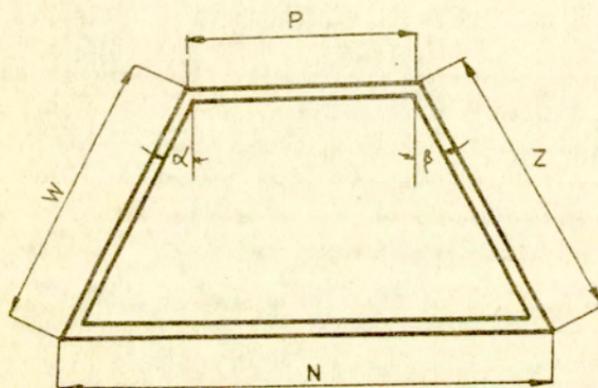


3. WYZNACZANIE PARAMETERÓW KSZTAŁTU OBUDOWY BUDYNKU
W ZALEŻNOŚCI OD CECH ŚRODOWISKA FIZYCZNEGO

3.1. Oznaczenia i założenia

Przyjęto do analizy następujący rzut poziomy ścian zewnętrznych (rys 1.):



Rys. 1. Rzut poziomy ścian zewnętrznych.

W pracy przyjęto podwójne oznaczenia. Jedne dotyczą oznaczeń w programie komputerowym, drugie są ich odpowiednikami przyjętymi w tekście niniejszego artykułu. Oznaczenia w tekście nawiązują do oznaczeń tradycyjnych, natomiast oznaczenia w programie wynikają z dostosowania się do wymagań języka Basic. Wielkości występujące w artykule zestawione w grupach będziemy nazywać umownie wektorami.

Wektor A ma następujące składowe odnoszące się do powierzchni m^2 :

- A_1, A_s - całkowita ściany,
- A_2, A_p - południowej ściany,

- A3, A_w - wschodniej ściany,
 A_z - zachodniej ściany,
A4, A_n - północnej ściany,
A5, A_d - dachu,
A6, A_{pd} - podłogi,
A7 = pA_p - okien na południowej ścianie,
A8 = zA_z - okien na zachodniej ścianie,
A9 = wA_w - okien na wschodniej ścianie.

Składowe wektora B są stałymi:

- B1, J_o - stała słoneczna Wm^{-2} ,
B2, A_{om} = 0.0995,
B3, A_o = 0.987,
B4, Π - stała matematyczna.

Wektor C ma następujące składowe odnoszące się do kosztów jednostkowych:

- C1, C_e - energii, zł/Wh,
C2, C_s - ścian zewnętrznych, zł/ m^3 ,
C3, C_d - dachu, zł/ m^3 ,
C4, C_{pd} - podłogi, zł/ m^3 ,
C5, C_o - okna, zł/ m^2 .

Wektor D ma składowe odnoszące się do wymiarów liniowych budynku m:

- D1, P - ściany południowej,
D2, W - ściany wschodniej,
Z - ściany zachodniej,
D3, N_d - ściany północnej,
D4, h - wysokości budynku.

Składowe wektora E odnoszą się do energii Wh:

- E1, E_{dz} - dobowe zyski słoneczne uzyskane przez pionowe okna,
 E_p - dobowe zyski słoneczne uzyskane przez okna południowe,
 E_w - dobowe zyski słoneczne uzyskane przez okna wschodnie,
 E_z - dobowe zyski słoneczne uzyskane przez okna zachodnie,
E2, E_{so} - straty dobowe przez obudowę,
 E_s - straty dobowe przez ściany,
 E_d - straty dobowe przez dach,
 E_{pd} - straty dobowe przez podłogę,
E3, E_w - straty dobowe przez wentylacje,
E4, E_{ds} - łączne straty dobowe,
E5, E_{rz} - roczne zyski słoneczne,
E6, E_{rs} - roczne straty energii cieplnej.

E7, E_r - roczna energia dostarczona do budynku z systemu ciepłowniczego.

Składowe wektora F są funkcjami wektora meteorologicznego, położenia budynku i czasu.

F1, f_1 - funkcja zależna od współczynnika przezroczystości atmosfery i ekstynkcji panchromatycznej atmosfery idealnej,

Składowe wektora G odnoszą się do grubości, m:

G1, g_s - ściany zewnętrznej,

G2, g_d - dachu,

G3, g_{pd} - podłogi.

Składowe wektora J odnoszą się do gęstości natężenia promieniowania słonecznego, Wm^{-2} .

J1, J_o - poza atmosfera ziemską (średnia roczna stałej słonecznej),

J2, J_{nd} - poza atmosfera ziemską (średnia dzienna stałej słonecznej),

J3, J_{bn} - po przejściu przez atmosferę,

J4, $J_{b\alpha}$ - padającego po przejściu przez atmosferę na płaszczyznę pionową o azymucie α ,

J5, J_w - padającego z kierunku wschodniego,

J6, J_{wp} - średniego padającego z kierunku południowo-wschodniego (południowo zachodniego),

J7, J_p - średniego padającego z kierunku południowego.

Składowe wektora H są kątami pochYLENIA ścian w planie budynku liczonymi zgodnie z ruchem wskazówek zegara:

H1, α - ściany wschodniej od kierunku północ-południe,

H2, β - ściany zachodniej do kierunku północ-południe.

Składowe wektora K są współczynnikami przenikania ciepła $W/(m^2K)$.

K1, k_s - przez ściany,

K2, k_d - przez dach

K3, k_{pd} - przez podłogę,

K4, k_o - przez okno,

K5, α_1 - przez warstwę przysięcienna od strony wewnętrznej,

K6, α_2 - przez warstwę przysięcienna od strony zewnętrznej.

Składowe wektora L są współczynnikami przewodności materiału $W/(mK)$.

L1, λ_s - ściany,

L2, λ_d - dachu,

L3, λ_{pd} - podłogi.

Składowe wektora M odnoszą się do ilości materiałów:

M1, M_s - w ścianach,

M2, M_d - w dachach,

M3, M_{pd} - w podlogach

M4, M_o - w oknach.

Składowe wektora N są zmiennymi ustalonymi:

N1, N - liczba lat użytkowania,

N2, n - liczba dni w roku, w których promieniowanie ciepłe polepsza komfort cieplny pomieszczenia.

Wektor Q dotyczy gęstości energii promieniowania słonecznego pochodzącego z danego kierunku: dziennej oznaczonej liczbami od 01 do 03 i rocznej od 04 do 06. [Wh/m^2]:

Q1, Q_w - wschodniego,

Q2, Q_{wp} - wschodnio-południowego,

Q3, Q_p - południowego,

Q_{pz} - południowo-zachodniego,

Q_z - zachodniego,

Q4, QD_w - wschodniego,

Q5, QD_{wp_x} -składowej "x" południowo-wschodniego,

Q6, QD_{wp_y} -składowej "y" południowo-wschodniego,

Q7, QD_p - południowego.

Składowe wektora P określają położenie powierzchni:

P1, ϕ - szerokość geograficzna,

P2, α_w - azymut powierzchni,

P3, β_o - kąt nachylenia powierzchni do poziomu,

P4, H - wysokość nad powierzchnią morza km.

Składowe wektora R są oporami właściwymi przenikania ciepła m^2K/W :

R1, R_s - przez ściany,

R2, R_d - przez dach,

R3, R_{pd} - przez podłogę,

R4, R_o - przez okna.

Wektor S oznacza położenie słońca:

S1, φ_1 - kąt wzniesienia słońca,

S2, α_s - azymut słońca,

S3, ω - kąt godzinowy,

S4, δ - kąt deklinacji słońca.

Składowe wektora T odnoszą się do temperatury:

T1, t - otoczenia,

T2, t_{sz} - zewnętrznej strony ściany,

T3, t_{sw} - wewnętrznej strony ściany,

T4, t_{dz} - zewnętrznej strony dachu,

T5, t_{dw} - wewnętrznej strony dachu,

T6, t_{pz} - zewnętrznej strony podłogi

T7, t_{pw} - wewnętrznej strony podłogi.

Wektor U jest wektorem kosztów:

U, UN - ogólnych budynku po N latach użytkowania,

U2, UE - energii czerpanej z sieci energetycznej,

U3, UM - materiałów,

U4, U1 - część kosztu 1 m³ przestrzeni użytkowej budynku mająca wpływ na parametry optymalizowane,

U5, U11 - 1 m³ przestrzeni użytkowej pomnożony przez parametr liniowy skali ($\sqrt[3]{V}$).

Wektor meteorologiczny Z ma następujące składowe:

Z1, b - ciśnienie atmosferyczne, hPa,

Z2, P - współczynnik ekstynkcji,

Z3, Ch - współczynnik zachmurzenia,

Z4, C_r - rodzaj zachmurzenia,

Z5, v - prędkość powietrza m/s,

Z6, \overline{SD} - liczby stopniodni bez uwzględnienia zysków słonecznych, dzień^{°C},

Z7, SD - liczby stopniodni z uwzględnieniem zysków słonecznych.

Wielkość V oznacza objętość użytkowa budynku.

Celem uproszczenia analizy założono, że:

1. $W = Z$, $A_w = A_z$, $\alpha = \beta$,

2. p, z, w są liczbami w zakresie od 0 do 1.

3. Spełniony jest warunek stałej objętości $V = \text{const}$, co odpowiada stałej objętości użytkowej rozważanego budynku. Warunek ten wyraża się w następujący sposób:

$$(1) \quad \frac{P + N}{2} \cdot h \cdot W \cdot \cos \beta = V, \quad \text{w którym } h \text{ wysokość budynku.}$$

4. Założono, że opór ścian jest jednakowy i wyraża się zależnością:

$$(2) \quad R_s = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{g_s}{\lambda_s} \quad \text{w której}$$

α_1 - współczynnik wnikania ciepła od strony wewnętrznej W/(m²K),

α_2 - współczynnik wnikania ciepła od strony zewnętrznej W/(m²K),

λ_s - współczynnik przewodzenia ciepła materiału ściany W/(mK).

5. W przypadku ścian warstwowych λ_s jest średnim współczynnikiem przewodzenia, który dla przegrody trójwarstwowej jest określony wzorem:

$$(3) \quad \frac{g_s}{\lambda_s} = \frac{g_1}{\lambda_1} + \frac{g_2}{\lambda_2} + \frac{g_3}{\lambda_3}, \quad g_s = g_1 + g_2 + g_3, \quad \text{skąd jest:}$$

$$(4) \quad \lambda_s = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 (g_1 + g_2 + g_3)}{g_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 + g_2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 + g_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}$$

6. Z zależności (2) wyznaczono grubość ściany g_s

$$(5) \quad g_s = \lambda_s \cdot (R_s - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2})$$

3.2. Cel zadania

W pracy [1] i [2] wyprowadzono wzory na obliczenie wymiarów budynku z warunku minimum jednostkowego zapotrzebowania ciepła. Nie wprowadzono w niej zmiennych parametrów środowiska fizycznego otaczającego budynek.

Celem niniejszego rozdziału jest zbadanie dla jakich parametrów kształtu budynku koszt przedsięwzięcia osiąga minimum. Zbadano warunki osiągania minimum funkcji kosztów UN ze względu na: oporność cieplną ścian R_1 , stosunek udziału okien w powierzchniach ścian p i w , wielkości powierzchni ścian A_p, A_n, A_w , wysokość budynku h i kąt pochylenia ściany wschodniej β do kierunku południe-północ. Optymalne parametry kształtu zależą od cech środowiska fizycznego. W niniejszej pracy cechy środowiska fizycznego są określone przez następujące wielkości:

\overline{SD} - liczba stopniodni w roku, dzień $^\circ$ C,

Ch - stopień zachmurzenia w roku, (0.2 - 1),

φ_s^1 - kąty wzniesienia słońca danego dnia w roku,

δ - kąt deklinacji słońca,

α_1 - współczynnik wnikania ciepła do przegrody od strony wewnętrznej $W/(m^2K)$,

α_2 - współczynnik wnikania ciepła do przegrody od strony zewnętrznej $W/(m^2K)$,

P - współczynnik przezroczystości atmosfery.

W rozważaniach wyprowadzono zależności pomiędzy czynnikami klimatu a optymalnymi wartościami parametrów określających wymiary geometryczne obudowy zewnętrznej.

3.3. Model dziennego napromieniowania słonecznego

W celu uproszczenia obliczeń przyjęto zastępczy model dziennego oświetlenia słonecznego równoważny rzeczywistości. W tym celu korzysta się z następującego rozumowania: Działanie słońca, które podczas dnia przesuwają się w swoim względnym ruchu po nieboskronie, można zastąpić promieniowaniem w krótkich odstępach czasu "wielu słońc nieruchomych" o położeniach odpowiadających średniemu położeniu słońca rzeczywistego występującego w tym samym czasie. Jeżeli czas słoneczny podzielimy na dostatecznie krótkie odcinki, to model taki jest adekwatny modelowi ruchomego słońca. Przyjęty w pracy dyskretny model zakłada 5 punktów położenia słońca w ciągu dnia, z których słońce promieniuje na rozważany budynek. Takie założenie, z góry pozwala przewidzieć cienie rzucane na ściany budynku, i ułatwia rachunki związane z całkowaniem po czasie słonecznym. Wybrano jako miarodajne następujące kierunki położenia słońca odpowiadające pięciu następującym wybranym godzinom czasu słonecznego τ_s : 6, 9, 12, 15, 18.

Kierunki odpowiadające tym godzinom nazwano jak poniżej:

1. Wschodni $i=w$, czas słoneczny $\tau_s = 6$ -ta godzina, kąt godzinowy równy:

$$(6) \quad \omega = 15 \cdot \tau_s - 180 = -90^\circ.$$

2. Południowo-wschodni, $i=wp$: czas słoneczny $\tau_s = 9$ -ta godzina, kąt godzinowy

$$\omega = -45^\circ.$$

3. Południowy, $i=p$: czas słoneczny $\tau_s = 12$ godzina, $\omega = 0^\circ$,

4. Południowo-zachodni, $i=pz$: czas słoneczny $\tau_s = 15$ godzina, $\omega = 45^\circ$,

6. Zachodni, $i=z$: czas słoneczny $\tau_s = 18$ godzina, $\omega = 90^\circ$.

Obliczenia dotyczą energii napromieniowania rocznego. Roczna energia promieniowania słonecznego jest otrzymywana jako suma energii napromieniowania z poszczególnych dni. Kąt deklinacji w każdym dniu jest obliczany ze wzoru:

$$(7) \quad \delta(d) = 23.45^\circ \cdot \sin\left[\frac{360}{365}(284 + d)\right], \text{ w którym } d \text{ kolejny dzień roku.}$$

Kąt wzniesienia słońca ϕ_s dla tych pięciu kierunków obliczono ze znanego wzoru geometrii słonecznej:

$$(8) \quad \sin\phi_s(d, i) = \sin[\delta(d)] \cdot \sin\phi + \cos[\delta(d)] \cdot \cos\phi \cdot \cos[\omega(i)],$$

w którym ϕ - szerokość geograficzna. W tych obliczeniach przyjęto:

$$\phi = 50^\circ, \quad \omega = -90^\circ, -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, \quad i = w, wp, p, pz, z.$$

Na obranych kierunkach położenia słońca sinus kąta wzniesienia obliczony ze wzoru (8) dla szerokości geograficznej i wybranego dnia roku jest równy:

1. Kierunek wschodni i zachodni

$$\sin\varphi_s(d,z) = \sin\varphi_s(d,w) = \sin[\delta(d)]\sin\phi$$

2. Południowo-wschodni i południowo-zachodni

$$\sin\varphi_s(d,z) = \sin\varphi_s(d,wp) = \sin[\delta(d)]\sin\phi + \cos[\delta(d)]\cos\phi\cos45^\circ$$

3. Południowy

$$\sin\varphi_s(d,p) = \sin[\delta(d)]\sin\phi + \cos[\delta(d)]\cos\phi$$

Zgodnie z pracą [5] przyjęto, że gęstość strumienia J_{bn} promieniowania bezpośredniego na płaszczyznę normalną do kierunku promieniowania po przejściu przez atmosferę ziemską można zapisać w postaci:

$$(9) \quad J_{bn} = J_{nd} * F_1, \quad \text{przy czym } J_{nd} \text{ jest średnią stałą słoneczną przyjętą za Budyłowskim w postaci:}$$

$$(10) \quad J_{nd} = J_0 * f_{s2}, \\ f_{s2} = 1 + 0.0033 * \cos(0.9856(d-2)),$$

$J_0 = 1353 \text{ Wm}^{-2}$ jest stałą słoneczną, F_1 wyraża się wzorem:

$$(11) \quad F_1 = \exp(-a_0 P m_a^k), \quad \text{w którym}$$

P - jest współczynnikiem przezroczystości atmosfery,
 m_a - masa optyczna atmosfery,
 $a_0 = 0.0987 * 10^{-3} * a_{om} * m_1$, przy czym
 $a_{om} = 0.0995$, m_1 - ciśnienie barometryczne w hPa

$$(12) \quad m_a(d,i) = (1-0.1H)[\sin\varphi_s(d,i) + 0.15 * (\varphi_s(d,i) + 3.9)^{-1.253}]^{-1},$$

$$(13) \quad k = 0.39 + 0.072 * P, \quad \text{w którym } d - \text{dzień w roku, } i - \text{kierunek słońca.}$$

W obliczeniach przyjęto:

$$m_1 = 1000 \text{ hPa (średnie ciśnienie atmosferyczne)}$$

$$P = 4 \text{ (środowisko wielkowiejskie), stąd otrzymano:}$$

$$a_0 = 0.0982, \quad k = 0.678$$

Podstawiając $\sin\varphi_s(d,i)$ do wyrażenia na masę optyczną, otrzymano ze wzoru (9) liczbę określającą gęstość strumienia $J_{bi}(d)$ promieniowania bezpośredniego na płaszczyznę normalną do obranego kierunku "i" promieniowania słonecznego. Stąd jest:

$$(14) \quad J_{bn}(d,i) = J_{nd} F_1(d,i), \quad \text{przy czym}$$

$i = w, wp, p, pz, z.$

Wzór (14) napisano dla wybranych kierunków poniżej:

1. Kierunek wschodni i zachodni:

$$J_{bn}(d, w) = J_{nd} F_1(d, w).$$

2. Kierunek południowo-zachodni i południowo-wschodni:

$$J_{bn}(d, wp) = J_{nd} F_1(d, wp).$$

3. Kierunek południowy:

$$J_{bn}(d, p) = J_{nd} F_1(d, p).$$

Gęstość strumienia padającego na płaszczyznę nachyloną pod kątem γ mierzonym między kierunkiem promieniowania i normalną do płaszczyzny określona jest wzorem:

$$(15) \quad J_{b\gamma} = J_{bn}(d, i) \cdot \cos \gamma,$$

w którym $i = w, wp, p, pz, z$.

γ jest określona z geometrii słonecznej wzorem:

$$(16) \quad \cos \gamma = \cos \varphi_s \cdot \cos \alpha_s \cdot \sin \beta_o \cdot \cos \alpha_w + \cos \varphi_s \cdot \sin \alpha_s \cdot \sin \beta_o \cdot \sin \alpha_w + \sin \varphi_s \cdot \cos \beta_o,$$

w którym

α_s - azymut słońca,

β_o - kąt pochylenia płaszczyzny do horyzontu,

α_w - azymut płaszczyzny.

Zakładamy, że ściany w optymalizowanym budynku są pionowe $\beta_o = 90^\circ$. Stąd jest:

$$\cos \gamma = \cos \varphi_s \cdot (\cos \alpha_s \cdot \cos \alpha_w + \sin \alpha_s \cdot \sin \alpha_w), \text{ lub}$$

$$(17) \quad \cos \gamma = \cos \varphi_s \cdot \cos(\alpha_s - \alpha_w).$$

Stąd gęstość strumienia padającego na płaszczyznę pionową o azymucie α_w przy niebie bezchmurnym jest określona wzorem:

$$(18) \quad J_{b\alpha_w}(d, i) = J_{bn}(d, i) \cdot \cos \varphi_s \cdot [1, \delta(d)] \cdot \cos[\alpha_s(i) - \alpha_w(k)].$$

Chcąc uzyskać wielkość napromienienia w dzień częściowo nasłoneczniony należy pomnożyć współczynnik $[1 - ch(d)]$, w którym ch jest współczynnikiem zachmurzenia. Stąd jest:

$$(19) J_{b\alpha wch}(d, i) = (1 - Ch) * J_{bn}(d, i) \cos \varphi_s(d, i) * \cos(\alpha_s(i) - \alpha_w(k)) Wm^{-2}$$

Gęstość energii ciepłej 3-godzinnej strumienia promieniowania słonecznego padającego z kierunku "i" na płaszczyznę pionową o azymucie α_w jest określona wzorem :

$$(20) E_{b\alpha 3}(i) = J_{b\alpha}(i) * 3 \text{godz.} \quad \text{Stąd jest:}$$

$$(20a) E_{b\alpha 3}(d, i) = 3[1 - ch(d)] J_b(d, i) \cos \varphi_s(d, i) \cos[\alpha_s(i) - \alpha_w(k)].$$

Gęstość energii dziennej promieniowania padającego na płaszczyznę pionową o azymucie α_w jest sumą pochodząca z pięciu kierunków:

$$(21) E_{d\alpha w}(d) = 3[1 - ch(d)] \sum_1 J_{bn}(d, i) \cos \varphi_s(d, i) \cos[\alpha_s(i) - \alpha_w(k)].$$

Przyjmując $\alpha_s(i) = \alpha_w(k)$ we wzorze (20a) i oznaczając przez

$$(22) Q_b(d, i) = 3[1 - ch(d)] * J_{bn}(d, i) \cos \varphi_s(d, i), \quad i = w, wp, p, pz, z.$$

wzór (21) można napisać w postaci:

$$(23) E_{\alpha}(d) = \sum_1 Q_b(d, i) \cos[\alpha_s(i) - \alpha_w]$$

Wzór (23) w postaci rozwiniętej względem $Q_b(d, i)$, $i = w, wp, p, pz, z$ napisano poniżej:

$$(24) E_{b\alpha}(d) = Q(d, w) \cos[\alpha_s(w) - \alpha_w] + Q(d, wp) \cos[\alpha_s(wp) - \alpha_w] + \\ + Q(d, p) \cos[\alpha_s(p) - \alpha_w] + Q(d, pz) \cos[\alpha_s(pz) - \alpha_w] + \\ + Q(d, z) \cos[\alpha_s(z) - \alpha_w]$$

Wielkość $Q(d, i)$ jest wartością energii pochodzącej z 3-godzinnej strumienia promieniowania słonecznego o azymucie $\alpha_s(i)$ na płaszczyznę pionową o azymucie tym samym co azymut słońca, $\alpha_s(i) = \alpha_w$.

Wzór (23) i jego rozwinięcie (24) dotyczy gęstości strumienia padającego na płaszczyznę z obydwu jej stron. Aby otrzymać gęstość strumienia padającego na ściankę (jedna strona płaszczyzny) wprowadzono poprzez definicje:

$$(25) \kappa(k, i) = 90^\circ - |[\alpha_s(i) - \alpha_w(k)]|.$$

kat opromieniania ściany o normalnej k promieniami o kierunku i.
Wartość bezwzględna różnicy azymutów słońca i ściany oznacza ze:

$$(26) \quad |\alpha_s(i) - \alpha_w(k)| = \begin{cases} \alpha_s(i) - \alpha_w(k), & \text{przy } \alpha_s(i) > \alpha_w(k), \\ \alpha_w(k) - \alpha_s(i), & \text{przy } \alpha_s(i) < \alpha_w(k). \end{cases}$$

Aby ściana mogła być opromieniana nie może być w swoim cieniu. Stąd wynika warunek dodatniości kąta opromieniania ściany :

$$(27) \quad \kappa(k, i) > 0.$$

Wprowadzając warunek dodatniości kąta opromieniania do wyrażen (23) i (24) otrzymano wzory na gęstość strumienia promieniowania padającego na zewnątrzna ściane budynku:

$$(23a) \quad E_{\alpha_w}(d) = \int_0^1 Q_b(d, i) \sin \kappa(k, i) * 1[\kappa_w(k, i) - 0]$$

lub w postaci rozwiniętej

$$(24a) \quad E_{\alpha_w}(d) = Q(d, w) \sin \kappa(k, w) * 1[\kappa(k, w) - 0] + \\ + Q(d, wp) \sin \kappa(k, wp) * 1[\kappa(k, wp) - 0] + \\ + Q(d, p) \sin \kappa(k, p) * 1[\kappa(k, p) - 0] + \\ + Q(d, pz) \sin \kappa(k, pz) * 1[\kappa(k, pz) - 0] + \\ + Q(d, z) \sin \kappa(k, z) * 1[\kappa(k, z) - 0]., \text{ w których}$$

*1[\kappa(k, i) - 0] jest funkcją Heaviside'a (28)

$$(28) \quad 1[\kappa(k, i) - 0] = \begin{cases} 1, & \kappa(k, i) > 0 \\ 0,5, & \kappa(k, i) = 0 \\ 0, & \kappa(k, i) < 0 \end{cases}$$

3.4. Składniki bilansu cieplnego budynku

Na bilans cieplny budynku składają się straty i zyski cieplne występujące w procesie wymiany ciepła budynku przy ustalonym komforcie wewnętrznym i zmiennym klimacie zewnętrznym. Do strat cieplnych wchodzi następujące składniki:

1. przenikania ciepła przez ściany zewnętrzne,
2. przenikania ciepła przez przegrody przezroczyste,
3. przenikania ciepła przez stropy i podłogi,

4. wypromieniowania ciepła przez ściany zewnętrzne,
5. ogrzewania powietrza wentylowanego,
6. infiltracji powietrza przez przegrody zewnętrzne.

Do zysków cieplnych można zaliczyć następujące składniki:

1. zyski z promieniowania słonecznego przez przegrody przezroczyste,
2. zyski od ciepła ludzi znajdujących się w budynku,
3. odzysk ciepła z powietrza wentylowanego,
4. zyski ciepła z oświetlenia i zainstalowanych urządzeń domowych.

Różnica strat ciepła i zysków ciepła stanowi tę część energii, która musi być pokryta przez energię dostarczoną z zainstalowanego systemu ciepłowniczego. Energia systemu ciepłowniczego jest główną częścią kosztów energii, która musi być pokryta w czasie użytkowania budynku. W niniejszym opracowaniu koszty te liczone ze wzoru (50). Wzorem (61) posługiwano się do wyznaczenia minimalnych parametrów rozwiązania. Nie może on służyć do oszacowania kosztów ogólnych energii. Nie uwzględniono w nim wszystkich składników tych kosztów. Uwzględniono tylko te czynniki, które mają wpływ na parametry optymalizowane. Koszty nie mające wpływu na parametry optymalizowane lub mające mały wpływ w tych obliczeniach zostały pominięte. Jak wiadomo czynnik stały funkcji celu nie ma wpływu na wielkość optymalnych parametrów.

W efekcie uwzględniono tylko dwa pierwsze z wymienionych czynników strat i zysków t.j. straty ciepła przez ściany zewnętrzne i przegrody przezroczyste oraz zyski ciepła z promieniowania słonecznego przez przegrody przezroczyste.

3.4.1. Dzielne zyski słoneczne przez okna

Dobowe zyski słoneczne uzyskane przez pionowe okna o azymucie $\alpha_w(k)$ powierzchni $A(k)$ z energii promieniowania słonecznego o natężeniu $Q(d,i)$ i azymucie $\alpha_s(i)$ obliczono mnożąc powierzchnie okna przez gęstość promieniowania według wzoru:

$$(29) \quad E_{\alpha_w}(d) = A_k \int_1 Q(d,i) \sin \kappa(k,i) * I[\kappa(k,i) - 0] + \text{ przy czym}$$

$i = w, wp, p, pz, z, k$ - normalna do powierzchni okna.

Aby obliczenia mogły być wykonane koniecznym jest określenie kąta opromieniania powierzchni okna $\kappa(k,i)$. W danym przykładzie koniecznym jest ustalenie azymutów słońca w pięciu wybranych kierunkach $i = w, wp, p, pz, z$ oraz

azymutów ścian oznaczonych symbolicznie $k=p$ /ściana południowa/, $k=w$ /ściana wschodnia/, $k=z$ /ściana zachodnia/.

Azymuty odpowiadające pięciu kierunkom promienlowania słońca

Obliczono je ze znanego wzoru:

$$(30) \quad \sin \alpha_s(d, i) = -\sin[\omega(i)] \cos[\delta(d)] \cos^{-1} \varphi_s(d, i)$$

a) kierunek wschodni: kat godzinowy $\omega(w) = -90^\circ$

i zachodni : kat godzinowy $\omega(z) = 90^\circ$. Jest:

$$-\sin \alpha_s(d, z) = \sin \alpha_s(d, w) = \cos[\delta(d)] \cos^{-1} \varphi_s(d, i) \approx 1.$$

Z uwagi na małe wahania tego kata w okresie roku i mały jego wpływ na koncowe rezultaty kat ten przyjęto w obliczeniach jako stały i równy 90° .

$$-\alpha_s(d, z) = \alpha_s(d, w) = 90^\circ$$

b) kierunek wschodnio-południowy : kat godzinowy $\omega(wp) = -45^\circ$,

i południowo zachodni: kat godzinowy $\omega(pz) = 45^\circ$.

Kat ten jest zmienny w zaleznosci od kolejnego dnia w roku i obliczano go ze wzoru:

$$-\sin \alpha_s(d, pz) = \sin \alpha_s(d, wp) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos[\delta(d)] \cos^{-1} \varphi_s(d, wp)$$

c) kierunek południowy : kat godzinowy $\omega(p) = 0^\circ$.

Kat ten jest stałym w kazdym dniu roku i równy 0° . Jest:

$$-\sin \alpha_s(d, p) = 0, \quad \alpha_s(d, p) = 0.$$

Azymuty ścian budynku

W budynku rozważa się wpływ zmiennego nachylenia ściany wschodniej i zachodniej na bilans cieplny. Zakłada się, że azymut ściany południowej jest stały i równy zero.

a) Azymut ściany południowej :

$$-\sin \alpha_w(p) = 0, \quad \alpha_w(p) = 0$$

b) Azymut ściany wschodniej i zachodniej jest zalezny od kata pochylenia β do kierunku północ południe i jest równy:

$$-\alpha_w(z) = \alpha_w(w) = 90 - \beta.$$

Zyski słoneczne jednodniowe będą sumą z zysków z trzech ścian: ściany południowej, wschodniej i zachodniej.

1) Zyski słoneczne uzyskane ze ściany południowej

Katy opromieniowania ściany południowej z trzech kierunków: wschodniego,

wschodnio-południowego i południowego określone są poprzez równości:

$$\kappa(p, w) = 0, \quad \kappa(p, wp) = 90 - \alpha_s(wp), \quad \kappa(p, p) = 90^\circ$$

$$1[\kappa(p) - 0] = 1$$

Zyski słoneczne uzyskane ze ściany południowej liczone ze wzoru (29) wynoszą:

$$(31) \quad E_{\alpha}(d, p) = p \cdot A_p \left[Q_p(d) + 2Q_{wp} \cos(\alpha_s(wp)) \right], \quad \text{w którym przyjęto}$$

$$E_{\alpha_w}(d, p) = E_{\alpha}(d, p)$$

$$Q(p, d) = Q_p(d), \quad Q(wp, d) = Q(pz, d) = Q_{wp}(d).$$

2) Zyski słoneczne ściany wschodniej

Aby wyznaczyć zyski słoneczne ze ściany wschodniej określono kąt opromieniania $\kappa(w, i)$ przy $i = w, wp, p, pz, z$ oraz funkcję $1[\kappa(w, i) - 0]$ w zależności od β .

Azymut ściany wschodniej: $\alpha_w(w) = 90 - \beta$.

Kąt β zmienny w zakresie $45 < \beta < 45^\circ$. Zakres ten wynika z warunków geometrycznych. Zależność kąta $\kappa(w, i)$ od kąta β wynika z definicji (26). Zależność tę oraz odpowiadająca kątowi $\kappa(w, i)$ funkcje $1[\kappa(w, i)]$ określono dla każdego z pięciu obranych kierunków opromieniania ściany wschodniej.

Opromienianie ściany wschodniej z kierunku wschodniego: $\alpha_{s(w)} = 90^\circ$.

a) W przypadku gdy $\alpha_s(w) > \alpha_w(w)$

$$\kappa(w, w) = 90 - [90 - (90 - \beta)] = 90 - \beta$$

b) Gdy $\alpha_s(w) < \alpha_w(w)$

$$\kappa(w, w) = 90 - [90 - \beta] = 90 + \beta$$

W interesującym nas zakresie β (-45, 45) kąt κ nie może być mniejszy od zera λ zatem

$$1[\kappa(w, w) - 0] = 1, \quad \text{oraz}$$

$$\sin[\kappa(w, w)] = \sin(90 - \beta) = \sin(90 + \beta) = \cos\beta.$$

Stąd gęstość strumienia słonecznego padającego na ścianę wschodnią z promienienia o kierunku wschodnim wyrażono wzorem:

$$J_{\alpha_w(w)}(d, w) = Q(d, w) \sin\kappa[(w, w)] \cdot 1[\kappa(w, w) - 0] = Q(d, w) \cos\beta = Q_w(d) \cos\beta$$

Opromienianie ściany wschodniej z kierunku południowo-wschodniego

W przypadku, gdy $\alpha_s(wp) > \alpha_w(w)$

Jest $\alpha_s(wp) > 90 - \beta$ lub $\beta > 90 - \alpha_s(wp)$

$$\kappa(w, wp) = 90 - [\alpha_s(wp) - (90 - \beta)] = 180 - [\alpha_s(wp) + \beta]$$

Gdy $\alpha_s(w_p) < \alpha_w(w)$

Jest $\alpha_s(w_p) < 90 - \beta$ lub $\beta < 90 - \alpha_s(w_p)$

$$\kappa(w, w_p) = 90 - [90 - \beta - \alpha_s(w_p)] = \beta + \alpha_s(w_p)$$

Kąt κ jest mniejszy od zera przy $\beta + \alpha_s(w_p) < 0$,

skąd wynika definicja funkcji $1[\kappa(w, w_p) - 0]$ w zależności od β to jest:

$$1[\kappa(w, w_p) - 0] = 1[\beta + \alpha_s(w_p) - 0] = \begin{cases} 1, & \beta > -\alpha_s(w_p) \\ 0, & \beta < -\alpha_s(w_p) \end{cases}$$

Ponadto zachodzi tożsamość

$$\sin[\kappa(w, w_p)] = \sin[180 - (\alpha_s(w_p) + \beta)] = \sin[\beta + \alpha_s(w_p)]$$

Stąd gęstość strumienia słonecznego padającego na ścianę wschodnią z promieniowania o kierunku wschodnio-południowym jest:

$$\begin{aligned} J_{\alpha_w(w)}(d, w_p) &= Q_{w_p}(d) \sin \kappa(w, w_p) \cdot 1[\kappa(w, w_p) - 0] \\ &= Q_{w_p}(d) \sin[\beta + \alpha_s(w_p)] \cdot 1[\beta + \alpha_s(w_p) - 0] \end{aligned}$$

Opromieniowanie ściany wschodniej z kierunku południowego

Przy założonej geometrii budynku jest zawsze:

$$\alpha_s(p) < \alpha_w(w) \quad \text{t.j.} \quad 90 - \beta > 0$$

Skąd wynika definicja funkcji $1[\kappa(w, p) - 0]$ w zależności od β

$$1[\kappa(w, p) - 0] = 1(\beta - 0)$$

Ponadto jest:

$$\sin[\kappa(w, p)] = \sin \beta$$

A zatem gęstość strumienia słonecznego padającego na ścianę wschodnią z promieniowania o kierunku południowym może być wyrażona zależnością:

$$\begin{aligned} J_{\alpha_w(w)}(d, p) &= Q_p(d) \sin \kappa(w, p) \cdot 1[\kappa(w, p) - 0] \\ &= Q_p(d) \sin \beta \cdot 1[\beta - 0] \end{aligned}$$

Sumując gęstości promieniowania z kierunków: wschodniego, wschodnio-południowego i południowego i mnożąc je przez powierzchnie $w \cdot A_w$ otrzymano zyski słoneczne uzyskiwane ze ściany wschodniej:

$$(32) \quad E_{\alpha(w)}(d) = w \cdot A_w \cdot \left\{ Q_w(d) \cos \beta + Q_{w_p}(d) \cdot \sin[\beta + \alpha_s(w_p)] \cdot 1[(\beta + \alpha_s(w_p)) - 0] + Q_p(d) \cdot \sin \beta \cdot 1[\beta - 0] \right\}$$

Z symetrii budynku wynika, że zyski uzyskane ze ściany zachodniej i wschodniej są równe tj.

$$E_{\alpha(z)}(d) = E_{\alpha(w)}(d).$$

Całkowite zyski słoneczne jednodniowe

Całkowite zyski słoneczne jednodniowe są sumą zysków z trzech ścian: południowej, wschodniej i zachodniej. Ich wielkość wyraża się wzorem:

$$(33) \quad E_z(d) = p \cdot A_p \left\{ Q_p(d) + 2Q_{wp} \cos(\alpha_s(wp)) \right\} + \\ + w \cdot A_w \cdot \left\{ Q_w(d) \cos \beta + Q_{wp}(d) \cdot \sin[\beta + \alpha_s(wp)] \cdot 1[(\beta + \alpha_s(wp)) - 0] + \right. \\ \left. Q_p(d) \cdot \sin \beta \cdot 1[\beta - 0] \right\}.$$

Funkcje Heaviside, a we wzorze (33) oznaczają, że czynnik stojący przy $1(\beta - 0)$ należy uwzględnić dla $\beta > 0$, natomiast pominąć dla $\beta < 0$, oraz podobnie czynnik stojący przy $1[\beta + \alpha_s(wp) - 0]$ należy uwzględnić dla $\beta + \alpha_s(wp) > 0$, natomiast pominąć dla $\beta + \alpha_s(wp) < 0$.

3.4.2. Straty dzienne przez obudowę

a/ Straty dzienne przez ściany

Oznaczono przez A_s powierzchnie ścian, a przez A_o powierzchnie okien. Zakładając stałość wzdłuż wysokości i szerokości jej oporu właściwego przenikania ścian R_s i okien R_o straty roczne przez ściany wyrażono wzorem:

$$(34) \quad E_s = [R_s^{-1} \cdot A_s + R_o^{-1} \cdot A_o] \cdot S(d) \cdot 24 \text{ Wh},$$

w którym $S(d)$ - liczba stopniodni w danym dniu liczone według wzoru:

$$(35) \quad S(d) = \gamma \left\{ \gamma_1 - \sin \left[\frac{360}{365} (624 + d) \right] \right\}, \text{ w którym}$$

$$\gamma_1 = \frac{1 + q}{1 - q}, \quad q = \frac{T_c - T_{\max}}{T_c - T_{\min}}$$

Czynnik γ jest zależny od średniej w roku S_{dr} liczby stopniodni w jednym

dniu przewyższających ustaloną temperature T_c

$$SD_{\text{sr}} = \frac{1}{\bar{D}} \int (T_c - T) dt, \quad \bar{D} = 240 \text{ dni w roku (od 15 września do 15 maja)}$$

$$\gamma = \frac{SD_{\text{sr}} \cdot \Pi - 1.34}{\Pi \cdot \gamma_1}$$

Całkowite powierzchnie ścian wyrażono w zależności od powierzchni ścian składowych i procentu oszklenia wzorami (36)

$$(36) \quad \begin{aligned} A_s &= A_p \cdot (1-p) + A_n + 2 \cdot A_w \cdot (1-w) \\ A_o &= p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w \end{aligned}$$

w, p parametry zmieniające się od 0 do 1 oznaczające udziały okien w polu powierzchni ścian.

b/Straty dzienne przez dach i podłogę

Straty dzienne ciepła przez dach i podłogę wyrażono wzorami:

$$(37) \quad E_d = R_d^{-1} \cdot A_d \cdot S(d) \cdot \varphi_d \cdot 24$$

$$(38) \quad E_{pd} = R_{pd}^{-1} \cdot A_{pd} \cdot S(d) \cdot \varphi_{pd} \cdot 24, \text{ w których oznaczono:}$$

$$(39) \quad A_{pd} = A_d = \frac{V}{h}$$

$$(40) \quad \varphi_d = \frac{\Delta t_d}{\Delta t_s} = \frac{t_{dz} - t_{dw}}{t_{sz} - t_{sw}}$$

$$\varphi_{pd} = \frac{\Delta t_{pd}}{\Delta t_s} = \frac{t_{pdz} - t_{pdw}}{t_{sz} - t_{sw}}$$

t_{dz} - średnia temperatura zewnętrznej strony dachu,

t_{dw} - średnia temperatura wewnętrznej strony dachu,

t_{pdz} - średnia temperatura zewnętrznej strony podłogi,

t_{pdw} - średnia temperatura wewnętrznej strony podłogi,

t_{sz} - średnia temperatura zewnętrznej strony ściany,

t_{sw} - średnia temperatura wewnętrznej strony ściany.

Straty dzienne przez obudowę wynoszą:

$$(41) \quad E_{so} = [R_s^{-1} \cdot A_s + R_o^{-1} \cdot A_o + R_d^{-1} \cdot A_d \cdot \varphi_d + R_{pd}^{-1} \cdot A_{pd} \cdot \varphi_{pd}] \cdot S(d) \cdot 24$$

lub po uwzględnieniu wyrażenia na pola powierzchni w postaci:

$$(41a) \quad E_{s_0} = \{R^{-1}[A_p \cdot (1-p) + A_n + 2 \cdot w \cdot (1-w)] + R^{-1}[p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w] + \\ + R_d^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_d + R_{pd}^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_{pd}\} \cdot S(d) \cdot 24$$

c/ Straty dobowe przez wentylację

$$(42) \quad E_w = 0.36 \cdot n_1 \cdot S(d) \cdot V, \text{ w którym}$$

n_1 -krotność wymiany ciepła. Przyjmując $n_1 = 0.5$ otrzymamy:

$$(42a) \quad E_w = 0.18 \cdot S(d) \cdot 24 \cdot V.$$

Straty łączne przez obudowę i wentylację stanowiące sumę (41a) i (42a) wynoszą:

$$(43) \quad E_s(d) = \{R^{-1}[A_p \cdot (1-p) + A_n + 2 \cdot w \cdot (1-w)] + R^{-1}[p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w] + \\ + R_d^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_d + R_{pd}^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_{pd} + 0.18V\} \cdot S(d) \cdot 24.$$

3.5. Koszt przedsięwzięcia po N-latach użytkowania

Przyjęto, że głównymi składnikami określającymi koszty przedsięwzięcia są:

- koszty materiałów wraz z ich wbudowaniem,
- koszty energii,
- koszty stałe niezależne od parametrów optymalizacji.

3.5.1. Koszt materiałów

Ilość materiałów w ścianach jest równa:

$$(44) \quad M_s = g_s \cdot A_s, \text{ przy czym } g_s \text{ - grubość ścian,}$$

W przykładzie całkowita powierzchnia ścian przyjęto według wzoru (36)

Ilość materiałów w dachu:

$$(45) \quad M_d = g_d \cdot A_d = g_d \cdot \frac{V}{h}$$

Ilość materiałów w podłodze:

$$(46) \quad M_{pd} = g_{pd} \cdot A_{pd} = g_{pd} \cdot \frac{V}{h}$$

Ilość materiałów w oknach:

$$(47) \quad M_o = A_o = p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w$$

Koszt materiałów wraz z ich wbudowaniem wyrażono wzorem:

$$(48) \quad UM = M_n \cdot C_s + M_o \cdot C_o + M_d \cdot C_d + M_{pd} \cdot C_{pd}, \text{ w którym}$$

C_s - koszt jednostkowy wbudowanej ściany zł/m³,

C_o - koszt jednostkowy okna zł/m²,

C_d - koszt jednostkowy wybudowanego dachu zł/m³,

C_{pd} - koszt jednostkowy wybudowanej podłogi zł/m³.

lub po uwzględnieniu wyrażen na powierzchnie ścian w postaci:

$$(49) \quad UM = g_s \cdot [A_p \cdot (1-p) + A_n + 2 \cdot A_w \cdot (1-w)] \cdot C_s + g_d \cdot \frac{V}{h} \cdot C_d + \\ g_{pd} \cdot \frac{V}{h} \cdot C_{pd} + [p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w] \cdot C_o.$$

3.5.2. Koszt energii rocznej

Koszt energii rocznej jest otrzymywany z sumowania energii dobowej w kolejnych jej dniach użytkowania:

$$(50) \quad U_e = \sum_D E(d) \cdot 1[E(d) > 0] \cdot C_e \cdot (\eta_{wa})^{-1},$$

przy czym $E(d)$ jest dzienna energia wynikająca z różnicy strat ciepła przez obudowę i zysków cieplnego napromieniowania słonecznego. Różnicę tę wyrażono wzorem:

$$(51) \quad E(d) = [E_s(d) - E_z(d)]$$

$E_s(d)$, $E_z(d)$ wyrażają się wzorami (43) i (32),

C_e - koszt jednostkowej energii w zł/Wh,

η_{wa} - przewidywana sprawność wykorzystania energii bezpośredniej czerpanej z sieci ciepłej $\eta_{wa} = 0.8 - 0.9$.

Funkcja $1[E(d) > 0]$ jest funkcją Heaviside'a. W tym przypadku wyraża ona fakt, że w sumowaniu uwzględnione są wielkości $E(d)$ odpowiadające tym dniom w których $E(d)$ jest większe od zera to jest:

$$(52) \quad E_z(d) < E_s(d),$$

a więc straty ciepłone są większe od zysków cieplnego napromieniowania słonecznego.

Definicję matematyczną funkcji Heaviside'a można napisać w postaci:

$$(53) \quad 1[E(d)-0] = \begin{cases} 0, & E < 0 \\ 1/2, & E = 0, \text{ lub} \\ 1, & E > 0 \end{cases}$$

$$1[E(d)-0] = \frac{1}{2} \cdot (1 + \text{sign}E(d))$$

Wzór (50) może być napisany bez użycia funkcji Heaviside'a, jeżeli będziemy sumować po zbiorze dni spełniających warunek (52). Załóżmy, że zbiór tych dni jest D. Wówczas jest:

$$(54) \quad U_s = E(D) \cdot C_s \cdot (\eta_{wa})^{-1}, \text{ przy czym}$$

$$(55) \quad E_r(D) = [E_{rs}(D) - E_{rz}(D)], \quad E_{rs}(D) = \int_D E_s(d), \quad E_{rz}(D) = \int_D E_z(d)$$

$$(56) \quad E_{rs}(D) = [R^{-1} \cdot [A_p(1-p) + A_n + 2 \cdot A_w \cdot (1-w)] + R_o^{-1} [p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w] + \\ R_d^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_d + R_{pd}^{-1} \cdot \frac{V}{h} \cdot \varphi_{pd} + 0.18 \cdot V]] \cdot 24 \cdot SD,$$

$$(57) \quad E_{rz}(D) = p \cdot A_p [QD_p + 2 \cdot QD_{wp}] + 2 \cdot w \cdot A_w \cdot [2 \cdot QD_p \cdot \sin\beta \cdot 1(\beta-0) + QD_{wpx1} \cdot \cos\beta \\ + QD_{wpy1} \cdot \sin\beta + QD_w \cdot \cos\beta].$$

We wzorze (56) przez SD oznaczono stopniodni w okresie rocznym spełniającym warunek (52). Liczba stopniodni jest suma:

$$(58) \quad SD = \int_D S(d),$$

We wzorze (57) wielkości $QD_w, QD_{wpx1}, QD_{wpy1}, QD_p$... są rocznymi gęstościami energii z akumulowanymi z kierunków w, wp 1 p w okresie spełniającym warunek (52) tj.

$$(59) \quad QD_w = \int Q_w(d), \quad QD_{wpy} = \int Q_{wp}(d) \cdot \cos\alpha_s(wp),$$

$$QD_{wpy1} = \int Q_{wp}(d) \cos\alpha_s(wp) \cdot 1[\beta + \alpha_s(wp) - 0],$$

$$QD_{wp \times 1} = \int_0^1 Q_{wp}(d) \sin_s(wp) * 1[\beta + \alpha_s(wp) - 0],$$

$$QD_p = \int_0^1 Q_p(d).$$

3.5.3. Koszt przedsięwzięcia po N-latach użytkowania.

Koszt przedsięwzięcia po N-latach użytkowania, jest sumą kosztów energii i materiałów wraz z ich wbudowaniem oraz kosztów stałych t.j.

$$(60) \quad UN = U_e + U_m + B$$

Podstawiając do wzoru (60) wyrażenia (54-57), oraz wyrażenie (49) otrzymano ostateczną postać przyjętej do analizy funkcji kosztów przedsięwzięcia:

$$(61) \quad UN = \left\{ \left[R^{-1} [A_p * (1-p) + A_n + 2 * w * (1-w)] + R_o^{-1} [p * A_p + 2 * w * A_w] + R_d^{-1} * \frac{V}{h} * \varphi_d + R_{pd}^{-1} * \frac{V}{h} * \varphi_{pd} + 0.18V \right] * SD * 24 - [p * A_p (QD_p + 2 * QD_{wp}) + 2 * w * A_w * [2 * QD_p * \sin \beta * 1(\beta - 0) + QD_{wp \times 1} \cos \beta + QD_{wp \times 1} \sin \beta + QD_w * \cos \beta] \right\} * C_e * (\eta_{wa})^{-1} * N + \lambda * [R_s - \alpha_{1s}^{-1} - \alpha_{2s}^{-1}] * [A_p * (1-p) + A_n + 2 * A_w * (1-w)] * C_s + g_d * \frac{V}{h} * C_d + g_{pd} * \frac{V}{h} * C_{pd} + [p * A_p + 2 * w * A_w] * C_o + B.$$

Czynnik B oznacza stałe koszty niezależne od parametrów optymalizowanych.

Funkcja UN jest funkcją celu danego zadania. Jako kryterium wyznaczenia optymalnych parametrów przyjęto minimum funkcji UN określonej wzorem (61). Zmiennymi optymalizacji są tu:

R_1 - opór cieplny ścian zewnętrznych $m^2 K/W$,

λ, C_m - wybór rodzaju materiału ściany,

g - grubość warstwy termozolacyjnej m ,

p, w - udziały okien południowych i wschodnich w powierzchniach ścian,

$\eta_p, \eta_n, \eta_w, \eta_h$ - stosunki liczbowe długości krawędzi ścian analizowanego budynku do długości krawędzi budynku w kształcie sześciangu.

β - wartość liczbową kąta pochylenia ściany wschodniej i zachodniej do kierunku północ-południe.

3.6. Optymalizacja oporu i wybór materiału ścian zewnętrznych

3.6.1. Optymalny opór cieplny ścian zewnętrznych

Oznaczając pole powierzchni ścian zewnętrznych, ich opór, współczynnik przewodzenia materiału oraz kosztów jednostkowych odpowiednio przez A_1, R_1, λ_1, C_1 równanie kosztu przedsięwzięcia można napisać w postaci (62):

$$(62) UN = \left[\left[R_1^{-1} \cdot A_1 \cdot \varphi_1 + 0.18 \cdot V \right] \cdot 24 \cdot SD - \left[p \cdot A_p \left[QD_p + 2 \cdot QD_{wp} \right] + 2w \cdot A_w \cdot \left[2 \cdot QD_p \cdot \sin \beta \cdot 1(\beta-0) + QD_{wp \times 1} \cos \beta + QD_{wp \times 1} \sin \beta + QD_w \cdot \cos \beta \right] \right] \cdot C_e \cdot (\eta_{wa})^{-1} \cdot N + \left[\lambda_1 \cdot \left[R - \alpha_1^{-1} - \alpha_2^{-1} \right] \cdot A_{s1} \cdot C_1 + \left[p \cdot A_p + 2 \cdot w \cdot A_w \right] \cdot C_o \right] + B$$

i = ściana, podłoga, dach.

Różniczkując funkcję kosztu UN względem R_1 otrzymano:

$$(63) \frac{\partial UN}{\partial R_1} = -R_1^{-2} \cdot A_1 \cdot 24 \cdot SD \cdot C_e \cdot \varphi_1 \cdot N + \lambda_1 \cdot A_1 \cdot C_1$$

Przyrównując pochodną (63) do zera otrzymano warunek na optymalną oporność właściwą ścian. Z warunku tego napisano równość:

$$(64) R_{1opt} = \sqrt{\frac{24 \cdot N \cdot SD \cdot \varphi_1 \cdot C_e}{\lambda_1 \cdot C_1}} \text{ m}^2 \text{ KW}^{-1}$$

lub

$$(65) k_{1opt} = \sqrt{\frac{\lambda_1 \cdot C_1}{24 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_e}} \cdot Wm^{-2} K^{-1}$$

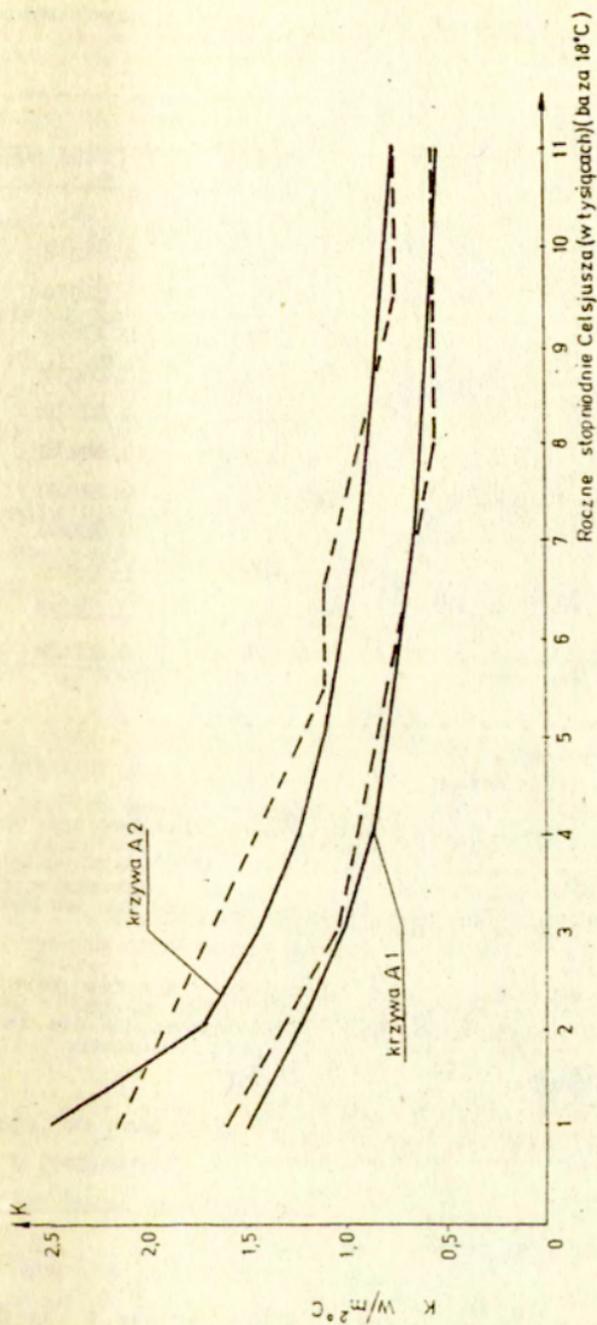
Ze wzoru (64) wynika, że optymalny opór właściwy przenikania ciepła jest proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z liczby stopniodni w roku, liczby lat użytkowania budynku, ceny jednostkowej energii i odwrotnie proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z wartości współczynnika przewodności cieplnej materiału λ_1 i kosztu jednostkowego materiału ściany C_1 . Wzór ten ma znaczenie dla ustalenia wymagań odnośnie współczynnika przewodności ścian. Występuje zbieżność powyższego wzoru z zaleceniami Polskiej Normy ustalającej dla niższej temperatury pomieszczenia (mniejsze SD) wyższe dopuszczalne współczynniki k.

W tablicach 1 i 2 zamieszczono przykładowe optymalne współczynniki przenikania k w zależności od stopniodni \overline{SD} obliczone ze wzoru (65) Wyniki obejmują cztery przypadki parametrów: N, C₁.

Tablica 1. Optymalny współczynnik k w zależności od stopniodni \overline{SD} przy cenie jednostkowej ściany $C_s = 60000 \text{ zł/m}^3$ i współczynniku przewodności cieplnej $\lambda_s = 0.25 \text{ W/mK}$. w czterech przypadkach parametrów: N - lata użytkowania, C_e - cena energii w zł/kWh .

| \overline{SD} | N = 25 | | N = 50 | |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | $C_e = 0.004$ | $C_e = 0.044$ | $C_e = 0.004$ | $C_e = 0.044$ |
| | k | k | k | k |
| 1000 | 2.50000 | 0.75378 | 1.76777 | 0.53300 |
| 2000 | 1.76777 | 0.53300 | 1.25 | 0.37689 |
| 3000 | 1.44338 | 0.43519 | 1.02062 | 0.30773 |
| 4000 | 1.25000 | 0.37689 | 0.88388 | 0.26650 |
| 5000 | 1.11803 | 0.33710 | 0.79057 | 0.23837 |
| 6000 | 1.02062 | 0.30773 | 0.72169 | 0.21760 |
| 7000 | 0.94491 | 0.28490 | 0.66815 | 0.20146 |
| 8000 | 0.88388 | 0.26650 | 0.62500 | 0.18844 |
| 9000 | 0.83333 | 0.25126 | 0.58926 | 0.17767 |
| 10000 | 0.79057 | 0.23837 | 0.55902 | 0.16855 |
| 11000 | 0.75378 | 0.22728 | 0.53300 | 0.16071 |

Na rysunku 2 przedstawiono zmienność optymalnego współczynnika k w zależności od stopniodni SD dla danych A1 i A2 z tablicy 1. Otrzymane krzywe (linia ciągła) porównano z krzywymi zaczerpniętymi z normy amerykańskiej ANSI/ASHRAE/IES 9017-1980. Warto zwrócić uwagę, że wykres może służyć jako materiał poglądowy. W projektowaniu należy się raczej posługiwać wzorem (65) podstawiając wartości N, SD, C_e, C_s i λ_s odpowiednie do zastosowanych w praktyce.



Rys. 2. Wykres optymalnego współczynnika przenikania ciepła k ścian zewnętrznych, wykonany w/g danych z tablic 1 (A1) i 2 (A2), — krzywa obliczona, ---- krzywa z normy amerykańskiej ANSI (ASHRAE) IES 90A-1980.

Tablica 2. Optymalny współczynnik k w zależności od stopniodni \overline{SD} przy cenie jednostkowej ściany $C_e = 60000 \text{ zł/m}^3$ i współczynniku przewodności cieplnej $\lambda = 0.50 \text{ W/mK}$. w czterech przypadkach parametrów: N - lata użytkowania, C_e - cena energii w zł/kWh .

| \overline{SD} | N = 25 | | N = 50 | |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | $C_e = 0.004$ | $C_e = 0.044$ | $C_e = 0.004$ | $C_e = 0.044$ |
| 1000 | 3.53553 | 1.06600 | 2.50000 | 0.75378 |
| 2000 | 2.5 | 1.75378 | 1.76777 | 0.53300 |
| 3000 | 2.0412 | 0.61546 | 1.44338 | 0.43519 |
| 4000 | 1.76777 | 0.53300 | 1.25000 | 0.37689 |
| 5000 | 1.58114 | 0.47673 | 1.11803 | 0.33710 |
| 6000 | 1.44338 | 0.43519 | 1.02062 | 0.30773 |
| 7000 | 1.33631 | 0.40291 | 0.94491 | 0.28490 |
| 8000 | 1.25000 | 0.37689 | 0.88388 | 0.26650 |
| 9000 | 1.17851 | 0.35533 | 0.83333 | 0.25126 |
| 10000 | 1.11803 | 0.33710 | 0.79057 | 0.23837 |
| 11000 | 1.06600 | 0.32141 | 0.75378 | 0.22728 |

3.6.2. Wybór rodzaju materiału ściany

W punkcie poprzednim wyprowadzono wzór na optymalny właściwy opór cieplny ściany ze względu na minimalny koszt przedsięwzięcia. W niniejszym wyprowadzono kryterium na wybór materiału ściany. Załóżmy, że mamy dwa warianty materiałowe ściany. Jedna o koszcie jednostkowym materiału ściany C_{m1} i współczynniku przewodzenia materiału λ_1 i druga ściana o koszcie jednostkowym materiału C_{m2} i współczynniku przewodzenia λ_2 . Opór optymalny dla każdej z tych ścian jest inny i wyraża się wzorem:

$$(66) \quad R_{i \text{ opt}} = \sqrt{\frac{24 \cdot N \cdot \overline{SD} \cdot \varphi_1 \cdot C_e}{\lambda_1 \cdot C_{m1}}}$$

w którym i -oznacza numer wariantu ściany.

Część kosztu UN_i związana z opornością właściwą ściany i zgodnie ze wzorem (62) ma postać:

$$(67) \quad UN_i = A \left[R_{i \text{ opt}}^{-1} \cdot 24 \cdot \overline{SD} \cdot C_e \cdot \varphi_1 \cdot N + \lambda_1 \cdot R_{i \text{ opt}} \cdot C_{m1} \right]$$

Po podstawieniu (66) do (67) i elementarnych przekształceniach otrzymano:

$$(68) \quad UN_1 = 2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{24 \cdot N \cdot SD \cdot C_e \cdot \varphi_1 \cdot C_{m1} \cdot \lambda_1}$$

Załóżmy, że koszty UN_2 są mniejsze od UN_1 czyli drugie rozwiązanie jest korzystniejsze

$$(69) \quad UN_2 < UN_1$$

Podstawiając równość (68) do (69) przy indeksie $i=1$ i $i=2$ otrzymano kryterium na wybór właściwego wariantu materiałowego ściany tj:

$$(70) \quad C_{m2} \cdot \lambda_2 < C_{m1} \cdot \lambda_1$$

Stąd wynika stwierdzenie: Najlepsza ze względu na minimalny koszt ze wszystkich możliwych wariantów ścian jest taka, której iloczyn kosztów jednostkowych przez jej współczynnik przewodzenia materiału jest najmniejszy.

$$(70a) \quad \min(\Delta KN_1) = \min(\lambda_1 \cdot C_{m1})$$

$$\lambda_1 \in A \quad C_{m1} \in C$$

Z powyższych rozważań wynika również wniosek, że dwie ściany posiadające ten sam iloczyn kosztów jednostkowych przez współczynnik przewodzenia.

$$(71) \quad \lambda_1 C_1 = \lambda_2 C_2$$

stanowią równowazne rozwiązania ze względu na ogólny koszt przedsięwzięcia.

3.6.3. Optymalna grubość warstwy termoizolacyjnej w ścianie wielowarstwowej

Załóżmy, że mamy ścianę n-warstwową o powierzchni A_s w której pierwsza warstwa o grubości g_1 odgrywa rolę warstwy termoizolacyjnej. Oddzielając we wzorze (62) część kosztu zależną od grubości g_1 otrzymano wyrażenie:

$$(72) \quad \Delta UN = A_s \left[R^{-1} \cdot 24 \cdot N \cdot SD \cdot \varphi_1 \cdot C_e + g_1 \cdot C_s \right], \text{ w którym}$$

$$(73) \quad R = g_1 \cdot \lambda_1^{-1} + \alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} + \sum_{i=2}^n g_i \cdot \lambda_i^{-1}$$

Pierwsza pochodna względem grubości warstwy g_1 jest równa:

$$(74) \quad \frac{\partial \Delta UN}{\partial g_1} = A \left[-R^{-2} \cdot 24 \cdot N \cdot SD \cdot K_J \cdot \frac{\partial R}{\partial g_1} + C_{s1} \right].$$

Podstawiając do (74) wartość pochodnej $\frac{\partial R}{\partial g_1} = \frac{1}{\lambda_1}$ i przyrównując pochodną kosztu do zera otrzymano:

$$(75) \quad R = \sqrt{\frac{24 \cdot N \cdot SD \cdot \varphi_1 \cdot C}{\lambda_1 \cdot C_{s1}}}$$

Podstawiając wyrażenie na R (73) do wzoru (75) i przekształceniach otrzymano:

$$(76) \quad g = \frac{\sqrt{24 \cdot N \cdot SD \cdot \varphi_1 \cdot C_o \cdot \lambda_1}}{C_{s1}} - \lambda_1 \cdot \left[\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} + \sum^n g_1 \lambda_1^{-1} \right]$$

Wzór (76) może służyć do obliczenia grubości jednej warstwy przegrody n-warstwowej o ile pozostałe warstwy mają ustalone grubości i współczynniki przewodzenia. Grubości warstw pozostałych mogą wynikać z warunków konstrukcyjnych lub wytrzymałościowych.

3.7. Procentowy udział przegród przezroczystych w powierzchniach ścian

Różniczkując wzór na koszt ogólny względem p otrzymano:

$$(77) \quad \frac{\partial UN}{\partial p} = A_p \left\{ \left[24SD \cdot \left(R_o^{-1} - R^{-1} \right) - \left[Q_p + 2Q_{wp} \cos \alpha_s (wp) \right] \right] \cdot C_o \cdot (\eta_{wa})^{-1} \cdot N - g \cdot C_s \right\}.$$

I podobnie różniczkując względem w

$$(78) \quad \frac{\partial UN}{\partial w} = A_w \left\{ \left[48SD \cdot \left(R_o^{-1} - R^{-1} \right) - 2 \cdot \left[Q_w \cos \beta + Q_{wpy1} \sin \beta + Q_{wpx1} \cos \beta + Q_{wp} \sin \beta \cdot 1(\beta-1) \right] \right] \cdot C_o \cdot (\eta_{wa})^{-1} \cdot N + C_o - g \cdot C_o \right\}.$$

Z założonego modelu wynika, że pochodna kosztu względem procentowego udziału przegród przezroczystych jest stała względem p. Oznacza to, że każdy procent przynosi albo jednakowe zmniejszenie całkowitych kosztów albo ich jednakowe powiększenie. Zmniejszenie występuje wtedy jeżeli pochodne względem udziału p i w są ujemne, a zwiększenie jeżeli są one dodatnie. Ze wzorów (77) i (78) wynika że:

- oporność przenikania ciepłego okien powinna być względnie duża,
- okna powinny być względnie tanie,
- a zyski pochodzące z promieniowania słonecznego jak największe.

Z zachowania dużej oporności cieplnej okien w okresach występowania niskiej temperatury zewnętrznej wynika konieczność stosowania okiennic lub innych środków zwiększających oporność okien. Do nich należy stosowanie uszczelnień okien, podwójnych i potrójnych szyb, oraz należyte zaprojektowanie pustek powietrznych. Właściwy wymiar pustek powietrznych i odpowiednio ich zabezpieczenie może znacznie poprawić efektywność przegród przezroczystych w powierzchniach ścian.

3.8. Optymalny wymiar długości poszczególnych ścian zewnętrznych i wysokości przy stałej objętości przestrzeni użytkowej

3.8.1. Wyprowadzenie analitycznych warunków optymalności funkcji kosztów względem wektora $\eta(\eta_w, \eta_h)$ przy stałym procencie okien p i w oraz przestrzeni użytkowej V .

W obranym kształcie rzutu obudowy zewnętrznej pola powierzchni ścian spełniają zależność geometryczną:

$$(79) \quad N_d - P = 2 \cdot W \cdot \sin \beta$$

Uzględniając tę zależność i warunek stałej objętości powierzchni użytkowej (1) otrzymano układ równań:

$$(80) \quad \begin{aligned} N_d - P &= 2 \cdot W \cdot \sin \beta, \\ N_d + P &= \frac{2 \cdot V}{V \cdot h \cdot \cos \beta}. \end{aligned}$$

Stąd jest :

$$(81) \quad A_n = \frac{Vh}{V \cdot h \cdot \cos \beta} + W \cdot \sin \beta$$

$$(82) \quad A_p = \frac{Vh}{V \cdot h \cdot \cos \beta} - W \cdot \sin \beta$$

Po podstawieniu do kosztu przedsięwzięcia po N latach użytkowania wyrażen (50-51) i przyjęciu następujących oznaczeń:

$$\begin{aligned}
 R^{-1} &= k, & R_o^{-1} &= k_o, & A &= 2 - p, \\
 B &= p \sin \beta + 2(1-w), & C &= p, & D &= -p \sin \beta + 2w, \\
 E &= (-p + 2w * 1(\beta - 0)) * \sin \beta, & F &= 2w * \cos \beta \\
 (83) \quad G1 &= -2p * \sin \beta & G2 &= 2w \sin \beta, & H &= 2w \cos \beta, \\
 P &= - \left[E * QD_p + G1 * QD_{wpy} + G2 * QD_{wpy1} + H * QD_{wpx} + H * QD_w \right] \\
 A_w &= W * h, & A_p &= P * h, & A_n &= N_d * h
 \end{aligned}$$

otrzymano wzór:

$$(84) \quad UN = \frac{VL}{W * \cos \beta} + h * W * M + \frac{V * L_1}{h} + B, \text{ w którym}$$

$$(85) \quad L = \left\{ \left[(k * A + k_o * C) * 24 * SD - C(QD_p + 2QD_{wny}) \right] * N * C_e(\eta)^{-1} + g_s * A * C_s + C * C_o \right\},$$

$$M = \left\{ \left[(k * B + k_o * D) * 24 * SD + P \right] * N * C_e(\eta)^{-1} + g_s * B * C_s + D * C_o \right\}.$$

$$L_1 = 24 * (k_d * \varphi_d + k_{pd} * \varphi_{pd}) * N * (\eta)^{-1} * C_e + g_d * C_d + g_{pd} * C_{pd}$$

$$(86) \quad W = \sqrt[3]{V} * \eta_w, \quad h = \sqrt[3]{V} * \eta_h, \quad P = \sqrt[3]{V} * \eta_p, \quad N = \sqrt[3]{V} * \eta_n.$$

koszty przedsięwzięcia po N-latach użytkowania są następujące:

$$(87) \quad UN = \sqrt[3]{V^2} \left[\frac{L}{\eta_w * \cos \beta} + \eta_h * \eta_w * M + \frac{1}{\eta_h} * L_1 \right] + B,$$

Odpowiednio koszt jednego m³ budynku wyraża się wzorem:

$$(88) \quad U1 = \frac{UN}{V} = \frac{1}{\sqrt[3]{V}} \left[\frac{L}{\eta_w * \cos \beta} + \eta_h * \eta_w * M + \frac{1}{\eta_h} * L_1 \right] + B,$$

Oznaczając przez U11 koszt jednego m³ przestrzeni użytkowej przy założeniu V = 1 m³ ze wzoru (88) mamy:

$$(89) \quad U11 = \frac{L}{\eta_w * \cos \beta} + \eta_h * \eta_w * M + \frac{1}{\eta_h} * L_1$$

Podstawiając (89) do (88) jest:

$$U1 = \frac{1}{\sqrt[3]{V}} \quad U11, \text{ stąd można wypowiedzieć wniosek}$$

Koszt jednostkowy $1m^3$ przestrzeni użytkowej jest odwrotnie proporcjonalny do pierwiastka trzeciego stopnia z objętości budynku.

Różniczkując U1 względem η_h, η_w otrzymano:

$$\frac{\partial U1}{\partial \eta_w} = \frac{1}{\sqrt[3]{V}} \left[- \frac{L}{(\eta_w)^2 \cdot \cos \beta} + \eta_h \cdot M \right]$$

$$\frac{\partial U1}{\partial \eta_h} = \frac{1}{\sqrt[3]{V}} \left[\eta_w \cdot M - \frac{1}{(\eta_h)^2} \cdot L_1 \right].$$

Przyrównując pochodne względem η_w i η_h do zera otrzymano warunki konieczne występowania minimum kosztów (90)-

$$(90) \quad \frac{L}{(\eta_w)^2 \cdot \cos \beta} = \eta_h \cdot M$$

$$\eta_w \cdot M = \frac{1}{(\eta_h)^2} \cdot L_1$$

Stąd otrzymano:

$$(91) \quad \eta_{w0} = \sqrt[3]{\frac{L^2}{\cos^2 \beta \cdot M \cdot L}}, \quad \eta_{h0} = \sqrt[3]{\frac{L_1^2 \cos \beta}{M \cdot L}}$$

We wzorach (87-91) L, M są funkcjami p, w, β , natomiast wielkości L_1 i B są stałymi niezależnymi od zmiennych decyzyjnych. Wprowadzając do wzorów (81) i (82) wielkości bezwymiarowe (86) oraz rozwiązanie (91) otrzymano optymalne η_{p0} i η_{n0} .

$$(91a) \quad \eta_{n0} = \frac{1}{\sqrt[3]{\cos^2 \beta}} \left[\sqrt[3]{\frac{M^2}{L \cdot L_1}} + \sin \beta \sqrt[3]{\frac{L^2}{M \cdot L_1}} \right].$$

$$(91a) \quad \eta_{p0} = \frac{1}{\sqrt[3]{\cos^2 \beta}} \left[\sqrt[3]{\frac{M^2}{L \cdot L_1}} - \sin \beta \sqrt[3]{\frac{L^2}{M \cdot L_1}} \right].$$

3.8.2 Dyskusja optymalnych $\eta_{ho}, \eta_{po}, \eta_{wo}, \eta_{no}$ przy $p=w=\beta=0$

Podstawiając $p=w=\beta=0$ w wyrażeniach (83) jest:

$$A = B = 2, \quad C = D = E = F = G = H = P = 0,$$

$$M = L = 48k_{\bullet} \cdot SD \cdot C_{\bullet} \cdot (\eta_{wa})^{-1} + 2g_{\bullet} \cdot C_{\bullet}$$

$$L_i = 24 \cdot (k_d \cdot \varphi_d + k_{pd} \cdot \varphi_{pd}) \cdot SD \cdot N \cdot (\eta)^{-1} \cdot C_{\bullet} + g_d \cdot C_d + g_{pd} \cdot C_{pd}$$

Przypadek 1: $\varphi_d = \varphi_{pd} = 1, C_c = C_{pd} = C_{\bullet}, k_{\bullet} = k_d = k_{pd}$

Ze wzorów (91) wynika że $K = L = L_1$ stąd jest:

$$\eta_h = \eta_w = \eta_p = \eta_n = 1$$

W tym przypadku optymalnym jest sześcian. Wynik ten jest znany powszechnie przy założeniu formy granłastosłupa trapezowego, bowiem sześcian ma minimalny stosunek powierzchni do objętości dla obranej formy dopuszczalnej.

Przypadek 2: $\varphi_d < \varphi_{pd} < 1, C_d = C_{pd} = C_{\bullet}$.

Z równania (65) jest:

$$24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet} = \sqrt{\lambda_1 C_1} \cdot 24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet}, \text{ lub}$$

$$24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet} = \lambda_1 C_1 \sqrt{\frac{24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet}}{\lambda_1 C_1}}$$

Skąd po uwzględnieniu (64) napisano:

$$24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet} = \lambda_1 C_1 R_1.$$

Uwzględniając w powyższym związku zależność (5) otrzymano:

$$(92) \quad 24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_{\bullet} = \left[g_1 + \lambda_1 \left[\frac{1}{\alpha_{11}} + \frac{1}{\alpha_{21}} \right] \right] \cdot C_1$$

Przyjmując w równaniu (64) raz wskaźnik l a drugi raz wskaźnik "s", a następnie dzieląc obydwie równości przez siebie otrzymano zależność:

$$R_1 = R_s \cdot \sqrt{\frac{\lambda_s \cdot C_s}{\lambda_1 \cdot C_1} \cdot \varphi_1}$$

Podstawiając do powyższej równości R_1 i R_s ze wzoru (2) wyznaczono z niej grubość g_1 (93)

$$(93) \quad g_1 = g_s \sqrt{\frac{\lambda_1 \cdot C_s}{\lambda_s \cdot C_1} \cdot \varphi_1} + \left\{ \frac{1}{\alpha_{1s}} + \frac{1}{\alpha_{2s}} \right\} \sqrt{\frac{\lambda_1 \cdot \lambda_s \cdot C_s}{C_1} \cdot \varphi_1} - \lambda_1 \left\{ \frac{1}{\alpha_{11}} + \frac{1}{\alpha_{21}} \right\}$$

Zachowując w zależności (92) i (93) pierwsze czynniki otrzymano:

$$(92a) \quad \begin{aligned} 24k_1 \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_1 \cdot C_e &= g_s \cdot C_s \\ 24k_d \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_d \cdot C_e &= g_d \cdot C_d \\ 24k_{pd} \cdot SD \cdot N \cdot \varphi_{pd} \cdot C_e &= g_{pd} \cdot C_{pd} \quad \text{oraz} \end{aligned}$$

$$(93a) \quad \begin{aligned} g_d &= g_s \cdot \sqrt{\frac{\lambda_d \cdot C_s}{\lambda_s \cdot C_d} \cdot \varphi_d} \\ g_{pd} &= g_s \cdot \sqrt{\frac{\lambda_{pd} \cdot C_s}{\lambda_s \cdot C_{pd}} \cdot \varphi_{pd}} \end{aligned}$$

Podstawiając (92) i (93) w wyrażeniach na M , L , L_1 napisano wyrażenia:

$$(94) \quad \begin{aligned} M = L &= 2g_s C_s \left[1 + (\eta_{ws})^{-1} \right] \\ L_1 &= g_s \left[\sqrt{\frac{\lambda_d \cdot C_s \cdot C_d}{\lambda_s}} + \sqrt{\frac{\lambda_{pd} \cdot C_s \cdot C_{pd} \cdot \varphi_{pd}}{\lambda_s}} \right] \cdot \left[1 + (\eta_{ws})^{-1} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_w &= \sqrt[3]{\frac{2C_s}{\sqrt{\frac{\lambda_d \cdot C_s \cdot C_d}{\lambda_s} \cdot \varphi_d} + \sqrt{\frac{\lambda_{pd} \cdot C_s \cdot C_{pd}}{\lambda_s} \cdot \varphi_{pd}}}} \\ \eta_h &= \sqrt[3]{\frac{\left[\sqrt{\frac{\lambda_d \cdot C_s \cdot C_d}{\lambda_s} \cdot \varphi_d} + \sqrt{\frac{\lambda_{pd} \cdot C_s \cdot C_{pd}}{\lambda_s} \cdot \varphi_{pd}} \right]^2}{4C_s^2}} \end{aligned}$$

Przyjmując $\lambda_d = \lambda_s = \lambda_{pd}$, oraz $C_{pd} = C_d = C_s$, $\varphi_d = 1.21$, $\varphi_{pd} = 0.64$ jest:
 $\eta_w = 1.017$, $\eta_h = 0.9664$.

Zakładając $C_d = C_{pd} = 2C_u$ otrzymano:

$$\eta_w = 0.8072 \quad \eta_h = 1.534.$$

Przyjmując warunek równoważności rozwiązań (71a) tj.

$$\lambda_d C_d = \lambda_{pd} C_{pd} = \lambda_u C_u.$$

Wzory (94) przyjmują postać (95):

$$\eta_w = \sqrt[3]{\frac{2}{\sqrt{\varphi_d} + \sqrt{\varphi_{pd}}}}$$

(95)

$$\eta_h = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{\varphi_d} + \sqrt{\varphi_{pd}}}{4}}^2$$

Na podstawie (95) można wypowiedzieć wniosek, że w przypadku zastosowania optymalizacji równoczesnej ścian, podłóg i dachu kształt geometryczny nie zależy od cen C_i i współczynnika przewodzenia λ_i , a jest jedynie zależny od parametrów temperaturowych φ_d, φ_{pd} środowiska zewnętrznego otaczającego budynek.

3.8.3. Dyskusja optymalnych $\eta_{ho}, \eta_{wo}, \eta_{po}, \eta_{No}$ przy zmiennym procencie okien p i w oraz zmiennym kącie β pochylenia ściany wschodniej i zachodniej do kierunku północ-południe.

Aby przedyskutować to zagadnienie rozwiązano dwa zadania.

Pierwsze zadanie, które było rozszerzeniem dyskutowanego zagadnienia obejmowało funkcje kosztu jednostkowego przedsięwzięcia U_1 w zależności od zmienności p, w, β i wektora η , którego składowymi są $\eta_w, \eta_p, \eta_N, \eta_h$.

Drugie dotyczyło zależności kosztu jednostkowego przedsięwzięcia U_1 względem p, w, β przy optymalnym wektorze η według równań (91-91a) wynikających z zadania minimalizacji kosztu. Wyznaczono w nim również optymalne wartości p, w i β metodą numeryczną przeszukiwania obszaru dopuszczalnego. W efekcie zastosowania równań optymalizacji względem wektora η i przeszukiwania obszaru zmienności parametrów p, w, β wyznaczono minimum kosztów względem wszystkich zmiennych obszaru dopuszczalnego (η, p, w, β) i tym samym określono minimum absolutne. Wykonano dwa programy numeryczne na minikomputer IBM dla wyżej wymienionych zadań. Przyjęte w programie oznaczenia są nieco inne niż w niniejszym opisie. Wynika to z konieczności dostosowania się do wymogów języka Basic, który nie dopuszcza do oznaczenia jednej zmiennej więcej niż dwoma literami.

W wykonanych obliczeniach programem pierwszym wyznaczono koszty U11 w zależności od η_w przy zmiennym kącie β i zadanym procencie uokiennienia ścian p i w . Dla każdego kąta β przyjęto takie p i w przy którym występuje minimum kosztów ze względu na η_w, p i w .

Dla każdego kąta β przyjęto takie p i w , przy którym występuje minimum kosztów ze względu na η_w i p i w .

Obliczenia wykonano dla dwóch przypadków stopniodni w roku: 6000 i 3000

Zmieniano kąt pochylenia w przedziale -45 do 45° z krokiem 15° oraz η_w w przedziale od 0.2 do 1.8 z krokiem 0.2.

Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 3. Na wykresie tym naniesiono również ślad linii wskazującej minimalny koszt przy danym β . Rysunek 3 wskazuje wyraźnie na istnienie minimum w interesującym nas obszarze dopuszczalnym. Najmniejszy koszt U1 przy SD=6000 i $\eta_h = 1$ ma następujące parametry:

$$\eta_w = 1.065853, \eta_h = 0.550434, \eta_p = 1.616274, p = 0.4, w = 0, \beta = -30^\circ$$

W zadaniu drugim postawiono sobie za cel poszukiwanie absolutnego minimum metodą numeryczną wyznaczając wartości liczbowe zmiennych zadania.

Przy obliczeniu programem drugim koniecznym było zdefiniowanie obszaru dopuszczalnych rozwiązań.

Zdefiniowano obszar dopuszczalnych rozwiązań następująco:

1. β $-45^\circ < \beta < 45^\circ$
2. p $0 < p < 0.4$
3. w $0 < w < 0.4$
4. η_w , $\beta = -45^\circ$ $0 < \eta_w < 1.41$
 $\beta = -30$ $0 < \eta_w < 1.52$
 $-30 < \beta < 30, 0 < \eta_w < 1.8$
5. η_h, η_p $\eta_h > 0, \eta_p > 0$.

Przeszukiwanie obszaru dopuszczalnego objęto wszystkie punkty przy następujących wartościach zmieniających się parametrów:

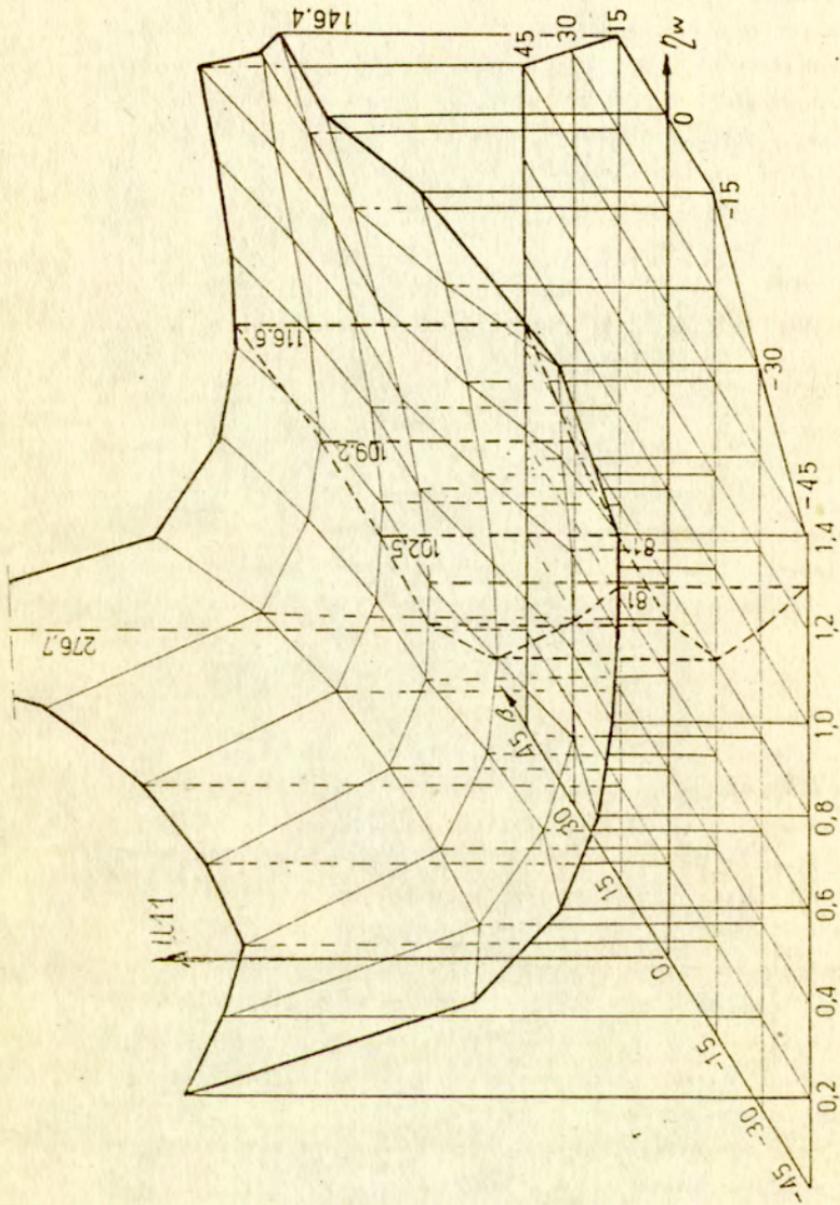
$$\beta \text{ od } -45^\circ \text{ do } 45^\circ \text{ co } 15^\circ, p \text{ i } w \text{ od } 0 \text{ do } 0.4 \text{ co } 0.1$$

W punktach przeszukiwanych obliczono koszty U11.

Do obliczeń wchodzi cechy środowiska fizycznego charakteryzowane parametrami: SD, P5, CH, $\varphi_s, \delta, \alpha_1, \alpha_2$.

W wykonanym programie jako stałe przyjęto następujące wielkości:

- czas użytkowania $N = 50$ lat
- koszt jednostkowy energii $C_e = 0.004$ zł/Wh
- koszt jednostkowy materiału $C_s = 60000$ zł/m³
- koszt jednostkowy okien $C_o = 20000$ zł/m²
- współczynnik przewodzenia materiału ściany $\lambda_s = 0.25$ W/(m K)



Rys. 3. Wykres funkcji U_{11} minimalnych ze względu na udział okien p i l w kosztów jednostkowych w tys. $zł/m^3$ w zależności od kąta β i η , przy $V = 1m^3$.

- współczynnik wnikania ciepła od strony wewnętrznej $\alpha_1 = 8W/(m^2K)$
- współczynnik wnikania ciepła od strony zewnętrznej $\alpha_2 = 20W/(m^2K)$
- szerokość geograficzna $\phi = 50^\circ$,
- stała słoneczna $J_0 = 1353 W/m^2$,
- współczynnik przezroczystości atmosfery $P = 4$.

Obliczenia były wykonane w 1988r. Przyjęte ceny jednostkowe nie są aktualne. Stąd wyniki tu przedstawione nie mogą stanowić podstawy oceny wartości kosztów przedsięwzięcia. Natomiast zdaniem autora nie ma to istotnego wpływu na wartości parametrów minimalizujących rozważaną funkcję kosztów U1.

Przeszukiwania wykonano dla różnych kombinacji zmiennych SD, CH, KS.

Obliczenia zestawiono dla sześciu przypadków zmiennych:

| Nr | SD | CH | K |
|----|------|-----|---|
| 1 | 6000 | 0.5 | 2 |
| 2 | 3000 | 0.5 | 2 |
| 3 | 6000 | 0.2 | 2 |
| 4 | 3000 | 0.2 | 2 |
| 5 | 6000 | 0.5 | 3 |
| 6 | 6000 | 0.5 | 3 |

Dla każdego z tych sześciu przypadków występujące minimum minimum zestawiono poniżej w tabelicy 3.

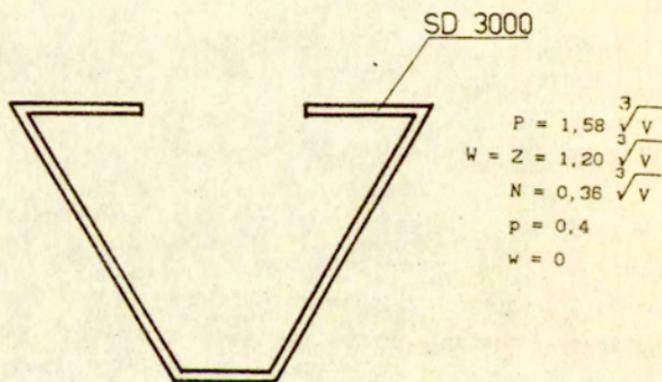
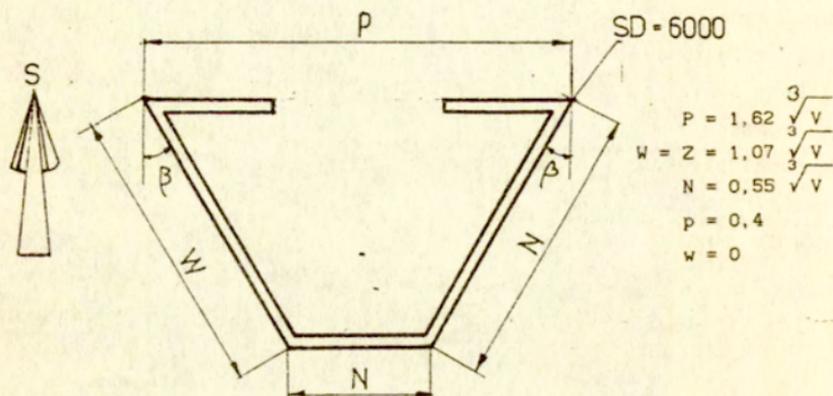
Tabela 3. Wartości zmiennych decyzyjnych odpowiadające minimum bezwzględemu kosztów dla sześciu różnych przypadków środowiska fizycznego otaczającego budynek.

1. $\eta_w = 1.065853$, $\eta_N = 0.550434$, $\eta_p = 1.616274$, $p = 0.4$, $w = 0$, $\beta = -30^\circ$
2. $\eta_w = 1.204787$, $\eta_N = 0.3560375$, $\eta_p = 1.560809$, $p = 0.4$, $w = 0$, $\beta = -30^\circ$
3. $\eta_w = 1.167226$, $\eta_N = 0.4056592$, $\eta_p = 1.279365$, $p = 0.4$, $w = 0$, $\beta = -30^\circ$
4. $\eta_w = 1.092598$, $\eta_N = 0.5105426$, $\eta_p = 1.603127$, $p = 0.4$, $w = 0$, $\beta = -30^\circ$
5. $\eta_w = 1.013986$, $\eta_N = 0.7585595$, $\eta_p = 1.283431$, $p = 0.4$, $w = 0.4$, $\beta = -15^\circ$
6. $\eta_w = 1.107368$, $\eta_N = 0.4890618$, $\eta_p = 1.596416$, $p = 0.4$, $w = 0$, $\beta = -30^\circ$.

Optymalne wymiary rzutu poziomego piętra narysowane zgodnie z wynikiem pierwszego i drugiego przypadku przedstawiono na rysunku 4.

Z powyższego zestawienia wynika, optymalne parametry β i p i w są we wszystkich pięciu przypadkach takie same. Jedynie w przypadku 5, gdzie przyjęto współczynnik wymiany ciepła przez okna równy 1 otrzymano nieznacznie różniący się wynik. Optymalne parametry η są we wszystkich przypadkach znacząco różne.

Na zakończenie należy podkreślić, że otrzymane rozwiązanie dotyczy formy trapezowej rzutu budynku pokazanego na rysunku 1. Analiza i programy określają wielkości parametrów obranej formy. Aby przeprowadzić optymalizację budynku o innej formie rzutu poziomego, należy w obliczeniach uwzględnić zależności geometryczne wiążące je z wymiarami geometrycznymi.



Rys.4. Wynik analizy optymalne parametry rzutu poziomego ścian zewnętrznych.

3.9. Uwagi i wnioski

1. Przedstawiona metoda wyznaczania parametrów geometrycznych budynku energooszczędnego w oparciu o zadane czynniki środowiska fizycznego jest metoda przybliżona. Jej przybliżoność wynika głównie z przyjęcia metody obliczenia strat opartej na stosowanej normie.
2. Zdaniem autora należy metodę doskonalić uwzględniając w niej specyfikę geometrii ścian oraz bezwładność i dynamikę procesów cieplnych.
3. Otrzymana w obliczeniach stabilność wyników jest bardzo dobrym prognostykiem i pozwala przypuszczać, że nawet ulepszenia modelu nie zmienia w sposób istotny parametrów optymalnych.
4. Opracowana metoda wyznaczania parametrów optymalnych budynku w zależności od czynników środowiska fizycznego wydaje się być bardzo pomocnym narzędziem w projektowaniu energooszczędnych systemów pasywnych.

Prace cytowane w tekście

1. Fokin K.F., Strojitielnoja tieplotechnika ogradzajuszczych czastiej zdanij, Moskwa, 1934.
2. Gadomski J., Wpływ rozwiązań architektonicznych na straty ciepła, Prace ITB, Nr3/1980
3. Kozłowski J., Przegrody zewnętrzne w budynkach mieszkalnych, PWN, Warszawa, 1968.
4. Monteith J.R. Fizyka środowiska biologicznego, PWN, Warszawa 1977.
5. Duffie J.A., Beckman W.A., Solar energy thermal processes, John Willey and Sons, , New York, London 1974.
6. Budyłowski J., Model matematyczny promieniowania słonecznego dla potrzeb heliotechniki, Arch. termodynamiki, Vo.5, Nr.1, s.31-44, 1984.
7. Marks W., Zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej w projektowaniu budynków energooszczędnych, Zeszyty naukowe, Nr 88, Budownictwo 19, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze.