniem a odkształceniem pojawia się przesunięcie faz, co powoduje powstanie zjawisk relaksacyjnych. Prowadzi to do rozproszenia części energii

sprężystej drgań, która zamienia się w ciepło. Jednym z modeli dobrze oddającym zachowanie się większości materiałów porowatych jest model ciała lepko-sprężystego, składającego się z dwóch elementów sprężystych i jednego lepkościowego rys. 9.



Rys. 9. Model Poyntinga-Thomsona ciała lepko-sprężystego.

Zachowanie się takiego ciała zgodnie z powyższym modelem można opisać za pomocą równania:

$$E_s \varepsilon + \theta E_n \dot{\varepsilon} = \zeta + \theta \dot{\zeta} \quad /64/$$

gdzie:

- $E_n$  - niezrelaksowany moduł Younga
- $E_s$  - zrelaksowany /statyczny/ moduł Younga
- $\theta$  - czas relaksacji

Przy stałym naprężeniu -  $\zeta$  - zależna od czasu część odkształcenia wzrasta z czasem - $t$ - wykładniczo zgodnie z równaniem

$$\varepsilon = \frac{\zeta}{E_s} + \left| \varepsilon_0 - \frac{\zeta}{E_s} \right| \exp \left| -\frac{t}{\theta} \right| \quad /65/$$

które jest rozwiązaniem równania /60/.

Dla czasu działania naprężeń  $t \ll \theta$ ,  $e^{-t/\theta} \rightarrow 1$  a  $\varepsilon = \varepsilon_0$  czyli odkształcenie nie zależy od czasu relaksacji otrzymuje się niezrelaksowany moduł Younga  $E_n = \frac{\zeta}{\varepsilon_0}$

Dla czasu  $t \gg \theta$ ,  $e^{-t/\theta} \rightarrow 0$  a  $\varepsilon = \frac{\zeta}{E_s}$

czyli otrzymuje się zrelaksowany moduł Younga. Wartości pośrednie modułu Younga - wartości dynamiczne - otrzymuje się dla czasów trwania pomiarów porównywalnych z czasem relaksacji.

Liczne badania np. Martinecka, wykazały, że moduł dynamiczny jest wyższy o około 20 % od modułu statycznego, a moduł niezrelaksowany posiada wartości ponad 50 % wyższe od modułu statycznego. Przyczynami zjawiska niesprężystości w ciałach stałych mogą być między innymi: oscylacje dyslokacji pod zmiennymi obciążeniami, wzajemne przemieszczenie ziaren w polikryształach, defekty sieci krystalicznej itp.

### 3. Metody dynamiczne wyznaczania własności sprężystych

#### 3.1. Metody pomiaru stałych sprężystości

W punkcie 2.5 stwierdzono, że wartości liczbowe modułów sprężystości zależą od stosunku czasu działania naprężenia do czasu relaksacji odkształcenia. Stwierdzenie to należy przyjąć za podstawę podziału metod pomiaru stałych sprężystości. Ogólnie metody te dzielą się na dwie grupy, na metody statyczne i dynamiczne.

W metodach statycznych, przy wyznaczaniu stałych sprężystości, czas działania naprężenia jest dużo większy od czasu relaksacji odkształcenia. W badaniach tych moduł Younga wyznaczony jest z pomiarów wydłużenia lub zginania próbek określonego kształtu, a moduł sztywności z pomiaru kąta skręcenia próbki. Natomiast stałą Poissona oblicza się ze wzoru

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \quad /66/$$

obowiązującego tylko dla ciał izotropowych, gdyż ze względu na małą dokładność pomiarów odkształceń nie ma bezpośredniej metody jej wyznaczania.

Metody statyczne są mało przydatne dla określenia stałych sprężystości monokryształów i ciał deformujących się plastycznie pod działaniem minimalnych obciążeń oraz w tworzywach kruchych. Ze względu na wymienione trudności, do wyznaczania stałych sprężystości stosuje się coraz częściej metody dynamiczne. Metody dynamiczne pozwalają ponadto na precyzyjne badania wpływu różnych czynników np. temperatury, na własności sprężyste. W metodach tych czas działania

naprężenia może być porównywalny z czasem relaksacji lub jest dużo mniejszy od czasu relaksacji odkształcenia. Do metod dynamicznych zaliczane są:

- Metody rezonansowe

Zasada pomiaru polega na pobudzeniu badanej próbki do drgań rezonansowych i wyznaczeniu częstotliwości tych drgań. Znając częstotliwość drgań, ich rodzaj oraz gęstość materiału i wymiary próbki można na podstawie odpowiednich zależności określić moduły sprężystości. W miejscu pobudzenia próbki do drgań następuje superpozycja fal wymuszonych przez przetwornik z falami odbitymi wprowadzonymi uprzednio do próbki. W próbce powstaje fala stojąca, która charakteryzuje się tym, że przesunięcie, prędkość i ciśnienie nie rozchodzą się w przestrzeni. W przypadku tzw. rezonansu wektory amplitud wychyleń obu tych fal mają ten sam kierunek i zwrot, dodają się do siebie w tej samej fazie i w próbce powstaje maksimum amplitudy fali stojącej. Próbki mogą mieć kształt cienkich prętów, płyt kołowych, walców lub kostek prostopadłościennych

- Metody impulsowe

Polegają one na pomiarze prędkości propagacji fal ultradźwiękowych w badanym ośrodku. Znając prędkość propagacji podłużnych i poprzecznych fal ultradźwiękowych można wyznaczyć, dla dowolnego kształtu próbek, moduły sprężystości. Dla materiałów anizotropowych /monokryształy, kompozyty/ itp. praktycznie tylko metodą impulsową jest możliwe określenie wszystkich stałych sprężystych, przez wykonywanie pomiarów prędkości fal w ściśle określonych kierunkach próbki, stosując przy tym określony typ fal ultradźwiękowych. Również praktycznie tylko metodą impulsową możliwe jest wyznaczanie niezrelaksowanych wartości stałych sprężystych. W materiałach porowatych wpływ zjawiska niesprężystości powoduje znaczne różnice - często o rząd wielkości - między modułami wyznaczonymi metodą impulsową a statyczną.

- Metoda fal powierzchniowych

W przypadku ograniczenia ośrodka sprężystego powierz-

chnię swobodną może rozchodzić się wzdłuż tej powierzchni fala powierzchniowa Rayleigha, charakteryzująca się drganiem cząstek zarówno wzdłuż jak i w poprzek kierunku rozchodzenia się fali. Znając prędkość tej fali można obliczyć moduł Younga i stałą Poissona badanego materiału.

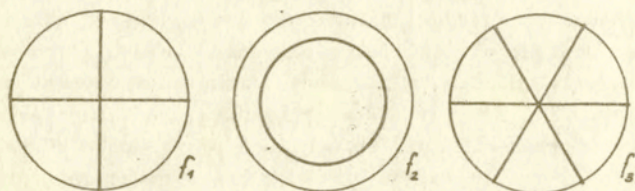
Oprócz fal Rayleigha znane są również inne fale powierzchniowe np. Love'a. Fale powierzchniowe rozchodzą się po powierzchni badanego ośrodka stosunkowo mało wnikając w głąb /głębokość rzędu długości fali/. Fale takie można wzbudzać w płytach ograniczonych i nieograniczonych, jednostronnie dostępnych. W zależności od metodyki pomiarowej można uzyskać różne wartości poszczególnych wielkości, charakteryzujących własności sprężyste. Wynika to z jednej strony ze specyfiki metod pomiarowych a z drugiej strony z bardziej złożonego zachowania się ciał sprężystych, niż to wynika z prawa Hooke'a. Najmniejsze wartości modułu Younga uzyskuje się w metodach statycznych i często przyjmowane są one za wielkości charakterystyczne własności sprężystych. Niemniej jednak dla materiałów niemetalicznych są one obciążone znacznym błędem i wymagają ponadto przygotowania próbek specjalnych kształtów /określone są typową niszczącą metodą/. Wartości statycznego modułu zależą również od wielkości naprężeń, ponieważ w warunkach powoli działających naprężeń odkształcenie nie jest proporcjonalne do naprężenia, stąd często określa się ten moduł mianem uśrednionego.

Wartości największe uzyskuje się z kolei w metodach impulsowych, w których czas działania naprężeń jest dużo krótszy od czasu relaksacji odkształceń. Obok charakterystyki materiałów w warunkach szybkoźmiennych naprężeń metody impulsowe pozwalają na badania w sposób nieniszczący.

Metody rezonansowe dają wartości modułów sprężystości pośrednie między metodą statyczną a impulsową. Wartości te w przypadku krótkiego czasu relaksacji odkształceń i małych częstotliwości wzbudzeń rezonansowych mogą być bliskie wartościom uzyskanym z metod statycznych. Natomiast dla długiego czasu relaksacji i dużych częstotliwości mogą być niezrelaksowanymi modułami Younga. Ten drugi przypadek występuje dla ciał o dużym module sprężystości.

### 3.2. Drgania giętne płyty kołowej.

W pracy badano moduł Younga i stałą Poissona metodą drgań giętnych płyty kołowej. Cienka płyta kołowa, czyli taka której grubość jest dużo mniejsza od średnicy, jest szczególnie dogodną postacią bryły, z drgań której można wyznaczyć moduły sprężystości. Na rys. 10 przedstawiono różne postacie drgań /rozkłady linii węzłowych/ dla kilku pierwszych rezonansów drgań giętnych płyty kołowej /20/.



Rys.10. Rozkłady linii węzłowych drgań giętnych.

Stosunek częstotliwości dwóch kolejnych rezonansów zależy od stałej Poissona /17/. Zależność ta przedstawiona jest na rys. 11, można opisać ją wzorem

$$\frac{f_2}{f_1} = A + 0.76 \nu + 1.12 \nu^2 \quad /67/$$

gdzie:

A - stała zależna od stosunku grubości do średnicy płyty.

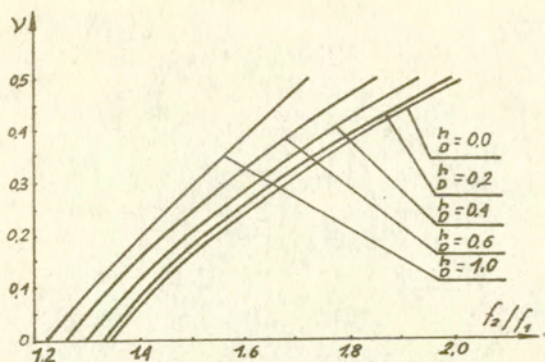
Częstotliwość drgań rezonansowych cienkiej płyty kołowej wg Kirchhoffa wynosi:

$$f = \frac{x^2 h}{\pi R^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\nu^2)}} \quad /68/$$

gdzie:

- x - współczynnik zależny od rzędu rezonansu i stałej Poissona,
- h - grubość płyty,
- R - promień płyty.





Rys.11. Zależność stałej Poissona -  $\nu$  - od stosunku  $f_2/f_1$  dla różnych wartości  $\frac{h_0}{D}$

Moduł Younga można wyliczyć ze wzoru

$$E = \frac{3\pi^2 f_n^2 d^4 \rho (1-\nu^2)}{\lambda_n^2 h^2}$$

gdzie:

$f_n$  - częstotliwość n-tego rezonansu,

$\lambda_n$  - współczynnik zależny od stosunku grubości płyty do jej promienia, stałej Poissona i rzędu rezonansu,

$d$  - średnica płyty.

W przypadku drgań giętnych grubej płyty kołowej częstotliwość n-tego rezonansu wynosi

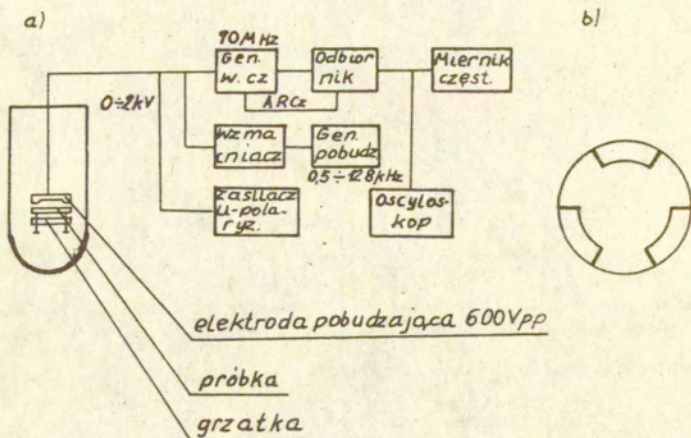
$$f_n = \frac{\lambda_n h}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \longrightarrow E = \frac{\rho R^2}{\lambda_n^2 h^2} f_n^2 \quad [69]$$

gdzie:  $\lambda_n = f/\nu, \frac{h}{R}$  - stała zależna od rzędu rezonansu i wartości stałej Poissona.

Stalą Poissona otrzymujemy po rozwiązaniu układu równań różniczkowych zwyczajnych II rzędu jako funkcję stosunku  $\frac{f_2}{f_1}$  i  $\frac{h}{R}$

Zależności /67/, /68/, /69/ umożliwiają bezpośrednie wyznaczenie z pomiarów jednej płyty kołowej stałej Poissona i modułu Younga. Pomiary modułów sprężystości zostały przeprowadzone w ZAF IPPT PAN, gdzie zbudowano urządzenie do badania drgań giętnych płyt kołowych. Schemat aparatury pomiarowej przedstawiono na rys. 12.

Próbki pobudzane były do drgań giętnych rezonansowych z częstotliwością II i III rezonansu.



Rys. 12 a/ Schemat stanowiska do badań modułów sprężystości,

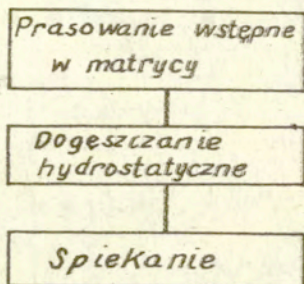
b/ kształt elektrody.

Próbki do badań miały średnicę  $\varnothing$  30 grubość 2 + 3 mm. Aby mogły drgać swobodnie, podparte były w trzech punktach, przez które przechodzą linie węzłowe drgań giętnych. Pobudzenie do drgań odbywa się na drodze elektrostatycznej. Szczegółowy opis zasady działania stanowiska przedstawiony jest w pracy /20, 10, 16/.

#### 4. Przygotowanie próbek ze spiekanych proszków metali

Materiałem wyjściowym był proszek miedzi o wysokiej czystości /99,9 %/ i ziarnach dendrytycznych produkcji

Z.M.Trzebinia- Siersza. Założono, że próbki będą miały strukturę izotropową, o niskiej porowatości w zakresie 0 + 10 %. Aby uzyskać materiał o takich właściwościach, po analizie literatury /19/ opracowano następującą, ogólną technologię wykonania:



Zgodnie z ogólną technologią wykonania próbek pierwszą operacją było prasowanie wstępne w matrycy. Operację tę przeprowadzono w laboratorium Inst. Budowy Sprzętu Precyzyjnego i Elektronicznego P.W. Określone porcje proszku miedzi prasowane były w matrycy z komorą nasypową o średnicy  $\varnothing$  30,5, dwustronnie przy nacisku stempli 50 MPa bez używania środków poślizgowych. Uzyskano w ten sposób próbki o wymiarach  $\varnothing$  30,5x3,5 i porowatości około 30 %. Głównym celem tej operacji było wstępne uformowanie proszku z zachowaniem izotropowej struktury wyprasek. Ponieważ próbki posiadały zbyt dużą porowatość należało przeprowadzić operację drugiego prasowania - wybrano metodę izostatycznego prasowania na zimno. Wstępnie otrzymane wypraski umieszczane były w elastycznych matrycach z gumy naturalnej, następnie wkładano je do komory ciśnieniowej wypełnionej mieszaniną oleju rzepakowego z alkoholem metylo- wym i dogęszczono hydrostatycznie przy ciśnieniu 315 MPa przez 15 min.

Dogęszczenie odbywało się w laboratorium OBR Wysokich Ciśnień PAN "Unipres". Kolejną operację - spiekanie - przeprowadzono w laboratorium WAT i Instytucie Inżynierii Materiało-

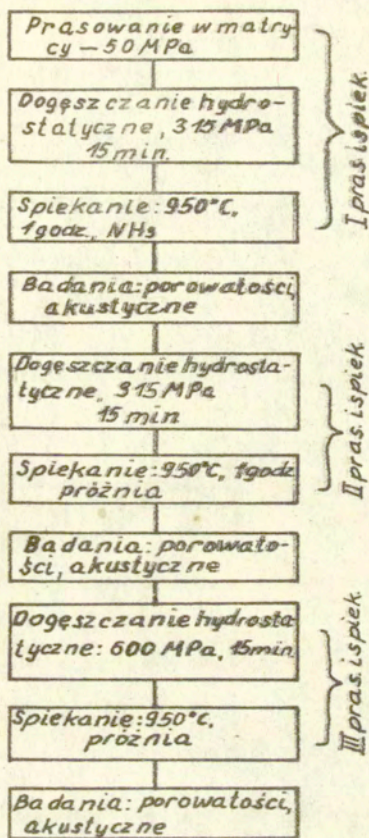
wej P.W. Próbki spiekano w atmosferze ochronnej zdysocjowanego amoniaku  $\text{NH}_3$  w temp. 1223 K przez 1 godz. Przygotowano tak zbiór -40- próbek o wymiarach  $\varnothing 30 \times 3,0$  /I prasowanie i spiekanie/. Następnie określono porowatość każdej próbki metodą hydrostatyczną, wg zależności /38/. Ponieważ próbki miały dużą porowatość /5% + 11%/ ponownie umieszczono je w komorze ciśnieniowej i dogęszczano hydrostatycznie ciśnieniem 315 MPa przez 15 min, po czym spiekano je w temperaturze 1223 przez 1 godz w próżni /II prasowanie i spiekanie/. Na tak otrzymanych próbkach przeprowadzono ponownie pomiary porowatości oraz wykonano badania akustyczne. Do dalszych badań wybrano 14 próbek, które umieszczono w komorze ciśnieniowej i dogęszczano ciśnieniem 600 MPa przez 15 min po czym spiekano je w temperaturze 1223 K przez 1 godz. /III prasowanie i spiekanie/. Na tych próbkach przeprowadzono ponownie pomiary porowatości i badania akustyczne.

Na rys. 14 przedstawiony jest cały proces technologiczny wykonania próbek. Przeprowadzenie procesu technologicznego zgodnie z rys. 14 umożliwiło uzyskanie próbek o strukturze izotropowej, porowatości od 2% do 9%. Pory miały kształt sferyczny o średnicy od  $2\mu\text{m}$  do  $6\mu\text{m}$ , w  $1\text{ mm}^3$  materiału było od  $15 \times 10^5$  do  $17 \times 10^5$  porów w zależności od porowatości.

## 5. Wyniki pomiarów modułu Younga i stałej Poissona spieków z proszku miedzi

### 5.1. Metodyka wykonania pomiarów modułów sprężystości

Po założeniu próbki na podpory i zamknięciu rurą kwarcową komory próżniowej, włączona była pompa rotacyjna a następnie dyfuzyjna, co umożliwiała osiągnięcie próżni o wielkości  $10^{-4}$  Tr. Próżnia ta utrzymywana była przez cały czas trwania pomiaru. Następnie próbka pobudzana była do drgań giętnych. Gdy częstotliwość drgań próbki była równa częstotliwości rezonansowej, odczytywano jej wartości z dokładnością do 1 Hz /częstotliwości rezonansowe były rzędu 20 kHz np. 18474



Rys. 14. Schemat procesu technologicznego wykonania próbek

i 23662 Hz/. Równolegle z odczytem częstotliwości rezonansowej sprawdzana była temperatura próbki. Następnie, po analizie uzyskanych wyników, część próbek została wybrana do badania zmian modułów sprężystości w funkcji temperatury. Badania temperaturowe przeprowadzono na - 16 - próbkach po operacji II prasowanie i spiekanie i na - 14 - próbkach po

operacji III prasowanie i spiekanie.

Po założeniu próbki na podpory i uzyskaniu w komorze próżniowej próżni  $10^{-4}$  Tr próbka została ochłodzona ciekłym azotem do temperatury 80 K. Całkowity czas chłodzenia wynosił 8 godz. Po wykonaniu pomiaru częstotliwości rezonansowych próbki w tej temperaturze, następowało powolne ogrzewanie próbki z gradientem temperatury  $0,7^{\circ}/\text{min.}$ , aż do temperatury 473 K. Należy zaznaczyć, że podczas całego cyklu temperaturowego próbka drgała. Zaczynając od temperatury 80 K co  $10^{\circ}$  aż do 473 K przeprowadzony był pomiar częstotliwości rezonansowych. Z tak otrzymanych częstotliwości obliczono następnie, przy użyciu wzorów /67/, /68/, /69/ odpowiednie moduły sprężystości. Pozwoliło to na zbudowanie dla każdej próbki wykresów  $E=f|T|$  i  $\nu=f|T|$

Systematyczny błąd graniczny wyznaczenia tak modułu Younga i stałej Poissona wynosi 0,05%, na błąd pomiaru mają wpływ głównie następujące czynniki:

- zamocowanie /próbka musi być podparta dokładnie w węzłach drgań/
- kształt próbki /próbka nie może posiadać błędów kołowości i powinna być płaskorównoległa/,
- dokładność pomiaru częstotliwości rezonansowych.

## 5.2. Wyniki badań stałych sprężystych

Przeprowadzone badania próbek ze spiekanych proszków miedzi, pozwoliły na określenie wpływu:

- temperatury na własności sprężyste spieków,
- porowatości na własności sprężyste spieków,
- technologicznych warunków wytwarzania na własności sprężyste.

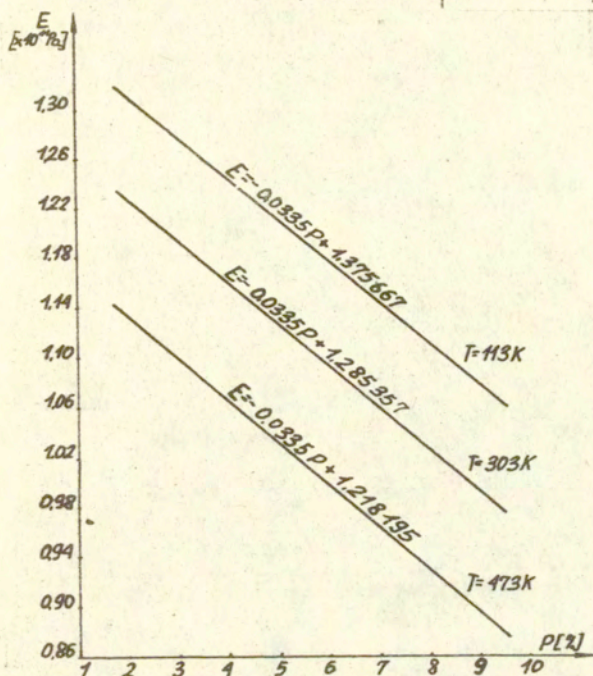
### 5.2.1. Wyniki badań modułu Younga

#### a/ wpływ porowatości

Badanie zależności, modułu Younga od porowatości materiału przy stałej temperaturze wykazały, że jest to zależność liniowa, którą /w pierwszym przybliżeniu/ można opisać równaniem /rys. 15/.

$$E = - 0,0335 P + A_T$$

/70/



Rys. 15. Zależność modułu Younga od porowatości

gdzie:

$E$  - moduł Younga w  $Pa \times 10^{11}$

$A_T$  - stała zależna od temperatury pomiaru

Dla temperatury:

- 113 K  $A_T = 1,375667$

- 303 K  $A_T = 1,285357$

- 473 K  $A_T = 1,218195$

Pełna analiza statystyczna powyższych równań przedstawiona jest w tabeli 1.

Analiza związku modułu Younga z porowatością, z wyraźnym rozdzieleniem próbek na dwie grupy /po II prasowaniu i spieka-

niu oraz po III prasowaniu i spiekaniu/, wykazała istotne różnice pomiędzy tymi grupami próbek.

Zależność  $E = f/P$  dla próbek po II prasowaniu i spiekaniu jest następująca:

$$E = - 0,0315 P + C_T \quad /71/$$

gdzie:

$E$  - moduł Younga w  $/Pa \times 10^{11}/$

$C_T$  - stała zależna od temperatury pomiaru

dla temperatury:

- 113 K,  $C_T = 1,367261$

- 303 K,  $C_T = 1,269545$

- 473 K,  $C_T = 1,210134$

Natomiast dla próbek po operacji III prasowanie i spiekanie zależność  $E = f/P$  można opisać równaniem

$$E = - 0,0437 P + D_T \quad /72/$$

gdzie:

$E$  - moduł Younga w  $/Pa \times 10^{11}/$

$D_T$  - stała zależna od temperatury.

Dla temperatury

- 113 K,  $D_T = 1,403154$

- 123 K,  $D_T = 1,402409$

- 303 K,  $D_T = 1,325567$

- 473 K,  $D_T = 1,245487$

Pełna analiza statystyczna powyższych równań przedstawiona jest w tabeli 2.

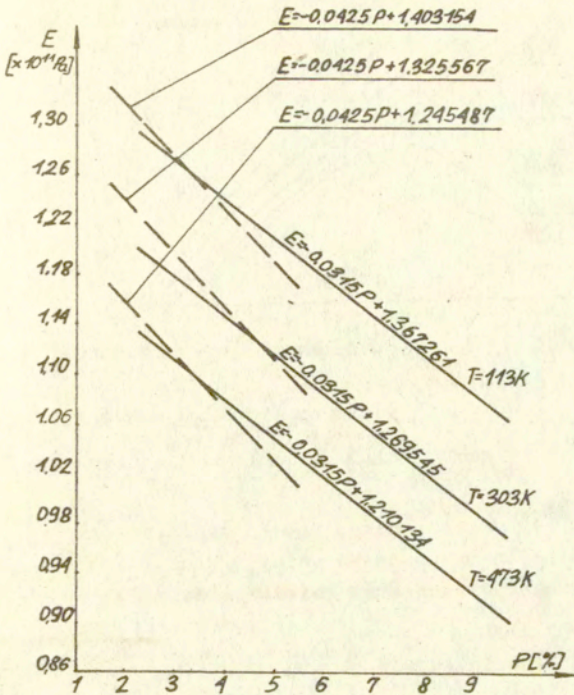
Na rys. 16 pokazane są zależności

$E = f/P$  dla próbek po operacji II prasowanie i spiekanie i po operacji III prasowanie i spiekanie.

Wpływ temperatury

Na rys. 17 pokazana jest typowa krzywa doświadczalna dla próbki o porowatości 3,44%, jakie uzyskiwano w badaniach temperaturowych. Badanie wpływu temperatury na moduł Younga wykazało, że jest to związek liniowy, który można opisać równaniem typu  $E = A + BT$ .





Rys. 16. Zależność  $E = f/P/$  dla próbek po II prasowaniu i spiekaniu oraz po III prasowaniu i spiekaniu / — — — /

gdzie:

A - stała zależna od porowatości próbki

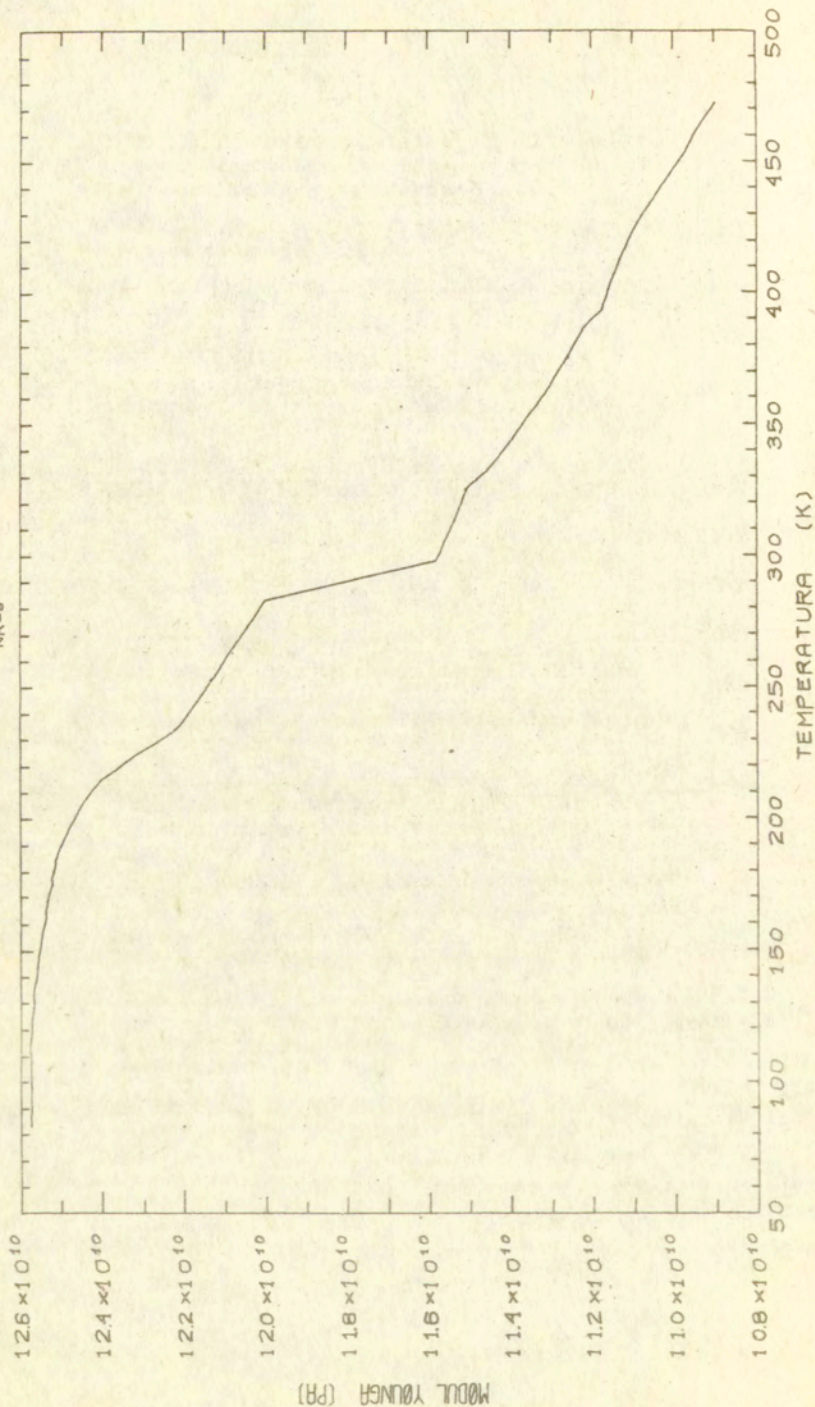
B - współczynnik kierunkowy.

Analiza statystyczna uzyskanych wyników przedstawiona jest w załączniku nr 1.

Analiza związków typu  $E = f/T/ = A + BT$  wykazała, że stałe A i B są funkcjami porowatości.

Związek stałej - A - z porowatością, dla obu grup próbek /po II prasowaniu i spiekaniu oraz po III prasowaniu i spiekaniu/ jest taki sam i można opisać go równaniem:

R0=0.0518  
NR=0



rys. 17 ZALEŻNOŚĆ MODUŁU YOUNGA OD TEMP.

$$A = - 0,0367P + 1,464402 \quad /73/$$

gdzie

$$A \times 10^{11} \text{ Pa}$$

Natomiast stała - B - jest istotnie różna dla każdej grupy próbek:

- próbki po II prasowaniu i spiekaniu

$$B = 0,0156P - 0,57301 \quad /74/$$

- próbki po III prasowaniu i spiekaniu

$$B = 0,0156P - 0,55384 \quad /75/$$

gdzie:

$$B \times 10^8 \text{ Pa}$$

Analiza statystyczna równań /73/, /74/, /75/ przedstawiona jest w tabeli 3. Na rys. 18 pokazane są krzywe  $E = \tau/T$  dla próbek o:  $P = 2,21\%$  - ozn.3 i  $P = 2,56\%$  - ozn.1 i  $P = 3\%$  - ozn.2

### 5.2.2 Wyniki badań stałej Poissona

#### a/ wpływ porowatości

Badanie zależności stałej Poissona od porowatości materiałów, w różnych temperaturach, wykazało, że jest to zależność liniowa, którą można /w przybliżeniu/ opisać równaniem /rys. 19/.

$$\nu = - 0,0023P + 0,353216 \quad /76/$$

Po przeprowadzeniu dokładnej analizy statystycznej zależności

$\nu = f(T)$  przy stałej temperaturze, okazuje się, że można ten związek opisać następującym równaniem:

$$\nu = - 0,0024 P + F_T \quad /77/$$

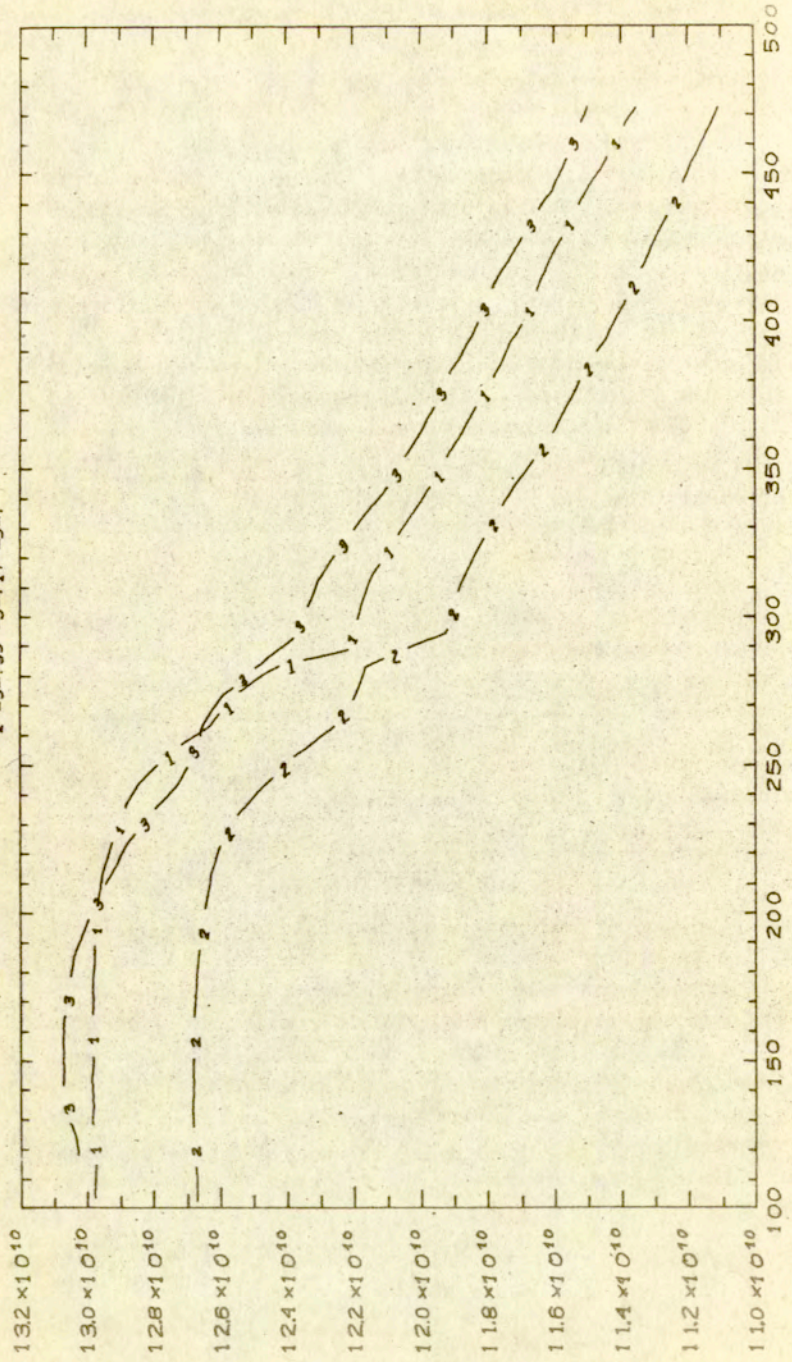
gdzie:

$F_T$  - stała zależna od temperatury

Dla temperatury:

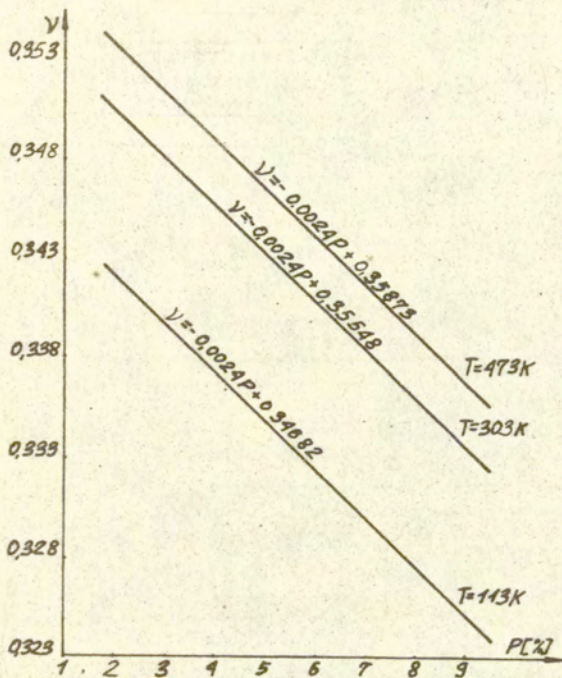
- 113 K,  $F_T = 0,34682$
- 303 K,  $F_T = 0,35548$
- 473 K,  $F_T = 0,35873.$

2-3-35-3-17-3-



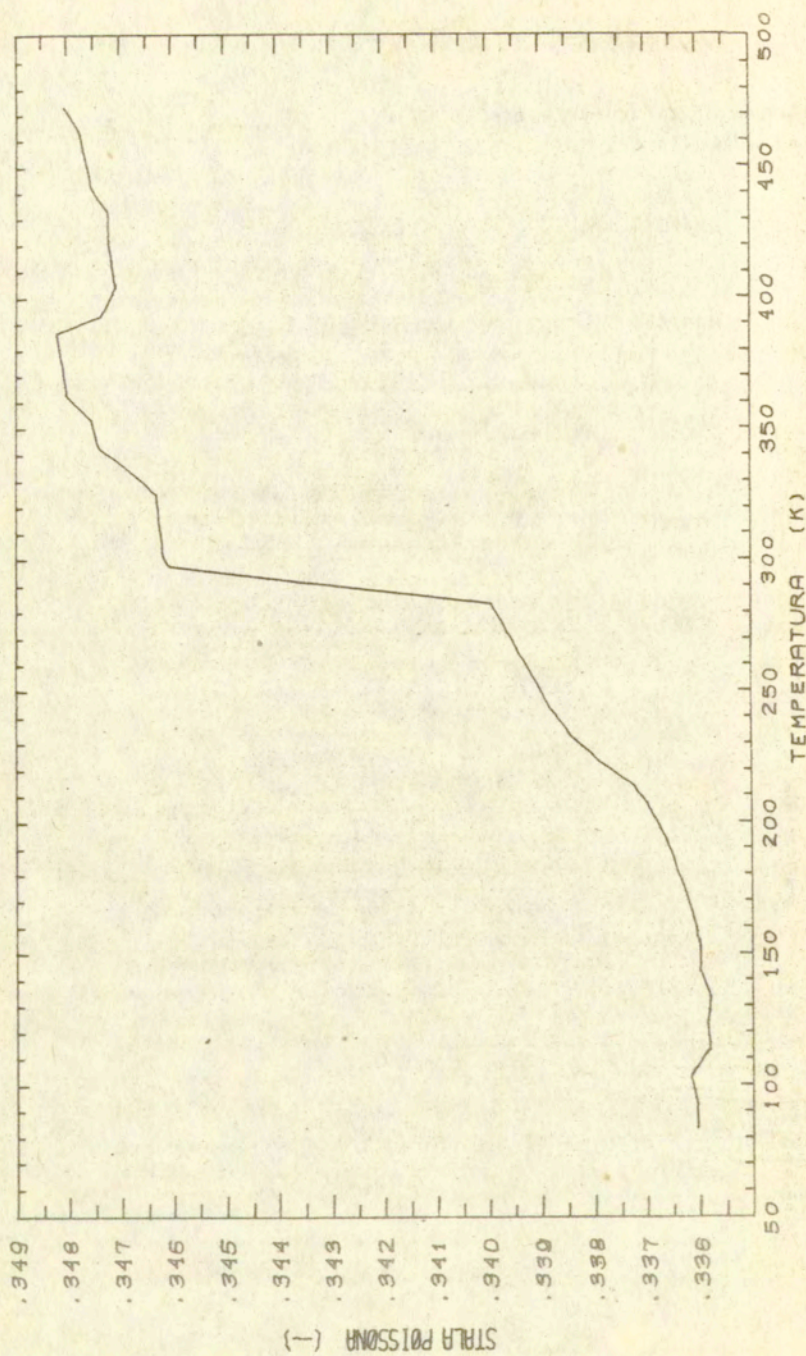
RYG.18 ZALEZNOŚĆ MODUŁU YOUNGA OD TEMP.

Pełna analiza statystyczna równania /76/ i /77/ przedstawiona jest w tabeli 4., na rys. 20 pokazana jest zależność /77/



Rys. 20. Zależność stałej Poissona od porowatości przy stałej temperaturze.

R<sub>0</sub> = 6.55 \* 10<sup>-6</sup>  
NR<sub>02</sub>



RYC 21 ZALEZNOŚĆ STRAPIA POISSONA OD TEMP.

### Wpływ temperatury -

Na rys. 21 pokazana jest typowa krzywa doświadczalna, dla próbki o porowatości 3,44 %, jakie uzyskano w badaniach temperaturowych. W tabeli 5 zestawione są wyniki pomiarów  $E = f/T$  i  $\nu = f/T$  dla próbki o porowatości 3,44 %.

Badanie wpływu temperatury na stałą Poissona wykazało, że jest to związek liniowy, który można opisać równaniem typu  $\nu = A + BT$ . Analiza statystyczna uzyskanych wyników przedstawiona jest w załączniku Nr 1.

Analiza równania  $\nu = f/T = A + BT$  wykazała, że stałe -A-, -B- są funkcjami porowatości. Związek stałej -A- z porowatością dla obu grup próbek /po II prasowaniu i spiekaniu oraz po III prasowaniu i spiekaniu/, jest taki sam i można opisać go równaniem.

$$A = 0,00243 P + 0,341796$$

Natomiast stała -B- jest istotnie różna dla każdej grupy próbek:

- próbki po II prasowaniu i spiekaniu

$$B = /-0,01348 P + 0,4685/ \times 10^{-4}$$

- próbki po III prasowaniu i spiekaniu

$$B = /-0,01348 P + 0,39318/ \times 10^{-4}$$

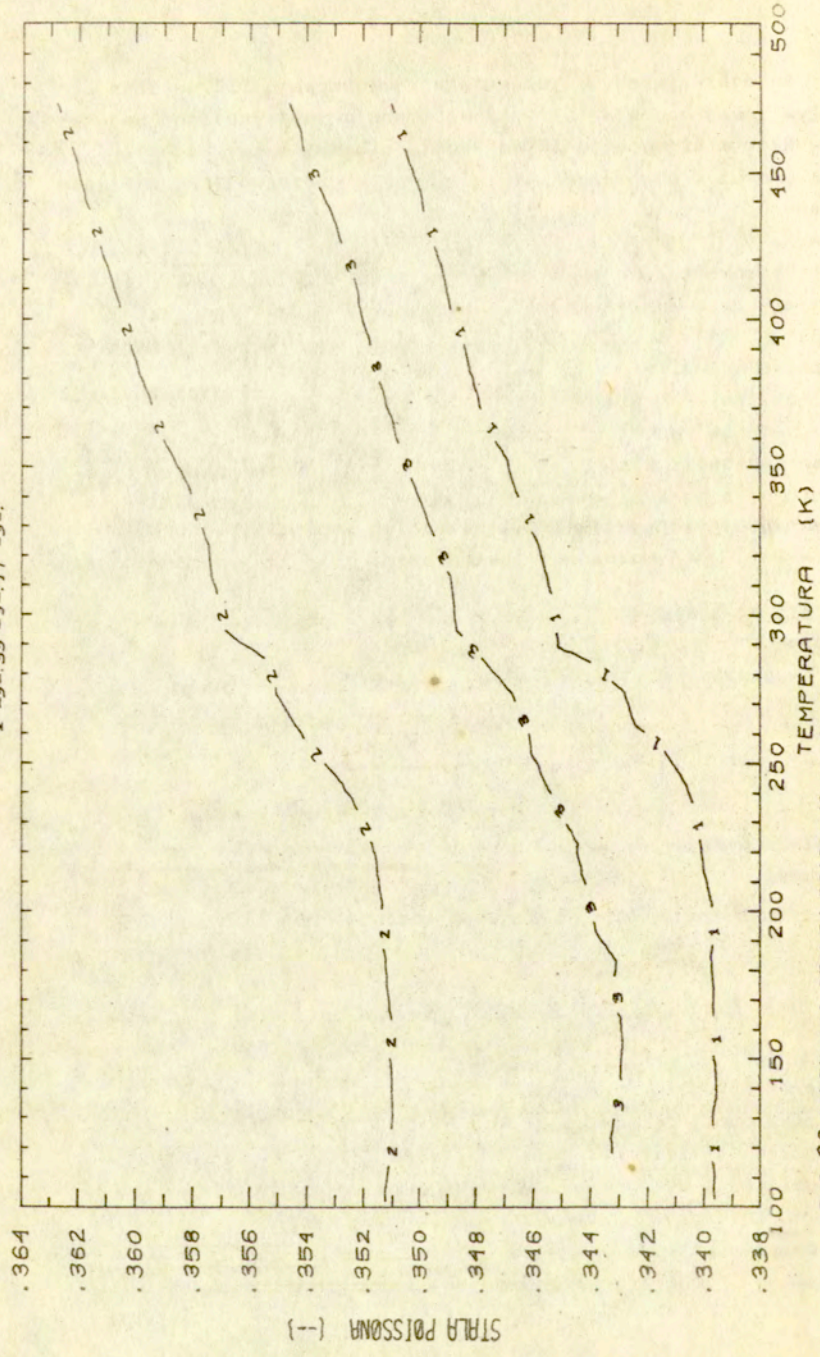
Analiza statystyczna tych równań przedstawiona jest w tabeli 11.

Na rys. 22 pokazane są krzywe  $\nu = f/T$  dla próbek o:  $P = 2,21\%$  - ozn.3,  $P = 2,56\%$  - ozn.1,  $P = 3\%$  - ozn.2.

### 5.3. Dyskusja otrzymanych wyników

Badania stałych sprężystości spieków z proszków miedzi, o małej porowatości wykazały istnienie prostoliniowego związku pomiędzy nimi a porowatością. Okazało się również, że stałe sprężystości zmieniają się liniowo z temperaturą. Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że decydujący wpływ na własności sprężyste wywiera porowatość. Uzyskane wyniki zgodne są w sposób jakościowy z wynikami podobnych badań przeprowadzonych na innych materiałach

2-3-33-3-17-3-



RYC. 22 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP.



porowatych, przez różnych autorów np. Piekarczyka /15/, Krehera /12/, Pileckiego i Jemielniaka /10,16/. Zmiany modułu Younga wraz ze zmianą porowatości są o rząd wielkości większe niż zmiany stałej Poissona.

W zakresie porowatości 2% - 10% moduł Younga zmienia się o 20% a stała Poissona o 6%. Wzrost temperatury powoduje obniżenie modułu Younga natomiast stała Poissona rośnie. Zmiany temperatury od 113 K do 473 K powodują zmniejszenie się modułu Younga o 15% i wzrost stałej Poissona o 0,4%

Porównanie doświadczalnych zależności  $E = f/P/$  z modelem Mackenziego i teorią Rossiego:

Teoretyczne zależności  $E = f/P/$  dla spieków miedzi zgodnie z modelem Mackenziego przedstawione są w tabeli 6 i tabeli 7.

W tabeli 6 wartości  $E_0, \nu_0$  dla matrycy wzięte zostały z pomiarów rezonansowych litej miedzi polikrystalicznej o czystości 99,99%, wykonywanych w ramach tej pracy. W tabeli 7 wartości  $-E_0, \nu_0$  dla matrycy uzyskane zostały poprzez aproksymację równań /70 i 76/ dla przypadku porowatości 0%. Oba te podejścia zawierają pewne błędy i problem wyznaczenia wartości  $-E_0, \nu_0$  dla matrycy spieku wymaga odrębnych badań. Równania /70/ zgodnie z teorią Rossiego można przedstawić w następującej postaci:

$$T = 113 \text{ K}$$

$$E = 1,376 /1-2,43P/ \quad /78/$$

Współczynnik koncentracji naprężeń wynosi:

$$K = 2,43$$

Stąd stosunek osi poru  $\frac{a}{c} = 1,344$

$$T = 303 \text{ K}$$

$$E = 1,285 /1-2,61 P/ \quad /79/$$

$$K = 2,61 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,488$$

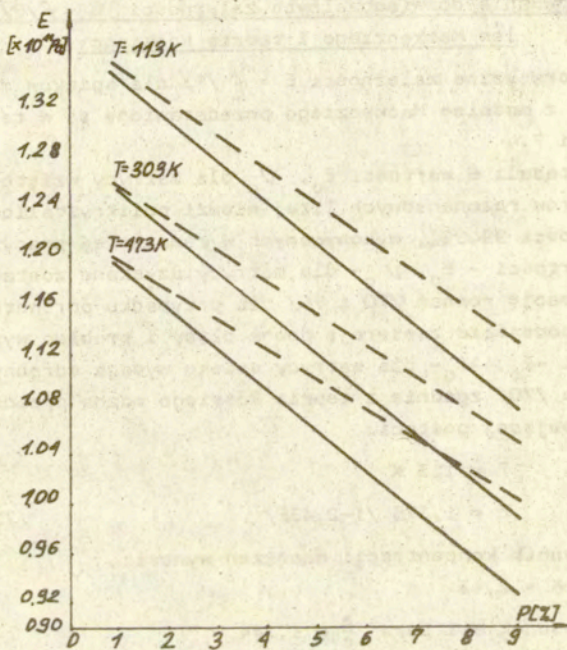
$$T = 473 \text{ K}$$

$$E = 1,218 / 1 - 2,75 P /$$

/80/

$$K = 2,75 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,60$$

Na rys. 23 przedstawione jest porównanie zależności doświadczalnych /70/ z równaniami z tabeli 7. Z porównania modelu Mackenziego z krzywymi doświadczalnymi wynika że:  
1<sup>o</sup> istnieje zgodność teorii z doświadczeniem, najmniejsze rozbieżności występują w niskich temperaturach i dla małych porowatości.



Rys. 23. Porównanie modelu Mackenziego ----- z krzywymi doświadczalnymi —————.

2<sup>o</sup> wzrost współczynnika koncentracji naprężeń -K- wraz ze wzrostem temperatury świadczy o pojawiających się naprężeniach cieplnych, natomiast nie jest spowodowany zmianą stosunku osi poru zgodnie z teorią Rossiego. Porównanie

równań /71 i 72/ wskazuje, że operacja III prasowanie i spiekanie powoduje nie tylko zmniejszenie porowatości lecz zmienia również mikrostrukturę spieków. Wskazuje to na istotny wpływ mikrostruktury na moduł Younga. Równanie /71/, /72/ zgodnie z teorią Rossiego/ można przedstawić w postaci np. dla temp. 113 K

- próbki po operacji II prasowanie i spiekanie

$$E = 1,367 /1-2,30 P/ \quad /81/$$

$$K = 2,30 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,24$$

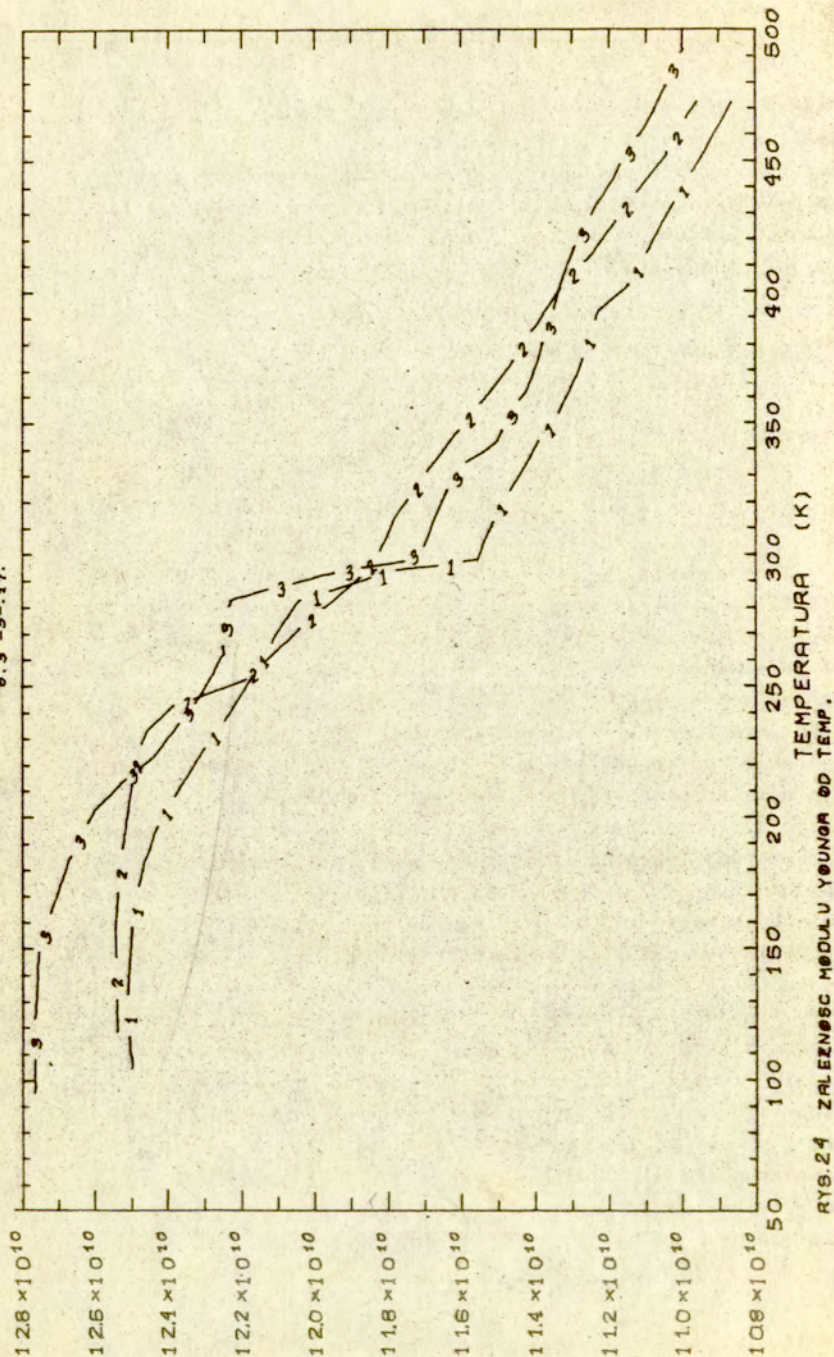
- próbki po operacji III prasowanie i spiekanie

$$E = 1,403 /1-3,11 P/ \quad /82/$$

$$K = 3,11 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,89$$

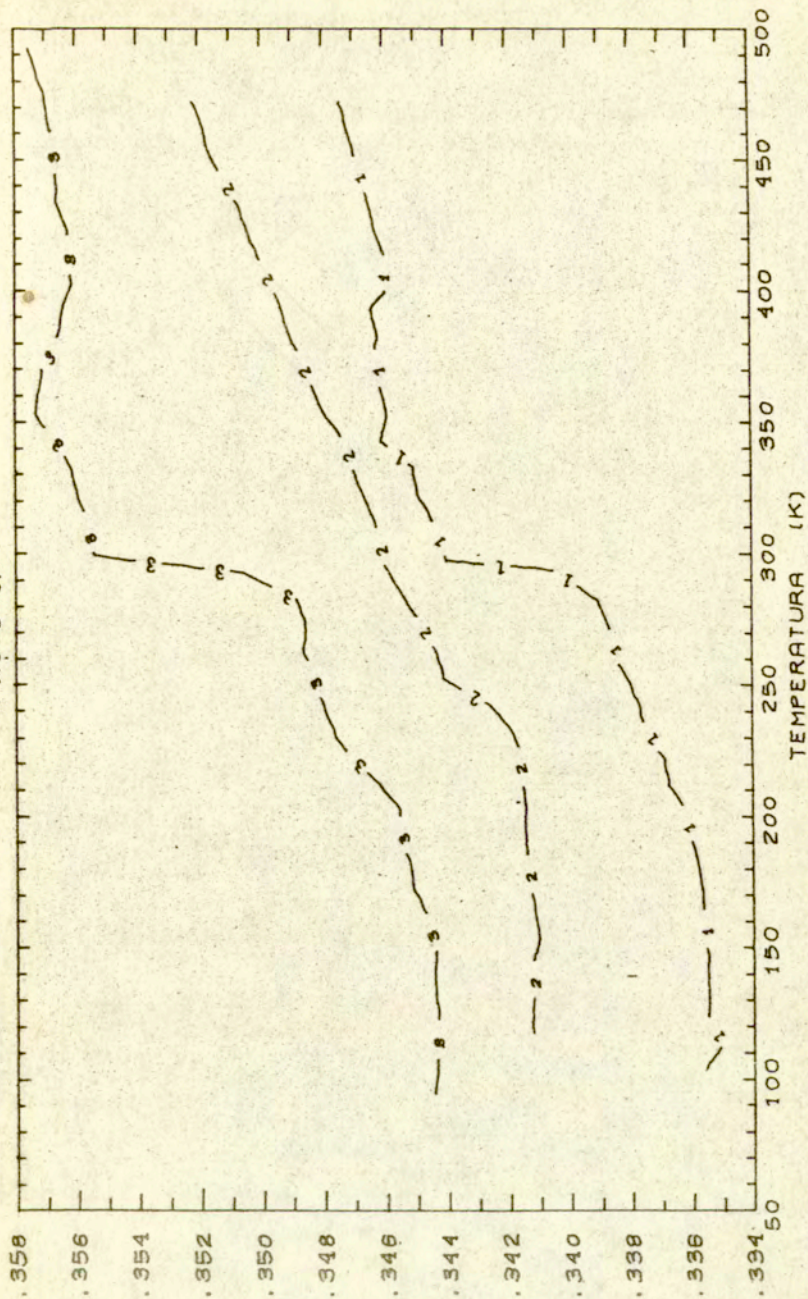
Z porównania tych równań wynika, że w próbkach po operacji III prasowanie i spiekanie współczynnik koncentracji naprężeń jest istotnie większy niż w próbkach po operacji II prasowanie i spiekanie. Teoria Rossiego tłumaczy ten wzrost współczynnika -K- zwiększeniem stosunku osi porów  $\frac{a}{c}$ . Taka zmiana geometrii porów jest mało prawdopodobna, gdyż operacja hydrostatyczne dogęszczanie i spiekanie w próżni nie wprowadza anizotropii struktury lecz powoduje, że pory stają się bardziej sferyczne. Tak więc wzrost współczynnika koncentracji naprężeń powodowany operacją III prasowanie i spiekanie wynika z innych zmian mikrostrukturalnych niż zmiana kształtu porów. Może to być np. wzrost liczby mikroszczelin, wzrost liczby mikroniejednorodności. Dokładne wyjaśnienie zjawiska wymaga dalszych badań. Zmiany mikrostruktury powodowane operacją III prasowanie i spiekanie odzwierciedlają się również na temperaturowym współczynniku zmian modułu Younga. Widoczne to jest z równań /74/ i /75/. Temperaturowy współczynnik -B- próbek po operacji III prasowanie i spiekanie jest istotnie różny /większy/ od analogicznego współczynnika dla próbek po operacji II prasowanie i spiekanie. Na rys. 24, 25, 26 zestawione są krzywe doświadczalne  $\nu E = f/T$  dla obu grup próbek o zbliżonych porowatościach. Na rys. 24

AMY PROBEY  
6.3-5-17.



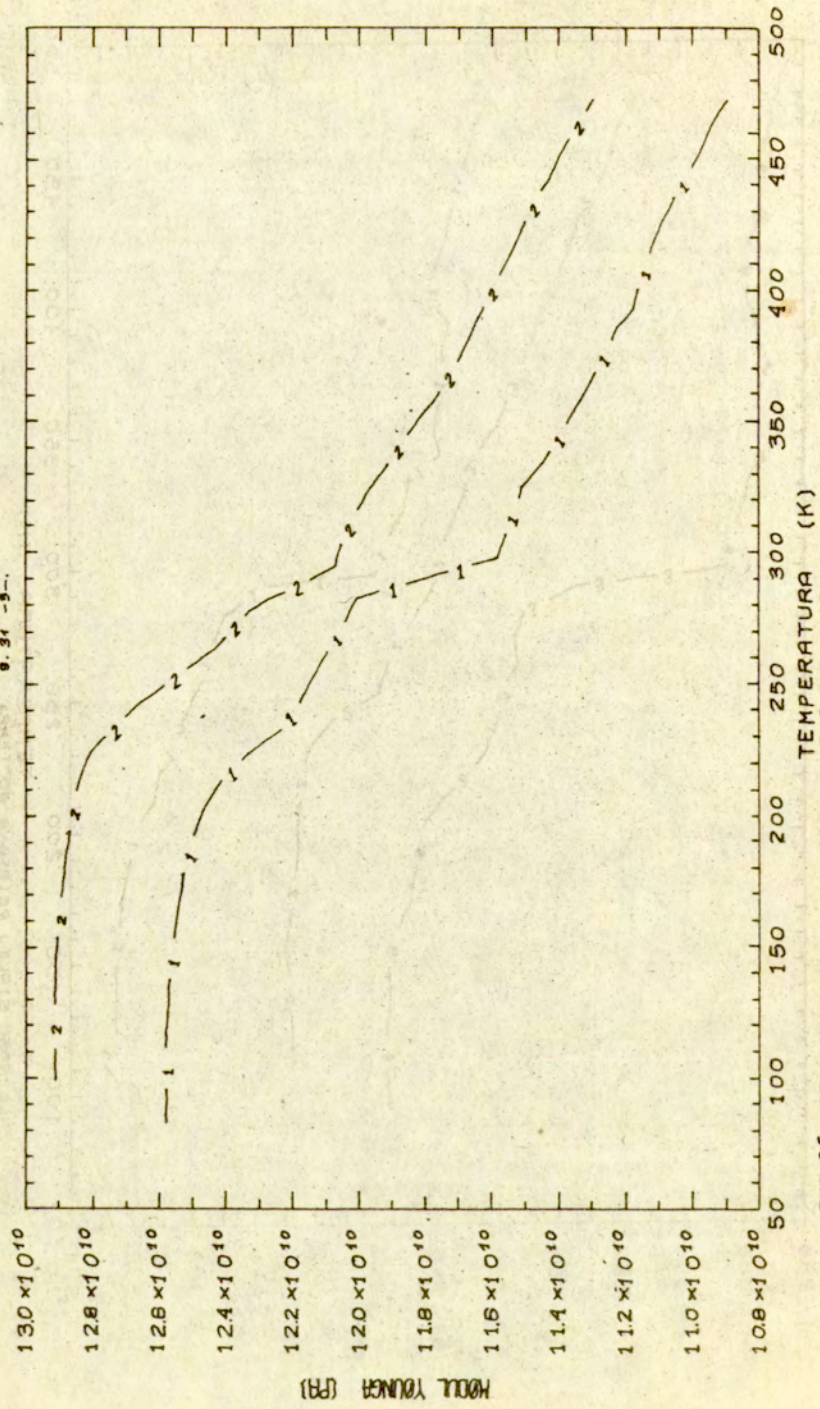
RYB.24 ZALEZNOŚĆ MODUŁU YOUNGOWEGO OD TEMP.

NRY PROBK  
6.8 - 3.17.



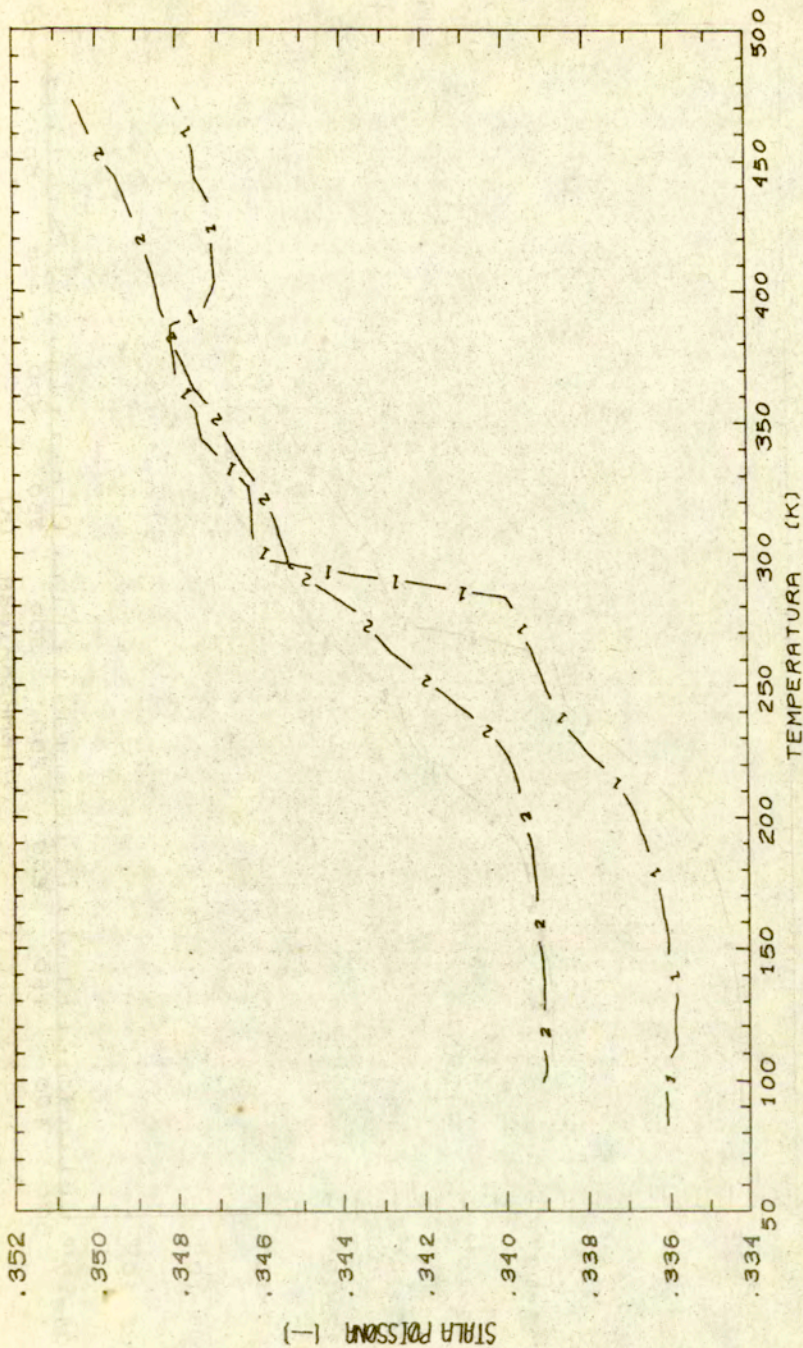
RYC.24 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP.

NRY PROBEK  
9. 31 - 5 -



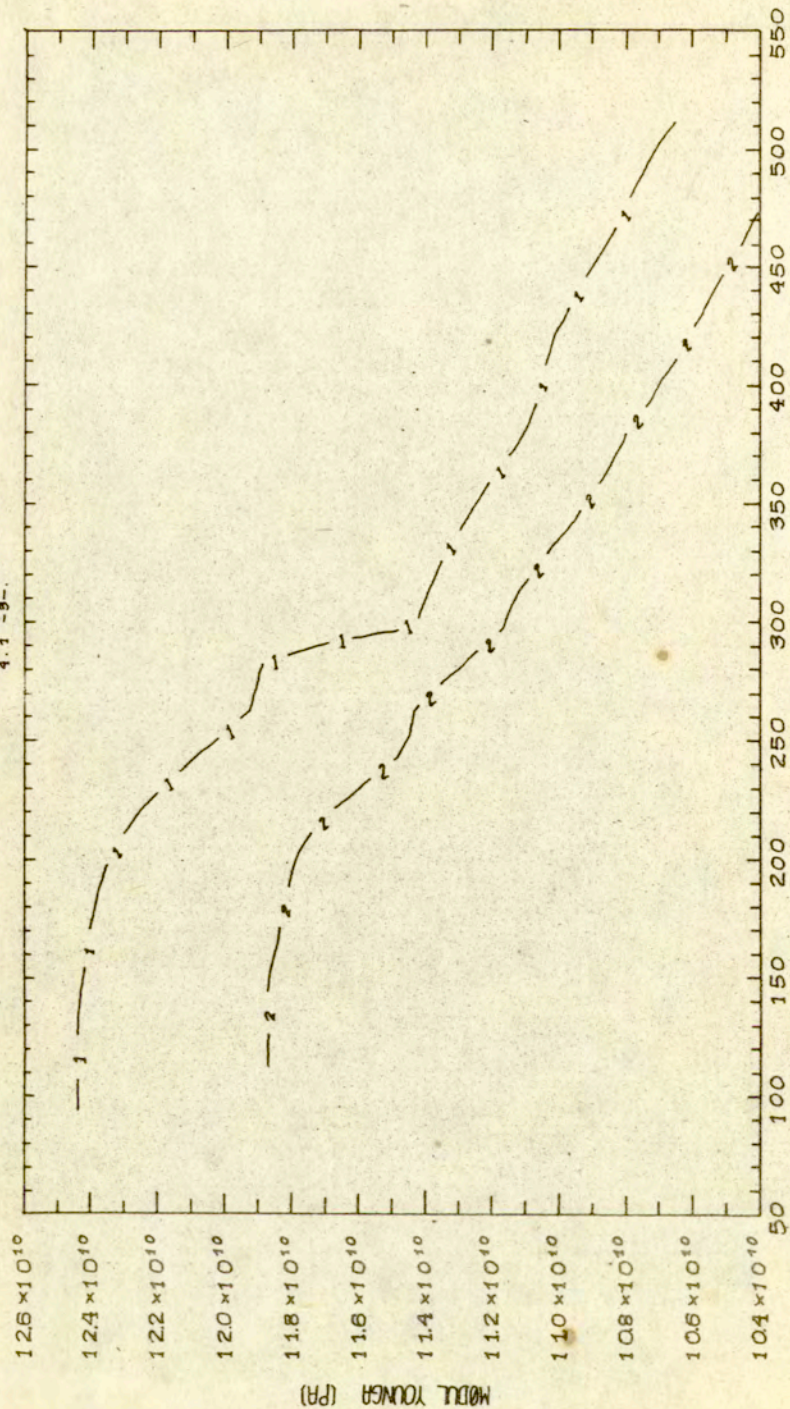
rys.25 ZALEZNOŚC MODULU YOUNGA OD TEMP.

NRY PROBEK  
9. 3f - 9.



RY. 25 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP.

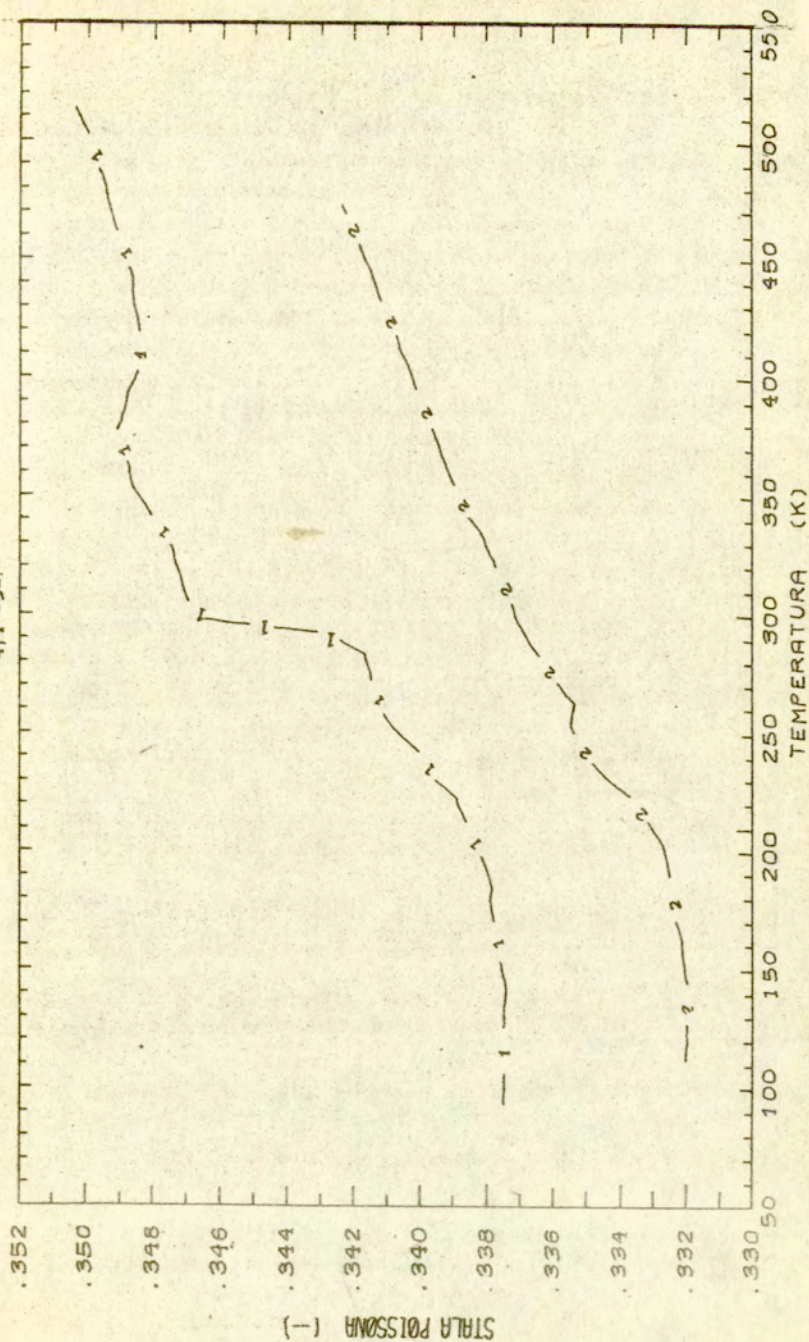
NRV PROBEK  
4.1-9.



RY.26 ZALEZNOŚC MODULU YOUNGA OD TEMP.



NAV PROBEK  
4, 1 - 3 -



RYC. 2.6 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP

pokazane są krzywe  $\nu, E = f/T$  dla próbek o porowatościach: 3,66% - ozn. 1 /po operacji II prasowanie i spiekanie/.

3,58 % - ozn. 2 /po operacji III prasowanie i spiekanie/.

3,61 % - ozn. 3 /po operacji II prasowanie i spiekanie/.

Na rys. 25 pokazane są krzywe  $\nu, E = f/T$  dla próbek o porowatościach 3,44% - ozn. 1/po operacji II prasowanie i spiekanie/, 3,15% - ozn. 2 /po operacji III prasowanie i spiekanie/.

Na rys. 26 pokazane są krzywe  $\nu, E = f/T$  dla próbek o porowatościach: 4,57% - ozn. 1 /po operacji II prasowanie i spiekanie/, 4,48% - ozn. 2 /po operacji III prasowanie i spiekanie/.

## 6. Wpływ technologii i mikrostruktury na własności sprężyste

Po analizie uzyskanych rezultatów badań stałych sprężystości spieków z proszków miedzi /rozdział 5/, postanowiono szerzej rozwinąć zagadnienie wpływu technologii i mikrostruktury na własności sprężyste. W tym celu wykonano 30 próbek wg następującej technologii /I prasowanie i spiekanie/:

- materiał, prasowanie wstępne i dogęszczenie - zgodnie z rozdziałem 4,
- spiekanie w atmosferze ochronnej zdysocjowanego amoniaku  $NH_3$  wg programu przedstawionego w tabeli 8.

Spiekanie w różnych warunkach pozwoliło na otrzymanie próbek różniących się nie tylko wielkością porowatości ale i mikrostrukturą.

Po określeniu porowatości każdej próbki wg zależności /42/ wykonane zostały pomiary modułów sprężystości zgodnie z metodyką opisaną w punkcie 5.1. Uzyskane wyniki oraz ich analiza statystyczna przedstawione są w załączniku 2.

### 6.1. Wyniki badań stałych sprężystych

#### 6.1.1. Wyniki badań modułu Younga

Badanie zależności modułu Younga od porowatości materiału, wykonane na wszystkich próbkach, bez uwzględnienia

Tabela 8

Temperatura spiekania [°C]   [K]		Czas spiekania /min/	Ilość próbek
900	1173	60	3
950	1223	15	3
		30	3
		45	3
		60	3
		120	3
		1000	1273
30	3		
45	3		
60	3		

warunków spiekania, przy stałej temperaturze próbki  
 $T = 113 \text{ K}, 153 \text{ K}, 203 \text{ K}, 253 \text{ K}, 303 \text{ K}, 353 \text{ K}, 403 \text{ K}, 453 \text{ K}, 473 \text{ K}$ , potwierdziło iż są to zależności liniowe.  
 Można je opisać równaniem:

$$E = -0,029155 P + A / \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /83/$$

gdzie :  $A$  - stała zależna od temperatury pomiaru i wyraża się wzorem

$$A = - 0,527 \times 10^8 T + 1,434096 \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /84/$$

$T$  = temperatura pomiaru

$P$  - porowatość.

Dla próbek spiekanych w temperaturze 1273 K związek  $E = f/P/$  przy stałej temperaturze  $T = 113 \text{ K}, 153 \text{ K}, 203 \text{ K}, 253 \text{ K}, 303 \text{ K}, 353 \text{ K}, 403 \text{ K}, 453 \text{ K}, 473 \text{ K}$ , przedstawia się

następująco:

$$E = /-0,024702 P + A/ \times 10^{+11} \text{ [Pa]} \quad /85/$$

gdzie: A - stała zależna od temperatury pomiaru i wyraża się wzorem:

$$A = - 0,4815 \times 10^8 T + 1,389968 \times 10^{11} \text{ [Pa]} \quad /86/$$

Można również posegregować próbki z tabeli 8 ze względu na czas spiekania na trzy grupy, spiekane przez: 60 min, 30 min, 15 min. Dla każdej z tych grup, zależność  $E = f/P/$  przy  $T = \text{const.}$  można opisać równaniem  $E = A + BP$ .

Dla próbek spiekanych przez 60 min:

$$E = /-0,026912 P + A/ \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /87/$$

$$A = - 0,537 \times 10^8 T + 1,436734 \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /88/$$

Dla próbek spiekanych przez 30 min:

$$E = /- 0,026528 P + A/ \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /89/$$

$$A = - 0,5052 \times 10^8 T + 1,398579 \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /90/$$

Dla próbek spiekanych przez 15 min:

$$E = /- 0,045721 P + A/ \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /91/$$

$$A = - 0,78066 \times 10^8 T + 1,60476 \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /92/$$

Analiza statystyczna równań /84/, /86/, /88/, /90/, /92/ przedstawiona jest w tabeli 9.

Badanie wpływu temperatury na moduł Younga wykonane na wszystkich próbkach bez uwzględnienia warunków spiekania potwierdziło, że związek  $E = f/T/$  opisuje równanie  $E = A + BT$ . Stała - A - zależy od porowatości i można opisać ją wzorem

$$A = /- 0,03296 P + 1,42955/ \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /93/$$

Stała - B - również zależy od porowatości i wyraża się wzorem:

$$B = /0,0129 P - 0,51338/ \times 10^8 \left[ \frac{\text{Pa}}{\text{deg}} \right] \quad /94/$$

Dla próbek spiekanych w temperaturze 1273 K zależność

$E = f/T/$  wyraża się wzorem  $E = A + BT$  gdzie:

$$A = /- 0,02763 P + 1,39284/ \times 10^{11} \text{ /Pa/} \quad /95/$$

$$B = /0,008839 P - 0,485452/ \times 10^8 \left[ \frac{\text{Pa}}{\text{deg}} \right] \quad /96/$$

Można również podzielić próbki z tabeli 8 ze względu na czas spiekania na trzy grupy, spiekane przez 60 min, 30 min, 15 min. W każdej z tych grup zależność  $E = f/T/ = A + BT$  gdzie stałe - A - i - B - wynoszą odpowiednio:

- próbki spiekane przez 60 min -

$$A = /-0,03105 P + 1,429803/ \times 10^{11} \quad /Pa/ \quad /97/$$

$$B = /0,0118 P - 0,515065/ \times 10^8 \left[ \frac{\text{Pa}}{\text{deg}} \right] \quad /98/$$

- próbki spiekane przez 30 min -

$$A = /-0,03105 P + 1,401641/ \times 10^{11} \quad /Pa/ \quad /99/$$

$$B = /0,0118 P - 0,497554/ \times 10^8 \left[ \frac{\text{Pa}}{\text{deg}} \right] \quad /100/$$

- próbki spiekane przez 15 min

$$A = /-0,03105 P + 1,431515/ \times 10^{11} \quad /Pa/ \quad /101/$$

$$B = /0,0118 P - 0,514247/ \times 10^8 \left[ \frac{\text{Pa}}{\text{deg}} \right] \quad /102/$$

Analiza statystyczna równań /93/ + /102/ przedstawiona jest w tabeli 10.

## 6.2. Dyskusja uzyskanych wyników

Badania modułów sprężystości przeprowadzone na próbkach po I prasowaniu i spiekaniu potwierdziły prostoliniowy charakter zależności  $\nu, E = f/P/$  i  $\nu, E = f/T/$ , w zakresie temperatur 113 K - 473 K i porowatości 2% - 9%.

Okazało się również, że badania  $E = f/T/$  potwierdzają w sposób jakościowy i są uzupełnieniem wyników badań  $E = f/P/$ . Ponownie stwierdzono, że podstawowy wpływ na własności sprężyste ma porowatość jednak nie tylko wartość porowatości lecz również mikrostruktura tj. kształt porów, wielkość porów, rozkład wielkości ma wpływ na własności sprężyste. Wpływ mikrostruktury jest szczególnie widoczny po zastosowaniu do zależności  $E = f/P/$  z punktu 6.1.1. teorii Rossiego. Równanie /83/, dla temperatury np. 303 K, można zapisać

w postaci

$$E = 1,27/1 - 2,29P/, \quad /103/$$

skąd  $K = 2,29 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,23$

Kształt porów dowolnej próbki odbiega więc nieco od kształtu sferycznego.

Równanie /85/ przedstawić można, dla temperatury np. 303K, następująco:

$$E = 1,24 /1 - 1,99 P/, \quad /104/$$

skąd  $K = 1,99 \longrightarrow \frac{a}{c} = 0,99$

Wynika stąd, że pory próbek spiekany w temperaturze 1273 K mają kształt sferyczny.

Z porównania równań /104/ i /103/ wynika, że przeciętny kształt porów w próbkach spiekanych w temp. 1173 K i 1223 K, odbiega od kulistego. Równanie /91/ zapisać można w postaci /dla temp. 303 K/

$$E = 1,37 /1 - 3,34 P/,$$

skąd  $K = 3,34 \longrightarrow \frac{a}{c} = 2,07$  /105/

A więc kształt porów mocno odbiega od sferycznego. Uwzględniając równanie /104/ widać, że czas spiekania 15 min przy temperaturze 1223 K jest znacznie za krótki aby uzyskać sferyczne pory. Równanie /89/ można przekształcić, dla temperatury 303 K, do postaci

$$E = 1,24 /1 - 2,13 P/,$$

skąd  $K = 2,13 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,10$  /106/

Wynika stąd, że pory próbek spiekanych przez 30 min kształtem swoim nieco odbiegają od sferycznego. Z porównania równań /106/, /105/ i /104/ widać, że wydłużenie czasu spiekania od 15 min do 30 min spowodowało znaczną sferoidyzację porów a szczególnie w próbkach spiekanych w temperaturze 1223 K. Podobnie jak poprzednie równanie, równanie /87/, dla temperatury 303 K, można zapisać w postaci

$$E = 1,27 /1 - 2,21 P/,$$

skąd  $K = 2,21 \longrightarrow \frac{a}{c} = 1,09$  /107/

Tak więc średni por tej grupy próbek kształtem również nieco odbiega od sferycznego i to pomimo znacznego zwiększenia czasu spiekania. Należy uwzględnić jednak, że w grupie próbek spiekanych przez 60 min, znajdują się próbki spiekane w temperaturze 1173 K i to właśnie one mogą powodować wzrost współczynnika koncentracji naprężeń.

Z tego względu dodatkowo została przeanalizowana zależność  $E = f/P/$  przy  $T = \text{const.}$  dla próbek spiekanych w temperaturze 1223 K lub 1273 K przez 60 min. Otrzymano następujące zależności

$$E = -0,02259 P + A/ \times 10^{11} / \text{Pa}/ \quad /108/$$

gdzie

$$A = -0,5598 \times 10^8 T + 1,413995 \times 10^{11} [\text{Pa}] \quad /109/$$

W temperaturze  $T = 303 \text{ K}$  równanie /108/ można przekształcić do postaci

$$E = 1,24 /1 - 1,82' P/ \quad /110/$$

Z porównania równań /107/ i /110/ wynikają następujące wnioski:

1. Próbkę spiekane w temp. 1173 K przez 60 min mają pory niesferyczne
2. Wzrost czasu spiekania od 30 min do 60 min powoduje dalszą sferoidyzację porów oraz zmniejszenie wsp. koncentracji naprężeń
3. Wsp. koncentracji naprężeń zależy nie tylko od stosunku osi poru  $\frac{a}{c}$  lecz i od innych parametrów mikrostruktury
4. Temperatura spiekania ma większy wpływ na własności spieków niż czas spiekania.

Zmiany mikrostruktury, które w równaniach  $E = f/P/$  objawiają się zmianami wartości współczynnika  $-k-$  odzwierciedlają się również w równaniach  $E = f/T/$  /stałe  $-A-$  i  $-B-/$ . Stałe te zależą od porowatości próbek i jak zostało wykazane można je przedstawić w postaci  $A = a + b P$  i  $B = c + dP$ . Współczynniki  $-b-$  i  $-d-$  są bezpośrednio związane z wielkością porowatości. Natomiast współczynniki  $-a-$  i  $-c-$  zawierają w sobie informacje o mikrostrukturze próbki. Dokładna inter-

pretacja znaczenia tych współczynników jest utrudniona ze względu na duże trudności z dokładnym ich wyznaczeniem, przy małej ilości próbek, jest to szczególnie istotne przy określeniu współczynnika  $-B-$ . Spowodowane to jest przede wszystkim zbyt małą dokładnością określenia rzeczywistej temperatury próbki. W tym celu wprowadzono zmiany w układzie podpierania próbki. Mianowicie, jedna z trzech podpór wykorzystana została jako dodatkowa termopara. Do badań kontrolnych wybrano trzy próbki po operacji III prasowanie i spiekanie i jedną próbkę z miedzi polikrystalicznej o czystości 99,99%. Wybrane próbki poddane zostały badaniom histerezy w zakresie temperatur 113 K - 473 K. Uzyskane wyniki przedstawione są na rys.27, 28 a analiza statystyczna w zał. 3.

Z porównania rys. 27, 28 i rys. 17 i 21 oraz załączników 1, 2, 3 widać znaczne polepszenie dokładności pomiarów.

## 7. Wnioski

1. Zależność modułu Younga od porowatości opisuje równanie  $E = A + BP$ . Stała  $-A-$  zależy od temperatury pomiaru  $-T-$  i określa ją wzór  $A = a + bT$ . Wartości współczynników  $-a-$  i  $-b-$  zależą od warunków spiekania/temperatura, czas/. Stała  $-B-$  zależy od mikrostruktury próbek.

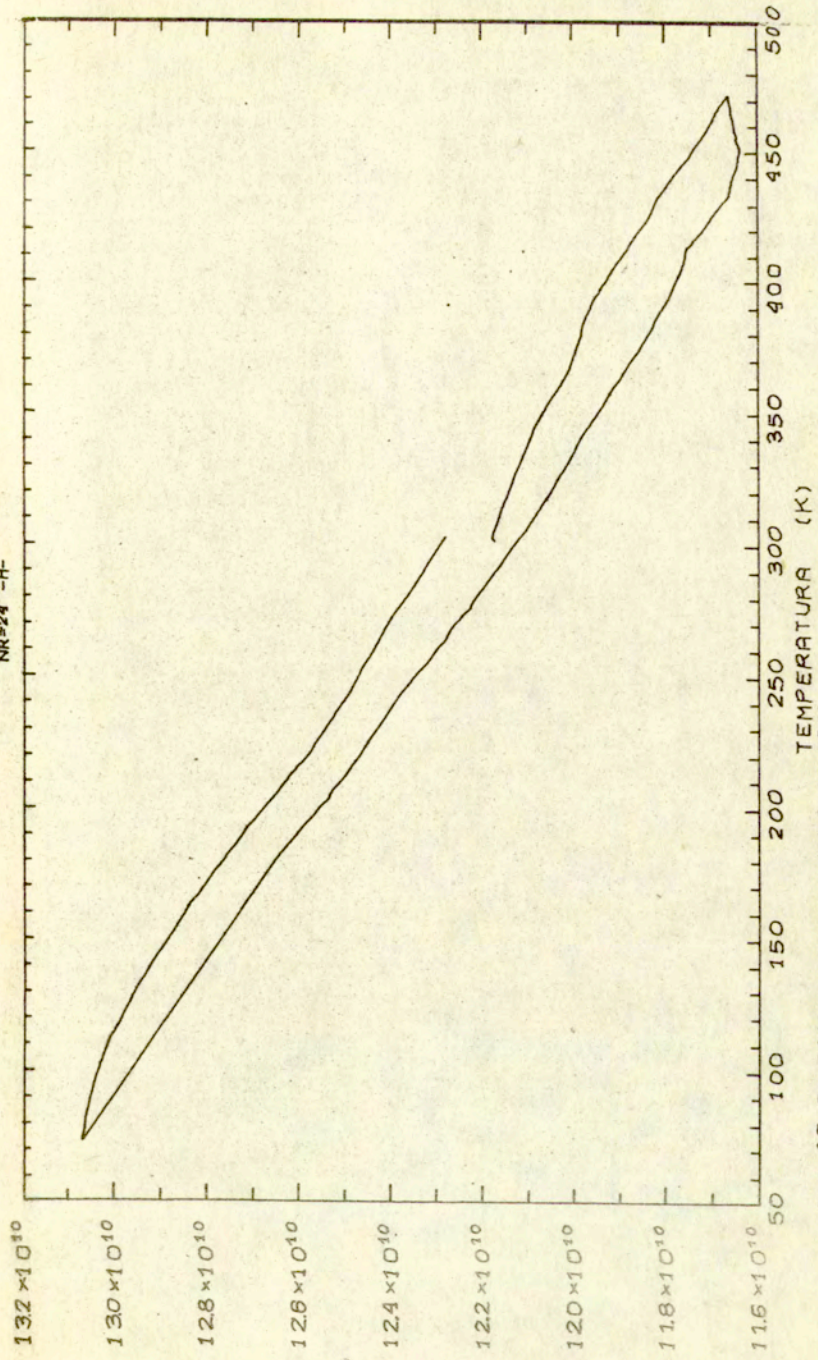
.. Zależność modułu Younga od temperatury jest liniowa,  $E = A + BT$ . Stałe  $-A-$ ,  $-B-$  są funkcjami porowatości  $A = a + bP$  i  $B = c + dP$ . Wartości współczynników  $-b-$ ,  $-d-$  zależą od warunków spiekania. Współczynniki  $-a-$  i  $-c-$  zależą od warunków spiekania i od mikrostruktury próbek. Wpływ mikrostruktury próbek jest większy na stałą  $-B-$  niż  $-A-$ .

3. Zależność stałej Poissona od porowatości opisuje równanie  $\nu = A + BP$ , gdzie  $-A-$  zależy od temperatury pomiaru. Badając związek  $\nu = f/P$  nie stwierdzono zależności  $-\nu-$  od mikrostruktury.

4. Zależność  $\nu = f/T$  opisuje równanie  $\nu = A + BT$  gdzie stałe  $-A-$  i  $-B-$  są funkcjami porowatości,  $A = a + bP$  i  $B = c + dP$ . Współczynnik  $-C-$  zależy od mikrostruktury próbek.

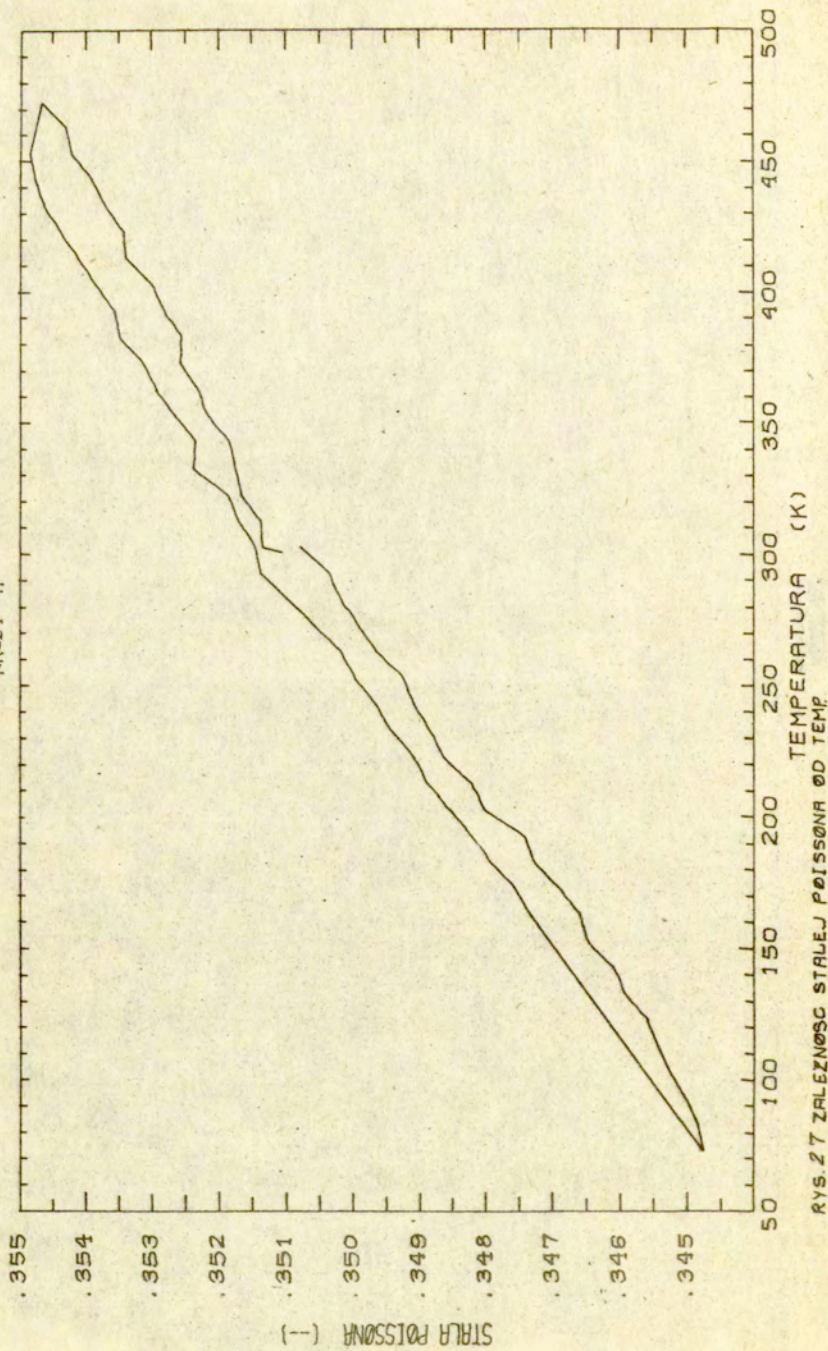


RO=6.763  
NR=24 -H-



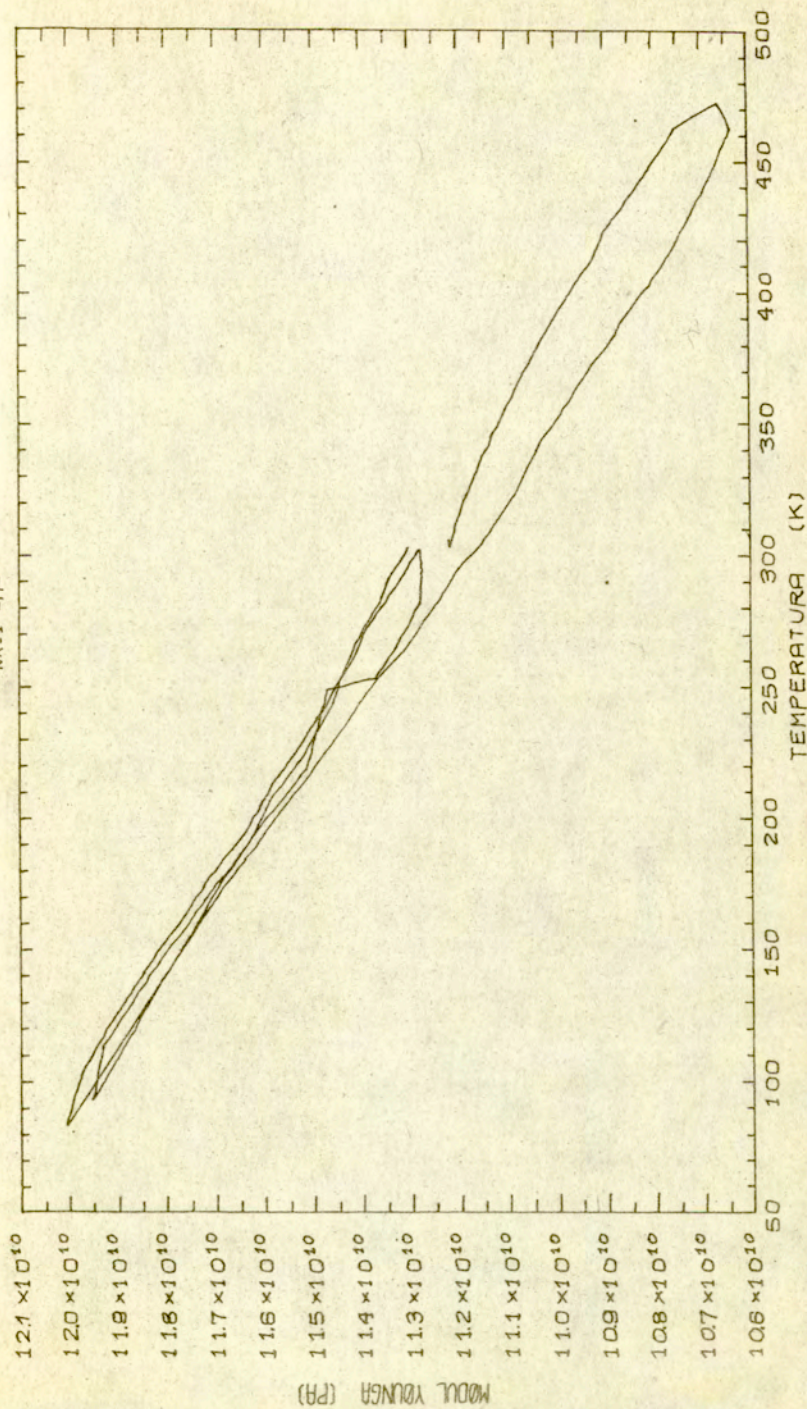
RYŚ. 27 ZALEŻNOŚĆ MODUŁU YOUNGA OD TEMP.

80-8.783  
NR-24 -H-



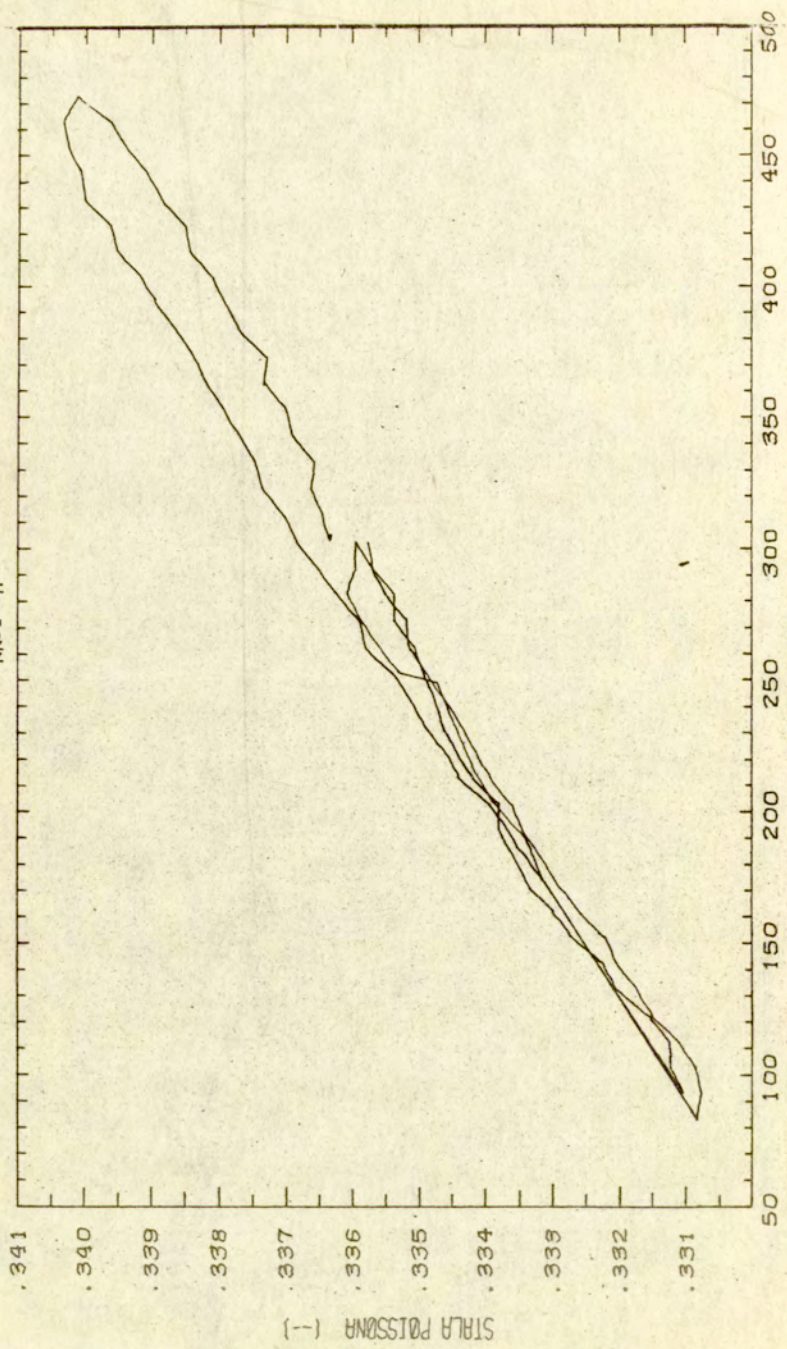
RY. 27 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP

R056.559  
NR-1 -H-



rys. 2.8 ZALEZNOŚĆ MODULU YOUNGA OD TEMP.

R0=8,559  
NR=1 -H-



RYC.28 ZALEZNOŚĆ STALEJ POISSONA OD TEMP.

5. Każda kolejna operacja /II i III/ prasowania i spiekania powoduje nie tylko zmniejszenie porowatości /rys. 16/ lecz zmienia również mikrostrukturę spieków. Powoduje to zmianę /zwiększenie/ współczynnika koncentracji naprężeń. Przyczyną tego nie jest zmiana kształtu porów  $\frac{a}{c}$  /lecz inne zmiany mikrostruktury np. wzrost liczby mikroszczelin, wzrost liczby mikroniejednorodności.

6. Wydłużenie czasu spiekania powoduje sferoidyzację porów oraz zmniejszenie <sup>wsp.</sup> koncentracji naprężeń /nawet może być  $K < 2$ /.

7. Wzrost wsp. koncentracji naprężeń -k- wraz ze wzrostem temperatury próbki powodowany jest pojawiającymi się naprężeniami cieplnymi a nie zmianą geometrii poru.

8. Temperatura spiekania ma większy wpływ na własności spieków niż czas spiekania.

9. Próbki spiekane w temp. 1173 K przez 60 min i w temperaturze 1223 przez 15 min lub 30 min mają pory niesferyczne.

## Literatura

1. Bailey J.E., Hill N.A., Effect of Porosity and Micro-structure on the Mechanical Properties of Ceramics, Proc. Brit.Ceram.Soc., No 15, p. 15-35, 1970.
2. Bernsztejn M.L., Zajmowski W.A., Struktura i własności mechaniczne metali, WNT Warszawa, 1973.
3. Buch A., Własności mechaniczne czystych metali, WNT Warszawa, 1968.
4. Buch A., Switek W., Wpływ szeregu czynników na współczynniki sprężystości metali, Mat.III Krajowej Konferencji Wytrzymałościowej, SiMP-WAT 3-406-1963.
5. Eshelby J.D., The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, Proc.Roy.Soc. A 241, 376, 1957.
6. Guliajew A.P. Metałłowiedienije, Metallurgia, Moskwa 1977.
7. Hashin Z., The Elastic Moduli of heterogeneous materials, J.Appl.Mech., 29, 1, 143-150, 1962.
8. Hasselman P.P., Fulrath R.M., Micromechanical Stress Concentration in two Phase Brittle - Matrix Composites, J.Amer.Ceram.Soc. 50 /8/, 393-404, 1967.
9. Hul D., Dyslokacje, PWN Warszawa, 1982.
10. Dzielniak R., Pilecki Sz., Pomiaru stałych sprężystych i tarcia wewnętrznego metodą rezonansu akustycznego, Mat.Konf. Elektryczne i akustyczne metody badań materiałów Jabłonna 1982.
11. Kittel C., Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN Warszawa, 1976.
12. Kreher W., Ranachowski J., Rejmund F., Fale ultradźwiękowe w ceramice z niesferycznymi porami, Archiwum Akustyki, 12, 3, 251-261, 1977.
13. Mackenzie J.K., The elastic constants of a solid containing spherical holes, Proc.Phys.Soc. 863,2,1950.

14. Ney J.F., Własności fizyczne kryształów, PWN, Warszawa 1962.
15. Piekarczyk J., Hennicke H., Pampuch R., Wyznaczanie stałych sprężystości porowatego ferrytu cynku, Archiwum Nauki o materiałach, 4, 2, 1, 79-90, 1983.
16. Pilecki Sz., Jemielniak R., Badanie tarcia wewnętrznego metali odkształconych plastycznie, w przedziale temperatur od azotowych do 230<sup>o</sup> C, Mat.Konf. Elektryczne i akustyczne metody badań materiałów, Jabłonna 1983.
17. Ranachowski J., Elektroceramika - własności i badania, PWN, Warszawa-Poznań, 1982.
18. Rossi R.C., Prediction of the Elastic Moduli of Composites, J.Amer.Soc., 51, 234-37, 1968.
19. Rutkowski Wł., Projektowanie właściwości i wyrobów spiekanych z proszków i włókien, PWN, Warszawa, 1977.
20. Ryll-Nardzewski J., Zastosowanie właściwości rezonansowych płyt kołowych do wyznaczania stałych sprężystości. Prace IPPT 44/1973.
21. Szulze G., Fizyka metali, PWN Warszawa, 1982.
22. Widerhorn S.M., Fracture of ceramics- Mechanical and Thermal Properties of Ceramics, Proc. of a Symp.National Buerau of Standards Special Publication, 303,217, 1968.

Analiza statystyczna wyników z pomiarów  $E=f(T)$  dla próbek po op. II, III pras i spiek.

Porowatość $P$ [%]	Liczba wyników	Równanie $E=A+BT$ [ $\times 10^{11}$ Pa] [ $\times 10^8$ Pa/deg]	Wartości średnie		Wsp. korelacji $r$	Poziom prawdop. $\alpha$	Wariancja $S^2/E$ [ $\times 10^{20}$ Pa <sup>2</sup> ]	Błąd standardowy	
			temp. $T$ [K]	modułu Younga [ $\times 10^{11}$ Pa]				średn. wartość. [ $\times 10^{10}$ Pa]	wsp. nachylenia prost. [ $\times 10^8$ Pa]
3,28	43	$E = -0,52614 T + 1,3417$	283,79	1,1924	-0,972	0,001	0,0223	0,0228	0,0198
3,30	39	$E = -0,51731 T + 1,3383$	293,51	1,1864	-0,980	0,001	0,0149	0,0195	0,0174
3,44	39	$E = -0,51834 T + 1,3293$	279,08	1,1846	-0,976	0,001	0,0193	0,0223	0,0191
3,61	42	$E = -0,52906 T + 1,3498$	293,19	1,1947	-0,979	0,001	0,0176	0,0205	0,0175
3,66	39	$E = -0,53153 T + 1,3328$	288,36	1,1795	-0,974	0,001	0,0185	0,0218	0,0201
3,95	38	$E = -0,51892 T + 1,3045$	292,58	1,1527	-0,977	0,001	0,0176	0,0215	0,0189
3,99	41	$E = -0,49184 T + 1,3103$	278,78	1,1732	-0,968	0,001	0,0221	0,0232	0,0204



4,57	43	E = -0,50723 T+ 1,3153	303,72	1,1612	-0,978	0,001	0,0187	0,0209	0,0168
4,94	40	E = -0,54193 T+ 1,3173	283,45	1,1637	-0,966	0,001	0,0272	0,0261	0,0235
5,34	45	E = -0,48671 T+ 1,2647	307,4	1,1151	-0,973	0,001	0,0215	0,0219	0,0175
5,73	39	E = -0,45466 T+ 1,2541	283,21	1,1253	-0,970	0,001	0,0173	0,0211	0,0188
6,28	43	E = -0,43668 T+ 1,2298	315,65	1,0919	-0,964	0,001	0,0247	0,024	0,0189
6,71	38	E = -0,45949 T+ 1,1921	288,16	1,0537	-0,978	0,001	0,012	0,0178	0,0162
9,16	39	E = -0,45993 T+ 1,1431	288,62	1,0103	-0,965	0,001	0,0194	0,0223	0,0207
1,98	39	E = -0,52089 T+ 1,3773	283,13	1,2298	-0,975	0,001	0,019	0,0221	0,0196
2,21	36	E = -0,50324 T+ 1,3870	293,47	1,2393	-0,967	0,001	0,008	0,0149	0,0138
2,56	39	E = -0,52231 T+ 1,3835	288,08	1,2331	-0,970	0,001	0,0214	0,0234	0,0217
2,65	37	E = -0,51872 T+ 1,3820	288,35	1,2324	-0,982	0,001	0,0128	0,0186	0,0168

2,89	36	E = -0,47992 T+ 1,3504	293,53	1,2095	-0,975	0,001	0,0149	0,203	0,0188
3,00	39	E = -0,49358 T+ 1,3452	283,28	1,2054	-0,974	0,001	0,0174	0,0212	0,0189
3,15	38	E = -0,50925 T+ 1,3681	283,34	1,2238	-0,976	0,001	0,0175	0,0215	0,0189
3,58	36	E = -0,50878 T+ 1,3394	293,53	1,1898	-0,981	0,001	0,0126	0,0187	0,0173
4,48	36	E = -0,46698 T+ 1,2590	293,39	1,1220	-0,991	0,001	0,0005	0,0118	0,0109

Analiza statystyczna wyników z pomiarów  $\gamma = f(T)$  dla próbek po operacji II, III pras. i spiek.

Porowatowość $P$ [%]	Liczba wyników	Równanie $\gamma = A + BT$ $[B \times 10^{-4}]$	Wartość średnia		Wsp. korelacji $-r-$	Poziom prawdop. $\alpha$	Wariancja $S^2/\nu$ $[K \times 10^{-5}]$	Błąd standardowy średniej wart. $S/\nu$ $[K \times 10^{-5}]$	Wsp. nachylenia prostych $S/B$ $[K \times 10^{-6}]$
			temp. T [K]	stałej Poissona					
3,28	43	$\gamma = 0,41018 T + 0,33076$	283,79	0,3424	0,941	0,001	0,302	0,265	0,23
3,30	39	$\gamma = 0,47208 T + 0,32727$	293,51	0,34113	0,932	0,001	0,445	0,338	0,301
3,44	39	$\gamma = 0,41543 T + 0,33043$	279,08	0,34202	0,934	0,001	0,36	0,304	0,26
3,61	42	$\gamma = 0,4256 T + 0,33691$	293,19	0,35139	0,933	0,001	0,368	0,304	0,26
3,66	39	$\gamma = 0,41642 T + 0,32925$	288,36	0,34125	0,949	0,001	0,237	0,246	0,228
3,95	38	$\gamma = 0,43464 T + 0,33134$	292,58	0,34406	0,920	0,001	0,467	0,351	0,308
3,99	41	$\gamma = 0,415 T + 0,32686$	278,78	0,33843	0,941	0,001	0,303	0,272	0,239
4,57	43	$\gamma = 0,38683 T + 0,33231$	303,72	0,34405	0,945	0,001	0,287	0,258	0,209
4,94	40	$\gamma = 0,4331 T + 0,32437$	283,45	0,33665	0,926	0,001	0,404	0,318	0,266
5,34	45	$\gamma = 0,37622 T + 0,32908$	307,4	0,34064	0,929	0,001	0,367	0,266	0,228

5,73	39	$\gamma = 0,36922$ $0,33205$	T+	283,21	0,34307	0,917	0,001	0,382	0,313	0,279
6,28	43	$\gamma = 0,32003$ $0,32717$	T+	315,65	0,33727	0,944	0,001	0,214	0,223	0,175
6,71	38	$\gamma = 0,34714$ $0,32188$	T+	288,16	0,33188	0,961	0,001	0,126	0,182	0,167
9,16	39	$\gamma = 0,39443$ $0,32358$	T+	288,62	0,33496	0,939	0,001	0,258	0,257	0,238
1,98	39	$\gamma = 0,35611$ $0,34090$	T+	283,13	0,35098	0,973	0,001	0,0955	0,156	0,139
2,21	36	$\gamma = 0,36459$ $0,33732$	T+	293,47	0,34802	0,990	0,001	0,0342	0,0975	0,0902
2,56	39	$\gamma = 0,36802$ $0,33365$	T+	288,08	0,34426	0,971	0,001	0,0999	0,16	0,148
2,65	37	$\gamma = 0,36583$ $0,33458$	T+	288,35	0,34513	0,984	0,001	0,0561	0,123	0,111
2,89	36	$\gamma = 0,33869$ $0,33870$	T+	293,53	0,34864	0,976	0,001	0,0694	0,139	0,129
3,00	39	$\gamma = 0,36645$ $0,34538$	T+	283,28	0,35576	0,976	0,001	0,089	0,151	0,135
3,15	38	$\gamma = 0,36263$ $0,33368$	T+	283,34	0,34395	0,976	0,001	0,0887	0,153	0,134
3,58	36	$\gamma = 0,35235$ $0,33535$	T+	293,53	0,34569	0,984	0,001	0,0514	0,12	0,111
4,48	36	$\gamma = 0,32734$ $0,32705$	T+	293,39	0,33665	0,993	0,001	0,0187	0,0721	0,0666

Analiza statystyczna wyników z pomiarów  $E = f / T$  dla próbek spiekanych w różnych warunkach.

Warunki spiekania	Liczba wyników	Porowatość $P$ [%]	Równanie $E = A + BT$ $[A \times 10^{11} Pa]$ $[B \times 10^8 Pa/deg]$	Wartości średnie		Wsp. korelacji	Poziom podobieżstwa	Wariancja	Błąd standard.	
				Temperatura $T$ [K]	Modułu Younga $E$ [ $\times 10^{11} Pa$ ]				śred. wart. $S/E$	wsp. nachylenia prostych $S/B$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
900°C 60 min	37	3,36	$E = -0,48385T + 1,364$	302,41	1,2176	-0,984	0,001	0,927	0,158	0,147
900°C 60 min	41	3,30	$E = -0,4447T + 1,2978$	313,32	1,1585	-0,988	0,001	0,721	0,133	0,112
900°C 60 min	42	3,43	$E = -0,49275T + 1,359$	307,79	1,2073	-0,984	0,001	1,22	0,171	0,141
950°C 15 min	35	4,65	$E = -0,50619T + 1,3572$	298,14	1,2062	-0,986	0,001	0,856	0,156	0,148
950°C 15 min	41	4,43	$E = -0,46195T + 1,2906$	298,41	1,1528	-0,986	0,001	0,984	0,155	0,127
950°C 15 min	41	4,39	$E = -0,4671T + 1,2895$	303,34	1,1478	-0,987	0,001	0,823	0,142	0,120

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
950°C 30 min	42	4,12	E=-0,41464T + 1,2556	298,36	1,1319	-0,99	0,001	0,0742	0,042	0,0348
950°C 30 min	45	4,13	E=-0,45904T + 1,2862	303,38	1,1469	-0,992	0,001	0,624	0,118	0,091
950°C 30 min	42	4,09	E=-0,45876T + 1,2673	308,07	1,1259	-0,991	0,001	0,583	0,118	0,0972
950°C 45 min	36	3,55	E=-0,45787T + 1,3035	303,331	1,646	-0,985	0,001	0,819	0,151	0,136
950°C 45 min	42	3,72	E=-0,47474T + 1,3171	308,29	1,1707	-0,987	0,001	0,894	0,146	0,121
950°C 60 min	40	3,65	E=-0,49191T + 1,3124	298,13	1,1658	-0,988	0,001	0,850	0,146	0,126
950°C 60 min	38	3,55	E=-0,47489T + 1,3052	288,32	1,1683	-0,984	0,001	0,958	0,159	0,145
950°C 60 min	38	3,75	E=-0,45435T + 1,2877	288,58	1,1566	-0,979	0,001	1,12	0,172	0,158
950°C 120 min	37	3,72	E=-0,44196T + 1,2724	288,38	1,145	-0,985	0,001	0,768	0,144	0,130

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
950°C 120 min	40	4,65	E=-0,45149T + 1,2817	318,13	1,1381	-0,991	0,001	0,492	0,111	0,0961
1000°C 15 min	33	5,42	E=-0,44096T + 1,2563	323,15	1,1138	-0,988	0,001	0,469	0,119	0,125
1000°C 15 min	42	4,84	E=-0,45151T + 1,2374	302,95	1,1206	-0,979	0,001	1,27	0,174	0,149
1000°C 15 min	41	5,20	E=-0,41585T + 1,2401	307,54	1,1122	-0,985	0,001	0,710	0,132	0,115
1000°C 30 min	37	6,42	E=-0,42729T + 1,2125	293,19	1,0872	-0,988	0,001	0,553	0,122	0,115
1000°C 30 min	38	6,83	E=-0,43404T + 1,1942	288,34	1,0691	-0,987	0,001	0,653	0,131	0,120
1000°C 30 min	39	6,20	E=-0,4149T + 1,2029	283,38	1,0853	-0,986	0,001	0,633	0,127	0,114
1000°C 60 min	38	8,12	E=-0,4172T + 1,182	302,84	1,0557	-0,890	0,001	0,396	0,102	0,0969
1000°C 60 min	38	4,89	E=-0,45831T + 1,2731	313,92	1,1292	-0,991	0,001	0,549	0,120	0,106

Analiza statystyczna wyników z pomiarów  $v = f(T)$  dla próbek splekanych w różnych warunkach.

Warunki splekania	Liczba wyników	Porowatość $P$ [%]	Równanie $v = A + B T$	Wartości		Wsp. korelacji $r$	Poziom podobieństwa	Wariancja $S^2/v$ [ $\times 10^{-6}$ ]	Błąd standard.	
				Średnie temperatury $\bar{T}$ [K]	stałej Poissona $\gamma$				śred. wart. $S/v$ [ $\times 10^{-3}$ ]	wsp. nachylenia prostych $S/B$ [ $\times 10^{-5}$ ]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
500°C 60 min	37	3,36	$v = 0,35603 T + 0,3900$	302,41	0,34077	0,974	0,001	0,832	0,150	0,139
900°C 60 min	41	3,30	$v = 0,32506 T + 0,32649$	313,32	0,33667	0,989	0,001	0,550	0,0924	0,0782
900°C 60 min	42	3,43	$v = 0,36725 T + 0,32682$	307,79	0,33992	0,984	0,001	0,695	0,129	0,106
950°C 15 min	35	4,65	$v = 0,35022 T + 0,3281$	298,14	0,33854	0,987	0,001	0,372	0,103	0,0978
950°C 15 min	41	4,43	$v = 0,34227 T + 0,32776$	298,41	0,33798	0,986	0,001	0,537	0,114	0,0935
950°C 15 min	41	4,39	$v = 0,33841 T + 0,32764$	303,34	0,3379	0,990	0,001	0,327	0,0893	0,0756



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
950°C 30 min	42	4,27	$V=0,29975 T + 0,32965$	298,36	0,3386	0,999	0,001	0,0041	0,00543	0,00424
950°C 30 min	45	4,13	$V=0,33002 T + 0,33019$	303,38	0,34020	0,994	0,001	0,243	0,0735	0,0567
950°C 30 min	42	4,09	$V=0,34443 T + 0,31979$	308,07	0,3304	0,991	0,001	0,336	0,0895	0,0738
950°C 45 min	36	3,55	$V=0,33153 T + 0,33107$	303,33	0,34113	0,988	0,001	0,364	0,101	0,0905
950°C 45 min	42	3,72	$V=0,33449 T + 0,32829$	308,29	0,33861	0,986	0,001	0,478	0,107	0,0882
950°C 60 min	40	3,65	$V=0,35599 T + 0,3305$	298,13	0,34112	0,987	0,001	0,459	0,107	0,0928
950°C 60 min	38	3,55	$V=0,34329 T + 0,32859$	288,32	0,33848	0,983	0,001	0,512	0,116	0,106
950°C 60 min	38	3,75	$V=0,32457 T + 0,32808$	288,58	0,33745	0,981	0,001	0,520	0,117	0,107
950°C 120 min	37	3,72	$V=0,31952 T + 0,32717$	288,38	0,33638	0,988	0,001	0,323	0,0934	0,0842

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
950°C 120 min	40	4,65	$y=0,34982T + 0,52242$	318,13	0,33355	0,982	0,001	0,636	0,126	0,109
1000°C 15 min	33	5,42	$y=0,29512T + 0,35057$	323,15	0,34011	0,962	0,001	0,677	0,143	0,150
1000°C 15 min	42	4,84	$y=0,33333T + 0,32729$	302,95	0,35739	0,982	0,001	0,576	0,117	0,100
1000°C 15 min	41	5,20	$y=0,34325T + 0,32553$	307,54	0,33516	0,980	0,001	0,566	0,117	0,103
1000°C 30 min	37	6,42	$y=0,33695T + 0,51476$	293,19	0,3247	0,981	0,001	0,549	0,122	0,114
1000°C 30 min	38	6,83	$y=0,3445T + 0,29689$	288,34	0,30682	0,971	0,001	0,906	0,154	0,144
1000°C 30 min	39	6,20	$y=0,31071T + 0,51656$	283,38	0,32536	0,984	0,001	0,416	0,103	0,0921
1000°C 60 min	38	8,12	$y=0,33861T + 0,29566$	302,84	0,30592	0,965	0,001	0,982	0,161	0,153
1000°C 60 min	38	4,89	$y=0,32374T + 0,52439$	313,92	0,33456	0,992	0,001	0,233	0,0784	0,0688

Porównanie	Liczba wyników	Równanie $\chi = A + BT$ $[B \times 10^{-9}]$	Wartości śred.		Wsp. korelacji -r-	Poziom prawdopodobieństwa	Wariancja $s^2/\chi$ $[ \times 10^{-9} ]$	Błąd standardowy	
			Temp. $\bar{T}$ [K]	Stała Poissona $\chi$				średn. wartości	wsp. nachylenia prostych
4,47	104	= 0,24624T + 0,32878	269,46	0,33542	0,984	0,001	0,204	0,443	0,439
2,56	123	= 0,24253T + 0,3371	328,88	0,34508	0,959	0,001	0,620	0,710	0,655
1,97	71	= 0,26716T + 0,34275	285,55	0,350038	0,990	0,001	0,172	0,492	0,463
Cu	74	= 0,33959 T 0,3991	292,61	0,41831	0,985	0,001	0,439	0,770	0,706

Porównanie P/°	Liczba wyników	Równanie	Wartości śred.		Wsp. Korelacji	Poziom prawdopodob.	Wariancja	Błąd standardowy	
			Temp.	Moduł Younga				średniej wartości	wsp. nachylenia prostych
4,48	104	$E = A + BT$ $[A \times 10^{11} Pa]$ $[B \times 10^8 \frac{Pa}{deg}]$	$\bar{T}$ $[K]$	$\bar{E}$ $[ \times 10^{11} Pa ]$	-r-	0,001	$S^2/E$ $[ \times 10^{10} Pa ]$	$S/E$ $[ \times 10^8 Pa ]$	$S/B$ $[ \times 10^6 \frac{Pa}{deg} ]$
2,56	123	$E = -0,35644T + 1,2320$	269,46	1,1359	-0,992	0,001	0,213	0,452	0,448
1,98	71	$E = -0,36467T + 1,3375$	328,88	1,2176	-0,979	0,001	0,684	0,745	0,688
Cu	74	$E = -0,38531T + 1,3387$ $1,4772$	285,55	1,2287	-0,986	0,001	0,481	0,823	0,776
			292,61	1,2471	-0,975	0,001	1,06	1,19	1,09

Temp. wyników	Liczba wyników	Równanie $E = aP + A_T$	Wartości średnie		Wsp. Korelacji $r$	Poziomy prawdop.	Wariancja $s^2/E$	Błąd standardowy	
			Porowatości $P$	Modułu Younga $E$				średniej wartości $s/E$	Wsp. nach. prostych $s/a$
113K	20	$E = -0,0335P + 1,375667$	4,29	1,232164	-0,964	0,001	$228 \times 10^{-6}$	$3,38 \times 10^{-3}$	$2,04 \times 10^{-3}$
303K	24	$E = -0,0335P + 1,285357$	4,1	1,148178	-0,970	0,001	$228 \times 10^{-6}$	$3,09 \times 10^{-3}$	$1,93 \times 10^{-3}$
473K	24	$E = 0,0335P + 1,218195$	4,1	1,081016	-0,964	0,001	$228 \times 10^{-6}$	$3,09 \times 10^{-3}$	$1,93 \times 10^{-3}$

Analiza statyst.równań  $E = aP + C_T$  dla próbek po operacji: II, III pras.1 epiekanie

Tem- pera- tura	Licz- bny wyni- ków	.Równanie $E=aP+C_T$	Wartości średnie		Wsp. korela- cji -r--	Poziom prawdop.	Wariancja $S^2/EI$ [ $\times 10^{22} Pa^2$ ]	Błąd standardowy	
			porowa tości $\bar{P}$ [%]	Modułu Younga $\bar{E}$ [ $\times 10^{11} Pa$ ]				średniej wartości $S/EI$ [ $\times 10^{11} Pa$ ]	Wsp.nach. prostych $S/a$ [ $\times 10^{11} Pa$ ]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
113K	14	$E=-0,0315P +$ $+1,367261$	4,85	1,214443	-0,971	0,001	$174 \times 10^{-6}$	$3,53 \times 10^{-3}$	$2,18 \times 10^{-3}$
303K	15	$E=-0,0315P +$ $+1,269545$	4,79	1,118742	-0,978	0,001	$174 \times 10^{-6}$	$3,41 \times 10^{-3}$	$2,16 \times 10^{-3}$
473K	15	$E=-0,0315P +$ $1,210134$	4,79	1,059331	-0,965	0,001	$174 \times 10^{-6}$	$3,41 \times 10^{-3}$	$2,16 \times 10^{-3}$
113K	6	$E=-0,0437P +$ $+1,403154$	2,97	1,273515	-0,915	0,02	$255 \times 10^{-6}$	$6,52 \times 10^{-3}$	$8,46 \times 10^{-3}$
123K	9	$E=-0,0437P +$ $+1,402409$	2,94	1,274079	-0,915	0,001	$255 \times 10^{-6}$	$5,32 \times 10^{-3}$	$7,52 \times 10^{-3}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
303K	9	$E = -0,0437P + 1,325567$	2,94	1,197238	-0,911	0,001	$255 \times 10^{-6}$	$5,32 \times 10^{-3}$	$7,52 \times 10^{-3}$
473K	9	$E = -0,0437P + 1,245487$	2,94	1,117158	-0,920	0,001	$255 \times 10^{-6}$	$5,32 \times 10^{-3}$	$7,52 \times 10^{-3}$

Tabela 3

Analiza statystyczna wsp. A, B z równania  $E = A + BT$ 

Równanie $y = aP + b$	Liczba wyni- ków	Wartości średnie		Wsp. kore- lacji	Poziom prawdop.	Wariacja $s^2/y$ [Pa <sup>2</sup> ]	Błąd standardowy	
		$\bar{P}$	$\bar{y}$				$s/y$	$s/a$
$A = -0,0367P + 1,464402$	23	4,11	1,313696	0,965	0,001	$286 \times 10^{16}$	$3521 \times 10^5$	$2144 \times 10^5$
$B = 0,0156P - 0,57301$	14	4,85	0,49855	0,761	0,01	$413 \times 10^{12}$	$5431 \times 10^3$	$3361 \times 10^3$
$B = 0,0156P - 0,55384$	9	2,94	0,50274	0,681	0,05	$413 \times 10^{12}$	$6475 \times 10^3$	$9565 \times 10^3$

Tab.4

Analiza statyst. równań  $\mathcal{V} = aP + F_T$  dla próbek po op. II, III pras. i epiekanie

Temp	Licz wyników	Równanie $\mathcal{V} = aP + F_T$	Wartości śred.		Wsp. Korelacji $-r_{-}$	Poziom prawdp.	Wariancja $s^2/\mathcal{V}$	Błąd standardowy	
			poro wat. $P[\%]$	stałej Poissona $\bar{\mathcal{V}}$				średniej wartości $s/\mathcal{V}$	Wsp.nach. prostych $s/a$
-	77	$\mathcal{V} = -0,0023P + 0,353216$	4,01	0,34389	-0,502	0,001	$41 \times 10^{-6}$	$7,32 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-4}$
113K	20	$\mathcal{V} = -0,0024P + 0,346824$	4,29	0,336574	-0,669	0,01	$18 \times 10^{-6}$	$9 \times 10^{-4}$	$6 \times 10^{-4}$
303K	24	$\mathcal{V} = -0,0024P + 0,35548$	4,1	0,345682	-0,647	0,001	$18 \times 10^{-6}$	$8,66 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-4}$
473K	24	$\mathcal{V} = -0,0024P + 0,355873$	4,1	0,348932	-0,745	0,001	$18 \times 10^{-6}$	$8,66 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-4}$



Tabela 5

Nr Próbk1 NR = 9 Gęstość RO =  $\underline{8.6518+03}$  KG/M3

Nr kol.	Temp. C	Temp. K	Stała Poissona	Moduł Younga W [E - OMPA]
1	2	3	4	5
1	- 190.0	83.0	0.336058	1.257421E + 12
2	- 180.0	93.0	0.336058	1.257421E + 12
3	- 170.0	103.0	0.336169	1.257408E + 12
4	- 160.0	113.0	0.335816	1.257730E + 12
5	- 150.0	123.0	0.335855	1.257165E + 12
6	- 140.0	133.0	0.335797	1.256724E + 12
7.	- 130.0	143.0	0.335981	1.255974E + 12
8.	- 120.0	153.0	0.335990	1.255190E + 12
9	- 110.0	163.0	0.336116	1.254000E + 12
10	- 98.0	175.0	0.336262	1.252528E + 12
11	- 88.0	185.0	0.336470	1.251106E + 12
12	- 80.0	193.0	0.336606	1.249135E + 12
13	- 70.0	203.0	0.336869	1.245980E + 12
14	- 59.0	214.0	0.337241	1.240645E + 12
15	- 50.0	223.0	0.337878	1.233459E + 12
16	- 40.0	233.0	0.338425	1.222603E + 12
17	- 28.0	245.0	0.338863	1.216485E + 12
18	- 10.0	263.0	0.339353	1.209060E + 12
19	0.0	273.0	0.339631	1.204310E + 12
20	10.0	283.0	0.339918	1.200062E + 12
21	25.0	298.0	0.346066	1.158142E + 12

1	2	3	4	5
22	30.0	303.0	0.346171	1.156790E + 12
23	40.0	313.0	0.346224	1.153782E + 12
24	52.0	325.0	0.346292	1.150883E + 12
25	60.0	333.0	0.346737	1.145227E + 12
26	70.0	343.0	0.347388	1.140205E + 12
27	80.0	353.0	0.347520	1.135669E + 12
28	90.0	363.0	0.347987	1.131004E + 12
29	100.0	373.0	0.348064	1.126915E + 12
30	113.0	386.0	0.348184	1.122302E + 12
31	120.0	393.0	0.347329	1.117471E + 12
32	130.0	403.0	0.347064	1.115598E + 12
33	140.0	413.0	0.347127	1.113117E + 12
34	150.0	423.0	0.347197	1.110270E + 12
35	160.0	433.0	0.347193	1.106069E + 12
36	170.0	443.0	0.347526	1.101741E + 12
37	180.0	453.0	0.347610	1.097338E + 12
38	190.0	463.0	0.347724	1.093986E + 12
39	200.0	473.0	0.348030	1.089475E + 12

Tabela 6

Temp.	$E_0 \times 10^{11} \text{ Pa}$	$\nu_0$	$a_E$	Równanie MacKenziego [ $\times 10^{11} \text{ Pa}$ ]
113K	1,330177	0,411627	1,9748	$E=1,33/1 - 1,97 \text{ P/}$
303K	1,230794	0,429438	1,9711	$E=1,23/1 - 1,97 \text{ P/}$
473K	1,191477	0,423541	1,969	$E=1,19/1 - 1,97 \text{ P/}$

Tabela 7

Tempera tura	$E_0$ [ $\times 10^{11} \text{ Pa}$ ]	$\nu_0$	$a_E$	Równanie MacKenziego [ $\times 10^{11} \text{ Pa}$ ]
113 K	1,38	0,346824	1,997	$E = 1,38/ 1 -2 \text{ P/}$
303 K	1,285	0,35548	1,995	$E= 1,28/ 1 -2 \text{ P/}$
473 K	1,218	0,35873	1,994	$E= 1,22/ 1 - 2\text{P/}$

Analiza statystyczna wsp. A = f/T/ w zależności E = A + BP Tabela 9

Równanie A = a + bT [ax10 <sup>-1</sup> Pa] [bx10 <sup>8</sup> Pa/deg]	Liczba wyników	Wartości średnie		wsp. korelacji -r-	Poziom prawdo podob.	Wariancja s <sup>2</sup> /A/ [x10 <sup>10</sup> Pa <sup>2</sup> ]	Błąd standardowy	
		T [K]	A [x10 <sup>11</sup> Pa]				s/A/ [x10 <sup>9</sup> Pa]	s/b/ [x10 <sup>6</sup> Pa/deg]
A = -0,527T + 1,434096	9	300,78	1,275588	-0,993	0,001	0,7569414	0,29	2,3683
A = -0,4815T + 1,389968	9	300,78	1,245155	-0,987	0,001	1,1943317	0,3643	2,9749
A = -0,537T + 1,436734	8	324,25	1,262612	-0,991	0,001	0,8386092	0,3237585	2,9666194
A = -0,5052T + 1,398579	9	300,78	1,246622	-0,999	0,001	0,0098428	0,0330696	0,2700622
A = -0,78066T + 1,604761	9	300,78	1,369955	-0,951	0,001	12,412847	1,174396	9,590479
A = -0,5598T + 1,413995	8	324,25	1,232483	-0,993	0,001	0,704293	0,29671	2,718684

Równanie A = a + bp [a x 10 <sup>11</sup> Pa] [b x 10 <sup>10</sup> Pa/deg]	Liczba wyników		Wartości średnie		wsp. ko-relacji -r-	poziom prawdop.	Wariancja $s^2/A$ [x 10 <sup>18</sup> Pa <sup>2</sup> ]	Błąd standardowy	
	$\bar{P}$ [%]	$\bar{A}$ [x 10 <sup>11</sup> Pa]	$s/\bar{A}$ [x 10 <sup>9</sup> Pa]	s/b1 [x 10 <sup>9</sup> Pa/deg]					
A=-0,3296P + 1,42955	24	4,606	1,277737	-0,838	0,001	7,3437454	0,5531629	0,4577228	
A=-0,2763P + 1,39284	8	5,99	1,227312	-0,929	0,001	1,8101413	0,4756759	0,4496471	
A=-0,3105P + 1,429803	8	4,256	1,29765	-0,894	0,01	7,7143	0,9817	0,6395	
A=-0,3105P + 1,401641	6	5,32	1,23645	-0,966	0,01	7,7143	1,1336	0,964	
A=-0,3105P + 1,431515	6	4,82	1,28185	-0,586	0,3	7,7143	1,1336	2,9757	

Tabela 10

Analiza statystyczna wsp. B = f/P/ zależności E = A + BT

Równanie B = c + dP [c x 10 <sup>8</sup> Pa] [d x 10 <sup>7</sup> Pa]	Liczba wyników	Wartości średnie		Wsp. korelacji -r-	Poziom. prawdopodob. podob.	Wariancja s <sup>2</sup> /B/ [x 10 <sup>14</sup> Pa <sup>2</sup> ]	Błąd standardowy	
		$\bar{P}$ [%]	$\bar{B}$ [x 10 <sup>8</sup> Pa]				s/ B  [x 10 <sup>7</sup> Pa]	s/d [x 10 <sup>7</sup> Pa]
B=-0,51338 + + 0,129 P	24	4,606	-0,4540108	0,620	0,01	0,04238	0,0420214	0,0347706
B=-0,485452 + +0,08839 P	8	5,99	-0,4325087	0,599	0,2	0,2082	0,1613226	0,1524949
B=-0,515065 + + 0,118 P	8	4,256	-0,464746	0,755	0,05	4,4834	0,748618	0,487653
B=0,497554 + + 0,118 P	6	5,32	-0,434778	0,495	0,4	4,4834	0,864429	0,73514
B=-0,514247 + + 0,118 P	6	4,82	-0,45726	0,637	0,2	4,4834	0,864429	2,2692

Analiza statystyczne wsp. A, B z równania  $Y = A + BT$

Tabela 11

Równanie $Y = b \cdot P + a$	Liczba wyników	Wartości średnie		Wsp. korelacji $-r$	Poziom prawdopodob.	Wariancja $S^2/Y$	Błąd standardowy	
		$\bar{P}$ [%]	$\bar{Y}$				$S/Y$	$S/b$
$A = 0,00243P + 0,341796$	23	4,11	0,33182	-0,693	0,001	$185 \times 10^{-7}$	$8,97 \times 10^{-4}$	$5,5 \times 10^{-4}$
$B = -0,01348P + 0,4685/x10^{-4}$	14	4,85	$0,4026 \times 10^{-4}$	-0,956	0,05	$6895 \times 10^{-15}$	$70178 \times 10^{-4}$	$43499 \times 10^{-11}$
$B = -0,01348P + 0,39318/x10^{-4}$	9	2,94	$0,3558 \times 10^{-4}$	-0,675	0,02	$6895 \times 10^{-15}$	$87528 \times 10^{-4}$	$123588 \times 10^{-11}$

S P I S   T R E Ś C I

1. Wstęp
2. Wytrzymałość mechaniczna i moduły sprężystości ośrodków ciągłych i porowatych.
  - 2.1. Wytrzymałość ośrodków ciągłych
  - 2.2. Stałe sprężyste ośrodków ciągłych
  - 2.3. Fizyczne parametry sił wiązania międzyatomowego i ich związek z modułami sprężystości i wytrzymałością mechaniczną.
  - 2.4. Zagadnienie porowatości i jej wpływ na moduły sprężystości
  - 2.5. Niesprężystość
3. Metody dynamiczne wyznaczania własności sprężystych
  - 3.1. Metody pomiaru stałych sprężystości
  - 3.2. Drgania giętne cienkiej płyty kołowej
4. Przygotowanie próbek ze spiekanych proszków miedzi.
5. Wyniki pomiarów modułu Younga i stałej Poissona spieków z proszku miedzi.
  - 5.1. Metodyka wykonywania pomiarów modułów sprężystości
  - 5.2. Wyniki badań stałych sprężystych
    - 5.2.1. Wyniki badań modułu Younga
    - 5.2.2. Wyniki badań stałej Poissona
  - 5.3. Dyskusja otrzymanych wyników
6. Wpływ technologii i mikrostruktury na własności sprężyste.
  - 6.1. Wyniki badań stałych sprężystych
    - 6.1.1. Wyniki badań modułu Younga
  - 6.2. Dyskusja uzyskanych wyników
7. Wnioski.
8. Literatura.
9. Tablice