

3.10.1. – teoria ogólna

Mirosław Meissner

**ZJAWISKO NIELINIOWOŚCI
PRZY ODDZIAŁYWANIU CIŚNIENIA
AKUSTYCZNEGO
NA REZONATOR HELMHOLTZA**

19/1994

P. 269



W A R S Z A W A 1 9 9 4

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 26 marca 1994 r.



56630



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 2,5 Ark.druk. 3,0
Oddano do drukarni w czerwcu 1994 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul.Jasna 1

Mirosław Meissner
Zakład Aeroakustyki IPPT PAN

ZJAWISKO NIELINIOWOSCI PRZY ODDZIAŁYWANIU CISNIENIA
AKUSTYCZNEGO NA REZONATOR HELMHOLTZA

STRESZCZENIE

Zamierzeniem niniejszej pracy była analiza teoretyczna i doświadczalna zjawiska nieliniowości występującego przy dużych ciśnieniach akustycznych działających na rezonator Helmholtza. W rozdziale 2 pracy przedstawiono teoretyczny model zjawiska uwzględniający efekt zwężenia linii prądu za otworem rezonatora podczas tworzenia zaburzeń turbulentnych. Z bilansu ciśnień po obu stronach otworu uzyskano równanie opisujące drgania układu rezonansowego. W równaniu tym straty na skutek nieliniowości określa rezystancja proporcjonalna do amplitudy prędkości akustycznej w otworze rezonatora.

W rozdziale 3 przedstawiono rezultaty pomiarów współczynnika pochłaniania rezonatora przy stałym ciśnieniu fali padającej oraz rezystancji i reaktancji przy stałym ciśnieniu w denku rezonatora. Zastosowana procedura pomiarowa umożliwiła wyznaczenie ogólnej zależności pomiędzy nieliniową rezystancją strat a amplitudą prędkości w otworze. Uzyskane wyniki badań wykazały, że ciśnienie działające na rezonator może w zasadniczy sposób wpływać na jego własności pochłaniające, a obserwowany doświadczalnie spadek współczynnika pochłaniania dla dużych amplitud ciśnienia jest konsekwencją wzrostu strat na skutek nieliniowości.

SPIS TRESCI

1. Wstęp.....	5
2. Analiza teoretyczna.....	6
2.1. Efekt nieliniowości przy oddziaływaniu fali płaskiej na rezonator Helmholtza.....	6
2.2. Impedancja akustyczna rezonatora.....	9
2.3. Współczynnik pochłaniania rezonatora.....	14
2.4. Eksperymentalne wyznaczanie amplitudy prędkości w otworze rezonatora.....	17
3. Badania doświadczalne.....	18
3.1. Stanowisko badawcze, metody pomiarowe i aparatura....	18
3.2. Porównanie wyników obliczeń z eksperymentem.....	19
3.2.1. Zależność współczynnika pochłaniania α rezonatora od amplitudy fali padającej P_0	19
3.2.2. Zależność rezystancji R_c od amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora.....	32
3.2.3. Zależność reaktancji X od amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora.....	40
4. Podsumowanie i wnioski.....	46
5. Załącznik: kompensacja fali promieniowanej i odbitej od bezstratnego rezonatora Helmholtza.....	47
6. Literatura.....	48

1. WSTĘP

Bardzo różnorodne potrzeby stosowania materiałów dźwiękochłonnych stawiają różne wymagania co do ich własności pochłaniających. Większość stosowanych obecnie materiałów dźwiękochłonnych wykazuje na ogół niezadowalające własności pochłaniające, a ponadto nie zawsze odpowiednie własności eksploatacyjne, jak np. łatwopalność, higroskopijność, kruchość. Obecnie, przy dążeniu do stosowania lekkich i tanich konstrukcji przyszłość materiałów dźwiękochłonnych leży w układach rezonansowych, wśród których dużą rolę odgrywają rezonatory Helmholtza. Świadczy o tym szereg nowych zastosowań rezonatorów jako elementów tłumiących: w budownictwie, lotnictwie i tunelach aerodynamicznych [1-5]. Zaletą układów rezonansowych jest stosunkowo łatwe uzyskiwanie dobrych własności pochłaniających w określonym zakresie częstotliwości oraz możliwości wykonywania ich z trwałych i łatwo dostępnych materiałów.

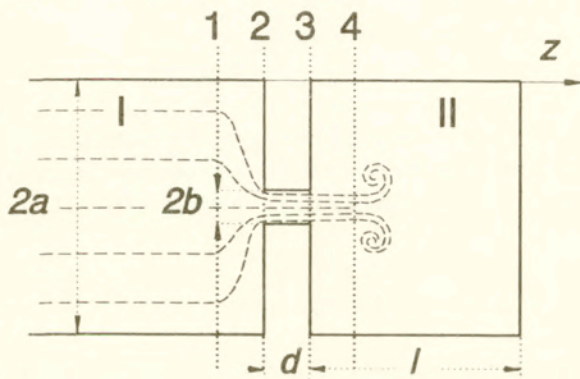
Badania nad własnościami pochłaniającymi układów rezonansowych i możliwościami ich praktycznego zastosowania były prowadzone od wielu lat [6-10]. Szczególną cechą tych układów jest zależność parametrów akustycznych, a w konsekwencji własności tłumiących, od amplitudy ciśnienia akustycznego działającego na rezonator [11-13]. Efekt ten, określany często jako akustyczna nieliniowość, jest wynikiem tworzenia się zawirowań turbulentnych w okolicach otworu rezonatora, co jest źródłem dodatkowych strat w układzie na skutek przeniesienia części energii akustycznej na energię zaburzeń wirowych [14-15]. W modelu zastępczym rezonatora efekt ten opisuje tzw. nieliniowa impedancja otworu [16-17].

Celem niniejszej pracy jest zbadanie wpływu nieliniowości na parametry akustyczne najczęściej wykorzystywanego w praktyce układu rezonansowego tzn. rezonatora Helmholtza umieszczonego w otoczeniu powierzchni odbijającej. W części 2 przeanalizowano model oddziaływania fali płaskiej na rezonator umieszczony w falowodzie akustycznym, natomiast w części 3 zaprezentowano wyniki pomiarów własności tłumiących i parametrów akustycznych rezonatora.

2. ANALIZA TEORETYCZNA

2.1. Efekt nieliniowości przy oddziaływaniu fali płaskiej na rezonator Helmholtza

Przedmiotem badań jest oddziaływanie fali płaskiej na rezonator Helmholtza w kołowym falowodzie akustycznym o promieniu a (rys. 1). Komorę rezonatora stanowi część II falowodu o długości l , którą od części I falowodu oddziela sztywna przegroda o grubości d z osiowo-symetrycznie położonym otworem kołowym o promieniu b .



Rys. 1. Linie prądu w pobliżu kołowego otworu rezonatora dla dużych amplitud fali padającej.

Na rys. 1 przedstawiono schematycznie rozkład linii prądu w obszarze otaczającym otwór w przypadku dużej amplitudy fali padającej. W części II falowodu, bezpośrednio za otworem, na skutek tarcia wewnętrznego następuje początkowo zwężenie strumienia (vena contracta), a następnie jego rozszerzenie, co przy dużej amplitudzie fali padającej prowadzi do zagięcia linii prądu i utworzenia wiru kołowego [15].

Dla małych częstotliwości ośrodek pomiędzy przekrojem 1 a 4 można traktować jako nieściśliwy, a więc w obszarze tym związek pomiędzy ciśnieniem p , prędkością U i potencjałem akustycznym φ wzdłuż danej linii prądu określa równanie Bernoulliego [18]:

$$-\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\rho U^2}{2} + p = \text{const.}, \quad (1)$$

gdzie ρ to gęstość ośrodka oraz $U = -\text{grad}(\psi)$. Jeżeli w oznacza współrzędną wzdłuż linii prądu, a U_w składową prędkości wzdłuż osi otworu, to $\psi = -\int U_w dw$. Ponieważ linie prądu w przekrojach 1, 2, 3, 4 są do siebie równoległe, więc wielkości p_i , U_i oraz ψ_i , $i = 1, 2, 3, 4$, są stałe w każdym przekroju. Związek pomiędzy ciśnieniem a prędkością w obszarze I, wyznaczony na podstawie rów. (1), określa więc zależność

$$P_2 = P_1 - \rho \int_1^2 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw + \rho(U_1^2 - U_2^2)/2. \quad (2)$$

Jeżeli głębokość otworu d jest znacznie mniejsza od długości fali akustycznej, to rozkład prędkości wzdłuż otworu jest w przybliżeniu stały tzn. $U_2 = U_3 = u$. Po wykorzystaniu warunku ciągłości masy

$$SU_1 = S_0U_2 = Sou, \quad (3)$$

gdzie $S = \pi a^2$, $S_0 = \pi b^2$ to odpowiednio powierzchnia przekroju falowodu i otworu rezonatora, rów. (2) przyjmie postać

$$P_2 = P_1 - \rho \int_1^2 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw + \frac{\rho U^2}{2} \left[\left(\frac{S_0}{S} \right)^2 - 1 \right]. \quad (4)$$

Warunek ciągłości masy dla przekrojów 3 i 4 musi uwzględniać zwężenie linii prądu bezpośrednio za otworem rezonatora

$$CU_4 = U_3 = u, \quad (5)$$

gdzie $C = 0.61$ [19] to współczynnik kontrakcji wyznaczony teoretycznie w przypadku otworu kołowego w płaskiej, cienkiej ścianie (współczynnik C określony eksperymentalnie przyjmuje wartości z przedziału 0.61-0.64 [19]). Stąd w obszarze II równanie analogiczne do zależności (4) będzie miało postać

$$p_3 = p_4 + \rho \int_3^4 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw + \frac{\rho u^2}{2} \left[\frac{1}{C^2} - 1 \right]. \quad (6)$$

Po odjęciu równ. (4) i (6) uzyskuje się ostatecznie

$$p_1 - \rho \int_1^2 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw + p_3 - p_2 - \pi b^2 \xi u^2 - p_4 - \rho \int_3^4 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw = 0, \quad (7)$$

gdzie $\xi = \rho(1/C^2 - b^2/a^2)/(2\pi b^2)$.

We wzorze (7) p_1 reprezentuje wypadkowe ciśnienie z sumy fal płaskich: działającej na rezonator, odbitej od przegrody i promieniowanej przez otwór rezonatora. Drugi wyraz po lewej stronie równ. (7) określa przyrost ciśnienia na skutek zwężenia linii prądu przed otworem rezonatora. W modelu impedancyjnym rezonatora odpowiada to pozornemu wzrostowi długości otworu (tzw. zewnętrzna poprawka wlotu). Różnica $p_3 - p_2$ odpowiada zmianie ciśnienia na skutek drgań masy powietrza w otworze, natomiast składnik wprost proporcjonalny do kwadratu prędkości określa zmianę ciśnienia na skutek przeniesienia energii akustycznej na energię zaburzeń wirowych. W układzie zastępczym rezonatora odpowiada to nieliniowej rezystancji strat.

W modelu liniowym (symetryczny rozkład linii prądu po obu stronach otworu) p_4 reprezentuje ciśnienie fali płaskiej będącej efektem wielokrotnych odbić fali od przegrody i zamkniętego końca rezonatora, natomiast całka z pochodnej prędkości [ostatni składnik po lewej stronie równ. (7)] zmianę ciśnienia na skutek istnienia masy współdrzającej we wnętrzu rezonatora. Wyznaczenie tych wielkości w przypadku nieliniowym napotyka na zasadnicze trudności, ponieważ formujące się cyklicznie zaburzenia wirowe zgodnie z prawem Biota-Savarta indukują pole akustyczne wewnątrz komory rezonatora. Matematyczna analiza tego zjawiska jest bardzo złożona i z reguły dotyczy bardzo prostych modeli wirów [15, 20]. Przyjęcie modelu liniowego jako pierwszego przybliżenia przy określaniu ciśnienia p_4 i wewnętrznej masy współdrzającej jest o tyle uzasadnione, że w tym przypadku nieliniowość powoduje jedynie

zmianę parametrów reaktancyjnych rezonatora, a więc w konsekwencji przesunięcie częstotliwości rezonansowej.

2.2. Impedancja akustyczna rezonatora

Po uwzględnieniu przyjętych założeń, do wyznaczenia wielkości występujących we wzorze (7) można wykorzystać wzór Greena [21]. Jeżeli początek cylindrycznego układu współrzędnych (r, Φ, z) leży w środku otworu rezonatora, a przekrój $z = 0$ odpowiada lewej stronie przegrody, to dwa pierwsze wyrazy w rów. (7) można wyznaczyć ze wzoru

$$P_1 - \rho \int_1^2 \frac{\partial U_w}{\partial t} dw = p_0(z, t) + \quad (8)$$

$$- \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^b u(\tau) g_1(r_0, \tau | r, t)_{z_0=0} r_0 dr_0 d\Phi_0 d\tau ,$$

gdzie $p_0(z, t)$ to wypadkowe ciśnienie fal płaskich: padającej i odbitej od przegrody

$$p_0(z, t) = P_0 \cos(k_0 z - \omega_0 t + \varphi) + P_0 \cos(-k_0 z - \omega_0 t + \varphi) , \quad (9)$$

gdzie P_0 to amplituda fali padającej, $k_0 = \omega_0/c$, φ to dowolna faza, g_1 to funkcja Greena w części I falowodu oraz $r_0 = (r_0, \Phi_0, z_0)$ i $r = (r, \Phi, z)$ to odpowiednio wektory położenia punktu źródłowego i punktu obserwacji. Całka występująca po prawej stronie rów. (8) opisuje promieniowanie źródła położonego w płaszczyźnie otworu rezonatora. Wyrażenie uzyskane po obliczeniu tej całki zawiera składnik pola dalekiego (fala płaska promieniowana przez rezonator) oraz składowe określające rozkład ciśnienia akustycznego w polu bliskim.

Funkcja Greena g_1 jest rozwiązaniem równania falowego

$$\nabla^2 g_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g_1}{\partial \tau^2} = - \delta(\tau - t) \delta(r - r_0) , \quad (10)$$

gdzie c to prędkość dźwięku, i spełnia warunki brzegowe

$$\partial g_1 / \partial r_1, r = a = \partial g_1 / \partial z_0, z_0 = 0 = 0 . \quad (11)$$

Pierwsze wyrażenie we wzorze (11) określa warunek zerowania się prędkości na ścianach falowodu, natomiast drugie warunek zerowania się prędkości na powierzchni przegrody. Jeżeli w rów. (10) wprowadzimy reprezentację fourierowską funkcji g_1

$$g_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_1 e^{j\omega\tau} d\omega \quad (12)$$

i uwzględnimy, że

$$\delta(\tau - t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(\tau - t)} d\omega , \quad (13)$$

to rów. (11) przyjmuje postać

$$v^2 G_1 + k^2 G_1 = - \delta(r - r_0) e^{-j\omega t} , \quad (14)$$

gdzie $k = \omega/c$. Dla warunków brzegowych (11) i źródła promieniującego w kierunku ujemnych wartości współrzędnej z rozwiązaniem rów. (14) jest następująca funkcja [21]

$$G_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn} \cos(k_{mn} z_0) e^{-jk_{mn} z - j\omega t} , \quad (15)$$

gdzie

$$g_{mn} = \frac{j}{2\pi a^2} \epsilon_n \cos[m(\Phi - \Phi_0)] \frac{J_n(\gamma_{mn} r/a) J_n(\gamma_{mn} r_0/a)}{k_{mn} [1 - (m/\gamma_{mn})^2] J_n^2(\gamma_{mn})} \quad (16)$$

oraz

ϵ_n to stała Neumanna, $k_{mn}^2 = k^2 - (\gamma_{mn}/a)^2$ oraz γ_{mn} to n -ty pierwiastek równania $\partial J_n(\gamma)/\partial \gamma = 0$, gdzie J_n to funkcja Bessela m -tego rzędu.

Dla głębokości otworu d dużo mniejszych od długości fali akustycznej różnicę ciśnień $p_3 - p_2$ można wyznaczyć ze wzoru

$$P_3 - P_2 = -\rho d \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (17)$$

natomiast dwa ostatnie wyrażenia w rów. (7) można, zgodnie ze wzorem Greena, określić z zależności

$$P_4 + \rho \int_3^4 \frac{\partial U_w}{\partial t} dW =$$

$$= \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^b u(\tau) g_4(r_o, \tau | r, t) |_{z_o=d} r_o dr_o d\Phi_o d\tau,$$
(18)

gdzie g_4 to funkcja Greena spełniająca równanie falowe (10) oraz warunki brzegowe

$$\partial g_4 / \partial r_1 |_{r=a} = \partial g_4 / \partial z_1 |_{z=d+l} = \partial g_4 / \partial z_o |_{z_o=d} = 0. \quad (19)$$

Transformata Fouriera funkcji g_4 , zgodnie z [21], ma postać

$$G_4 = 2j \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn} \cos[k_{mn}(z_o - d)].$$
(20)

$$\cdot \{ \sin[k_{mn}(z_o - d)] + \cos[k_{mn}(z_o - d)] \operatorname{ctg}(k_{mn}l) \} e^{-j\omega t},$$

gdzie g_{mn} to funkcja ze wzoru (16). Po podstawieniu do rów. (7) zależności (8), (9), (17) i (18) i wykorzystaniu warunku równowagi sił po obu stronach otworu rezonatora uzyskuje się

$$\frac{2P_o}{\pi b^2} \cos(-\omega_o t + \varphi) = - \frac{1}{(\pi b^2)^2} \frac{\rho}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b j\omega u(\tau) \cdot$$

$$\cdot (G_{1, z, z_o=0} + G_{4, z, z_o=d}) e^{j\omega\tau} r_o r dr_o d\tau d\Phi_o d\Phi d\tau d\omega +$$

$$+ \frac{\rho d}{\pi b^2} \frac{\partial u}{\partial t} + \xi u^2.$$
(21)

Przy założeniu, że amplituda prędkości $u(t)$ jest stała w płaszczyźnie otworu rezonatora (równomierny rozkład prędkości), w wyrażeniu podcałkowym w pierwszym składniku po prawej stronie (21) tylko funkcje G_1 i G_4 będą zależały od współrzędnych r , r_0 , Φ i Φ_0 . Jeżeli C oznacza całkę w wzorze (21), to wynik całkowania można przedstawić w postaci

$$C = \frac{\rho c}{\pi a^2} u(t) + \frac{\rho c}{\pi a^2} \left[A_0 \int_0^t u(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n A_n \frac{d^{2n-1} u}{dt^{2n-1}} \right] +$$

$$+ \frac{\rho c}{\pi b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4J_1^2(\gamma_{on} b/a)}{\gamma_{on}^2 J_0^2(\gamma_{on})} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} B_{mn} \frac{d^{2m+1} u}{dt^{2m+1}},$$
(22)

gdzie A_n i B_{mn} to współczynniki rozwinięcia w szereg następujących funkcji:

$$\operatorname{ctg}(kl) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(\omega)^{2n-1},$$

$$\frac{1 + j \operatorname{ctg}(k_{on} l)}{k_{on}} = j \sum_{n=0}^{\infty} B_{nn}(\omega)^{2n}.$$

W przypadku nieliniowym prędkość $u(t)$ można, zgodnie z wynikami badań eksperymentalnych [22], aproksymować funkcją

$$u(t) = U[\cos(\omega_0 t)]^{1/2}, \quad \left(2n - \frac{1}{2}\right)\pi \leq \omega_0 t \leq \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi,$$
(23)

$$u(t) = -U|\cos(\omega_0 t)|^{1/2}, \quad \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi \leq \omega_0 t \leq \left(2n + \frac{3}{2}\right)\pi,$$

gdzie U to amplituda prędkości oraz n to liczba całkowita. Zależność (23) można przedstawić w innej postaci wykorzystując

rozwińnięcie funkcji $u(t)$ w szereg Fouriera [22]

$$u(t) = U \left\{ 1.11 \cos(\omega_0 t) - 0.159 \cos(3\omega_0 t) + \right. \quad (24)$$

$$\left. + 0.072 \cos(5\omega_0 t) - 0.043 \cos(7\omega_0 t) + \dots \right\} .$$

Ponieważ amplituda składowej podstawowej w (24) jest znacznie większa od amplitud składowych harmoniczných, więc szereg po prawej stronie (24) można ograniczyć tylko do pierwszego wyrazu. Stąd, przy założeniu, że wymiary rezonatora są dużo mniejsze od długości fali akustycznej, na podstawie (21) można uzyskać wyrażenie opisujące zmiany amplitudy prędkości U w funkcji częstotliwości ω_0 .

$$U \approx \frac{2P_0}{1.11\pi b^2 \left[(R + R_n)^2 + (1/\omega_0 K - \omega_0 M)^2 \right]^{1/2}} . \quad (25)$$

gdzie

$$\frac{1/\omega_0 K - \omega_0 M}{R + R_n} \approx \operatorname{tg}(\varphi), \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2, \quad (26)$$

We wzorze (25) wielkość $R = \rho c / (\pi a^2)$ to rezystancja promieniowania rezonatora, która, jak widać, jest równa impedancji charakterystycznej falowodu,

$$R_n = \xi U / 1.11 \quad (27)$$

to rezystancja nieliniowa, $K = \pi l a^2 / (\rho c^2)$ to podatność powietrza w komorze rezonatora, natomiast M to masa akustyczna

$$M = \rho (d + \Delta d_z + \Delta d_w) / (\pi b^2), \quad (28)$$

gdzie Δd_z to zewnętrzna poprawka wlotu rezonatora

$$\Delta d_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a J_1(\gamma_{0n} b/a)}{\gamma_{0n}^3 J_0^2(\gamma_{0n})}, \quad (29)$$

natomiast Δd_w to wewnętrzna poprawka wlotu rezonatora

$$\Delta d_w = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a J_1(\gamma_{on}b/a)}{\gamma_{on}^3 J_0^2(\gamma_{on})} \operatorname{ctgh}(\gamma_{on}l/a) \quad (30)$$

Różnica pomiędzy obu powyższymi zależnościami to dodatkowy czynnik $\operatorname{ctgh}(\gamma_{on}l/a)$ występujący w każdym wyrazie szeregu we wzorze (30). W dotychczas opublikowanych pracach np. [6], [23] wpływ głębokości l rezonatora na wewnętrzną masę współdrżającą był pomijany, ponieważ w obliczeniach przyjmowano $l \rightarrow \infty$. Jak wynika z (30), takie uproszczenie jest uzasadnione tylko dla wartości $\gamma_{on}l/a > 3$. We wzorach (29) i (30) wielkości γ_{on} to kolejne pierwiastki równania $\partial J_0(\gamma)/\partial \gamma = 0$, zatem $\gamma_{01} = 3.83$, $\gamma_{02} = 7.02$, $\gamma_{03} = 10.17 \dots$. Dla stosunku $l/a > 1$ można więc przyjąć $\Delta d_w \approx \Delta d_w(l \rightarrow \infty) = \Delta d_z$. Jeżeli jednak $l/a \ll 1$, to obliczone ze wzorów (29) i (30) wartości poprawek wlotu Δd_z i Δd_w mogą się znacznie różnić.

2.3. Współczynnik pochłaniania rezonatora

Ze wzoru (8) można wyznaczyć ciśnienie w polu dalekim ($z \rightarrow -\infty$), co po uwzględnieniu (9) i (25) daje

$$p(z, t) = 2P_0 \left[\cos(k_0 z) \cos(-\omega_0 t + \varphi) - A \cos(-k_0 z - \omega_0 t) \right] \quad (31)$$

gdzie

$$A = \frac{R}{\left[(R + R_n)^2 + (1/\omega_0 K - \omega_0 M)^2 \right]^{1/2}} \quad (32)$$

Zależność (31) można przedstawić w innej postaci

$$p(z, t) = P_0 \operatorname{Re} \left[\left(e^{jk_0 z} + \hat{\beta} e^{-jk_0 z} \right) e^{j(\varphi - \omega_0 t)} \right] \quad (33)$$

gdzie $\operatorname{Re}(\cdot)$ oznacza część rzeczywistą z liczby zespolonej oraz

$$\hat{\beta} = \beta e^{j\chi} = 1 - 2Ae^{-j\varphi} \quad (34)$$

to zespolony współczynnik odbicia. Wykorzystując definicję

wartości skutecznej ciśnienia

$$P_{sk}(z) = \left[\frac{1}{T} \int_0^T p^2(z, t) dt \right]^{1/2}, \quad (35)$$

gdzie $T = 2\pi/\omega_0$, można uzyskać po obliczeniach

$$P_{sk}(z) = \frac{P_0}{\sqrt{2}} \left[1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2k_0 z - \chi) \right]^{1/2}, \quad (36)$$

a stąd wyrażenie określające moduł współczynnika odbicia β

$$\beta = \frac{(P_{sk})_{\max} - (P_{sk})_{\min}}{(P_{sk})_{\max} + (P_{sk})_{\min}} = \sqrt{1 + 4A^2 - 4A \cos(\varphi)}. \quad (37)$$

Na podstawie wzoru (37) można obliczyć energetyczny współczynnik pochłaniania dźwięku przez rezonator

$$\alpha = 4A [\cos(\varphi) - A]. \quad (38)$$

W wyrażeniu określającym współczynnik A wielkość R_n reprezentuje rezystancję strat wynikającą z przeniesienia energii akustycznej na energię zaburzeń wirowych. Wpływ tej rezystancji na pochłanianie dźwięku przez rezonator jest do pominięcia w przypadku małych amplitud fali padającej (zakres liniowej pracy układu rezonansowego). W takiej sytuacji, jak widać z (26) i (32)

$$A = 1/\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\varphi)} = \cos(\varphi), \quad (39)$$

co oznacza, że współczynnik pochłaniania $\alpha = 0$. W tym świetle błędne są wnioski przedstawione w [7, 8], tłumaczące znaczny wzrost pochłaniania dźwięku przez bezstratny rezonator Helmholtza w pobliżu rezonansu za pomocą kompensacji fali promieniowanej i fali odbitej od rezonatora (zob. Załącznik).

Obserwowane doświadczalnie duże wartości współczynnika α

dla częstotliwości rezonansowej oraz spadek α przy wzroście ciśnienia fali padającej można jedynie wytłumaczyć nieliniowością pracy układu rezonansowego. Ze wzorów (26) i (38) wynika bowiem, że współczynnik pochłaniania rezonatora przy częstotliwości rezonansowej ($\omega_0^2 = 1/MK$)

$$\alpha = 4A(1 - A) \quad (40)$$

przyjmuje wartość 1, gdy $A = 0.5$, a więc wtedy, gdy rezystancja nieliniowa równa jest rezystancji promieniowania rezonatora R . Zachodzi to, jak widać, przy pewnej ściśle określonej amplitudzie prędkości U w otworze rezonatora. Przy większych wartościach U nastąpi zmniejszenie współczynnika pochłaniania α dla częstotliwości rezonansowej.

W przypadku, gdy w modelu impedancyjnym rezonatora uwzględnimy straty na skutek lepkości ośrodka, we wzorach (25), (26) i (32) należy podstawić w mianowniku w miejsce rezystancji R sumę $R + R_s$, gdzie R_s to rezystancja strat w otworze na skutek tarcia [18]

$$R_s \approx \frac{\rho \sqrt{2\nu\omega_0}}{4\pi b^2} \ln(4b/d) , \quad (41)$$

gdzie ν to współczynnik lepkości kinematycznej. Ponieważ z reguły $R_s \ll R$, więc dla bardziej zbliżonego do rzeczywistości rezonatora stratnego współczynnik pochłaniania α może również osiągać wartość bliską jedności przy częstotliwości rezonansowej.

Ze wzorów (26), (32) i (34) wynika, że

$$\hat{\beta} = 1 - \frac{2R}{R + R_c + jX} , \quad (42)$$

gdzie rezystancja R_c , po uwzględnieniu strat w otworze rezonatora na skutek tarcia, ma postać:

$$R_c = R_s + R_n \quad (43)$$

oraz $X = 1/\omega_0 K - \omega_0 M$. Stąd uzyskuje się

$$R_c + jX = R(1 + \hat{\beta})/(1 - \hat{\beta}) \quad (44)$$

Jeżeli przez s_{\min} oznaczymy odległość pierwszego węzła ciśnienia od powierzchni przegrody, to na podstawie (36) i (44)

$$R_c = R \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2\omega_0 s_{\min}/c)}, \quad (45)$$

$$X = R \frac{2\beta \sin(2\omega_0 s_{\min}/c)}{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2\omega_0 s_{\min}/c)}. \quad (46)$$

Wzory (45) i (46) w powiązaniu z pierwszą częścią równ. (37) umożliwiają doświadczalne wyznaczenie rezystancji i reaktancji rezonatora w zależności od częstotliwości i amplitudy fali padającej.

2.4. Eksperymentalne wyznaczanie amplitudy prędkości w otworze rezonatora

Jednym ze sposobów wyznaczania amplitudy prędkości U jest pomiar amplitudy ciśnienia $p_d(t)$ w denku rezonatora. Ciśnienie $p_d(t)$ można obliczyć wykorzystując prawą stronę zależności (18), przyjmując jako argument funkcji Greena g_4 współrzędną położenia punktu źródłowego $z_0 = d$ oraz punktu obserwacji $z = d + l$. Po odpowiednich przekształceniach uzyskuje się

$$p_d(t) = \frac{\rho c^2 b^2}{a^2 l} \int_0^t u(\tau) d\tau + \rho \frac{\partial u}{\partial t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2bJ_0(\gamma_{on}r/a)J_1(\gamma_{on}b/a)}{\gamma_{on}^2 J_0^2(\gamma_{on}) \sinh(\gamma_{on}l/a)}, \quad (47)$$

gdzie przyjęto $k_0 \ll \gamma_{on}a$, $n > 1$, oraz $k_0 l \ll 1$. We wzorze (47) pierwszy składnik po prawej stronie niezależny od zmiennej radialnej r reprezentuje składową płaską pola akustycznego, natomiast drugi składnik zależny od zmiennej r składową związaną z poprzecznymi drganiami własnymi komory rezonatora. Ponieważ udział drugiego składnika w wypadkowym polu

akustycznym jest do pominięcia, zatem po wykorzystaniu rów. (24) i (35) oraz pominięciu harmonicznych uzyskuje się

$$[p_d(t)]_{sk} = P_d / \sqrt{2} \cong \frac{1.11 \rho c^2 b^2}{2\pi \sqrt{2} a^2 l} \frac{U}{f}, \quad (48)$$

gdzie P_d to amplituda ciśnienia $p_d(t)$ oraz $f = \omega_0/2\pi$. Jak więc widać, przy danej częstotliwości f fali padającej, na podstawie pomiaru ciśnienia w denku rezonatora można w sposób przybliżony określić amplitudę prędkości U w otworze rezonatora.

3. BADANIA DOSWIADCZALNE

3.1. Stanowisko badawcze, metody pomiarowe i aparatura

Badania przeprowadzono na stanowisku składającym się kołowego falowodu o długości 100 cm i promieniu $a = 5$ cm z sondą mirofonową do pomiaru rozkładu fal stojących (typ 4002, Brüel & Kjør), generatora dekadowego RC (typ PW-12, ZOPAN), wzmacniacza mocy (typ 2712, Brüel & Kjør) oraz wąskopasmowego analizatora widma (typ 2033, Brüel & Kjør). Źródłem sygnału akustycznego był głośnik umieszczony na końcu falowodu. Wykorzystywany w badaniach rezonator Helmholtza miał kształt walca o promieniu $a = 5$ cm i długości $l = 2.5$ cm. Promień otworu b rezonatora o stałej głębokości $d = 2$ mm zmieniano w granicach 1-3.5 mm.

W pierwszej części badań wykonano pomiary współczynnika pochłaniania α rezonatora Helmholtza w zakresie częstotliwości obejmujących częstotliwość podstawową, w przypadku stałej amplitudy fali padającej. Wykorzystano tu związek

$$\frac{(P_{sk})_{\max} + (P_{sk})_{\min}}{2} = P_0 / \sqrt{2}, \quad (49)$$

wynikający bezpośrednio ze wzoru (36). Celem tego etapu badań było określenie zmian współczynnika α w funkcji częstotliwości dla różnych wymiarów otworu rezonatora i dużych amplitud fali padającej ($P_0 = 0.16-28.3$ Pa).

W drugiej części badań przeprowadzono pomiary rezystancji

R_c i reaktancji X rezonatora w przypadku stałej amplitudy ciśnienia mierzonego w denku rezonatora. Do pomiaru tego ciśnienia wykorzystywano dodatkowy tor pomiarowy z mikrofonem 1/8" umieszczonym w punkcie środkowym denka. Wartości R_c i X obliczono na podstawie wzorów (45) i (46). Zamierzeniem tych badań było po pierwsze określenie zakresu maksymalnych zmian rezystancji R_c (w krańcowych przypadkach amplituda ciśnienia P_0 osiągała wartość 200 Pa, czyli 140 dB), a ponadto porównanie uzyskanych rezultatów z wynikami obliczeń rezystancji R_c na podstawie:

- amplitudy ciśnienia P_0 [wzory (25) i (43)],
- amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora [wzory (48) i (43)].

Celem tych badań było także określenie wpływu nieliniowości na reaktancję X rezonatora.

3.2. Porównanie wyników obliczeń z eksperymentem

3.2.1. Zależność współczynnika pochłaniania α rezonatora od amplitudy fali padającej P_0

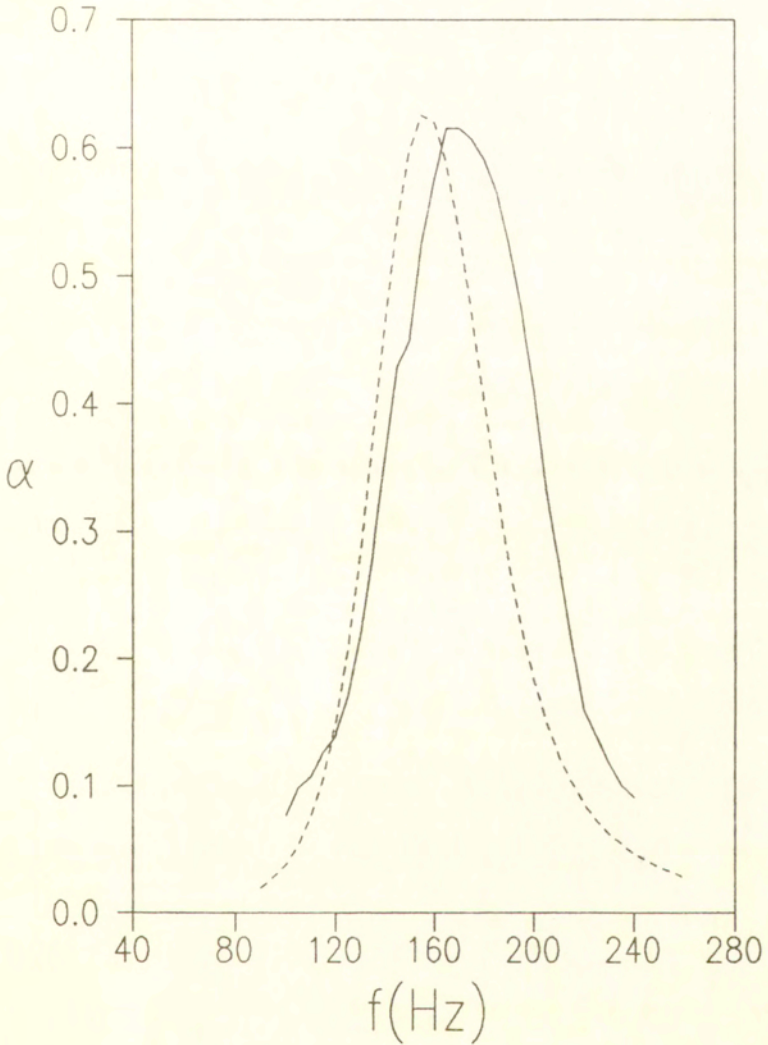
Na rys. 2-11 przedstawiono zmiany współczynnika pochłaniania rezonatora α w funkcji częstotliwości f fali padającej w zakresie f obejmującym częstotliwość podstawową. Zestawione na rysunkach dane pomiarowe uzyskano dla trzech wymiarów otworu rezonatora: $b[\text{mm}] = 1.5, 2.5$ i 3.5 , oraz kilku wybranych amplitud P_0 fali padającej.

Teoretyczne wartości α określono na podstawie rów. (26), (32) i (38). Występującą w tych zależnościach prędkość U obliczono z rów. (25) wykorzystując metodę iteracyjną. W modelu impedancyjnym rezonatora uwzględniono dodatkowe straty w otworze na skutek tarcia [we wzorach (25), (26), (32) w miejsce rezystancji R podstawiono $R + R_g$].

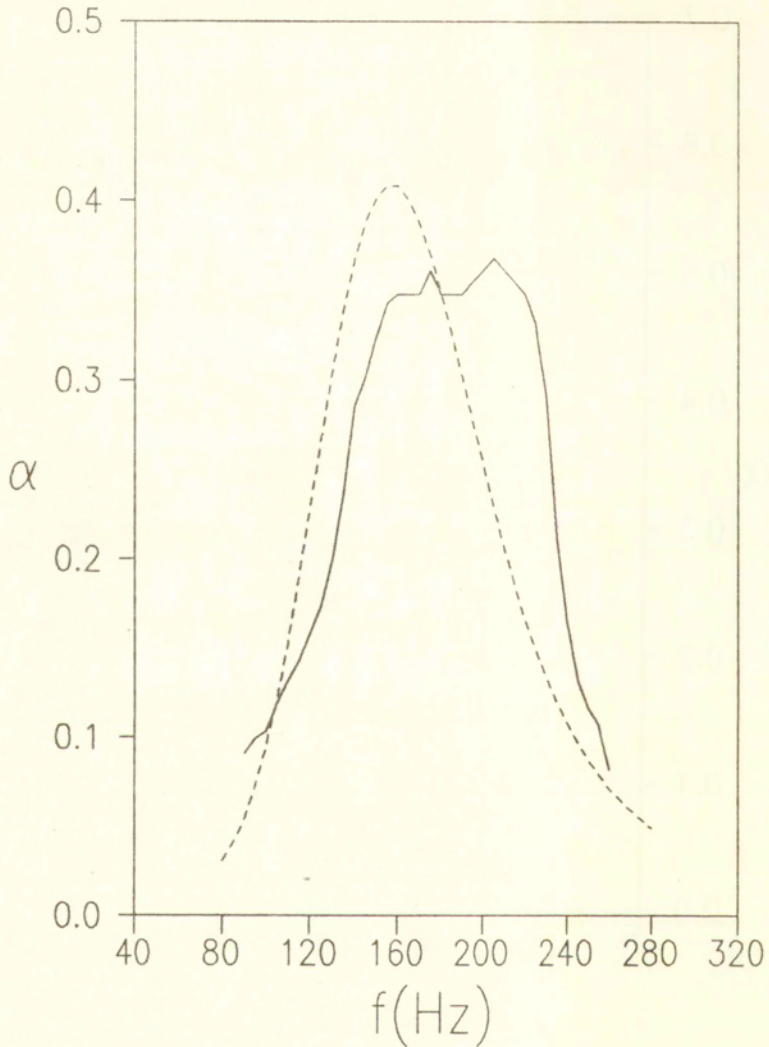
Na rys. 2-5 przedstawiono wyniki pomiarów i obliczeń współczynnika pochłaniania α dla rezonatora o najmniejszej średnicy otworu $b = 1.5$ mm. Jak widać z rys. 2, przy stosunkowo niedużej amplitudzie fali padającej $P_0 = 0.9$ Pa występuje już wyraźny wpływ nieliniowości. Dla częstotliwości rezonansowej



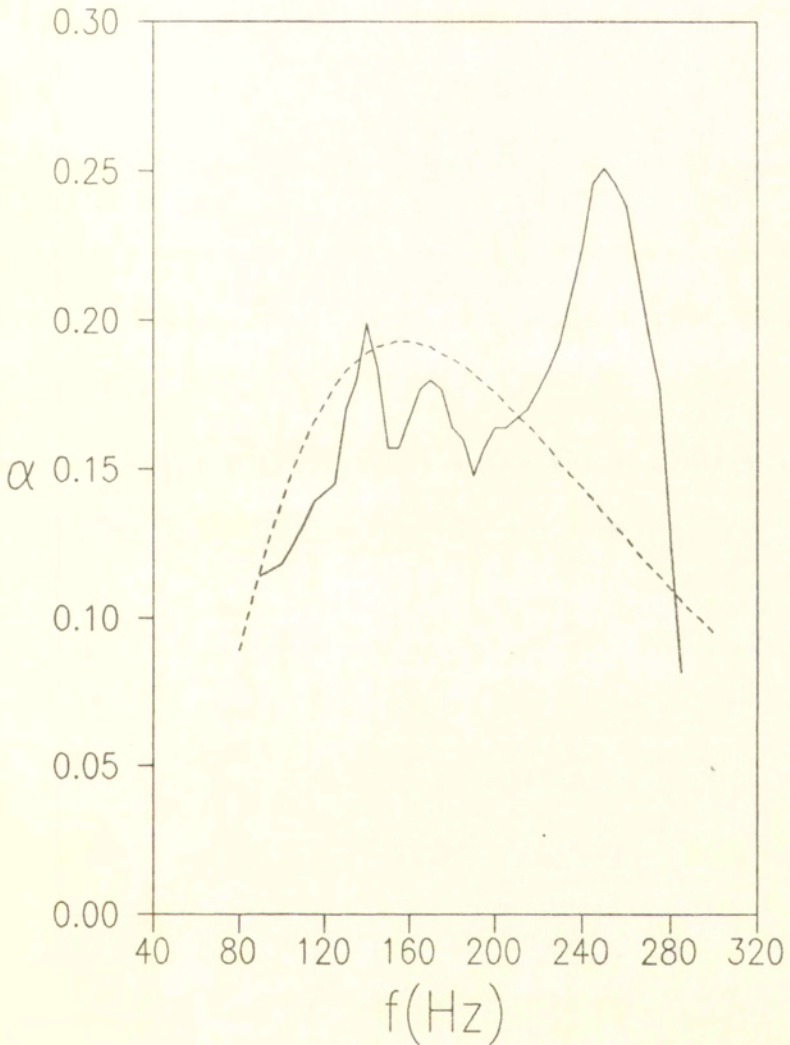
Rys. 2. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 1.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 0.16$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



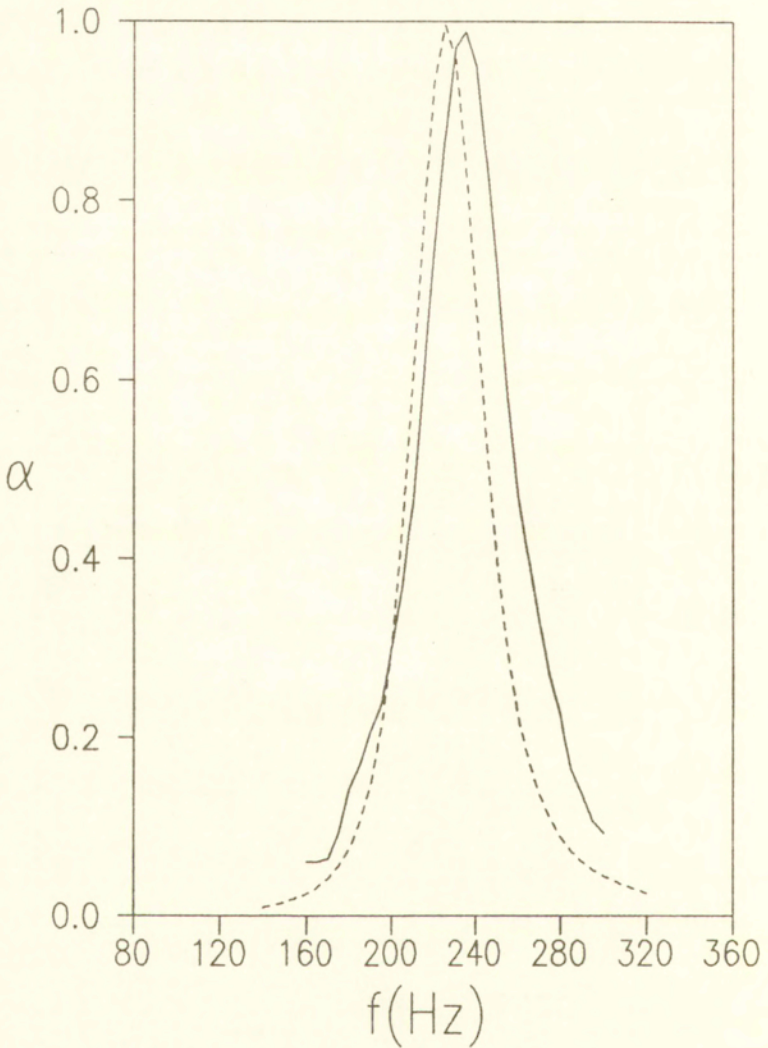
Rys. 3. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 1.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 1.6$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



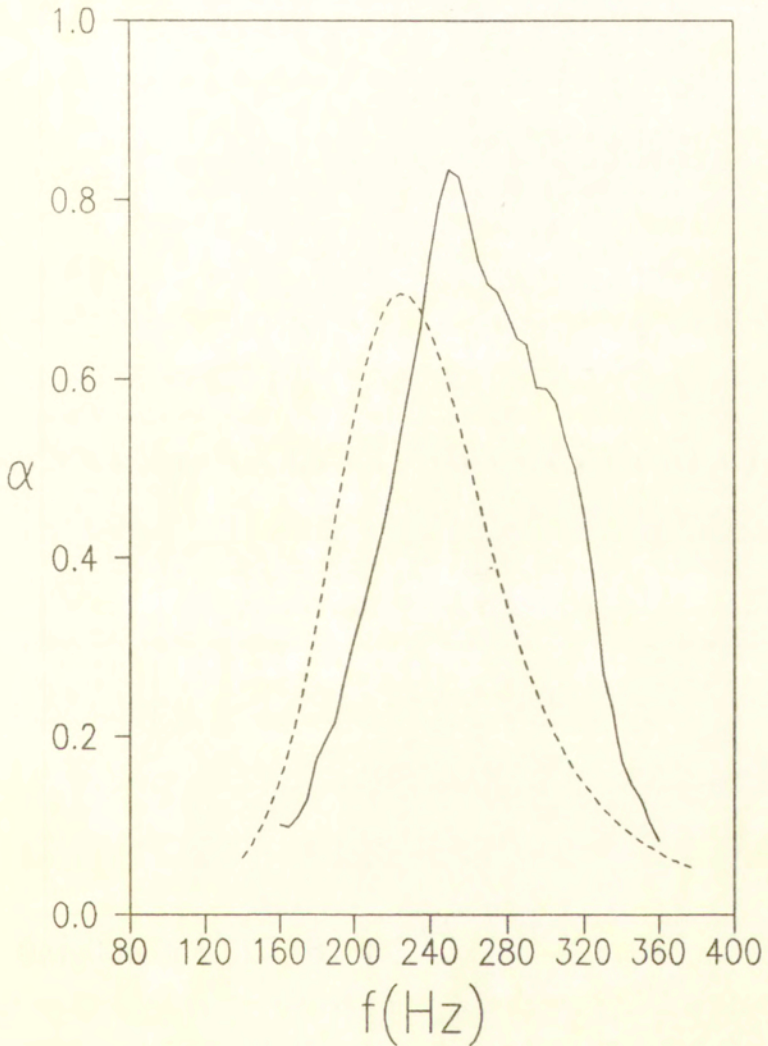
Rys. 4. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 1.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 5$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



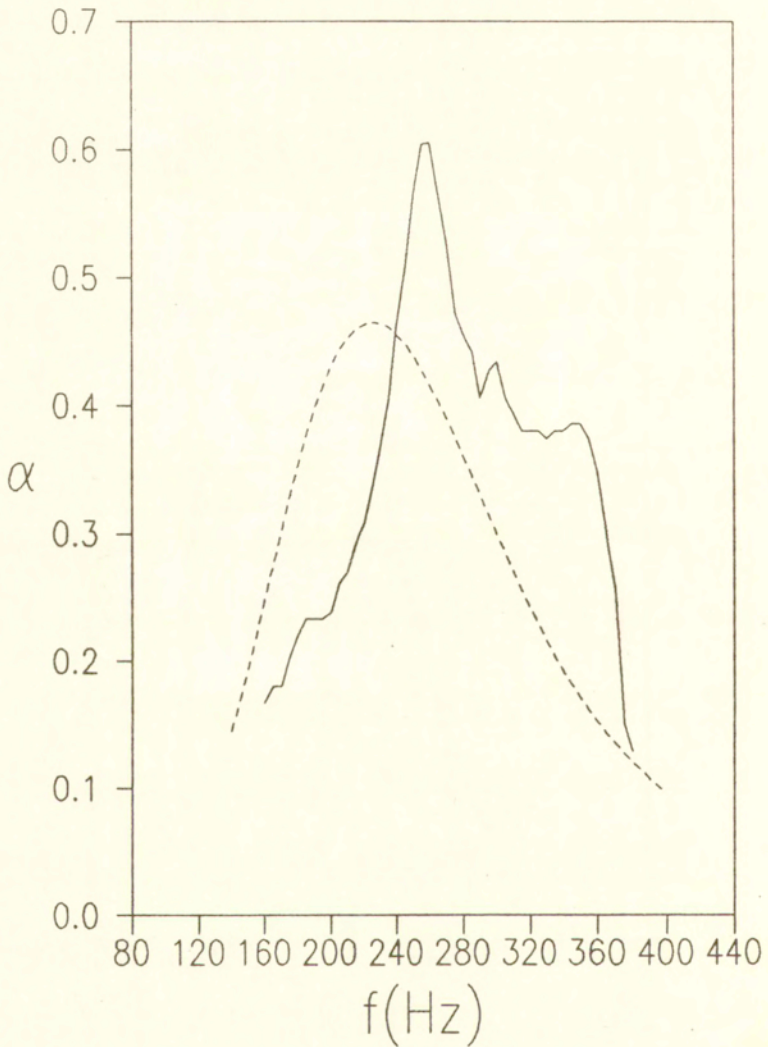
Rys. 5. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 1.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 28.3$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



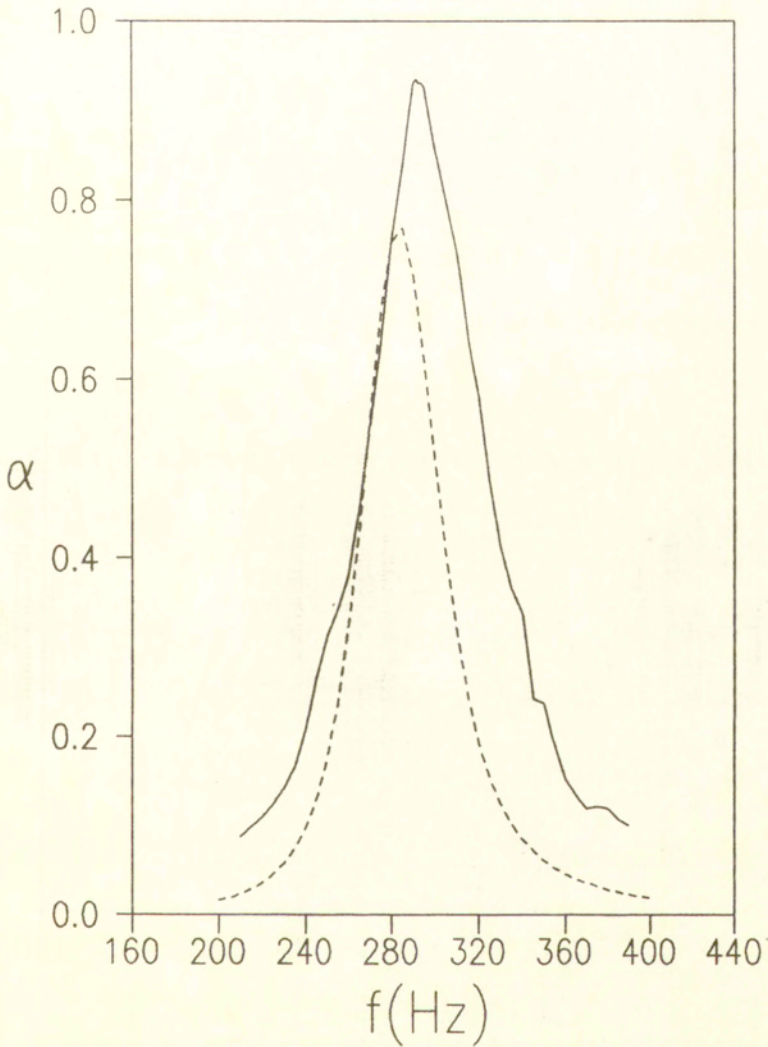
Rys. 6. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 2.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 0.9$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



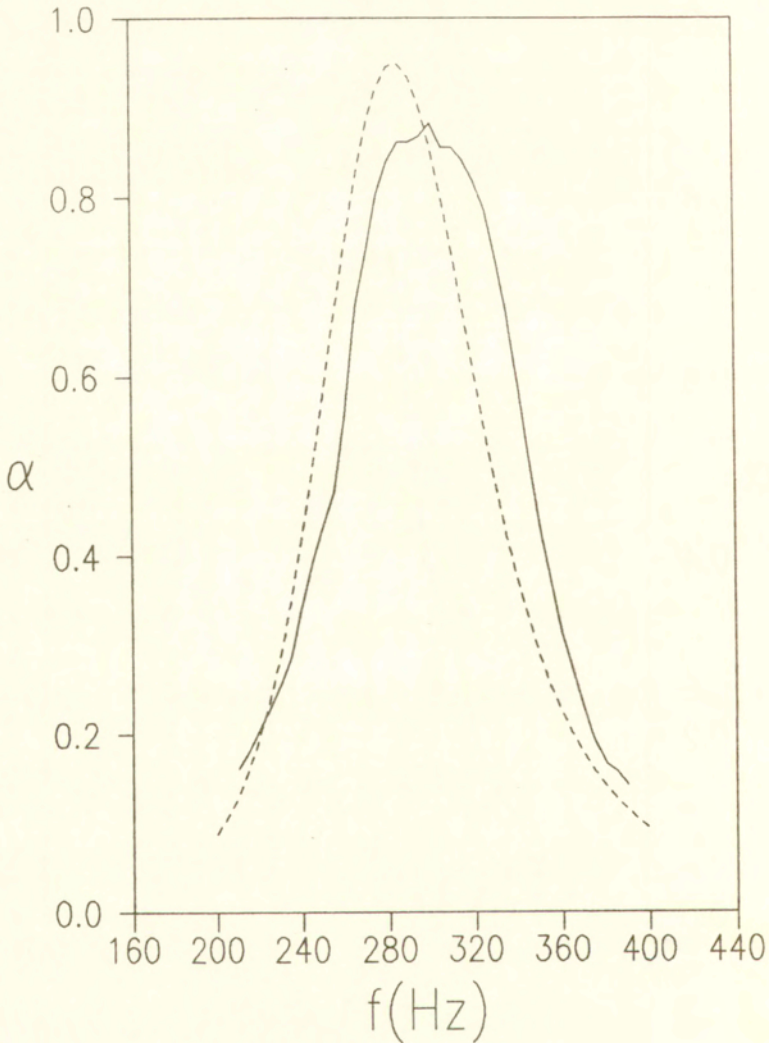
Rys. 7. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 2.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 8.9$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



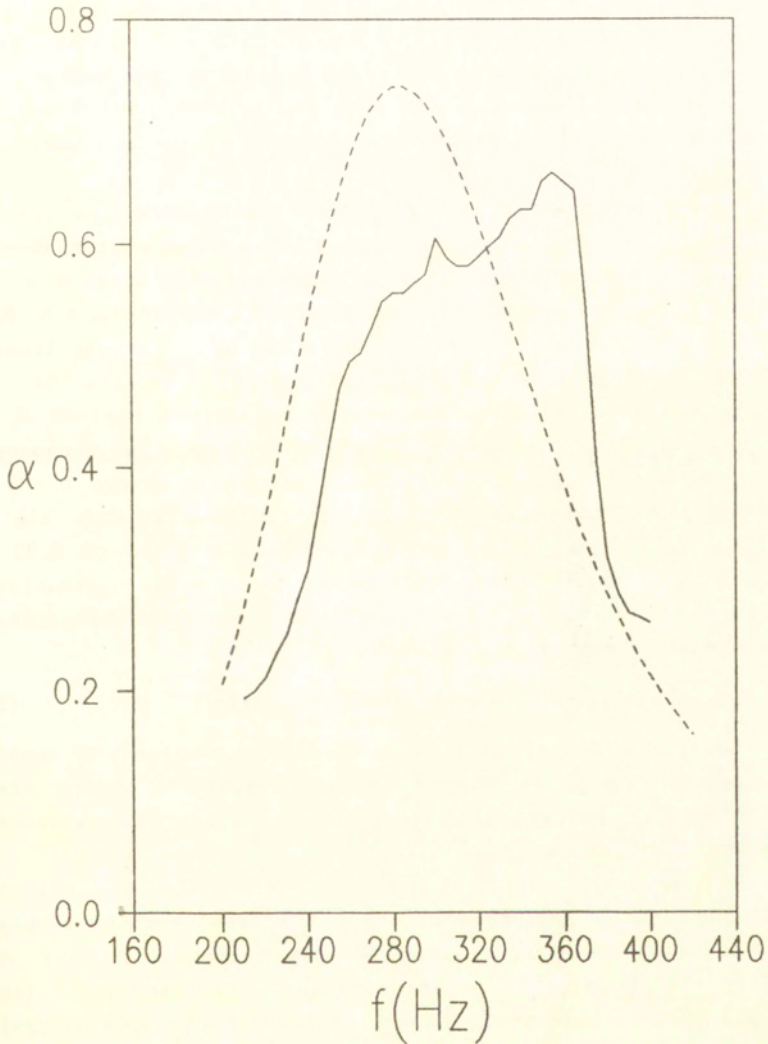
Rys. 8. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 2.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 28.3$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



Rys. 9. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 3.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 0.9$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



Rys. 10. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 3.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 8.9$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).



Rys. 11. Współczynnik pochłaniania α rezonatora w funkcji częstotliwości f . Promień otworu $b = 3.5$ mm, amplituda fali padającej $P_0 = 28.3$ Pa. Dane eksperymentalne (—), wyniki obliczeń (----).

$f_{res} \approx 160$ Hz współczynnik α osiąga bowiem wartość bliską jedności. Z analizy teoretycznej w rozdziale 2 wynika, że w takim przypadku prędkość U w otworze przyjmuje taką wartość, że suma rezystancji strat R_s i rezystancji nieliniowej R_n odpowiada w przybliżeniu rezystancji promieniowania R rezonatora.

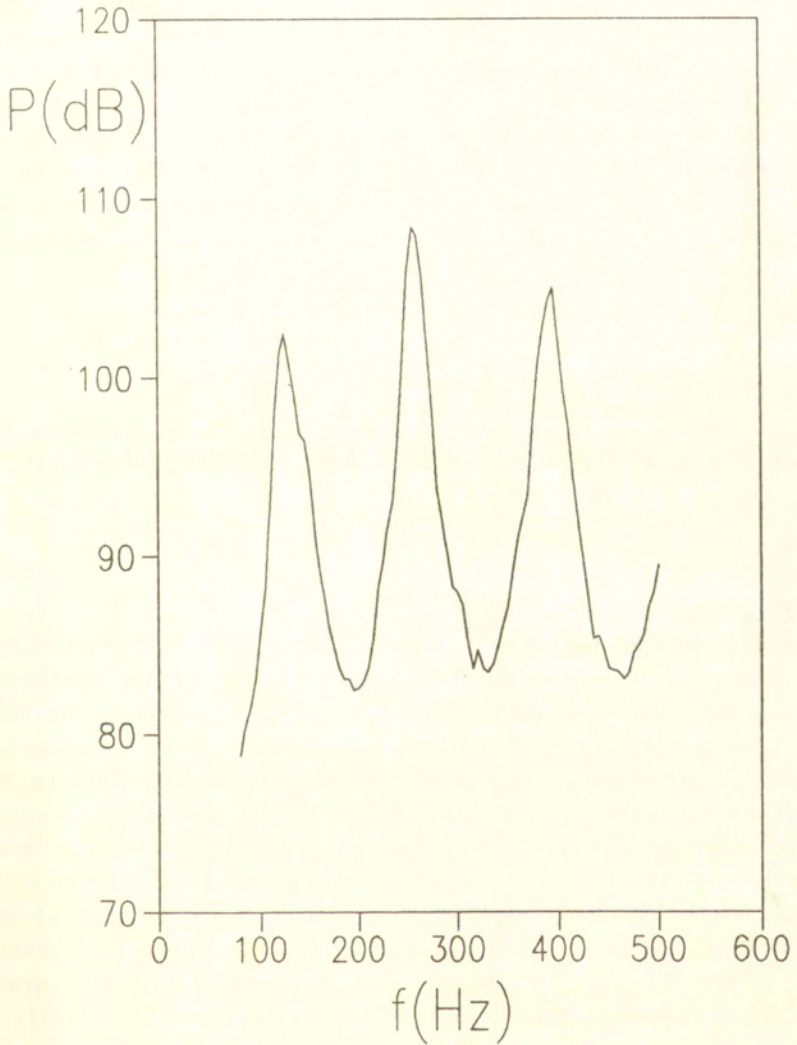
Dla wyższych wartości P_0 , co można zaobserwować na rys. 3-5, dalszy wzrost prędkości U a tym samym rezystancji nieliniowej powoduje spadek współczynnika pochłaniania α dla częstotliwości rezonansowej. W krańcowym przypadku, dla $P_0 = 28.3$ Pa, w całym zakresie analizowanych częstotliwości następuje zmniejszenie α do wartości poniżej 0.25 (rys. 5).

Przy większych wymiarach otworu rezonatora wartość P_0 ma mniejszy wpływ na parametry akustyczne układu rezonansowego. Dla ciśnienia P_0 od 0.9 do 28.3 Pa i promienia otworu $b = 5$ mm maksymalna wartość współczynnika pochłaniania zmienia się od 0.99 do 0.58 (rys. 6-8), natomiast dla $b = 7$ mm od 0.93 do wartości 0.66 (rys. 9-11). Prawidłowość ta ma swoje uzasadnienie w tym, że w modelu impedancyjnym rezonatora rezystancja nieliniowa R_n poprzez współczynnik

$$\xi = \rho(1/C^2 - b^2/a^2)/(2\pi b^2) \approx \rho/2\pi b^2 C^2 \quad (50)$$

jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia b otworu. Oznacza to, że przy bardzo małych wymiarach otworu efekt nieliniowości będzie miał decydujący wpływ na własności akustyczne rezonatora.

Z porównania danych pomiarowych z rezultatami obliczeń wynika, że największa zgodność teorii z eksperymentem zachodzi przy najmniejszych wartościach P_0 , gdy zależność α od f jest symetryczna względem częstotliwości rezonansowej (rys. 2,3,6,9,10). Większe rozbieżności pomiędzy danymi pomiarowymi i obliczeniami, widoczne przy dużych ciśnieniach fali padającej, są przede wszystkim konsekwencją nieregularności zmian α w funkcji f (rys. 5,8,11). Nieregularności te wynikają z faktu, że w układzie pomiarowym falowód zamknięty z jednej strony powierzchnią membrany głośnika, zaś z drugiej przegrodą z otworem rezonatora, tworzy dodatkowy układ rezonansowy. Układ



Rys. 12. Zależność amplitudy ciśnienia P w falowodzie od częstotliwości f dla pobudzenia w postaci szumu białego.

ten stanowi obciążenie źródła, jakim jest otwór pobudzonego do drgań rezonatora Helmholtza. Wzajemne oddziaływanie pomiędzy głośnikiem, jako układem mechanicznym, a rezonatorem powoduje zmianę parametrów akustycznych rezonatora [24]. Jest to szczególnie widoczne przy dużych amplitudach ciśnienia P_0 i rezonansie w falowodzie, ponieważ, jak wynika z porównania rys. 5,8,11 z rys. 12, lokalne maksima w zmierzonej zależności α od f występują w przybliżeniu dla częstotliwości własnych falowodu.

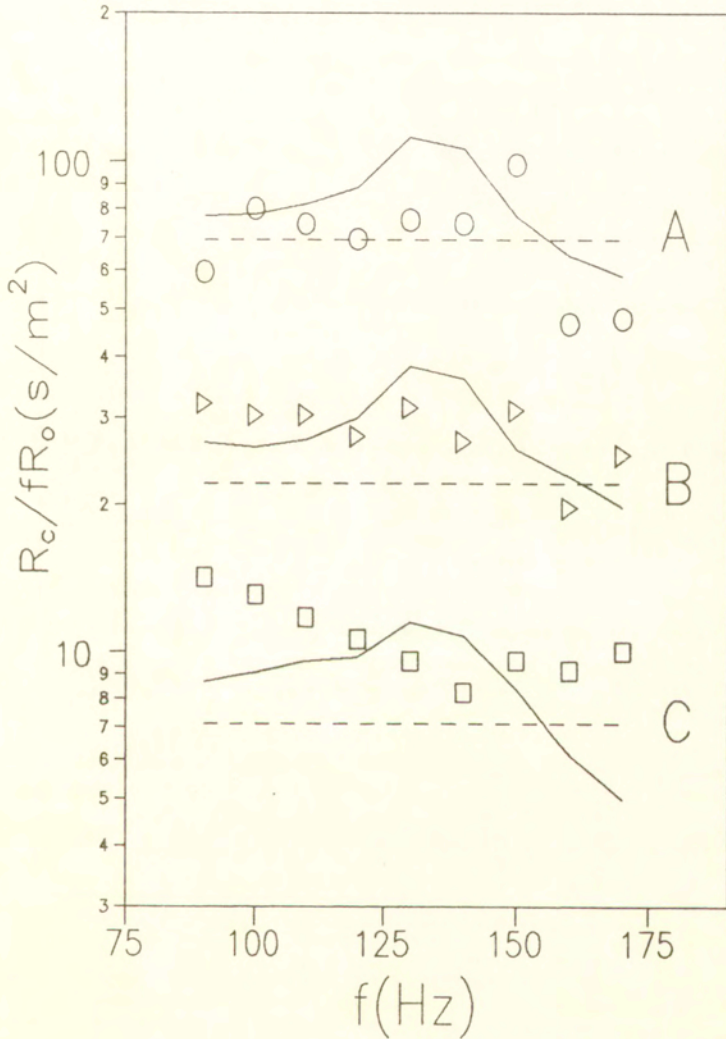
3.2.2. Zależność rezystancji R_c od amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora

Jak widać ze wzoru (48), dla stałej amplitudy ciśnienia P_d i określonych wymiarów otworu rezonatora stosunek $U/f = \text{const.}$. Ponieważ na podstawie (43) i (50)

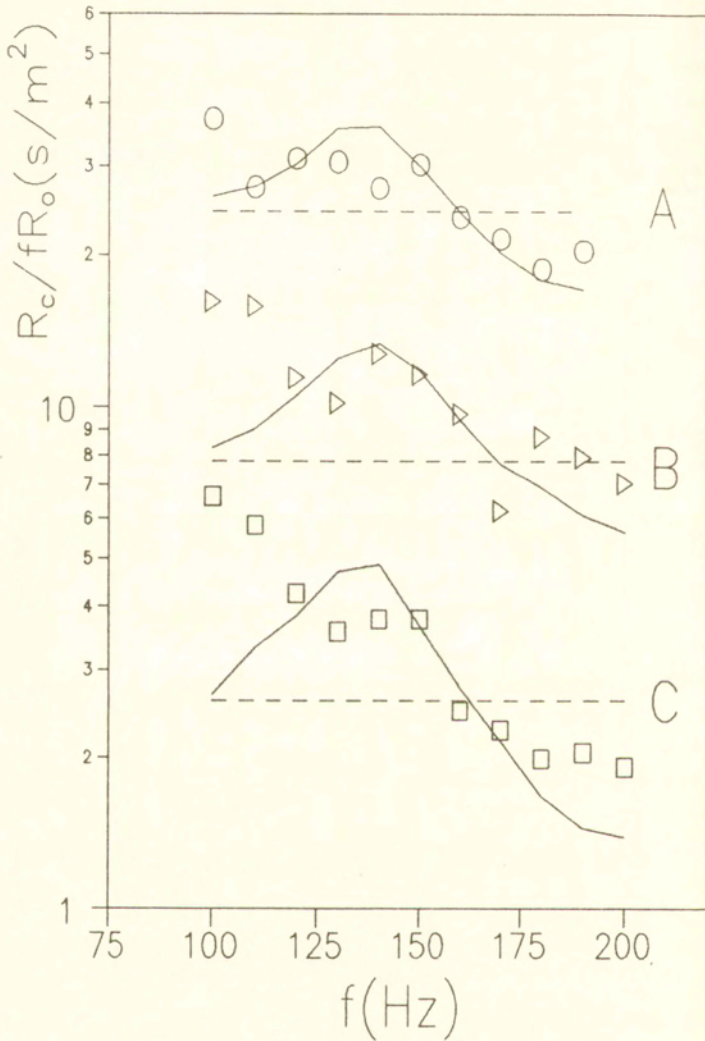
$$R_c/f \approx R_s/f + \frac{\rho}{4.44\pi^2 C^2} \cdot \frac{U}{b^2 f}, \quad (51)$$

więc dla dużych amplitud ciśnienia P_d ($R_s \ll R_n$) wartość R_c/f jest wprost proporcjonalna do $U/b^2 f$, czyli dla stałej wartości P_d stosunek $R_c/f = \text{const.}$. Na rys. 13-17 zestawiono wyniki pomiarów i obliczeń stosunku R_c/f odniesionego do impedancji właściwej ośrodka $R_0 = \rho c$ przy stałej amplitudzie ciśnienia P_d mierzonego w denku rezonatora. Przedstawione rezultaty dotyczą dużych wartości $P_d = 5-89.4$ Pa, przy których obserwuje się największe zmiany rezystancji R_c oraz pasma częstotliwości f obejmującego częstotliwość podstawową rezonatora. Na rys. 13-18 linią ciągłą i przerywaną zaznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie amplitudy ciśnienia P_0 [wzory (25) i (43)] oraz amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora [wzory (48) i (43)].

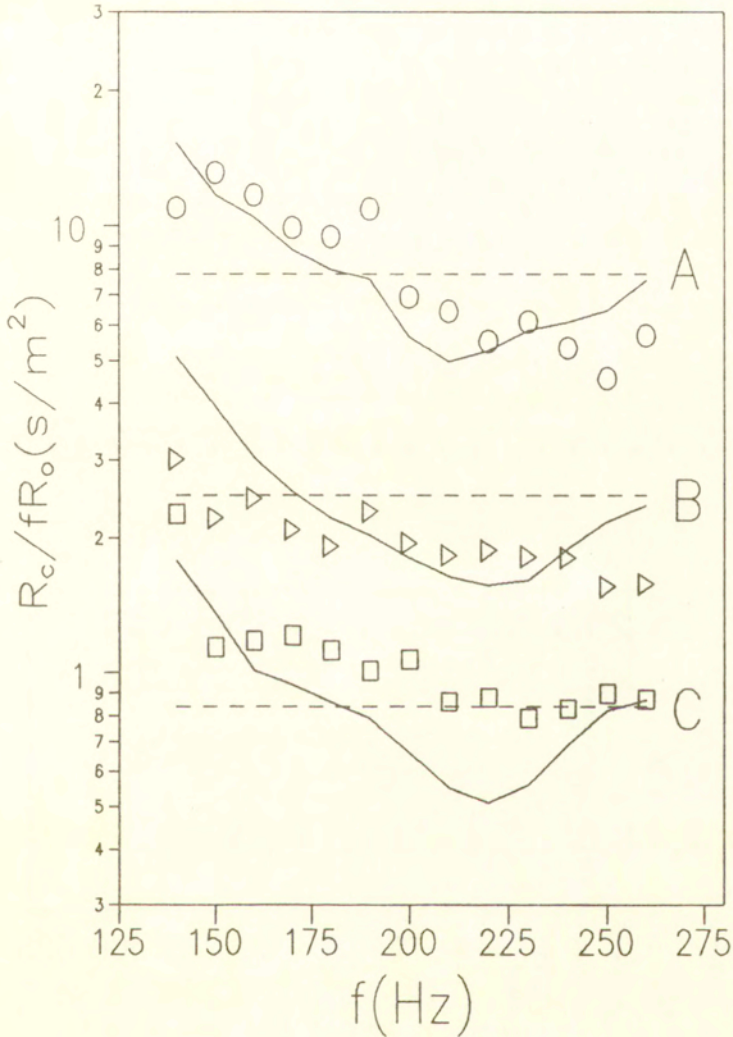
Z przedstawionych danych eksperymentalnych wynika, że w zależności od wymiaru otworu rezonatora stosunek R_c/fR_0 przy tej samej amplitudzie ciśnienia P_d może się znacznie różnić. Największe wartości R_c/fR_0 rzędu kilkudziesięciu (największa zmierzona wartość R_c/fR_0 wynosiła 98.4) uzyskano dla promienia otworu $b = 1$ mm dla ciśnienia $P_d = 50.3$ Pa (rys. 13). Przy



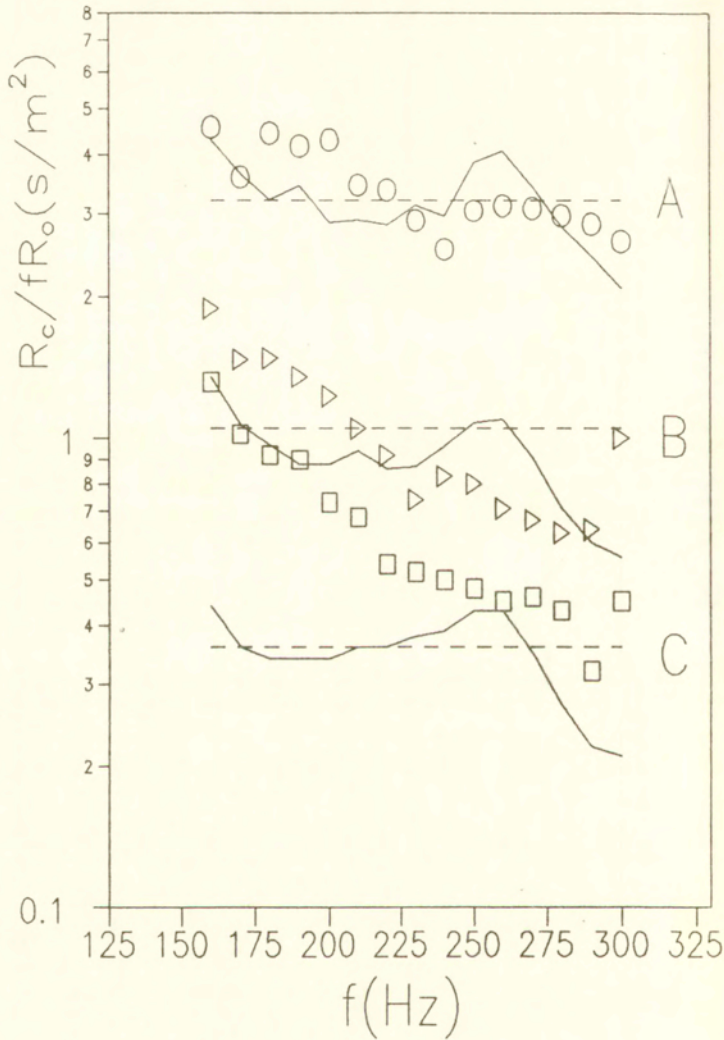
Rys. 13. Zmiany stosunku $R_c/R_0 f$ w funkcji częstotliwości dla ciśnienia P_d w denku rezonatora A) 50.3 Pa, B) 15.9 Pa, C) 5 Pa. Promień otworu $b = 1 \text{ mm}$. Wyniki obliczeń na podstawie ciśnień: P_0 (—) i P_d (----).



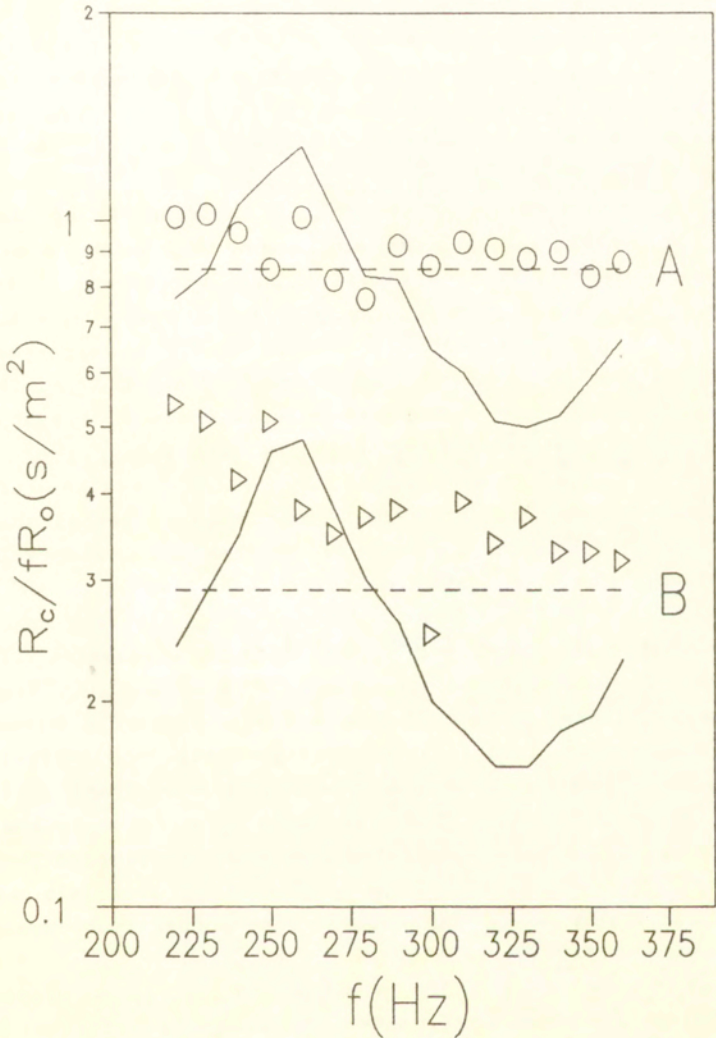
Rys. 14. Zmiany stosunku $R_c/R_0 f$ w funkcji częstotliwości dla ciśnienia P_d w denku rezonatora A) 89.4 Pa, B) 28.3 Pa, C) 8.9 Pa. Promień otworu $b = 1.5$ mm. Wyniki obliczeń na podstawie ciśnień: P_0 (—) i P_d (----).



Rys. 15. Zmiany stosunku $R_c/R_0 f$ w funkcji częstotliwości dla ciśnienia P_d w denku rezonatora A) 89.4 Pa, B) 28.3 Pa, C) 8.9 Pa. Promień otworu $b = 2$ mm. Wyniki obliczeń na podstawie ciśnień: P_0 (—) i P_d (----).



Rys. 16. Zmiany stosunku $R_c/R_0 f$ w funkcji częstotliwości dla ciśnienia P_d w denku rezonatora A) 89.4 Pa, B) 28.3 Pa, C) 8.9 Pa. Promień otworu $b = 2.5$ mm. Wyniki obliczeń na podstawie ciśnień: P_0 (—) i P_d (----).



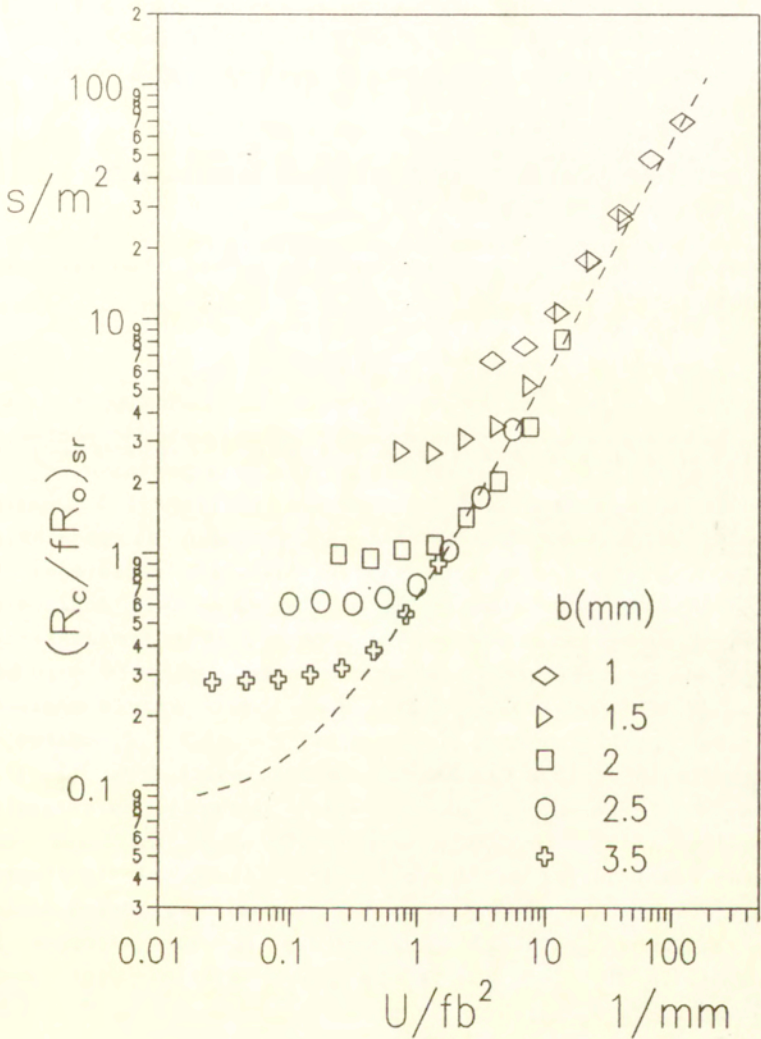
Rys. 17. Zmiany stosunku R_c/R_0f w funkcji częstotliwości dla ciśnienia P_d w denku rezonatora A) 89.4 Pa, B) 28.3 Pa. Promień otworu $b = 3.5$ mm. Wyniki obliczeń na podstawie ciśnień: P_0 (—) i P_d (----).

znacznie większym ciśnieniu $P_d = 89.4$ Pa, ale promieniu $b = 3.5$ mm maksymalna zmierzona wielkość R_c/fR_0 nie przekraczała wartości 2.5 (rys. 17). Prawidłowość ta, o czym wspomniano już w części 3.2.1, jest konsekwencją tego, że rezystancja nieliniowa R_n jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia b otworu.

Z porównania danych pomiarowych z obliczeniami wynika, że prawie we wszystkich przypadkach zmiany R_c/fR_0 w funkcji f wyznaczone teoretycznie stanowią dobrą aproksymację danych pomiarowych (wyjątek stanowi przypadek $b = 2.5$ mm i $P_d = 8.9$ Pa - rys. 16). Najlepsza jednak zbieżność teorii z eksperymentem występuje przy największych amplitudach ciśnienia P_d , kiedy rezystancja nieliniowa R_n jest znacznie większa od rezystancji R_s opisującej straty w otworze na skutek lepkości.

Rozrzut pomierzonych wartości R_c/fR_0 wynika przede wszystkim ze sprzężenia zwrotnego pomiędzy rezonatorem i głośnikiem, powodującym zmianę parametrów akustycznych rezonatora, oraz z błędów pomiarowych. Ponieważ rozrzut ten, szczególnie dla dużych wartości ciśnienia P_d , nie jest znaczny, więc wielkością odpowiednią do zcharakteryzowania zmian rezystancji R_c w funkcji prędkości U jest wartość średnia stosunku R_c/fR_0 w określonym dla każdego promienia otworu b przedziale częstotliwości. Na rys. 18 przedstawiono zestawienie uzyskanych w ten sposób danych pomiarowych z wynikami obliczeń R_c/fR_0 na podstawie amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora (na rys. 13-17 rezultaty obliczeń oznaczone linią przerywaną). Dla promienia otworu $b = 1$ mm amplituda P_d zmieniała się w granicach 1.6-50.3 Pa, natomiast dla pozostałych wymiarów przyjmowała wartości z przedziału 1.6-89.4 Pa.

Jak wynika z rys. 18, wielkość $(R_c/fR_0)_{sr}$ w przypadku każdego wymiaru otworu rezonatora w pewnym przedziale U/b^2f przyjmuje w przybliżeniu wartość stałą. Wartość ta rośnie przy zmniejszaniu promienia otworu b . Jest to zakres liniowej pracy układu rezonansowego, w którym o wielkości strat decyduje lepkość ośrodka. W modelu teoretycznym straty te opisuje rezystancja R_s , która, jak widać z rys. 18, przyjmuje wartość około trzykrotnie mniejszą w porównaniu z rezultatami badań. W



Rys. 18. Zależność $(R_c/fR_o)_{sr}$ od stosunku U/b^2f dla różnych wymiarów otworu rezonatora. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.

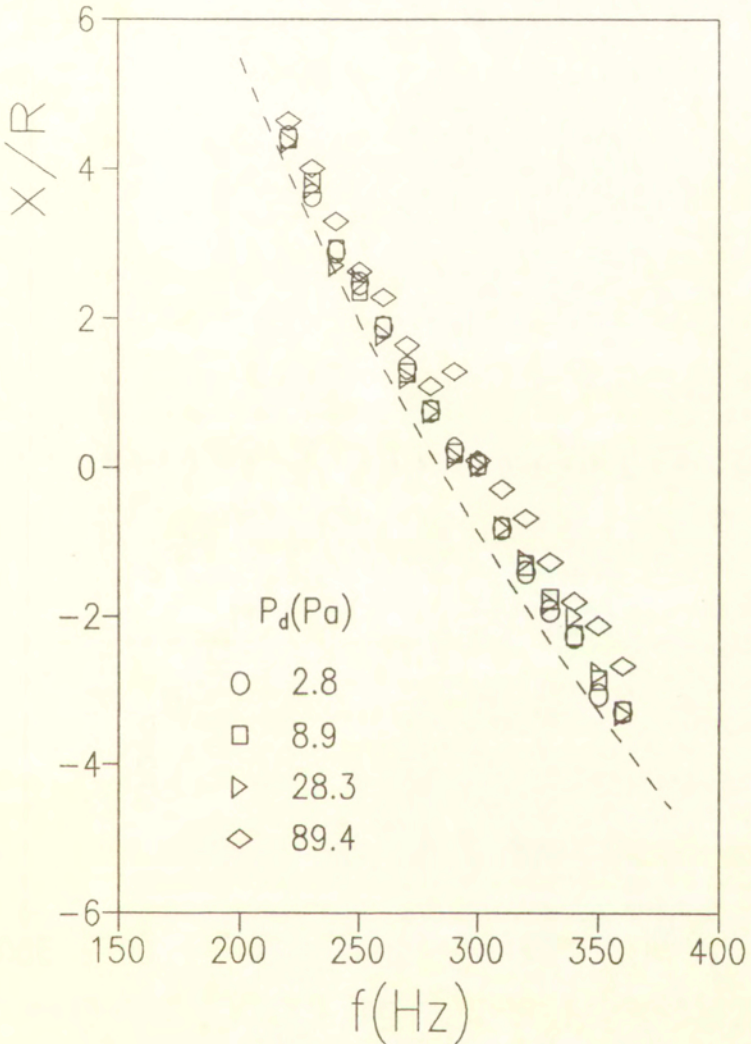
przypadu nieliniowej pracy układu rezonansowego, dane pomiarowe określające zależność $(R_c/fR_o)_{\text{śr}}$ od U/b^2f tworzą jedną prostą, co jest zgodne z wynikami obliczeń (na rys. 18 krzywa oznaczona linią przerywaną).

3.2.3. Zależność reaktancji X od amplitudy ciśnienia P_d w denku rezonatora

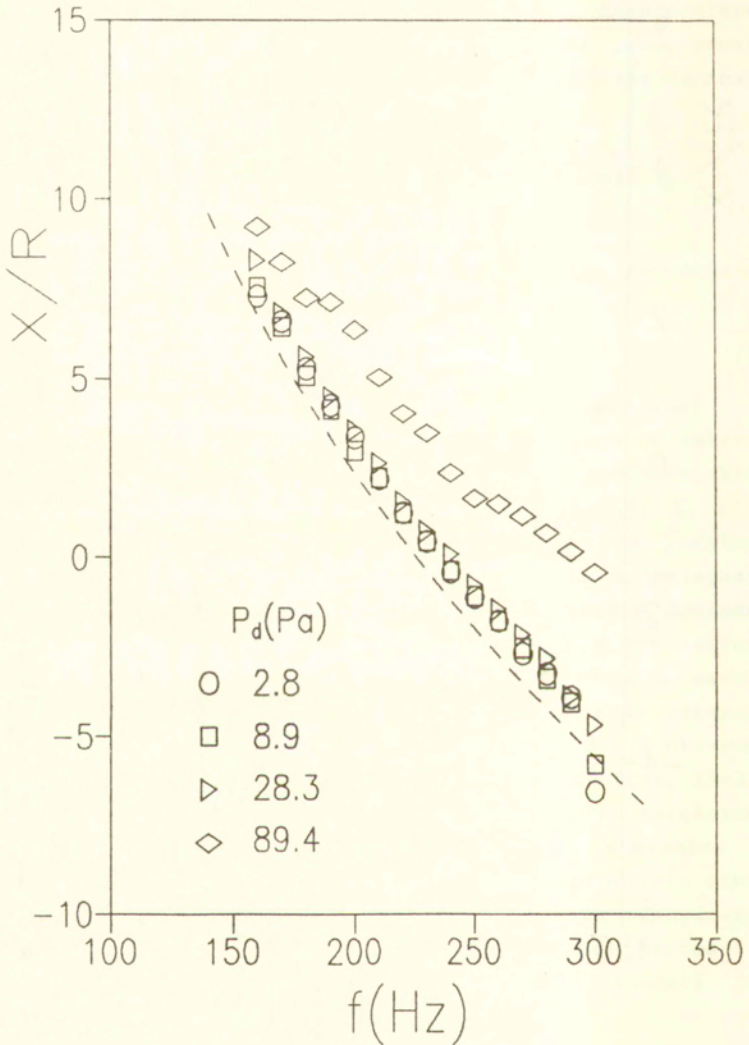
W przedstawionym w rozdziale 2 modelu teoretycznym reaktancja rezonatora

$$X = 1/\omega_o K - \omega_o M \quad (52)$$

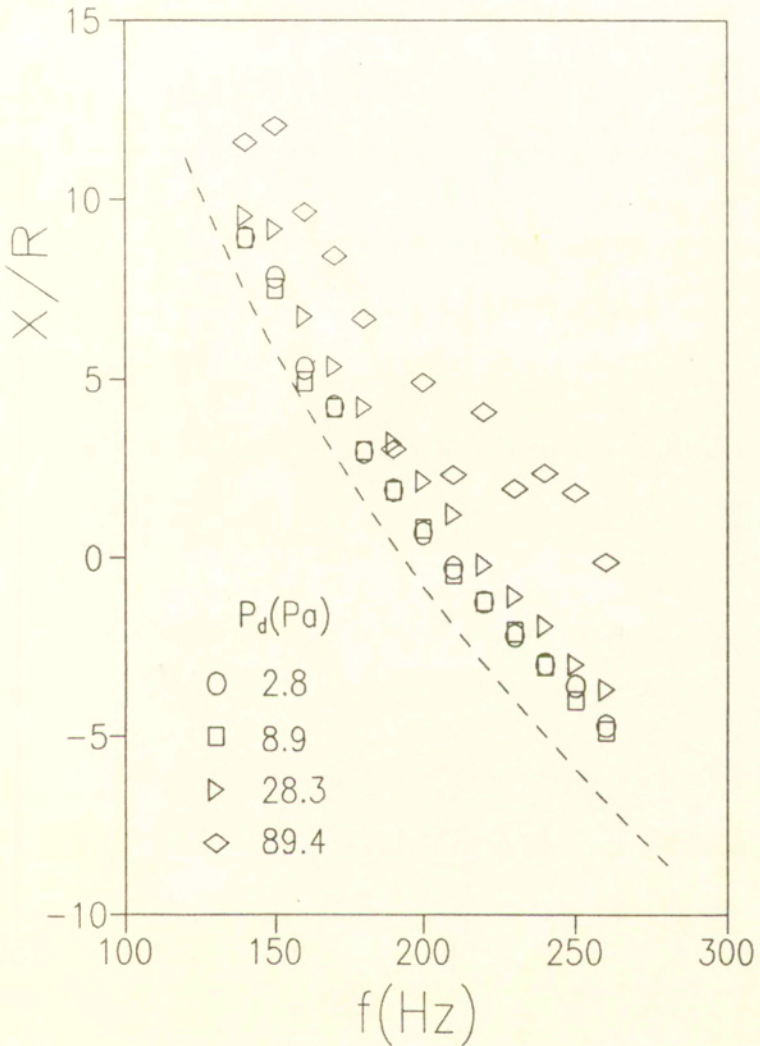
jest niezależna od amplitudy ciśnienia fali padającej i ma postać, jak dla układu rezonansowego pracującego w zakresie liniowym. Na rys. 19-23 przedstawiono rezultaty pomiarów, które ilustrują wpływ nieliniowości na zmiany reaktancji X . Linią przerywaną zaznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru (52). Jak widać z tego zestawienia, dla najmniejszych amplitud ciśnienia P_d wartości X pomierzone prawie dokładnie odpowiadają danym teoretycznym. Oznacza to, że w tym zakresie wartości P_d częstotliwość rezonansową układu określa warunek $1/\omega_o K - \omega_o M = 0$ wynikający z zależności (52). Przy większych wartościach P_d dla wymiarów otworu $b[\text{mm}] = 2, 2.5$ i 3 obserwuje się wzrost reaktancji X dla każdej częstotliwości (rys. 19-21). Oznacza to, że na skutek nieliniowości następuje zwiększenie częstotliwości rezonansowej układu. Podobny charakter ma zależność reaktancji X od częstotliwości f dla promienia otworu $b = 1.5$ mm, chociaż zmiany X w tym przypadku są zdecydowanie mniej regularne (rys. 22). Największy rozrzut wartości X występuje dla $b = 1$ mm, kiedy efekt nieliniowości jest najsilniejszy (rys. 23).



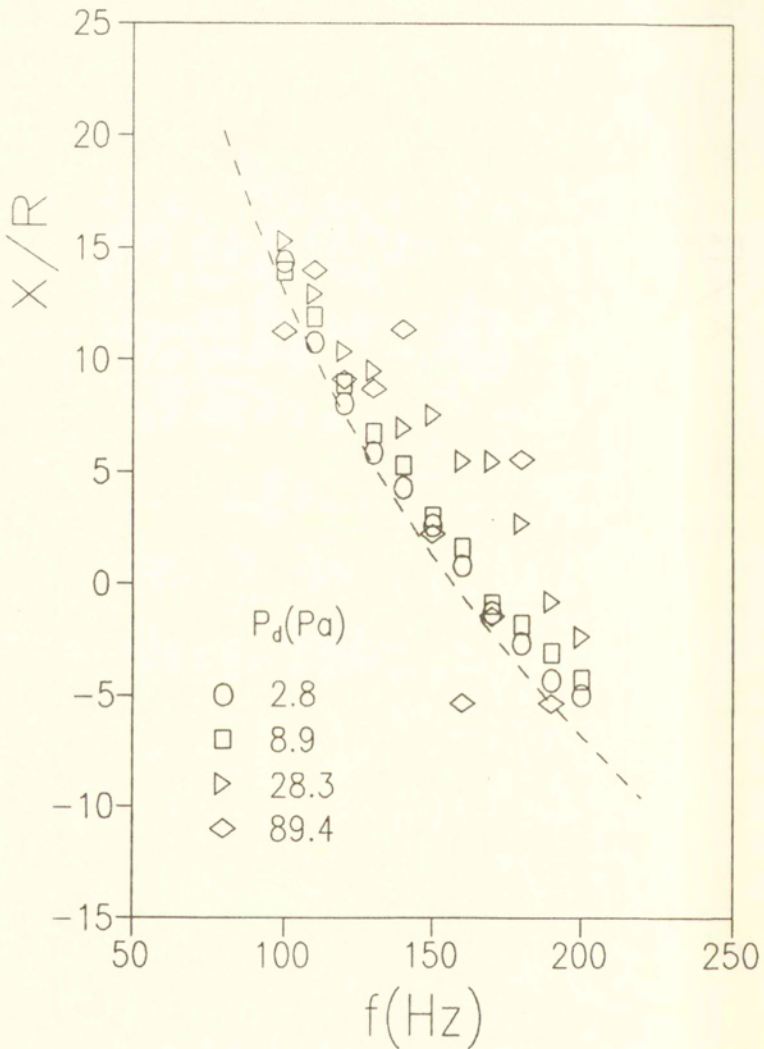
Rys. 19. Zależność stosunku X/R od częstotliwości f przy różnych amplitudach ciśnienia P_d w denku rezonatora. Promień otworu $b = 3.5$ mm. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.



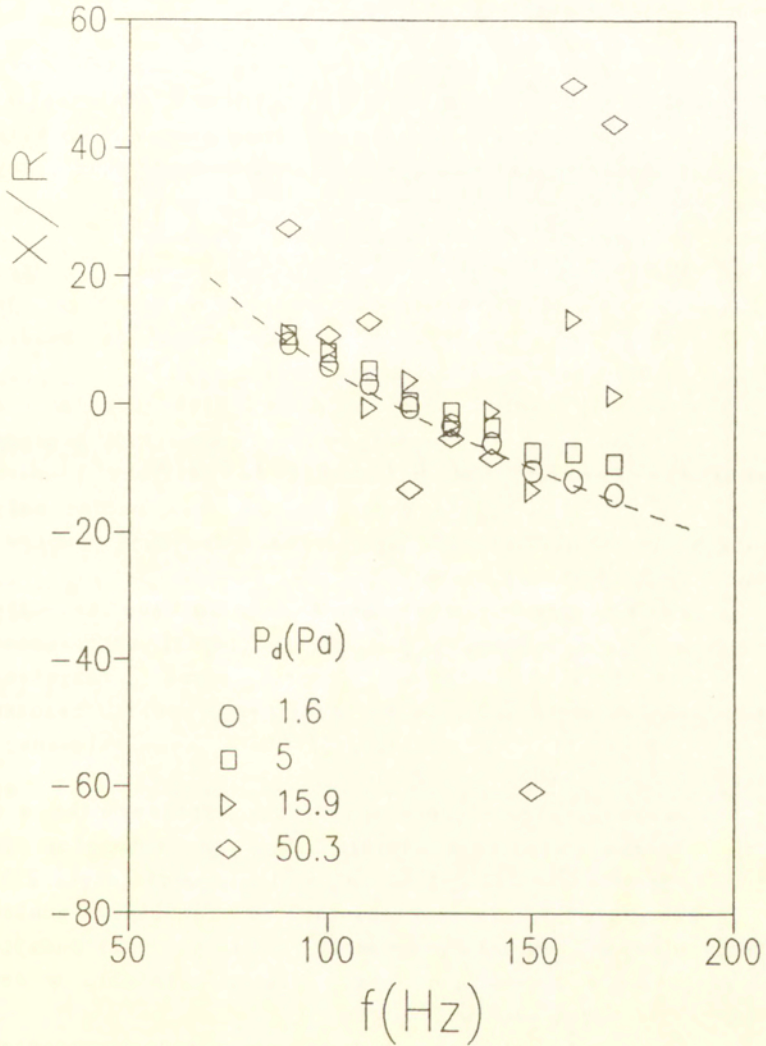
Rys. 20. Zależność stosunku X/R od częstotliwości f przy różnych amplitudach ciśnienia P_d w denku rezonatora. Promień otworu $b = 2.5$ mm. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.



Rys. 21. Zależność stosunku X/R od częstotliwości f przy różnych amplitudach ciśnienia P_d w denku rezonatora. Promień otworu $b = 2$ mm. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.



Rys. 22. Zależność stosunku X/R od częstotliwości f przy różnych amplitudach ciśnienia P_d w denku rezonatora. Promień otworu $b = 1.5$ mm. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.



Rys. 23. Zależność stosunku X/R od częstotliwości f przy różnych amplitudach ciśnienia P_d w denku rezonatora. Promień otworu $b = 1$ mm. Wyniki obliczeń oznaczone linią przerywaną.

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W rozdziale 2 niniejszej pracy przedstawiono teoretyczny model oddziaływania fali płaskiej na rezonator Helmholtza w falowodzie akustycznym. Uzyskane rozwiązanie umożliwia obliczenie współczynnika pochłaniania i parametrów akustycznych rezonatora w warunkach nieliniowości.

Z przedstawionej analizy teoretycznej wynika, że:

1) Akustyczna nieliniowość jest konsekwencją zwięzienia linii prądu za otworem rezonatora. Efektem tego jest niezbilansowana różnica ciśnień proporcjonalna do kwadratu prędkości akustycznej w otworze [rów. (7)].

2) W modelu impedancyjnym rezonatora efekt nieliniowości opisuje rezystancja strat proporcjonalna do amplitudy prędkości w otworze, a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia otworu [rów. (27), (50)]. Oznacza to, że przy bardzo małych wymiarach otworu nieliniowość będzie miała decydujący wpływ na własności akustyczne rezonatora.

3) Współczynnik pochłaniania α bezstratnego rezonatora Helmholtza osiąga wartość 1 dla częstotliwości rezonansowej, gdy rezystancja nieliniowa jest równa rezystancji promieniowania (część 2.3). Silne tłumienie w pobliżu rezonansu nie jest więc efektem kompensacji fali promieniowanej i odbitej.

4) Obserwowany doświadczalnie spadek współczynnika α dla dużych amplitud ciśnienia działającego na rezonator jest konsekwencją wzrostu strat na skutek nieliniowości (część 2.3).

W rozdziale 3 pracy przedstawiono rezultaty pomiarów współczynnika pochłaniania przy stałym ciśnieniu fali padającej oraz rezystancji i reaktancji przy stałym ciśnieniu w denku rezonatora. Z badań tych wynika, że:

1) Przy stosunkowo niedużych amplitudach ciśnienia działającego na rezonator współczynnik pochłaniania α dla częstotliwości rezonansowej był bliski jedności (rys. 2,6,7,9,10). Dla najmniejszego z badanych wymiarów otworu wzrost amplitudy ciśnienia powodował spadek α do wartości poniżej 0.25 (rys. 5).

2) Wartość średnia stosunku rezystancji strat R_c do

częstotliwości f dla dużych amplitud ciśnienia w denku rezonatora jest wprost proporcjonalna do U/b^2f (rys. 18).

3) Zjawisko nieliniowości powoduje wzrost reaktancji rezonatora, a tym samym zwiększenie częstotliwości rezonansowej układu (rys. 19-22).

Z porównania rezultatów badań z obliczeniami wynika, że w większości przypadków wielkości wyznaczone teoretycznie stanowią dobrą aproksymację danych pomiarowych. Dotyczy to szczególnie zmian współczynnika pochłaniania α dla małych amplitud ciśnienia fali padającej (rys. 3,6,10) oraz zmian $(R_c/fR_o)_{gr}$ w funkcji U/b^2f dla dużych ciśnień w denku rezonatora (rys. 18).

5. ZAŁĄCZNIK: KOMPENSACJA FALI PROMIENIOWANEJ I ODBITEJ OD BEZSTRATNEGO REZONATORA HELMHOLTZA

Dla bezstratnego rezonatora Helmholtza zależność (31) określającą rozkład ciśnienia akustycznego w polu dalekim można napisać w postaci:

$$p(z, t) = P_o \left[\cos(k_o z - \omega_o t + \varphi) + \cos(-k_o z - \omega_o t + \varphi) \right] \quad (Z1)$$
$$- 2P_o A \cos(-k_o z - \omega_o t) ,$$

gdzie

$$A = \frac{R}{\left[R^2 + \left(1/\omega_o K - \omega_o M \right)^2 \right]^{1/2}} , \quad (Z2)$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{1/\omega_o K - \omega_o M}{R} \right) . \quad (Z3)$$

Dla częstotliwości rezonansowej $\omega_r = \sqrt{1/KM}$ współczynnik A przyjmuje wartość 1, zaś faza φ jest równa 0. Fala promieniowana przez rezonator ma więc amplitudę dwukrotnie większą od amplitudy fali odbitej od rezonatora [drugi składnik w nawiasie kwadratowym we wzorze (Z1)]. Jest to konsekwencją

warunku równowagi sił po obu stronach otworu rezonatora (zob. Rozdział 2.2). W takim przypadku, jak widać z zależności (Z1), następuje tylko częściowa kompensacja fali odbitej od rezonatora, a ciśnienie wypadkowe jest superpozycją dwóch fal propagujących się w przeciwnych kierunkach

$$p(z, t) = P_0 \left[\cos(k_r z - \omega_r t) - \cos(-k_r z - \omega_r t) \right], \quad (Z4)$$

gdzie $k_r = \omega_r/c$. Amplitudy tych fal mają przeciwne znaki, tak jak w przypadku odbicia fali płaskiej od powierzchni doskonale sztywnej ze zmianą fazy fali odbitej o π .

Do wyznaczenia rozkładu ciśnienia w polu dalekim w przypadku dowolnej częstotliwości ω_0 można wykorzystać zależności (33) i (39). Stąd po prostych przekształceniach uzyskuje się

$$p(z, t) = P_0 \left[\cos(k_0 z - \omega_0 t + \varphi) - \cos(-k_0 z - \omega_0 t - \varphi) \right]. \quad (25)$$

Taki rozkład ciśnienia odpowiada przypadkowi odbicia fali płaskiej od powierzchni doskonale sztywnej ze zmianą fazy fali odbitej o $\pi - 2\varphi$.

6. LITERATURA

- [1] J. Mason, F. Fahy, *The use of acoustically tuned resonators to improve the sound transmission loss of double-panel partitions*, Journal of Sound and Vibration, vol. 124, no. 2, 367-380 (1988).
- [2] A. Prydz, L. Wirt, L. Kuntz, *Transmission loss of a multilayer panel with internal tuned Helmholtz resonators*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 87, no. 4, 1597-1602 (1990).
- [3] A. Adobes, I. Audonnet, E. Luzzato, *Helmholtz resonators: a numerical package to optimize their design and control their implementation in engineering problems*, Journal of Low Frequency Noise and Vibration, vol. 9, no. 3, 92-97 (1990).
- [4] H. Kuntz, R. Prydz, F. Balena, *Development and testing of*

- cabin sidewall acoustic resonators for the reduction of cabin tone level in propfan-powered aircraft*, Noise Control Engineering Journal, vol. 37, no. 3, 129-142 (1991).
- [5] O. Bschorr, E. Laudien, *The silator - a small volume resonator*, Journal of Sound and Vibration, vol. 158, no. 1, 81-92 (1992).
- [6] U. Ingard, *On the theory and design of acoustic resonators*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 25, no. 6, 1037-1061 (1953).
- [7] S. Czarnecki, *Własności tłumiące rezonatorów Helmholtza z uwzględnieniem warunków akustycznych otaczającego ośrodka*, Archiwum Akustyki, vol. 1, 5-24 (1966).
- [8] S. Czarnecki, *Współoddziaływanie rezonatorów Helmholtza z otaczającym ośrodkiem*, Prace Instytutu Automatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa, 1966.
- [9] M. Junger, *Helmholtz resonators in load-bearing walls*, Noise Control Engineering Journal, vol. 4, no. 1, 17-25 (1975).
- [10] F. Fahy, C. Schofield, *A note on the interaction between a Helmholtz resonator and an acoustic mode of an enclosure*, Journal of Sound and Vibration, vol. 72, no. 3, 365-378 (1980).
- [11] D. Bies, O. Wilson, *Acoustic impedance of a Helmholtz resonator at very high amplitude*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 29, no. 6, 711-714 (1957).
- [12] S. Czarnecki, *Nieliniowe własności pochłaniające akustycznych ustrojów rezonansowych*, Archiwum Akustyki, vol. 4, no. 1, 37-49 (1969).
- [13] J. Wu, I. Rudnick, *Measurements of the nonlinear tuning curves of Helmholtz resonators*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 80, no. 5, 1419-1422 (1986).
- [14] U. Ingard, *Acoustic nonlinearity of an orifice*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 42, no. 1, 6-17 (1967).
- [15] A. Cummings, *Acoustic nonlinearities and power losses at orifices*, AIAA Journal, vol. 22, no. 6, 786-792 (1984).
- [16] U. Ingard, S. Labate, *Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices*, Journal of the Acoustical

- Society of America, vol. 22, no. 2, 211-218 (1950).
- [17] R. Panton, A. Goldman, *Correlation of nonlinear orifice impedance*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 60, no. 6, 1390-1396 (1976).
- [18] P. Morse, K. Ingard, *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1968, s. 248, s. 483.
- [19] G. Batchelor, *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge Press, 1967, s. 497, s. 388.
- [20] A. Cummings, W. Eversman, *High-amplitude acoustic transmission through duct terminations: theory*, Journal of Sound and Vibration, vol. 91, no. 4, 503-518 (1983).
- [21] P. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, McGraw-Hill, 1953, s. 1515.
- [22] K. Ingard, *Nonlinear distortion of sound transmitted through an orifice*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 48, 32-33 (1970).
- [23] M. Pollack, *The acoustic internal end correction*, Journal of Sound and Vibration, vol. 67, no. 4, 558-561 (1979).
- [24] M. Meissner, *Mechano-acoustic feedback in the case of an interaction between a sound source and a resonance system*, Archives of Acoustics, vol. 8, no. 3, 235-248 (1983).