

[PRACA HABILITACYJNA]  
Piotr Kielczyński

**POLA AKUSTYCZNE PRZETWORNIKÓW  
I UKŁADÓW ULTRADŹWIĘKOWYCH  
O NIEJEDNORODNYM ROZKŁADZIE  
AMPLITUDY DRGAŃ NA POWIERZCHNI**

5/1996

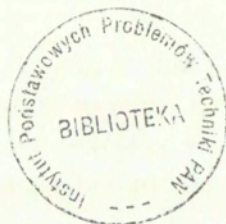
P.269<sup>a</sup>



**WARSZAWA 1996**

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 19 grudnia 1995 r.



56567



**Praca habilitacyjna**

recenzent – Prof. dr hab. Członek Rzecz. PAN Leszek Filipczyński

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 100 egz. Ark. wyd. 3,70 Ark. druk. 4,75  
Oddano do drukarni w maju 1996 r.

---

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.  
Warszawa, ul. Jasna 1

## Pola akustyczne przetworników i układów ultradźwiękowych o niejednorodnym rozkładzie amplitudy drgań na powierzchni

### Streszczenie

Tematem pracy jest analiza pracy przetworników ultradźwiękowych o zmiennym rozkładzie prędkości drgań na ich powierzchni. Profil rozkładu prędkości drgań na powierzchni decyduje o własnościach pola promieniowania przetwornika w strefie bliskiej i dalekiej. Dlatego, wytworzenie rozkładu prędkości drgań o odpowiedniej konfiguracji ma zasadnicze znaczenie w procesie analizy i syntezy (projektowania) przetworników ultradźwiękowych o zadanych charakterystykach pola akustycznego.

Rozkład pola w strefie bliskiej i dalekiej wyznaczono stosując Metodę Odpowiedzi Impulsowej. Obliczone przy pomocy tej metody rozkłady pól akustycznych są dokładne i nie wymagają stosowania przybliżeń upraszczających Fresnela lub Fraunhofera. Ponadto, w metodzie tej w przeciwieństwie do klasycznej metody całki Kirchhoffa wykonuje się tylko całkowanie jednowymiarowe. Podobnymi problemami zajmował się w okresie przed drugą wojną światową Stenzel. Jednakże, wyprowadzone przez niego zależności prowadzą do bardzo żmudnych i pracochłonnych obliczeń typowych dla epki przedkomputerowej.

W obecnej pracy otrzymano wzory analityczne na odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  przetworników kołowych o rozkładzie besselewskim i gaussowskim oraz przetworników kwadratowych o rozkładzie kosinusoidalnym prędkości drgań.

Ponadto, w przypadku przetworników prostokątnych wyznaczono odpowiedź impulsową dla profilu prędkości drgań aproksymowanego wielomianami I-go i II-go stopnia zmiennych przestrzennych  $x,y$ . Wyznaczono także odpowiedź impulsową dla przetworników kołowych i funkcji prędkości drgań aproksymowaną wielomianami I-go i II-go stopnia względem zmiennej  $\rho$  (wzdłuż promienia). Profile takie mogą wynikać z zastosowania Metody Elementów Skończonego do analizy drgań struktury przetwornika. Otrzymane w tym przypadku funkcje  $h(X,t)$  pozwalają na obliczenie pola bliskiego i dalekiego dla w zasadzie dowolnych profili prędkości drgań będących funkcją promienia  $\rho$  (przetwornik kołowy) lub funkcją zmiennych przestrzennych  $x,y$  (przetwornik prostokątny).

We wstępie (rozdz.1.) przedstawiono cel pracy oraz uzasadniono wybór Metody Odpowiedzi Impulsowej jako narzędzia matematycznego do obliczania rozkładów pola akustycznego przetworników ultradźwiękowych.

W rozdziale 2 dokonano przeglądu istniejących metod obliczania rozkładów pola akustycznego.

W rozdziale 3 omówiono metody obliczania profili prędkości drgań na powierzchni przetworników ultradźwiękowych.



W rozdziale 4 rozważono przetworniki kołowe o besselowskim i gaussowskim rozkładzie prędkości drgań. Podano wyprowadzone przez autora wzory analityczne na funkcję odpowiedzi impulsowej  $h(X,t)$  dla tego typu przetworników kołowych. Ponadto, w rozdziale tym umieszczono wyprowadzone przez autora wzory na odpowiedź impulsową w przypadku aproksymacji profilu prędkości funkcją promienia  $\rho$  kawałkami liniową.

W rozdziale 5 opisano pole promieniowania przetworników prostokątnych i kwadratowych. Umieszczono w nim wyprowadzone przez autora wzory analityczne na odpowiedź impulsową

przetwornika kwadratowego o kosinusoidalnym rozkładzie prędkości drgań. Podano także wzory analityczne na odpowiedź impulsową w przypadku aproksymacji prędkości drgań wielomianami I-go stopnia zmiennych przestrzennych  $x,y$ .

Rozdział 6 zawiera porównanie wyników obliczeń numerycznych rozkładów dwóch pól akustycznych wytworzonych przez przetworniki kwadratowe. Pierwsze pole wytworzone jest przez dokładny kosinusoidalny (wzór 27) profil prędkości drgań. Drugie pole akustyczne wytworzone jest przez przetwornik kwadratowy o profilu prędkości drgań będącym aproksymacją wielomianami I-go stopnia (wzór 28) względem zmiennych  $x,y$  profilu (27).

W rozdziale 7 umieszczono opis metod pomiaru przemieszczenia mechanicznego na powierzchni przetwornika. Opisano metody pomiaru bezpośrednie (np. ostrzową sondą piezoelektryczną) jak i pośrednie (poprzez pomiar pola bliskiego). W rozdziale tym zawarto także opis konstrukcji wytworzonych kołowych przetworników ultradźwiękowych. Podano analizę numeryczną (przy użyciu Metody Elementu Skończonego) drgań tego typu przetworników kołowych. Opisano także układ eksperymentalny do pomiarów rozkładu pola akustycznego wytwarzanego przez rozważane przetworniki kołowe. Otrzymane krzywe doświadczalne (rozkłady pól akustycznych) porównano z rozkładami teoretycznymi pola otrzymanymi na drodze numerycznej (wzór 24).

Symulowane numerycznie przetworniki ultradźwiękowe mają te same wymiary geometryczne i własności materiałowe (tabela II) co ich odpowiedniki doświadczalne.

Rozdział 7.3. zawiera porównanie wyników teoretycznych i doświadczalnych rozkładów pola akustycznego w przypadku pierścieniowych przetworników kołowych wypełnionych żywicą poliuretanową.

Rozdział 7.4. przedstawia porównanie rozkładów teoretycznych i doświadczalnych pól akustycznych generowanych przez przetworniki pierścieniowe składające się tylko z pierścienia piezoceramicznego bez wypełnienia żywicą.

W rozdziale 7.5. porównano rozkłady teoretyczne i doświadczalne pól akustycznych wytworzonych przez układ (array) sześciu przetworników kwadratowych umieszczonych na obwodzie koła.

Rozdział 8. zawiera wnioski oraz sugestie możliwych przyszłych kierunków prowadzenia badań przy projektowaniu przetworników ultradźwiękowych i ich układów.

W Dodatku (rozdz. 9.) umieszczono odpowiedź impulsową przetwornika prostokątnego i aproksymacji prędkości drgań wielomianami II-go stopnia względem zmiennych przestrzennych  $x,y$  oraz odpowiedź impulsową dla przetwornika kołowego i aproksymacji wielomianami II-go stopnia względem zmiennej  $\rho$  (promienia). Ponadto, omówiono formalizm matematyczny Metody Elementu Skończonego.

## Spis treści :

1. Wstęp .....	6
2. Metody obliczania pól akustycznych wytwarzanych przez przetworniki ultradźwiękowe .....	10
2.1. Metoda Odpowiedzi Impulsowej .....	12
2.2. Rozwiązanie stacjonarne .....	16
3. Profile prędkości drgań na powierzchni przetwornika .....	17
3.1. Metody obliczania rozkładów prędkości drgań .....	17
4. Promieniowanie apertury kołowej. Obliczanie pola akustycznego .....	19
Metodą Odpowiedzi Impulsowej	
4.1. Rozkład Bessela .....	19
4.2. Rozkład Gaussa .....	23
4.3. Rozkład liniowy wynikający z Metody Elementu Skończonego .....	26
5. Promieniowanie apertury prostokątnej i kwadratowej .....	28
5.1. Rozkład kosinusoidalny .....	28
5.2. Przybliżony rozkład kosinusoidalny .....	33
5.3. Metoda odpowiedzi impulsowej dla liniowego rozkładu prędkości na elemencie trójkątnym .....	34
6. Porównania obliczonych pól akustycznych dla rozkładu kosinusoidalnego i przybliżonego kosinusoidalnego .....	36
7. Porównanie obliczeń numerycznych z wynikami doświadczalnymi .....	38
7.1. Badania doświadczalne rozkładu drgań na powierzchni przetwornika .....	38
7.2. Przykłady konstrukcji przetworników .....	40
7.2.1. Numeryczna analiza drgań przetworników .....	41
7.2.2. Opis układu doświadczalnego .....	44
7.2.3. Opis krzywych doświadczalnych .....	45
7.3. Przetworniki kołowe: pierścień+wypełnienie żywicą .....	54
7.4. Przetworniki pierścieniowe .....	56
7.5. Układy (arrays) przetworników kwadratowych .....	57
8. Wnioski .....	61
9. Dodatek .....	64
10. Spis literatury .....	66



## 1. Wstęp

Znalezienie rozkładu pola akustycznego wytworzonego przez układy drgające w otaczającym ośrodku (najczęściej ciekłym lub gazowym) jest centralnym problemem akustyki teoretycznej i stosowanej.

Do generacji fal ultradźwiękowych najczęściej wykorzystuje się struktury przetworników ultradźwiękowych o symetrii kołowej oraz przetworniki prostokątne i kwadratowe. Są one częścią składową układów pomiarowych stosowanych w badaniach nieniszczących oraz w mikroskopii ultradźwiękowej. W wielu przypadkach pożądanym jest otrzymanie wiązki ultradźwiękowej zogniskowanej na określonej głębokości, wartość której można zmieniać w sposób kontrolowany. Osiągamy to stosując przetworniki o odpowiednim rozkładzie amplitudy drgań, układy przetworników (arrays) oraz specjalną aparaturę elektroniczną.

W robotyce, wysłana i odebrana wiązka ultradźwiękowa odpowiednio uformowana pozwala ocenić odległość do badanego obiektu oraz jego kształt. W tym przypadku ważną rolę odgrywają przetworniki ultradźwiękowe o zmiennym np. gaussowskim lub besselowskim rozkładzie prędkości drgań na ich powierzchni.

Bardzo ważnym parametrem przetwornika jest jego charakterystyka kierunkowa promieniowania. Istotnym etapem w procesie projektowania przetwornika jest kształtowanie jego charakterystyki kierunkowej. W tym celu należy znać rozkład pola w strefie bliskiej i dalekiej wytwarzany przez dany rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika. Dla różnych rozkładów prędkości drgań otrzymujemy charakterystyki promieniowania o określonych właściwościach. Na przykład, dla rozkładu Bessela [1-3] osiągamy wiązkę niedyfrakcyjną o wąskiej wiązce głównej, lecz o dużym poziomie listków bocznych. Dla rozkładu Gaussa [4-8] prędkości drgań otrzymujemy wiązkę ultradźwiękową o minimalnym poziomie listków bocznych, jednakże szerokość wiązki głównej jest większa niż w przypadku wiązki besselowskiej.

Teoria niedyfrakcyjnych przetworników ultradźwiękowych została rozwinięta przez Lu [2,9-11]. Opracował on teorię wiązek nierozbieżnych Bessela i fal typu „X”. Rozwiązania zaproponowane przez Lu bazują na wcześniejszych pracach Ziolkowskiego z teorii fal elektromagnetycznych opisujących rozchodzenie się pocisków falowych (wavelet bullets) [12-15], oraz publikacjach dotyczących nierozbieżnych optycznych wiązek Bessela [1,16]. W pracach tych poszukuje się skupionych czasoprzestrzennie wiązek fal elektromagnetycznych rozchodzących się w swobodnej przestrzeni. Podane są rozwiązania równania falowego o odpowiednich własnościach czasoprzestrzennych (nierozbieżnych przestrzennie).

Wiązki Gaussowskie były rozważane w przez Filipczyńskiego, Breazeale'a i innych [4,5,17,18]. Stwierdzono doświadczalnie i teoretycznie istnienie wiązki Gaussowskiej o minimalnym poziomie listków bocznych. Szerokość wiązki

Gaussa jest większa od szerokości Bessela, natomiast poziom listków bocznych jest zdecydowanie większy w wiązce Besselowskiej

Jak dotychczas, rozkład pola na zewnątrz przetwornika wyznaczano obliczając bezpośrednio dwuwymiarową całkę Rayleigha-Helmholtza po powierzchni promieniującej apertury [19,20]. Obliczenia te są czasochłonne i wymagają użycia komputerów o dużej mocy obliczeniowej. Pewnym obejściem tych trudności może być zastosowanie przybliżenia Fraunhofera (strefa daleka) lub Fresnela (strefa bliska). Otrzymane wzory są jednak nadal skomplikowane i mogą być stosowane tylko dla określonych przedziałów odległości od powierzchni przetwornika.

W ostatnich latach pojawiła się bardzo efektywna i ogólna metoda wyznaczania rozkładu pola akustycznego wykorzystująca wziętą z elektrotechniki koncepcję odpowiedzi impulsowej [21-32]. Odpowiedź impulsowa przetwornika  $h(X,t)$  jest funkcją czasu  $t$  i punktu obserwacji  $X$ . Konstruując funkcję  $h(X,t)$  uwzględniamy rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika oraz jego kształt geometryczny. Wyznaczając funkcję  $h(X,t)$  wykonujemy całkowanie tylko jednowymiarowe. Znając funkcję  $h(X,t)$  możemy obliczyć w sposób dokładny pole akustyczne zarówno w strefie bliskiej jak i dalekiej, w dowolnej odległości od powierzchni przetwornika.

W niniejszej pracy autor zastosował metodę odpowiedzi impulsowej do obliczania rozkładów pól akustycznych. Dzięki temu możliwe było dokładne obliczenie rozkładów pól bez stosowania założeń upraszczających.

Analiza zagadnienia promieniowania przetwornika ultradźwiękowego do ciekłego ośrodka akustycznego jest złożonym problemem matematycznym. Drgania przetworników opisywane są przez układy równań różniczkowych cząstkowych (równania ruchu). Natomiast rozchodzenie się fal akustycznych opisuje równanie falowe. W przypadku ogólnym oba te zagadnienia są sprzężone i należy rozpatrywać je łącznie [33]. Komplikuje to znacznie analizę matematyczną zagadnienia. Rozwiązanie numeryczne tego zagadnienia jest pracochłonne i wymaga zastosowania dużych i szybkich komputerów. W analizie uproszczonej oba te zjawiska rozpatrujemy oddzielnie, tzn.:

- 1) w pierwszym etapie dokonujemy analizy drgań przetwornika
- 2) w drugim etapie wyznaczamy pole akustyczne pochodzące od drgającego przetwornika.

Pomija się wtedy oddziaływanie ośrodka akustycznego na przetwornik. W niniejszej pracy dokonano uproszczonej analizy pracy przetwornika według podanego wyżej schematu. Do obliczeń rozkładów pól zastosowano Metodę Odpowiedzi Impulsowej (MOI). W pierwszym etapie wyznaczono postać analityczną odpowiedzi impulsowej układu  $h(X,t)$  dla przetworników kołowych i prostokątnych oraz typowych profili prędkości drgań. Zależności te posłużą w dalszych etapach



pracy do obliczeń rozkładów pola akustycznego na zewnątrz przetwornika. Następnie korzystając z programu Metody Elementu Skończonego (MES) obliczono profile prędkości drgań dla kilkunastu przypadków przetworników kołowych składających się z pierścienia piezoelektrycznego połączonego ze szklanym walcem. Górna powierzchnia walca szklanego jest aperturą promieniującą energię ultradźwiękową do otaczającego ośrodka.

Wykorzystując otrzymane z obliczeń MES profile prędkości drgań na górnej powierzchni walca obliczono Metodą Odpowiedzi Impulsowej pole akustyczne w ośrodku zewnętrznym. W tym celu wykorzystano wyprowadzone wzory analityczne na odpowiedź impulsową układu  $h(X,t)$  dla typowych profili prędkości drgań na powierzchni przetwornika. Wyniki obliczeń numerycznych porównano z wynikami doświadczalnymi.

W pracy rozpatrzono przetworniki kołowe besselewskie i gaussowskie. Wyznaczono odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  dla tych przetworników oraz wytwarzane przez nie rozkłady pola akustycznego. Stwierdzono niedyfrakcyjny charakter pola w przypadku przetworników besselewskich. Wiązka jest nierozbieżna do pewnej głębokości pola, po przekroczeniu której poziom listków bocznych rośnie. W przypadku przetworników gaussowskich zbadano wytworzone przez nie pole akustyczne. Stwierdzono dla przetworników o skończonym promieniu występowanie listków bocznych. Tylko w przypadku idealnym (dla nieskończonego promienia) nie stwierdza się obecności listków bocznych.

W pracy podjęto próbę analizy przetworników ultradźwiękowych o dowolnym rozkładzie prędkości drgań na ich powierzchni. Rozkład prędkości drgań traktujemy jako funkcję  $v(x,y)$  dwu zmiennych przestrzennych. W rzeczywistych przetwornikach rozkład prędkości wynika z rozwiązania równań różniczkowych ruchu ciała piezoelektrycznego. Jedną z najczęściej stosowanych metod przybliżonych rozwiązywania tych równań jest Metoda Elementu Skończonego (MES) [34-38]. Po zastosowaniu MES dostajemy rozwiązanie przybliżone  $v(x,y)$  zagadnienia. Rozwiązanie to przyjmuje dokładne wartości (interpolacja) w skończonej liczbie węzłów siatki pokrywającej powierzchnię przetwornika, natomiast w punktach pośrednich rozwiązanie aproksymowane jest wielomianami skończonego stopnia. Otrzymana w ten sposób funkcja  $v(x,y)$  może przyjmować w zasadzie dowolne wartości na powierzchni przetwornika. Ten przybliżony rozkład prędkości  $v(x,y)$  jest ponadto źródłem pola akustycznego w otaczającej przestrzeni.

Autor wyznaczył odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  dla podziału powierzchni przetwornika prostokątnego na elementy trójkątne i aproksymacji liniowej oraz kwadratowej pola prędkości wewnątrz trójkątów. Ponadto otrzymano odpowiedź impulsową dla przetwornika kołowego i aproksymacji liniowej i kwadratowej (Dodatek) prędkości drgań na elemencie skończonym (pierścieniu).



Otrzymane wyniki dla przybliżonego rozkładu prędkości  $v(x,y)$  porównano z wynikami dokładnymi dla rozkładu kosinusoidalnego  $v(x,y) = \cos(k_x x) \cos(k_y y)$ , na powierzchni przetwornika kwadratowego. Także w tym przypadku (dokładnym) otrzymano odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  umożliwiającą obliczenie rozkładu pola w otaczającej przestrzeni. Funkcja  $v(x,y)$  z problemu przybliżonego równa się w węzłach trójkątów odpowiednim wartością  $v(x,y) = \cos(k_x x) \cos(k_y y)$  natomiast wewnątrz trójkątów pole prędkości  $v(x,y)$  aproksymowane jest wielomianami pierwszego lub drugiego stopnia dwu zmiennych przestrzennych  $x,y$ .

W pracy wyznaczono po raz pierwszy w literaturze światowej analityczną explicite postać odpowiedzi impulsowej dla przetwornika kołowego besselowskiego i gaussowskiego, przetworników kwadratowych kosinusoidalnych oraz przetworników prostokątnych podzielonych na elementy trójkątne z liniową i kwadratową aproksymacją prędkości drgań. Ponadto otrzymano odpowiedź impulsową dla przetwornika kołowego i aproksymacji liniowej oraz kwadratowej prędkości drgań na elemencie skończonym (pierścieniu).

W dalszej części pracy, opisując zagadnienie generacji i rozchodzenia się fal ultradźwiękowych, przyjęto następujące założenia upraszczające:

- a) problem jest liniowy
- b) ośrodek jest bezstratny, izotropowy i jednorodny
- c) powierzchnia przetwornika (apertura) jest płaska
- d) promieniująca apertura umieszczona jest w nieograniczonej i sztywnej przegrodzie (bafflu).

Warunek d) wynika z wygody rachunkowej. Umożliwia on postawienie warunków brzegowych i początkowych. Zakładamy, że składowa normalna prędkości drgań na powierzchni przegrody równa się zeru. Interesuje nas rozkład pola akustycznego w półpłaszczyźnie  $z \geq 0$ .

Metoda Odpowiedzi Impulsowej może być także wykorzystana do obliczania pól akustycznych pochodzących od układów przetworników (arrays). Wypadkowe pole akustyczne jest superpozycją składowych pól akustycznych wytwarzanych przez poszczególne przetworniki. Odpowiedź impulsowa  $h(X,t)$  całego układu jest sumą odpowiedzi impulsowych  $h_i(X,t)$  wytwarzanych przez poszczególne przetworniki składowe. Przy czym należy pamiętać, że sumujemy tutaj liczby zespolone. Zarówno funkcja  $h(X,t)$  jak i funkcje składowe  $h_i(X,t)$  są funkcjami o wartościach zespolonych.

## 2. Metody obliczania pól akustycznych wytwarzanych przez przetworniki ultradźwiękowe

W tym rozdziale rozpatrujemy tzw. zewnętrzne zagadnienie akustyczne (external acoustic problem), tzn. rozpatrujemy rozchodzenie się fal akustycznych w ciekłej lub gazowej półprzestrzeni  $z \geq 0$ . Źródłem tych fal jest drgająca powierzchnia przetwornika umieszczona w nieskończonej przegrodzie. Istniejący na powierzchni źródła rozkład składowej normalnej prędkości akustycznej jest bezpośrednią przyczyną generacji podłużnych fal akustycznych w ośrodku zewnętrznym. Z założenia, że przegroda jest nieskończenie sztywna wynika, iż składowa normalna prędkości drgań na jej powierzchni jest równa zeru.

Znajomość rozkładu składowej normalnej prędkości drgań (na powierzchni źródła i przegrody) tworzy tzw. warunek brzegowy Neumanna. Określenie rozkładu pola akustycznego w półprzestrzeni wymaga rozwiązania równania falowego z odpowiednimi warunkami brzegowymi.

Zakładamy, że w rozpatrywanym ośrodku płynnym rozchodzi się podłużna fala ultradźwiękowa. Pole akustyczne fali podłużnej jest bezwirowe [39], dlatego można je wyrazić poprzez gradient potencjału skalarnego  $\Phi$ . Funkcja  $\Phi(x,y,z)$  jest potencjałem prędkości akustycznej  $u$ :

$$u = -\nabla\Phi \quad (1)$$

Na powierzchni apertury ( $z=0$ ), prędkość akustyczna  $u$  równa się prędkości drgań mechanicznych  $v(x,y,z)$  cząstek na powierzchni przetwornika.

Rozkład pola akustycznego w ośrodku zewnętrznym traktowanym jako trójwymiarowa przestrzeń kartezjańska  $R^3$  opisuje następujące zagadnienie różniczkowe:

$$\nabla^2\Phi = 1/c^2 \partial^2\Phi / \partial t^2 \quad (2)$$

$$\nabla\Phi|_{z=0} = -v(t)f(x,y) \quad (3)$$

$$\text{gdzie: } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$\Phi$  jest potencjałem prędkości akustycznej  
 $c$  jest prędkością fali akustycznej w ośrodku



Zagadnienie to (2,3) polega na znalezieniu rozwiązania  $\Phi$  równania falowego (2) przy danych warunkach brzegowych (3). Drgająca apertura umieszczona jest w płaszczyźnie  $z = 0$  i drga z prędkością:

$$v(x, y, t) = -\nabla\Phi = v(t)f(x, y) \quad (4)$$

Funkcja  $f(x, y)$  określa niejednorodność rozkładu prędkości na powierzchni apertury.

Ciśnienie akustyczne  $p$  wyznaczamy ze wzoru:

$$p = \rho \partial\Phi/\partial t \quad (5)$$

gdzie:  $\rho$  jest gęstością ośrodka.

W przypadku wymuszenia harmonicznego  $v(t) = \exp(j\omega t)$  równanie (2) redukuje się do:

$$\nabla^2\Phi + k^2\Phi = 0 \quad (6)$$

gdzie:  $k = \omega / c$

Natomiast równość 5 przechodzi w:

$$p = j\omega\Phi \quad (7)$$

Traktując promieniującą aperturę jako powierzchnię płaską zakładamy znajomość rozkładu prędkości drgań na tej powierzchni. Rozkład ten znany jest z doświadczenia lub z obliczeń numerycznych drgań przetwornika, np. po zastosowaniu Metody Elementu Skończonego.

Ze względów teoretycznych i praktycznych najważniejszym parametrem przetwornika ultradźwiękowego jest jego charakterystyka kierunkowa, tzn. rozkład pola akustycznego w strefie bliskiej i dalekiej.

Pierwszą metodą pozwalającą w sposób efektywny znaleźć rozkład pola akustycznego była metoda całki Kirchhoffa. Ta dość oczywista i bezpośrednia metoda, mimo iż z reguły daje dobre wyniki, posiada swoje ograniczenia i nie jest w pełni uzasadniona matematycznie.

Z innych metod obliczania rozkładu pola akustycznego wyliczyć można metodę funkcji Greena [40], metodę równań całkowych [41], Metodę Elementu Skończonego [42-46], Metodę Elementu Brzegowego (MEB) [47,48], metody wariacyjne [49] itp. Wszystkie te metody (oprócz MEB) wymagają obliczania całek dwuwymiarowych. Jest to dość pracochłonne i pochłania dużo czasu

komputera. Zastosowanie MEB obniża wymiar zadania o 1. Z drugiej jednak strony otrzymane w MEB macierze są pełne i niesymetryczne.

Okazuje się, że dość znaczne uproszczenie obliczania rozkładów pola akustycznego uzyskuje się jeżeli przedstawimy całkę Rayleigha-Helmholtza w postaci konwolucji (całki splotu) odpowiednich dwu funkcji czasu. Jest to podstawą metody odpowiedzi impulsowej wyznaczania rozkładów pola akustycznego.

## 2.1 Metoda Odpowiedzi Impulsowej

Kluczową rolę w MOI odgrywa pojęcie funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(X,t)$  przetwornika. Wyznaczenie tej funkcji wymaga obliczenia jednowymiarowej całki krzywoliniowej. Zastosowanie metody odpowiedzi impulsowej do obliczenia pola akustycznego skraca czas obliczeń. Dzięki temu skomplikowane rozkłady pola akustycznego można wyznaczyć stosując komputer osobisty IBM-PC.

Wyznaczenie postaci funkcji  $h(X,t)$  dla konkretnego przetwornika jest zadaniem niebanalnym. Jak dotąd, znaleziono postać funkcji  $h(X,t)$  dla prostych układów promieniujących, tzn. dla rozkładu równomiernego w przypadku przetworników kołowych i prostokątnych [50] oraz dla przetworników kołowych o rozkładzie gaussowskim [8] i besselowskim [3].

Rozwiązanie podstawowe dla operatora różniczkowego z równania (2) jest następujące [51]:

$$E(X,t;X',t') = -\frac{\delta\left(t-t' - \frac{|X-X'|}{c}\right)}{2\pi|X-X'|} \quad (8)$$

- gdzie:  $\delta$  jest dystrybucją Diraca  
 $X$  jest punktem obserwacji  
 $X'$  jest punktem umieszczenia źródła

Funkcja  $E(X,t;X',t')$  nazywana jest także funkcją Greena i przedstawia rozbieżną falę kulistą rozchodzącą się od punktu źródła  $X'$  na zewnątrz z prędkością  $c$ . Rozwiązanie szczególne zagadnienia (2-3) dane jest wzorem:

$$\Phi(X,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t') dt' \int_{\Omega} \frac{\delta\left[t-t' - \frac{|X-X'|}{c}\right]}{2\pi|X-X'|} f(X') dX' \quad (9)$$



gdzie:  $\Omega$  jest powierzchnią przetwornika.

Wzór 9 przedstawia potencjał akustyczny  $\Phi$  wytworzony przez składową normalną prędkości drgań na powierzchni przetwornika, daną wzorem:

$$v = v(t)f(X), X \in \Omega$$

Wykonując we wzorze (9) w pierwszej kolejności całkowanie po zmiennych przestrzennych otrzymujemy:

$$\Phi(X,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t') h(X,t-t') dt' \quad (10)$$

gdzie:

$$h(X,t) = \int_{\Omega} \frac{\delta \left[ t-t' - \frac{|X-X'|}{c} \right]}{2\pi|X-X'|} f(X') dX' \quad (11)$$

Funkcja  $h(X,t)$  dana wzorem 11 przedstawia sobą pole akustyczne wytworzone przez rozkład drgań na powierzchni  $v(t) = \delta(t)f(x,y)$ ,  $x, y \in \Omega$ . Inaczej mówiąc funkcja  $h(X,t)$  jest odpowiedzią na wymuszenie impulsowe typu  $\delta$  działające na powierzchni przetwornika. Funkcja  $f(x,y)$  opisuje rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika. Dla rozkładu równomiernego mamy  $f(x,y) = 1$ , dla rozkładu Bessela jest  $f(x,y) = J_0(x,y)$ , itp.

Obecność dystrybucji  $\delta$  we wzorze 11 powoduje że, całkowanie po obszarze  $\Omega$  w ustalonej chwili czasu  $t$  wykonuje się tylko wzdłuż łuku AB (rys.1.) będącego przecięciem frontu fali kulistej wyemitowanej z punktu  $X$  z płaszczyzną przetwornika  $\Omega$ .

Formuła (10) jest splotem dwu funkcji,  $v(t)$  i  $h(X,t)$ :

$$\Phi(X,t) = v(t) * h(X,t) \quad (12)$$

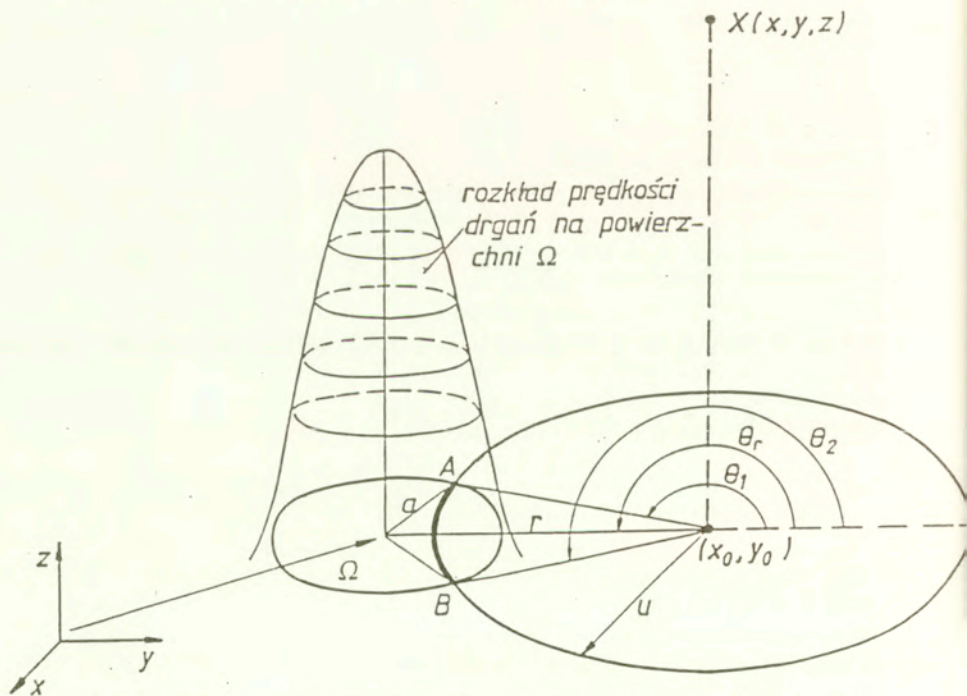
Funkcja  $h(X,t)$  ze wzoru (11) nazywana jest odpowiedzią impulsową obserwowaną w układzie od powierzchni przetwornika do punktu obserwacji  $X$ . Funkcja ta zależy od geometrii przetwornika i postaci niejednorodności rozkładu prędkości drgań  $f(x,y)$ . Jej efektywne wyznaczenie wymaga obliczenia odpowiedniej całki krzywoliniowej (patrz rys.1.). Odpowiedź impulsowa  $h(X,t)$  jest funkcją czasu  $t$  i punktu obserwacji  $X$ . Dla ustalonego  $X$ ,  $h(X,t)$  jest tylko funkcją czasu  $t$ .

Funkcja  $h(X, \cdot)$  posiada następujące własności:

1. nośnik funkcji  $h(X, \cdot)$  jest ograniczony, tzn. przyjmuje wartości niezerowe tylko na odcinku czasowym o skończonej długości
2. funkcja  $h(X, \cdot)$  jest funkcją o wahanii skończonym, (tzn.  $|h(X, t)| < \infty$ )
3. funkcja  $h(X, \cdot)$  jest kawałkami ciągła.

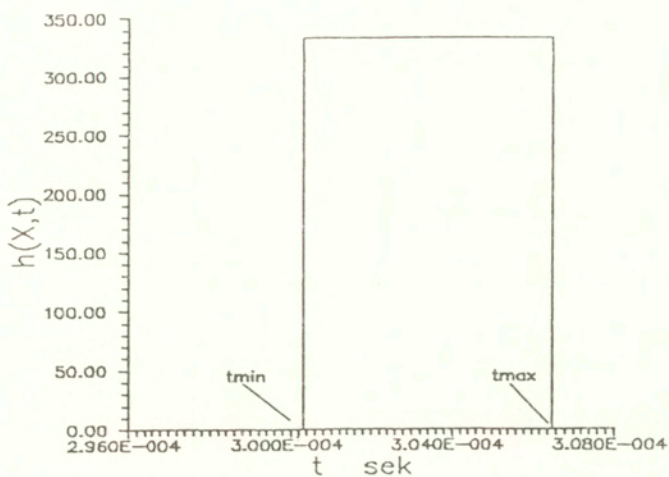
Konsekwencją własności 1. jest to, że jej transformata Fouriera istnieje i jest całkowitą funkcją w dziedzinie pulsacji zespolonej  $\omega$ .

Na rys.2.a,b wykreślono przykładowo postać funkcji  $h(X, \cdot)$  w przypadku przetwornika kołowego o równomiernym rozkładzie  $f(x, y) = 1$  prędkości drgań na jego powierzchni. Na rys.2.a punkt  $X$  leży na osi  $z$  przetwornika ( $z=10$  cm), natomiast na rys.2.b punkt  $X$  umiejscowiono poza osią  $z$  w nieznaczącej od niej odległości ( $x=0.2$  cm,  $y=0$  cm,  $z=10$  cm). Czas  $t_{min}$  potrzebny jest na przejście fali kulistej od punktu  $X$  do punktu przecięcia się czoła fali z płaszczyzną przetwornika  $z=0$ . Fala akustyczna rozchodzi się w powietrzu,  $c=333$  m/s.

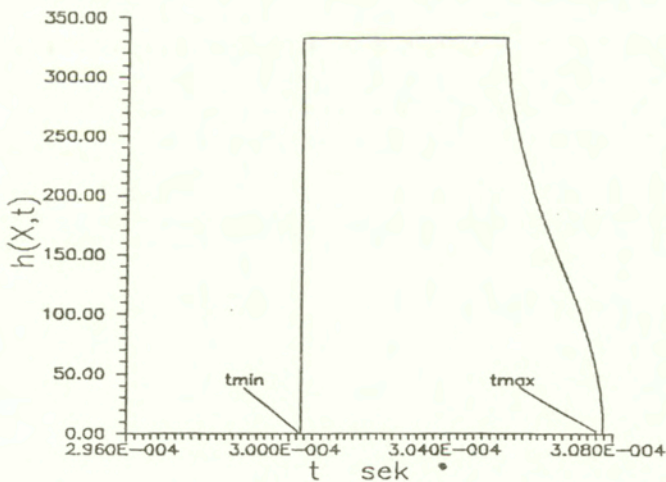


Rys. 1. Geometria zagadnienia obliczania odpowiedzi impulsowej  $h(X,t)$ . Powierzchnia obrotowa przedstawia rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika (np. rozkład Bessela). Całkowanie przeprowadzamy wzdłuż łuku  $AB$ .  $\Omega$  jest powierzchnią przetwornika.





Rys.2.a. Odpowiedź impulsowa w przypadku przetwornika kołowego o równomiernym rozkładzie prędkości drgań. Promień przetwornika  $a=2$  cm. Punkt X leży na osi  $z$  przetwornika ( $x=0$  cm,  $y=0$  cm,  $z=10$  cm).



Rys.2.b. Odpowiedź impulsowa przetwornika kołowego o równomiernym rozkładzie prędkości drgań i promieniu  $a=2$  cm. Punkt X nie leży na osi  $z$  ( $x=0.2$  cm,  $y=0$  cm,  $z=10$  cm).

## 2.2. Rozwiązania stacjonarne

Wykonując transformację Fouriera obu stron równania (10) otrzymujemy:

$$\Phi_p(X, \omega) = V(\omega) H(X, \omega) \quad (13)$$

W przypadku wymuszenia harmonicznego, rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika jest harmoniczną funkcją czasu:

$$v(t) = v_0 \exp(j\omega_0 t) \quad (14)$$

Wykorzystując równania 7 i 12 mamy:

$$p(X, t) = j\omega\rho h(X, t) * v(t) \quad (15)$$

Transformacja Fouriera równania (14) jest następująca:

$$V(\omega) = v_0 \delta(\omega - \omega_0) \quad (16)$$

Następnie korzystając z równań 13 i 16 równanie 15 zapisujemy w postaci:

$$\begin{aligned} p(X, t) &= j\omega_0 F^{-1} [V(\omega) H(X, \omega)] = j\omega_0 \rho v_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - \omega_0) H(X, \omega) \exp(j\omega t) d\omega = \\ &= j\omega_0 v_0 H(X, \omega_0) \exp(j\omega_0 t) \end{aligned} \quad (17)$$

Tak więc, w przypadku fali ciągłej rozkład pola akustycznego otrzymujemy znając transformację Fouriera  $H(X, \omega)$  względem czasu  $t$  funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(X, t)$ . W tym przypadku wykonujemy tylko całkowanie jednowymiarowe:

$$p(X, t) = j\omega_0 \rho v_0 \exp(j\omega_0 t) \int_{-\infty}^{+\infty} h(X, \tau) \exp(-j\omega_0 \tau) d\tau \quad (18)$$

gdzie:  $\tau$  jest zmienną całkowania.

Stosując metodę odpowiedzi impulsowej dostajemy dokładne rozkłady pola zarówno w strefie bliskiej i dalekiej w przeciwieństwie do metod obliczeniowych wykorzystujących przybliżenia Fresnela i Fraunhofera.

### 3. Profile prędkości drgań na powierzchni przetwornika

Pole akustyczne wytworzone przez przetwornik zależy od rozkładu prędkości drgań na jego powierzchni, właściwości materiałowych, jego geometrii i częstotliwości. Rozpatrzmy tutaj kilka typowych rozkładów prędkości drgań na powierzchni przetwornika kołowego.

Rozkład gaussowski jest monotoniczną funkcją promienia, a ponadto jest zawsze tego samego znaku (dodatni). Wytwarza on wiązkę akustyczną o małym poziomie listków bocznych. W szczególnym przypadku (kiedy prędkość drgań na brzegu przetwornika jest bliska zeru) poziom listków bocznych jest pomijalnie mały. Rozkład, który bardziej realistycznie opisuje rzeczywisty rozkład prędkości jest to rozkład Bessela. Przybiera on zarówno wartości dodatnie jak i ujemne. Rozkład ten wytwarza pole akustyczne o małej rozbieżności (non-diffracting).

#### 3.1. Metody obliczania rozkładów prędkości drgań

Ścisłe analityczne rozwiązania równań różniczkowych opisujących drgania przetwornika możliwe są tylko w przypadku przetworników o prostej geometrii [52-58]. Dlatego do analizy drgań przetworników musimy użyć metod przybliżonych. Wśród nich wyróżnić można metody wariacyjne, które do analizy drgań przetworników kołowych zastosował EerNisse i Holland [59,60].

Wśród metod numerycznych najbardziej popularną była Metoda Różnic Skończonych [61]. Jakkolwiek dla struktur złożonych (materiały kompozytowe o dowolnej geometrii) stosowanie tej metody było kłopotliwe. Najbardziej ogólna i uzasadniona matematycznie jest Metoda Elementu Skończonego (MES) oraz pokrewna z nią Metoda Elementu Brzegowego (MEB). Do analizy pracy przetworników ultradźwiękowych metodę MES zastosowano w pracach [62-67]. W stosunku do uprzednio stosowanych metod MES wykazuje następujące zalety:

- 1) w metodzie tej łatwo rozpatruje się ciała o skomplikowanej geometrii
- 2) łatwo wprowadza się dane materiałowe
- 3) łatwo uwzględnia się anizotropię materiałów
- 4) rozkłady przemieszczeń (prędkości), które otrzymujemy z MES są ciągłą funkcją zmiennych przestrzennych.

W przypadku układów o symetrii kołowej rozwiązania są funkcją zmiennej wzdłuż promienia przetwornika. Na każdym elemencie skończonym rozkład prędkości można aproksymować wielomianem skończonego stopnia. Dla układów o symetrii kołowej na elemencie skończonym (pierścieniu) i aproksymacji wielomianami liniowymi mamy:

$$v(\rho) = a_0 + a_1 \rho \quad (19)$$



gdzie: współczynniki  $a_0, a_1$  dane są z obliczeń MES,  
 $\rho$  odpowiada zmiennej wzdłuż promienia przetwornika  
współczynnik  $a_0$  odpowiada rozkładowi stałemu

W pracy wyznaczono wzory analityczne na odpowiedź impulsową układu  $h(X,t)$  odpowiadającą profilowi (19) i następnie stosując Metodę Odpowiedzi Impulsowej obliczono rozkłady pola akustycznego na zewnątrz przetwornika.

MES stosować można do analizy drgań ciał izotropowych i anizotropowych liniowych i nieliniowych. Daje ona zarówno rozkłady prędkości drgań (wektory własne) oraz odpowiadające im częstotliwości drgań (wartości własne).

## 4. Promieniowanie apertury kołowej

### 4.1. Rozkład Bessela

Początkowo zakładano, że drgające płytki okrągłe wykonują drgania tłokowe. Dokładniejsze badania wykazały, że obraz amplitudy drgań na powierzchni jest bardziej złożony [68,69]. Z rozważań teoretycznych Achenbacha [70] wynika, że płytka okrągła o skończonej grubości wykonuje drgania o amplitudzie, która jest sumą dwu funkcji Bessela zerowego rzędu o różnych argumentach.

Autor wyznaczył w pracy [3] odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  przetwornika kołowego o besselowskim rozkładzie prędkości drgań  $J_0(\alpha\rho)$ , w postaci:

$$h(X,t) = c/2\pi \left\{ J_0(\alpha r) J_0(\alpha u) (\theta_2 - \theta_1) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\alpha r) J_k(\alpha u) \frac{\sin k(\theta_2 - \theta_1)}{k} \right\} \quad (20)$$

gdzie :  $v = J_0(\alpha\rho)$ , rozkład prędkości na powierzchni przetwornika,  
 $J_0$  jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju i zerowego rzędu,  
 $a$  = promień przetwornika,  $0 \leq \rho \leq a$   
 $u = (c^2 t^2 - z^2)^{1/2}$  ;  $r = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$   
 $c$  = prędkość fali ultradźwiękowej w ośrodku

Użyte w powyższym wzorze oznaczenia przedstawione są na rys.1.

Parametr  $\alpha$  zależy od wymiarów geometrycznych przetwornika i jego parametrów materiałowych. W obliczeniach numerycznych wybrano takie wartości  $\alpha$  aby funkcja Bessela opisującą profil prędkości drgań na powierzchni przetwornika przyjmowała wartości dodatnie i ujemne (rys.3.). W tym przypadku amplituda drgań zeruje się na obwodzie przetwornika dla  $\rho = a$  oraz w punkcie pośrednim  $0 < \rho < a$ . Funkcja Bessela z rys.5. przyjmuje tylko wartości dodatnie i zeruje się na brzegu przetwornika  $\rho = a$ .

Wzór 20 otrzymano wprowadzając pomocniczy układ współrzędnych biegunowych  $(u, \theta)$ , rys.1. Wyobraźmy sobie falę kulistą wychodzącą z punktu obserwacji  $X$ . Fala ta przecina się z płaszczyzną przetwornika ( $z=0$ ) wzdłuż łuku AB. Wraz z narastaniem czasu  $t$  krzywa ta przesuwa się po powierzchni przetwornika. W chwilach czasowych, w których fala kulista nie przecina się z

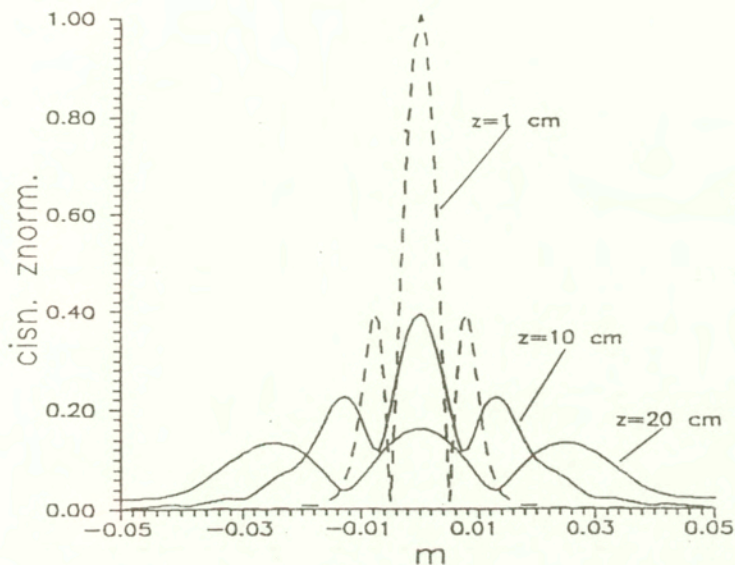
powierzchnią przetwornika, funkcja  $h(X,t)$  równa się zeru. Funkcję odpowiedzi impulsowej  $h(X,t)$  wyznaczono korzystając ze wzoru 11. Całka krzywoliniowa obliczana była wzdłuż łuku AB od  $\theta_1$  do  $\theta_2$ , (rys.1). Funkcja podcałkowa reprezentowana jest przez powierzchnię obrotową, której tworząca opisana jest funkcją Bessela zerowego rzędu  $J_0(\alpha\rho)$ .

Wykresy na rysunkach 3-6 otrzymano wykorzystując wzór 20 a następnie wzór 18. Na osi pionowej odłożono wartości modułu ciśnienia akustycznego. Oś pozioma przedstawia odległość mierzoną w poprzek przetwornika lub wzdłuż osi z. Litera m opisująca oś poziomą oznacza jednostkę długości, tzn. jeden metr. Rysunek 3 przedstawia rozkład modułu ciśnienia akustycznego w przekroju poprzecznym wiązki w różnych odległościach od powierzchni przetwornika ( $z=1$  cm,  $z=10$  cm i  $z=20$  cm). Dla przekroju położonego najbliżej przetwornika ( $z=1$  cm) otrzymany rozkład ciśnienia akustycznego wiernie odzwierciedla panujący na powierzchni przetwornika besselewski rozkład prędkości drgań. W odległości  $z=10$  cm poziom listka głównego obniża się, natomiast poziom listków bocznych podnosi się, przy czym szerokość wiązki ulega zwiększeniu. Dla odległości  $z=20$  cm wymienione tendencje pogłębiają się. Wiązka staje się coraz szersza a poziom listków bocznych zaczyna być współmierny z poziomem listka głównego. Podobne zjawiska obserwujemy też w przypadku wiązki z rys.5. Dla odległości  $z=1$  cm, poprzeczny rozkład ciśnienia akustycznego naśladuje wytwarzający go rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika. W miarę oddalania się od powierzchni przetwornika listek główny maleje, natomiast poziom listków bocznych rośnie. Widać to bardzo wyraźnie na rys.6., gdzie rozkład poprzeczny ciśnienia akustycznego w różnych odległościach od powierzchni przetwornika wykreślono w skali logarytmicznej

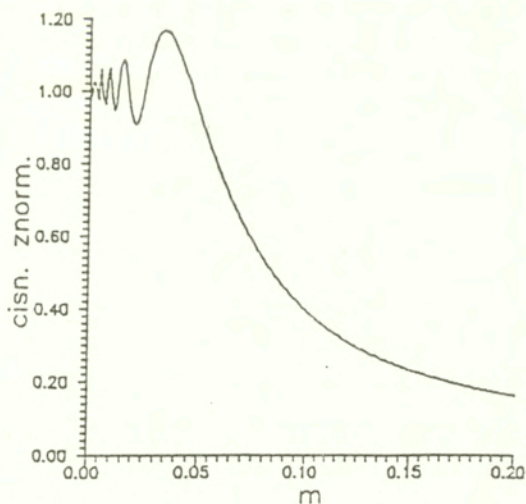
Rozkład prędkości typu  $J_0(\alpha\rho)$  wytwarza bezdyfrakcyjną wiązkę ultradźwiękowa [71-75]. W przypadku idealnym dla przetwornika o nieskończonym promieniu, wiązka bez zmiany kształtu porusza się od przetwornika do nieskończoności. W układach rzeczywistych, dla przetworników o skończonym promieniu wiązka jest nierozbieżna tylko do określonej głębokości pola. Po przekroczeniu tej odległości wiązka główna ulega osłabieniu (rys.3), a poziom listków bocznych rośnie. Rysunek 4. przedstawia rozkład pola akustycznego wzdłuż osi przetwornika. Zasięg wiązki bezdyfrakcyjnej wyznacza opadająca część wykresu dla wartości  $|p/p_0|=0.7$ . Pole akustyczne przetwornika besselewskiego generowane przez amplitudę drgań na powierzchni przyjmującą wartość zero tylko na obwodzie przetwornika (z jednym przejściem przez zero,  $\alpha=2.4/a$ ) przedstawia rys.5. (skala liniowa) oraz rys.6 (skala logarytmiczna).

Wszystkie obliczenia numeryczne wykonano dla przypadku promieniowania do powietrza ( $c = 333$  m/s).

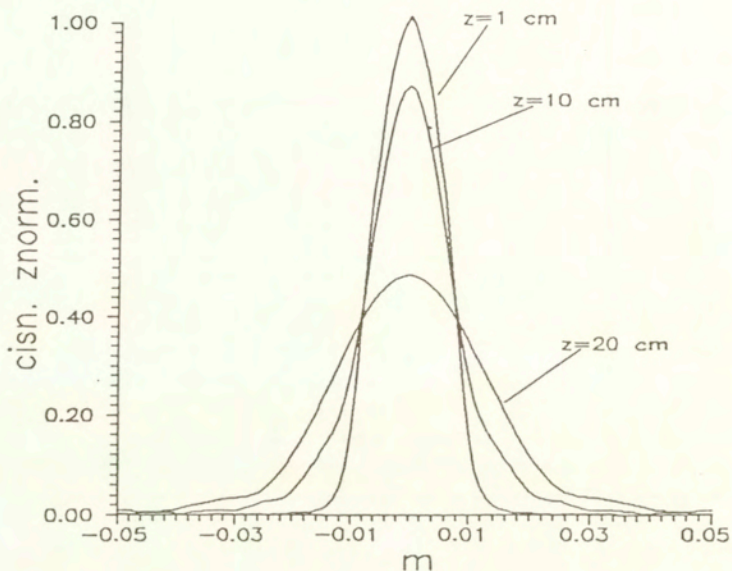




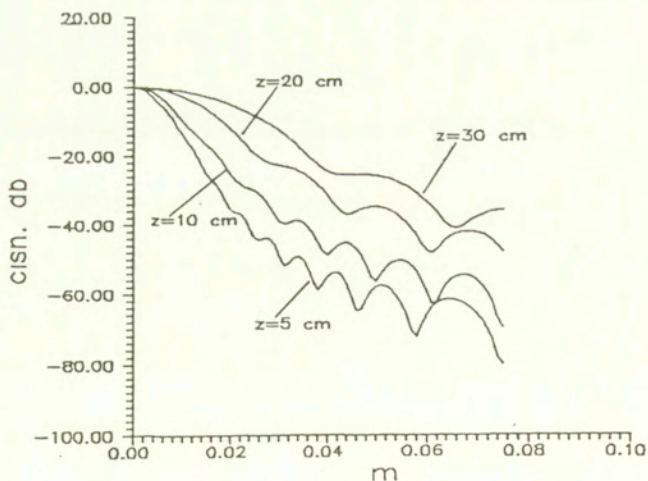
Rys.3. Rozkład pola akustycznego (znormalizowanego modułu ciśnienia akustycznego  $|p/p_0|$ ;  $p_0 = \rho c v_0$ ) w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji dla przetwornika o besselowskim rozkładzie prędkości drgań, dla kilku rosnących odległości  $z$  od płaszczyzny przetwornika,  $a=11.25$  mm,  $f=188$  kHz,  $\alpha=5.52/a$ ;  $z=1$  cm,  $z=10$  cm,  $z=20$  cm.



Rys.4. Rozkład pola akustycznego na osi ( $z>0$ ) przetwornika besselowskiego,  $a=11.45$  mm,  $f=188$  kHz,  $\alpha=5.52/a$ .



Rys.5. Rozkład pola akustycznego (w skali liniowej) dla przetwornika besselewskiego w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji,  $a=11.45$  mm,  $f=188$  kHz,  $\alpha=2.4/a$ ,  $z=1$  cm,  $z=10$  cm,  $z=20$  cm.



Rys.6. Pole akustyczne przetwornika besselewskiego w skali logarytmicznej, w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji,  $a=11.45$  mm,  $f=188$  kHz,  $\alpha=2.4/a$ ,  $z=5$  cm,  $z=10$  cm,  $z=20$  cm,  $z=30$  cm.

## 4.2. Rozkład Gaussa

Innym rozkładem prędkości drgań występującym w rzeczywistych strukturach przetworników kołowych jest rozkład gaussowski. Rozkład ten (w przypadku idealnym dla przetwornika o nieskończonym promieniu) wytwarza pole o charakterystycznych właściwościach, tzn. charakteryzuje się ono brakiem listków bocznych przy jednoczesnym dość szybkim rozplywaniu się wiązki.

Autor wyznaczył w poprzedniej pracy [8] odpowiedź impulsową przetwornika o gaussowskim rozkładzie prędkości drgań w postaci:

$$h(X,t) = c/\pi \exp\left[-\frac{(r^2 + u^2)}{b^2}\right] \left\{ I_0\left[\frac{2ru}{b^2}\right] (\theta_2 - \theta_1) + \sum_{k=1}^{\infty} I_k\left[\frac{2ru}{b^2}\right] \frac{\sin k(\theta_2 - \theta_1)}{k} \right\} \quad (21)$$

gdzie:  $v = \exp\left[-(x^2 + y^2)/b^2\right]$ , rozkład prędkości na powierzchni

przetwornika,  $b$  jest parametrem,  $(x,y) \in \Omega$

$I_0$  = zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju i zerowego rzędu.

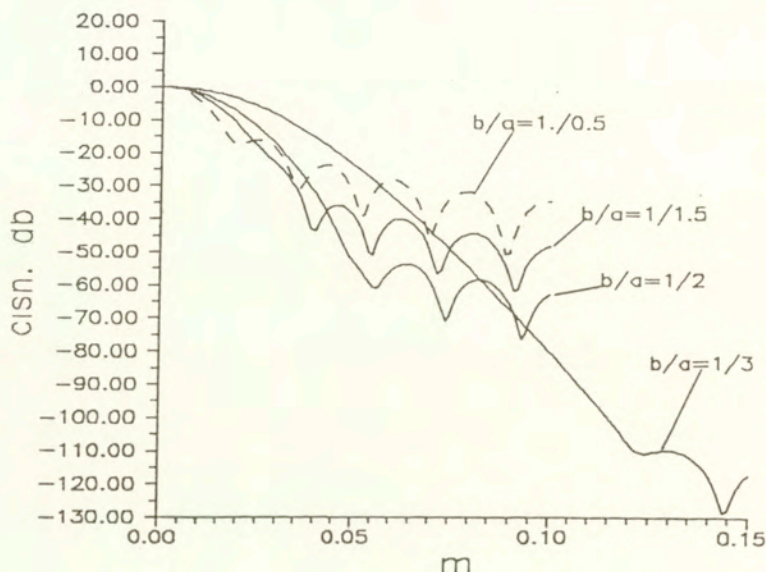
Wzór 21 autor wyznaczył w sposób podobny jak wzór 20 korzystając ze wzoru 11, przy czym obecnie jest:  $f(X) = \exp(-X^2/b^2)$ ,  $X \in \Omega$ . Całkowanie przebiega wzdłuż łuku AB od wartości kąta  $\theta_1$  do  $\theta_2$ .

Stosując wzór 21, autor wyznaczył rozkład pola akustycznego dla rzeczywistego przetwornika gaussowskiego, tzn. dla przetwornika gaussowskiego o skończonym promieniu  $a$ . W tym przypadku stwierdzono istnienie listków bocznych. Ich poziom zależy od postaci funkcji Gaussa, tzn. od wartości krzywej Gaussa w punkcie odcięcia na brzegu przetwornika dla  $\rho=a$ .

Wykresy rozkładów pól dla przetwornika gaussowskiego, w zależności od poziomu odcięcia, przedstawiono na rys.7. Dla wartości stosunku  $b/a = 1/3$  stwierdzono obecność listków bocznych na poziomie -110 dB. W praktyce można uważać ten poziom za niemierzalny. W miarę wzrostu stosunku  $b/a$  poziom



listków bocznych rośnie. W przypadku granicznym dla  $b/a > 8$  rozkład prędkości staje się tłokowy z typowym poziomem listków bocznych (-17.6 dB).

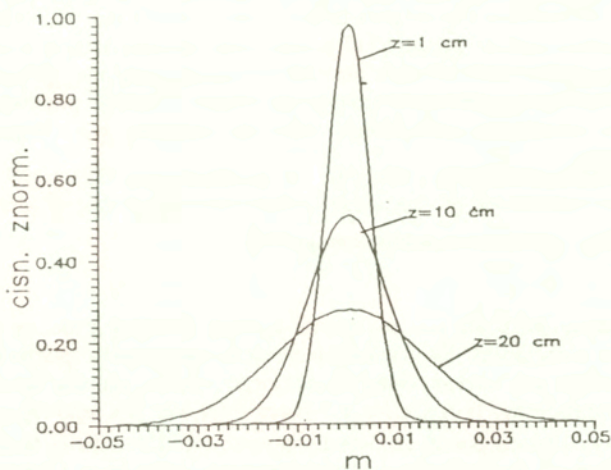


Rys.7. Rozkład znormalizowanego modułu ciśnienia akustycznego w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji w przypadku przetwornika gaussowskiego dla różnych wartości stosunku  $b/a$ ,  $z=20$  cm,  $f=188$  kHz. Skala logarymiczna.

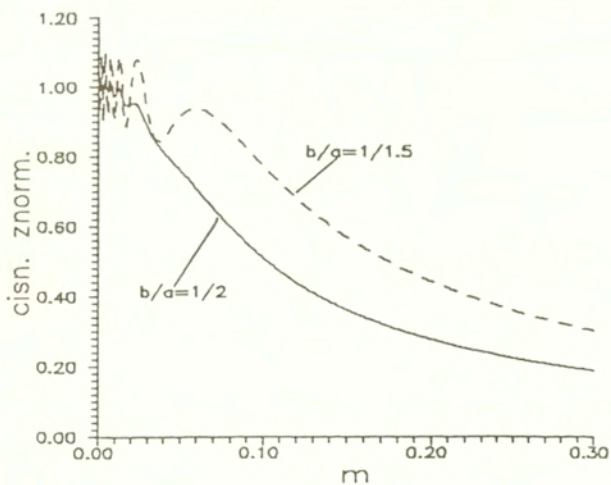
Rysunek 8 przedstawia rozkład modułu znormalizowanego ciśnienia akustycznego w przekroju poprzecznym w różnych odległościach od powierzchni przetwornika. Obliczenia wykonano korzystając z wzorów 21 i 18.

Zauważmy, że nawet w przypadku gaussowskiego rozkładu amplitudy drgań na powierzchni przetwornika stwierdza się obecność listków bocznych. Na rys.8 są one niewidoczne (skala liniowa). Można je zaobserwować wykreślając rozkład ciśnienia akustycznego w skali logarymicznej, rys.7.

Wraz ze wzrostem odległości  $z$  od powierzchni przetwornika wiązka ultradźwiękowa ulega poszerzeniu (rys.8.), przy czym dla punktów położonych na osi przetwornika ( $z > 0$ ) wiązka ta ma charakter fali płaskiej [4].



Rys.8. Rozkład znormalizowanego modułu ciśnienia akustycznego w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji dla kilku rosnących odległości  $z$  od powierzchni przetwornika gaussowskiego,  $a=11.45\text{mm}$ ,  $f=188\text{kHz}$ .  $z=1\text{ cm}$ ,  $z=10\text{ cm}$ ,  $z=20\text{ cm}$ ,  $b/a = 1/2$ . Skala liniowa.



Rys.9. Rozkład pola akustycznego przetwornika gaussowskiego wzdłuż osi przetwornika,  $a=11.45\text{ mm}$ ,  $f=188\text{ kHz}$ ,  $b/a = 1/2$ ,  $b/a=1/1.5$ .

Na rys.9. wykreślono zmiany pola akustycznego wzdłuż osi przetwornika. W miarę oddalania się od powierzchni przetwornika poziom wiązki maleje, przy czym dla małych odległości pole ma charakter interferencyjny. Długość strefy interferencyjnej zależy od wartości amplitudy drgań na brzegu przetwornika. Im wartość tej amplitudy jest bliższa zeru tym mniejsza jest długość strefy interferencyjnej

### 4.3. Rozkłady wynikające z zastosowania MES

Stosując MES dla ciał o symetrii kołowej dzielimy ciało na elementy skończone (pierścienie). Na każdym elemencie skończonym prędkość drgań aproksymowana jest wielomianami skończonego stopnia, np. dla aproksymacji liniowej otrzymujemy:  $v(\rho) = a_0 + a_1\rho$  (patrz wzór 19). Dla tego typu rozkładu znaleziono analityczną postać odpowiedzi impulsowej. Umożliwiło to obliczenie pola akustycznego pochodzącego od pojedynczego pierścienia. Całkowite pole akustyczne otrzymujemy sumując składowe pola akustycznego pochodzące od poszczególnych pierścieni.

Dla rozkładu stałego  $v(\rho) = 1$  mamy:

$$h_0(X, t) = c/2\pi (\theta_2 - \theta_1) \quad (22)$$

Dla profilu  $v(\rho) = \rho$  odpowiedź impulsowa jest następująca:

$$h_1(X, t) = c/2\pi \sqrt{u^2 + r^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n (-1)^n k^n \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos^n \theta d\theta$$

$$0 \leq k < 1$$

$$h_1(X, t) = \frac{-2c}{\pi} u \left( \cos \frac{\theta_2}{2} - \cos \frac{\theta_1}{2} \right) \quad (23)$$

$$k = 1$$

$$h_1(X, t) = c u$$

$$k = 0$$

gdzie:  $k = \sqrt{\frac{2ur}{u^2 + r^2}}$



Odpowiedź impulsowa odpowiadająca profilowi (19) jest następująca:

$$h(X, t) = a_0 h_0(X, t) + a_1 h_1(X, t) \quad (24)$$

Wzór (24) jest podstawą do obliczania rozkładów pól akustycznych przetworników kołowych w różnych odległościach od powierzchni przetwornika [76].

## 5. Apertury prostokątne i kwadratowe

### 5.1. Rozkład kosinusoidalny

Dla promieniujących apertur prostokątnych rozkład prędkości typu:

$$v = \cos(k_x x) \cos(k_y y) \quad (25)$$

jest odpowiednikiem rozkładu besselowskiego " $J_0(\alpha\rho)$ " w przypadku układów o symetrii kołowej [77]. W dalszym ciągu tego rozdziału rozkład prędkości wyrażony wzorem (25) będzie nazywany rozkładem kosinusoidalnym.

Pole promieniowania przetworników prostokątnych i kwadratowych typu kosinusoidalnego wyznaczyć można stosując metodę odpowiedzi impulsowej. Jak dotychczas funkcja  $h(X, t)$  dla rozpatrywanego rozkładu kosinusoidalnego nie była znana w literaturze przedmiotu.

W niniejszej pracy autor wyznaczył tę funkcję. Jej postać analityczna w przypadku przetwornika kwadratowego dla  $k_x = k_y$  jest następująca:

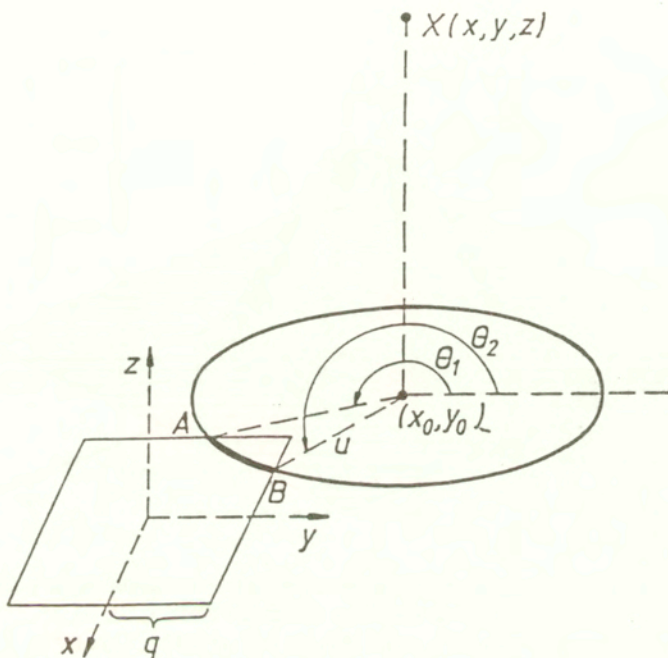
$$\begin{aligned}
 h(X, t) = & c/2\pi \left\{ \cos(k_x x_0) \left\{ J_0(\sqrt{2} k_x u)(\theta_2 - \theta_1) + \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} J_{2n}(\sqrt{2} k_x u) \right. \right. \\
 & \left. \left[ \frac{\sin[2n(\theta_2 - \pi/4)]}{n} - \frac{\sin[2n(\theta_1 - \pi/4)]}{n} \right] \right\} - \sin[k_x(x_0 + y_0)] \\
 & \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(\sqrt{2} k_x u) \left[ \frac{\sin[(2n+1)(\theta_2 - \pi/4)]}{(2n+1)} - \frac{\sin[(2n+1)(\theta_1 - \pi/4)]}{(2n+1)} \right] \right\} - \\
 & - \sin[k_x(x_0 - y_0)] \\
 & \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\sqrt{2} k_x u) \left[ \frac{\cos[(2n+1)(\theta_2 - \pi/4)]}{(2n+1)} - \frac{\cos[(2n+1)(\theta_1 - \pi/4)]}{(2n+1)} \right] \right\} + \\
 & + \sin(k_x x_0) \sin(k_x y_0) \left\{ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} J_{2n}(\sqrt{2} k_x u) \left[ \frac{\sin[2n(\theta_2 - \pi/4)]}{n} - \frac{\sin[2n(\theta_1 - \pi/4)]}{n} \right] \right\} \Big\} \quad (26)
 \end{aligned}$$

gdzie:  $(x_0, y_0)$  są współrzędnymi rzutu punktu X na płaszczyznę  $z = 0$ ,

$k_x = \pi/(2q)$ ,  $q$  jest połową długości boku kwadratu,

$u = (c^2 t^2 - z^2)^{1/2}$ ,

$\theta_1, \theta_2 =$  współrzędne kątowe punktów A i B w lokalnym biegunowym układzie współrzędnych  $(u, \theta)$ , rys.10.



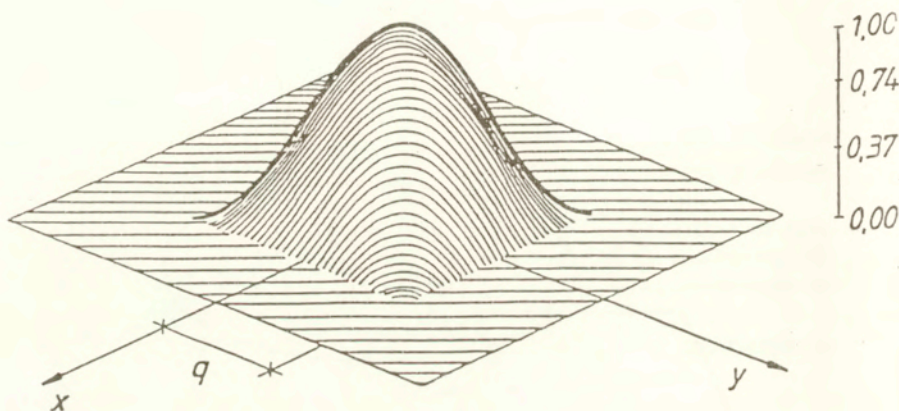
Rys.10. Przetwornik kwadratowy o boku  $2q$ . Istniejący na jego powierzchni rozkład prędkości drgań wytwarza pole akustyczne w półprzestrzeni  $z > 0$ . Obliczenie  $h(X,t)$  wymaga całkowania wzdłuż łuku **AB**.

Obliczenia numeryczne przeprowadzono w przypadku przetwornika kwadratowego dla następującego rozkładu prędkości, (patrz rys. 11):

$$v = \cos(k_x x) \cos(k_y y) \quad (27)$$

gdzie:  $k_x = \pi / (2q)$ ;  $2q$  jest długością boku kwadratu o wartości  $2q = 2 \text{ cm}$ .



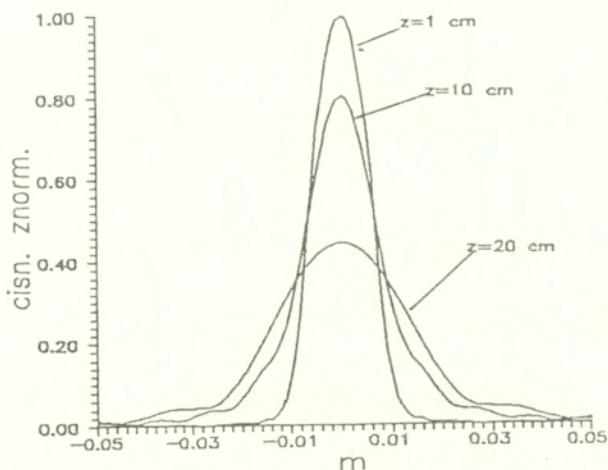


Rys. 11. Kosinusoidalny rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika kwadratowego.

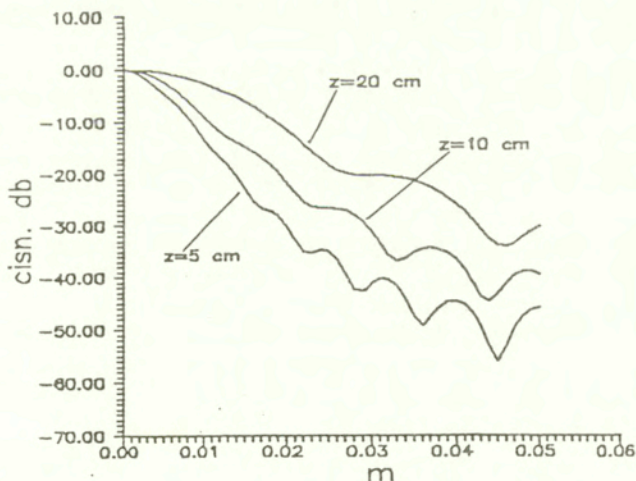
Rysunek 12 przedstawia rozkład ciśnienia akustycznego (w skali liniowej) dla kilku rosnących wartości  $z$ . Widzimy, że w miarę wzrostu odległości  $z$  od przetwornika wiązka akustyczna ulega dyfrakcji. Analogiczny rozkład pola akustycznego (w skali logarytmicznej) wykreślono na rys. 13.

Pola z rysunków 12 i 13 wykreślono wzdłuż osi  $x$  w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji  $z$ .

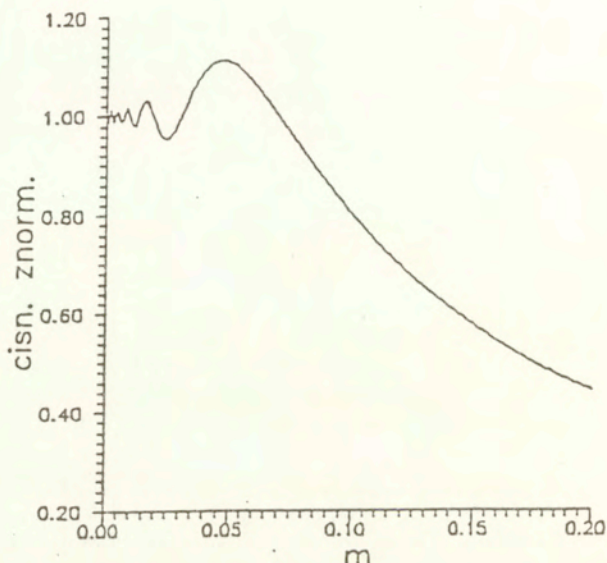
Rozkład ciśnienia akustycznego na osi przetwornika zobrazowano na rys. 14.



Rys.12. Pole akustyczne (w skali liniowej) przetwornika kwadratowego z rys.11. dla różnych odległości  $z$  od powierzchni przetwornika,  $q = 1$  cm,  $f=188$  kHz.  $z=1$  cm,  $z=10$  cm,  $z=20$  cm.



Rys.13. Rozkład ciśnienia akustycznego (w skali logarytmicznej) wytwarzany przez przetwornik kwadratowy z rys.11. dla kilku różnych odległości  $z$  od powierzchni przetwornika,  $q=1$  cm,  $f=188$  kHz,  $z=5$  cm,  $z=10$  cm,  $z=20$  cm.



Rys.14. Rozkład ciśnienia akustycznego na osi przetwornika kwadratowego z rys.11.  $q=1$  cm,  $f=188$  kHz.

Pole akustyczne  $\Psi_1$  pochodzące od rozkładu kosinusoidalnego (wzory 26 i 27) będzie w rozdziale 5.3, porównane z polem  $\Psi_2$  wytwarzanym przez aperturę kwadratową podzieloną na elementy trójkątne z przybliżonym rozkładem kosinusoidalnym prędkości (wzory 28 i 29). Na każdym elemencie rozkład prędkości aproksymowany jest funkcją liniową 2 zmiennych  $x, y$ . W przypadku granicznym przy podziale kwadratu na bardzo dużą liczbę trójkątów oba te pola  $\Psi_1$  i  $\Psi_2$  powinny zbiegać do siebie. Dlatego podobieństwo obu tych pól będzie służyć jako kryterium poprawności wyprowadzonych wzorów analitycznych zarówno w przypadku rozkładu prędkości typu  $v = \cos(k_x x) \cos(k_y y)$  i rozkładu liniowego  $v = a_0 + a_1 x + a_2 y$  na poszczególnym elemencie trójkątnym. Z punktu widzenia matematyki zapisać możemy:

$$\|\Psi_1(x, y, z) - \Psi_2(x, y, z)\| \leq \varepsilon$$

ozn. odległość pól  $\Psi_1$  i  $\Psi_2$  staje się mała (mniejsza od  $\varepsilon$ ) w sensie metryki generowanej przez odpowiednią normę Metody Elementu Skończonego.



## 5.2. Przybliżony rozkład kosinusoidalny

Obliczone w poprzednim rozdziale 5.1. rozkłady pól akustycznych dla rozkładu kosinusoidalnego (wzory 26 i 27) posłużą obecnie jako dokładne pola odniesienia, do których powinny dążyć rozkłady pól w problemie o przybliżonym rozkładzie kosinusoidalnym.

Pełną analizę drgań przetwornika ultradźwiękowego można dokonać stosując metodę MES. Zadowalające wyniki osiągnięto traktując strukturę przetwornika jako 2-wymiarową. W tym przypadku powierzchnia przetwornika  $\Omega$  podzielona jest na skończoną ilość elementów, np. trójkątów. Jako wynik końcowy z MES otrzymujemy wartość pola prędkości  $v(x,y)$  określoną na całej dziedzinie  $\Omega$ . Przy czym funkcja  $v(x,y)$  jest funkcją ciągłą przyjmującą w węzłach elementów wartości dokładne (interpolacja).

Równania różniczkowe cząstkowe wynikające z teorii sprężystości rozwiązuje się stosując metodę Galerkina, której szczególnym przypadkiem jest MES.

W pierwszym etapie obszar promieniujący przetwornika dzielimy na skończoną liczbę elementów, np. trójkątnych.

W drugim etapie istniejący na powierzchni przetwornika rozkład prędkości należy aproksymować przy pomocy skończonej liczby funkcji i parametrów. W najprostszym przypadku prędkość akustyczna na każdym elemencie trójkątnym aproksymujemy przy pomocy funkcji liniowej dwóch zmiennych przestrzennych  $x,y$  - tzn. prędkość akustyczna jest wielomianem 1-go stopnia ze względu na zmienne  $x$  i  $y$ .

W przybliżonym zagadnieniu kosinusoidalnym w skończonej liczbie punktów (wierzchołkach trójkątów) wartości pola prędkości  $v(x,y)$  pokrywają się dokładnie z rozkładem kosinusoidalnym  $v(x,y) = \cos(k_x x) \cos(k_y y)$ .

W pozostałych punktach powierzchni przetwornika pole prędkości  $v(x,y)$  jest wielomianem skończonego stopnia.

Istniejący na każdym elemencie profil prędkości  $v = a_0 + a_1 x + a_2 y$  jest źródłem pola promieniowania przetwornika w dowolnym punkcie  $X$  w otaczającej przestrzeni.

Naszym zadaniem jest wyznaczyć rozkład ciśnienia akustycznego wywołanego przez ten liniowy rozkład prędkości stosując metodę odpowiedzi impulsowej.

W obecnej pracy wyznaczono funkcję przejścia dla przypadku podziału powierzchni promieniującej przetwornika na elementy trójkątne z liniową aproksymacją prędkości na każdym elemencie (rozdz.5.3). Wyznaczono ponadto funkcję przejścia dla aproksymacji kwadratowej prędkości na elemencie

trójkątnym (Dodatek). Wyznaczenie odpowiedzi impulsowej dla innych aproksymacji prędkości na elemencie trójkątnym może być dokonane analogicznie.

### 5.3. Metoda odpowiedzi impulsowej dla liniowego rozkładu prędkości na elemencie trójkątnym

W metodzie MES, dla elementów trójkątnych i aproksymacji liniowej, pole prędkości na tym elemencie dane jest wzorem [78]:

$$v(x,y)|_{\Delta} = a_0 + a_1x + a_2y \quad (28)$$

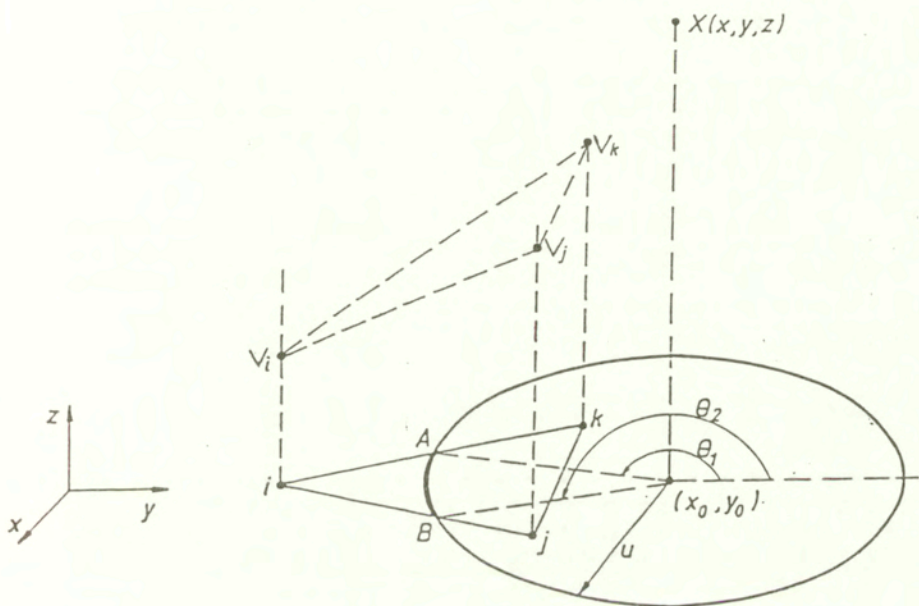
Wartości współczynników  $a_0$ ,  $a_1$  i  $a_2$  wynikają z zastosowania Metody Elementów Skończonych do rozwiązania cząstkowych równań różniczkowych piezoelektryczności. W rezultacie otrzymujemy ciągły rozkład prędkości drgań na powierzchni przetwornika składający się z płaszczyzn o różnym nachyleniu na każdym elemencie trójkątnym. Te poszczególne rozkłady cząstkowe prędkości (na każdym elemencie) są źródłem pola akustycznego w otaczającej przestrzeni. Jak dotychczas wkład każdego elementu skończonego do całkowitego pola akustycznego obliczano stosując założenia upraszczające. Między innymi prędkość akustyczną na każdym elemencie przybliżano rozkładem kawałkami stałym [42,43]. W niniejszej pracy odrzucono to uproszczenie. Obliczamy dokładne rozkłady pola akustycznego wytworzonego przez poszczególne elementy trójkątne z rzeczywistym (wynikającym z zastosowania metody MES) rozkładem prędkości drgań, tzn. rozkładem liniowym lub kwadratowym.

Dla elementu trójkątnego z rys.15. i rozkładu liniowego prędkości danego wzorem 28, autor wyprowadził wzór na funkcję przejścia  $h(X,t)$  w postaci:

$$h(X,t) = c/2\pi \left\{ \begin{array}{l} (a_0 + a_1x_0 + a_2y_0)(\theta_2 - \theta_1) + ua_1(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) - \\ - ua_2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \end{array} \right\} \quad (29)$$

gdzie:  $u = (c^2t^2 - z^2)^{1/2}$

$X = (x,y,z)$  : współrzędne kartezjańskie punktu obserwacji  
 $(x_0, y_0)$  = współrzędne rzutu punktu X na płaszczyznę  $z=0$ .



Rys.15. Pole akustyczne wytwarzane jest przez drgającą powierzchnię trójkąta. Funkcję  $h(X,t)$  wyznaczamy wykonując całkowanie wzdłuż łuku  $AB$ . Prędkość akustyczna na powierzchni przetwornika aproksymowana jest wielomianem I-go stopnia dwu zmiennych przestrzennych  $x,y$ .

Podstawiając  $a_1 = a_2 = 0$  we wzorze 29 dostajemy funkcję przejścia dla rozkładu równomiernego [50].

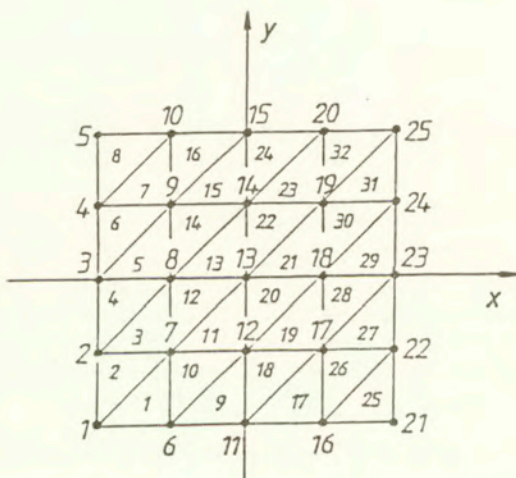
Wzór 29 będzie wykorzystany w obliczeniach pola akustycznego na zewnątrz przetwornika w ośrodku ciekłym lub gazowym.



## 6. Porównanie obliczonych pól akustycznych dla rozkładu kosinusoidalnego i przybliżonego rozkładu kosinusoidalnego

Otrzymane wzory analityczne, (Równanie 26), sprawdzono na przykładzie przetwornika kwadratowego o kosinusoidalnym rozkładzie prędkości na jego powierzchni, (Równanie 27). Obliczenia pola akustycznego wykonane przy użyciu wzoru (26) będziemy traktować jako dokładne.

Po zastosowaniu metody MES wyjściowy problem różniczkowy staje się skończone wymiarowy i otrzymane wyniki będą przybliżoną aproksymacją rozwiązania dokładnego. Powierzchnia przetwornika kwadratowego podzielona zostaje na zbiór elementów trójkątnych, (Rys. 16).



Rys. 16. Podział powierzchni przetwornika kwadratowego na elementy skończone trójkątne. Wartości prędkości akustycznej zadane są w węzłach siatki. Liczba elementów trójkątnych  $ne=32$ .

W obliczeniach numerycznych wykorzystano wyprowadzony przez autora wzór (29) dla odpowiedzi impulsowej i aproksymacji elementami liniowymi (problem przybliżony) oraz wzór (26) dla odpowiedzi impulsowej rozkładu danego wzorem (27), (problem dokładny).

W problemie przybliżonym wyznaczono rozkłady pól akustycznych analogiczne do rozkładów dokładnych wykreślonych na rysunkach 12, 13 i rys.14. Wyniki obliczeń numerycznych dla tych dwu przypadków pokrywają się z dużą dokładnością (Tabela 1). Świadczy to o poprawności wykonanego programu obliczeniowego i wyprowadzonych zależności analitycznych.

W naszym przypadku kwadrat podzielono kolejno na 32, 128, 392 oraz 648 elementy trójkątne. Wielkość błędu zależy od liczby trójkątów ( $ne$ ), na które dzielimy powierzchnię przetwornika.

TABELA I

$ne$	błąd względny %
32	11.65
128	2.87
392	0.79
648	0.48

Pierwsza kolumna zawiera liczbę elementów trójkątnych " $ne$ ", na które podzielono przetwornik kwadratowy. Druga kolumna przedstawia błąd względny pomiędzy rozwiązaniem dokładnym i przybliżonym. Obliczenia przeprowadzono dla  $q=1$  cm oraz  $f=188$  kHz.

Zwiększając liczbę elementów trójkątnych zwiększamy dokładność aproksymacji zagadnienia wyjściowego przez zagadnienie przybliżone. W rezultacie także rozkłady pól w obu tych przypadkach dążą do siebie w sensie odpowiedniej metryki.

## 7. Porównanie wyników obliczeń numerycznych z wynikami doświadczalnymi

### 7.1. Badanie doświadczalne rozkładu drgań na powierzchni przetwornika.

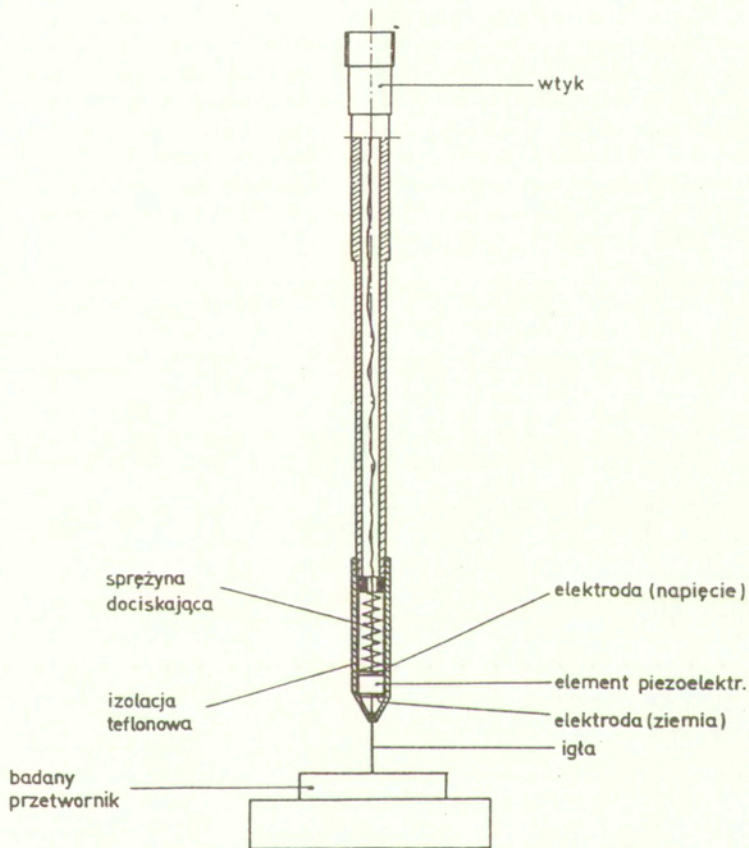
Badaniom teoretycznym towarzyszą badania doświadczalne rozkładów drgań na powierzchni przetworników. Wykorzystują one różne metody pomiarowe. Wśród nich wyróżnić można: metody optyczne [79], metody sondy piezoelektrycznej [80], metody sondy pojemnościowej [81]. Wymienione wyżej metody pozwalają wyznaczyć składową pionową drgań odpowiedzialną za wytworzenie pola promieniowania przetwornika. Zmierzony rozkład drgań może się różnić od rozkładu obliczonego teoretycznie. Wynika to z tego, że istniejące w rzeczywistości warunki brzegowe są z reguły bardziej skomplikowane od warunków brzegowych zakładanych w obliczeniach numerycznych.

W przypadku metody sondy piezoelektrycznej ostrzowa sonda pomiarowa umożliwia pomiar amplitudy i fazy przemieszczenia mechanicznego na powierzchni przetwornika, rys. 17. Ma to duże znaczenie przy analizie pracy przetworników o nierównomiernym rozkładzie prędkości drgań na powierzchni (np. przetworników Besselowskich). Przy pomocy tej sondy oprócz składowej pionowej drgań można także mierzyć wartość składowej poziomej przemieszczenia mechanicznego na powierzchni przetwornika.

Na szczególną uwagę zasługuje metoda badania rozkładów drgań za pomocą miniaturowego mikrofonu piezoelektrycznego [82] usytuowanego bardzo blisko powierzchni drgającej. Pomiaru modułu ciśnienia akustycznego dokonuje się bezpośrednio w powietrzu bez użycia cieczy sprzęgającej. W tym przypadku mierzone ciśnienie akustyczne odzwierciedla rozkład drgań mechanicznych na powierzchni (np. dla rozkładu Besselowskiego [83]). Metodę tę wykorzystano w Pracowni Akustoelektroniki do pomiaru rozkładów drgań płytek okrągłych [84] i prostokątnych. Podobnie Lu [85] zastosował ją do badania rozkładów drgań przetworników niedyfrakcyjnych. Metoda ta została przez niego wykorzystana i uzyskała uzasadnienie teoretyczne.

Sondowanie pola w strefie bliskiej dało początek nowej dziedzinie badawczej nazywanej Mikroskopią Pola Bliskiego. Pozwala ona przezwyciężyć ograniczenia nałożone na rozdzielczość mikroskopu (rzędu  $\lambda/2$ ) przez klasyczną teorię dyfrakcji. W przypadku Mikroskopii Optycznej Pola Bliskiego, gdzie pole bliskie sonduje się zaostrzoną końcówką światłowodu osiągnięto rozdzielczość rzędu  $\lambda/20$  [86]. Widzimy tutaj podobieństwo do odkrytej niedawno (1981) Tunelowej Mikroskopii Skaningowej, gdzie wysoką rozdzielczość zapewnia się poprzez zastosowanie bardzo cienkiej ostrzowej sondy pomiarowej. Dla tego rodzaju mikroskopii osiągnięto rozdzielczość poziomą rzędu  $1\text{ \AA}$  ( $10^{-10}\text{ m}$ ) oraz rozdzielczość pionową rzędu  $10^{-3}\text{ \AA}$  ( $10^{-13}\text{ m}$ ).

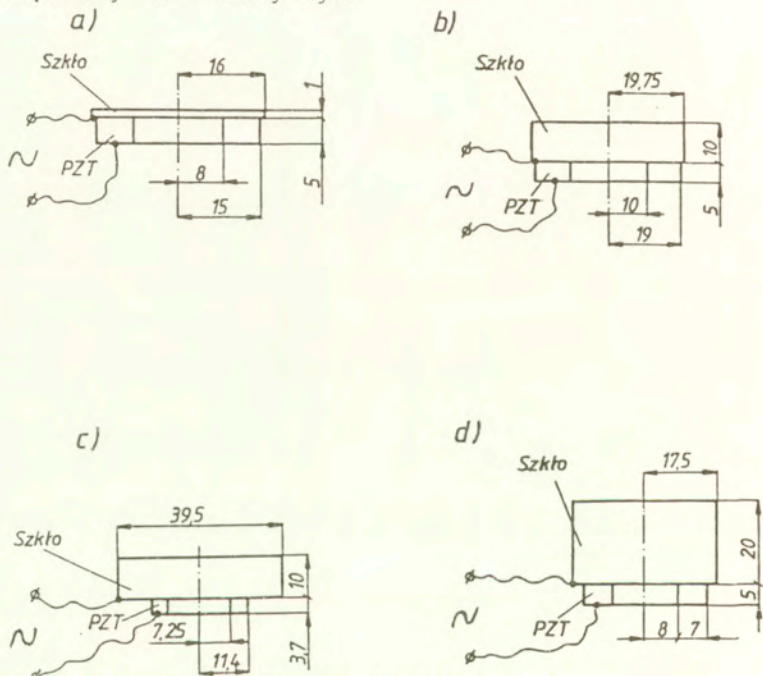




Rys. 17. Piezoelektryczna sonda pomiarowa. Umożliwia ona pomiar amplitudy i fazy składowej pionowej i poziomej przemieszczenia na powierzchni drgającego przetwornika.

## 7.2. Przykłady konstrukcji przetworników.

Większość przetworników stosowanych w robotyce ma postać kołowych struktur warstwowych składających się ze sprężystego elementu drgającego (np. metalowego szklanego itp.) pobudzanego do drgań elementem piezoelektrycznym (płytką lub pierścieniem). Podobnie zbudowane są także przetworniki typu Langevina stosowane w badaniach nieniszczących (NDT) i echolokacji. Uwzględniając powyższe sugestie, w Pracowni Akustoelektroniki IPPT PAN wykonano szereg kołowych przetworników ultradźwiękowych według schematu z Rys.18a,b,c,d. Właściwości zbudowanych w ten sposób przetworników porównano z przewidywaniami teoretycznymi.



Rys.18. Schemat konstrukcyjny badanych kołowych przetworników ultradźwiękowych. Wszystkie wymiary przetworników wyrażone są w mm.

Oś symetrii wykonanych przetworników zaznaczona jest linią przerywaną. Drgająca płytka sprężysta (walec) jest źródłem fali akustycznej rozchodzącej się w ośrodku zewnętrznym (powietrze) prostopadle do jej powierzchni. Płytką tą połączona jest z pierścieniem piezoelektrycznym wykonanym z ceramiki PZT.

Obecność szklanego walca sprężystego powoduje lepsze dopasowanie pierścienia piezoelektrycznego do osrodka zewnętrznego (powietrza). Dolna powierzchnia walca szklanego oraz dolna powierzchnia pierścienia piezoelektrycznego pokryte są warstwą metalu. Służą one jako elektrody do których doprowadza się zmienne napięcie pobudzające. Zamiast walca szklanego można wykorzystać też w konstrukcji przetworników walce wykonane z aluminium, teflonu, stali itp.

Ważnym czynnikiem prawidłowego działania opisywanych przetworników jest dobre sprzężenie akustyczne między płytą sprężystą (walcem) a pierścieniem piezoelektrycznym. Zastosowano w tym celu połączenie klejowe przy pomocy żywicy epoksydowej (epidianu). W praktyce połączenia takie uzyskano przez dokładne szlifowanie klejonych powierzchni.

Płytki sprężyste o najmniejszej grubości (1 mm) można traktować jako membrany wykonujące drgania giętne. Charakter drgań płytek szklanych (walców) o większych grubościach (> 10 mm) jest bardziej złożony. W zależności od wartości stosunku średnicy do wysokości płytki te mogą drgać grubościowo, radialnie lub ekstensjonalnie. Przyłożone do elektrod napięcie elektryczne wzbudza drgania pierścienia w kierunku prostopadłym do powierzchni elektrod. Sytuacja taka zachodzi w przypadku pierścienia piezoelektrycznego spolaryzowanego wzdłuż jego grubości.

### 7.2.1. Numeryczna analiza drgań przetwornika.

Obliczenia częstotliwości własnych i postaci drgań własnych przeprowadzono dla rozpatrywanych przetworników ultradźwiękowych o strukturze pierścieni-cylinder. W tym celu wykorzystano program inżynierski ANSYS zaimplementowany na komputerze IBM-PC 486-DX2. Program ten oblicza rozkłady przemieszczeń i naprężeń w analizowanych układach mechanicznych.

Wykonano eksperyment numeryczny (stosując MES), który umożliwił oszacowanie kształtu drgających płytek (wektory własne) i częstotliwości własne (wartości własne). Parametry materiałowe użyte w obliczeniach przedstawiono w Tabeli II.

Tabela II.

Rodzaj materiału	Moduł Younga $N / m^2$	Gęstość $kg / m^3$
Ceramika PZT	7.1E+10	7.5E+3
Szkło	7.5E+10	2.6E+3



Ponadto zmierzono częstotliwości własne wykonanych przetworników używając wobuloskopu X1-27 o zakresie pomiarowym od 15 Hz do 40 MHz. Zmierzone wartości częstotliwości rezonansowych o największej amplitudzie umieszczono w Tabelicy III. W tabelicy tej umieszczono także obliczone numerycznie (MES) częstotliwości własne odpowiadające częstotliwościom zmierzonym.

Tabela III.

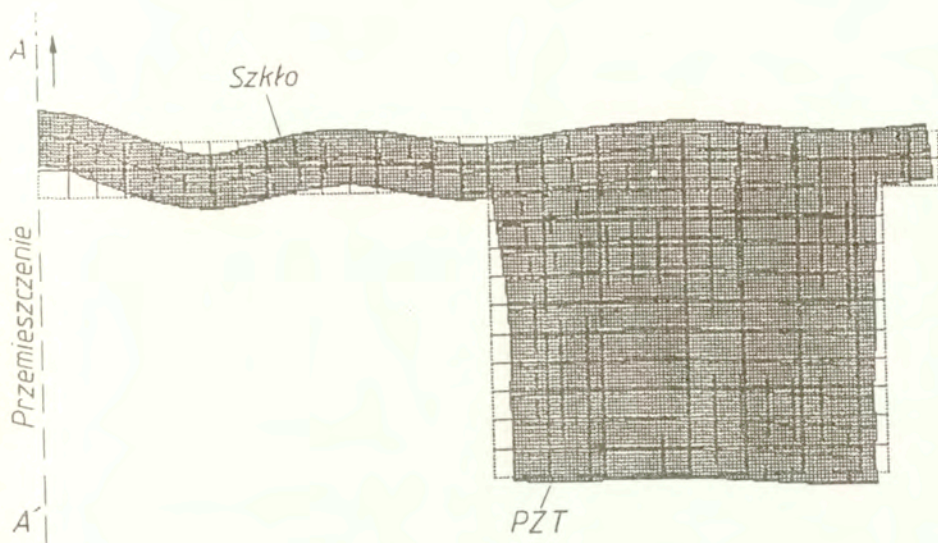
Przetwornik	f (oblicz. z MES) [kHz]	f (zmierzone) [kHz]
z Rys. 18.a.	238	234
z Rys. 18.b.	194	208
z Rys. 18.c.	344	339
z Rys. 18.d.	245	234

Rysunek 19 przedstawia obliczony numerycznie rozkład przemieszczenia mechanicznego (wektora własnego) drgającej płytki szklanej o grubości 1 mm i pierścienia z Rys. 18.a. Płytkę ta drga giętnie (9-ty mod drgań,  $f=238$  kHz). Składowa normalna przemieszczenia jest źródłem podłużnej fali ultradźwiękowej rozchodzącej się w ośrodku (powietrzu) prostopadle do powierzchni płytki.

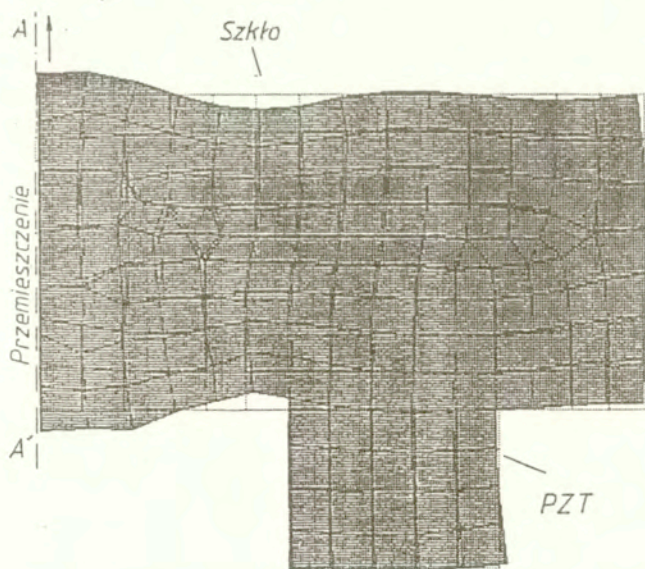
Na rys.19 widzimy połowę przetwornika. Całą konstrukcję przetwornika otrzymamy obracając widoczną na rys.19 strukturę wokół osi symetrii AA'. Na rys.19 wiernie odzwierciedlone są wymiary przetwornika z rys.18.a. Rysunek 20 przedstawia (analogicznie do rys.19) drgający przetwornik z rys.18.b. Górna powierzchnia przetwornika jest źródłem fali ultradźwiękowej rozchodzącej się wzdłuż osi z. Rozkład amplitudy drgań (wektora własnego) przedstawia zaciemniona część rysunku, natomiast widoczna w tle siatka przedstawia strukturę przetwornika pozostającego w spoczynku. Podobne obliczenia wykonano dla pozostałych struktur przetworników kołowych z rys. 18.

Dla każdej struktury przetwornika otrzymano zbiór par (częstotliwość własna; rozkład przemieszczeń). Z otrzymanego zbioru wybrano te pary, dla których wskazać można było ich doświadczalne odpowiedniki. Następnie, wyznaczono teoretyczne rozkłady pól akustycznych wytwarzanych przez te (otrzymane z MES) profile drgań. W tym celu zastosowano Metodę Odpowiedzi Impulsowej (MOI). Wyprowadzono wzory analityczne na odpowiedź impulsową  $h(X,t)$  układu dla aproksymacji profilu prędkości drgań na powierzchni elementu skończonego wielomianami I-go i II-go stopnia.

Występujące w Tabeli III różnice pomiędzy zmierzonymi a obliczonymi wartościami częstotliwości własnych wynikać mogą z rozbieżności rzeczywistych i założonych (Tabela II) stałych materiałowych elementów składowych przetwornika.



Rys.19. Rozkład przemieszczenia drgającego przetwornika z Rys. 18. a.  
 Oś AA' jest osią symetrii przetwornika kołowego.  $f=238$  kHz.  
 Strzałka wskazuje kierunek rozchodzenia się fali ultradźwiękowej  
 (wzdłuż osi z).

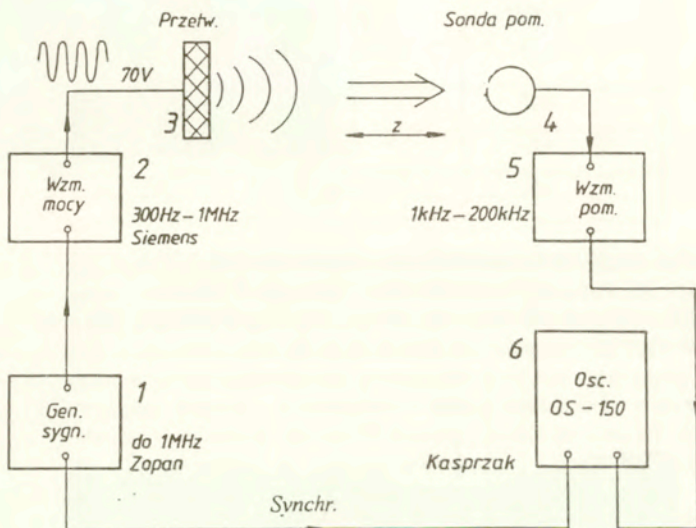


Rys.20. Postać drgań własnych przetwornika z rys. 18. b.  $f=194$  kHz. Strzałka  
 wskazuje kierunek promieniowania fali ultradźwiękowej. Oś pozioma  
 skierowana jest wzdłuż promienia przetwornika  $\rho$ .

### 7.2.2. Opis układu doświadczalnego.

Badania doświadczalne kołowych przetworników ultradźwiękowych przeprowadzono w powietrzu.

Układ do pomiaru rozkładu pola akustycznego wytwarzanego przez badane przetworniki ultradźwiękowe przedstawiony jest na Rys.21.



Rys.21. Zestaw aparatury do pomiaru ciśnienia akustycznego wytwarzanego przez badany przetwornik ultradźwiękowy (3).

1. Generator sygnałowy, 2. Wzmacniacz mocy, 3. Przetwornik, 4. Sonda pomiarowa, 5. Wzmacniacz pomiarowy, 6. Oscyloskop.

W skład układu do pomiarów wchodzi elementy mechaniczne, badane przetworniki ultradźwiękowe oraz zestaw aparatury elektronicznej.

Mierzone przetworniki ultradźwiękowe (3) umocowane są nieruchomo. Część ruchomą stanowi sonda pomiarowa (4) umocowana w specjalnym uchwycie zapewniającym przesuw wzdłuż osi x,y,z. Część elektroniczną układu stanowi zestaw aparatury do wytwarzania, odbioru i rejestracji sygnałów napięciowych. Badany przetwornik pobudzany jest do drgań za pomocą generatora (1) sygnałowego (Zopan). Po wzmocnieniu we wzmacniaczu (2) mocy (Siemens) sterujący sygnał wejściowy o amplitudzie ok. 70 V podany został na elektrody przetwornika (3).

Pomiar amplitudy pola akustycznego wykonano wytworzoną w IPPT PAN sondą (4) składającą się z miniaturowego przetwornika piezoelektrycznego. Napięcie



otrzymane z miniaturowego przetwornika piezoelektrycznego jest proporcjonalny do wartości ciśnienia akustycznego. Następnie sygnał ten jest wzmacniany we wzmacniaczu pomiarowym (5) i podawany na ekran oscyloskopu analogowego (6) OS-150 (Kasprzak).

Działanie sondy oparte jest na zjawisku piezoelektrycznym odwrotnym, w którym zachodzi zamiana energii akustycznej na elektryczną. Tego rodzaju mikrofon umieszczony w polu akustycznym odkształca się mechanicznie pod wpływem zmiennego pola ciśnienia akustycznego co wywołuje powstanie napięcia zmiennego na elektrodach mikrofonu.

Dane techniczne użytej sondy są następujące:

- sonda o elemencie piezoelektrycznym cylindrycznym o średnicy 1 mm
- zakres częstotliwości: od 100 kHz do 1 MHz
- skuteczność :  $0.02 \mu V / \mu b$ .

Dokładność pomiarów natężenia pola mikrofonem była rzędu 5%.

Aby obecność sondy pomiarowej nie wpływała na mierzone pole akustyczne jej średnica powinna być mniejsza od długości fali akustycznej w powietrzu. W interesującym nas zakresie pomiarowym (do 339 kHz) warunek ten był spełniony.

### 7.2.3. Opis krzywych doświadczalnych.

Nierównomierny rozkład amplitudy drgań na powierzchni rozważanych przetworników ultradźwiękowych ma zasadniczy wpływ na postać rozkładu pola akustycznego zarówno w strefie bliskiej jak i dalekiej.

Badanie pola bliskiego (w strefie interferencyjnej) i pola dalekiego dokonano na drodze teoretycznej (wykorzystując uprzednio wyprowadzone wzory analityczne) oraz na drodze doświadczalnej.

Dokonano pomiarów rozkładu pola akustycznego dla skonstruowanych kołowych przetworników z Rys. 18a,b,c,d. Zmierzone rozkłady pól porównano z teoretycznymi.

Zasięg wiązki teoretycznej jest z reguły większy od zasięgu wiązki doświadczalnej. Można to wytłumaczyć obecnością tłumienia w rzeczywistych warunkach pomiarowych. W rzeczywistości mamy do czynienia z układami bardziej skomplikowanymi niż w rozważaniach teoretycznych.

Zasięg wiązki zarówno teoretycznej jak i doświadczalnej określony był na podstawie przebiegu zmian ciśnienia akustycznego na osi przetwornika. Idąc od powierzchni przetwornika wzdłuż osi z przebieg ciśnienia akustycznego wykonuje pewną liczbę oscylacji a następnie maleje monotonicznie do zera. Spadek ciśnienia akustycznego do wartości  $p / p_{\max} = 0.7$  na monotonicznej części wykresu określa zasięg wiązki, przy czym  $p_{\max}$  jest maksymalną wartością ciśnienia akustycznego ostatniej oscylacji.

Rysunki 22,23, i 24 dotyczą przetwornika z rys.18.a Rysunek 22 opisuje obliczony metodą MES rozkład przemieszczenia w kierunku prostopadłym do

powierzchni płytki szklanej. Rysunek 23 przedstawia obliczony metodą MOI rozkład pola akustycznego na osi z rozpatrywanego przetwornika. Na rys.24 wykreślono zmierzony rozkład pola akustycznego wytwarzany przez przetwornik z rys.18.a. Porównując rysunki 23 i 24 stwierdzamy, że zasięg wiązki teoretycznej z rys.23. (8 cm) jest większy od zasięgu wyznaczonego doświadczalnie (5 cm), patrz rys.24.

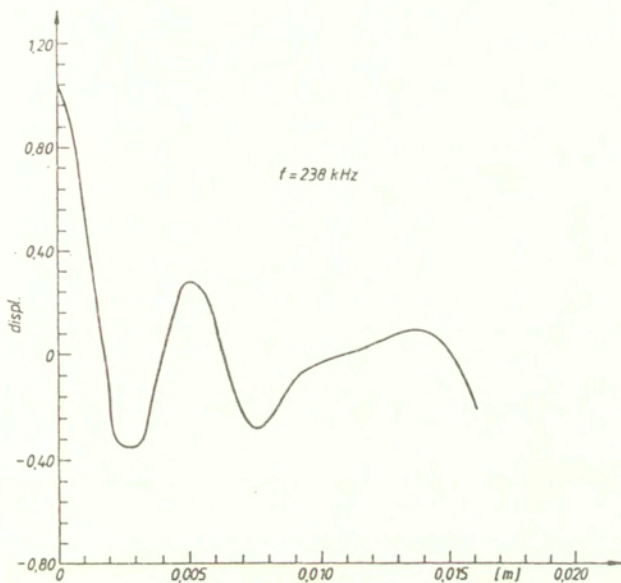
Rysunki 25,26 i 27 odnoszą się do przetwornika z rys.18.b. Rysunek 25 przedstawia obliczony rozkład amplitudy przemieszczenia prostopadłego do powierzchni drgającej walca szklanego. Na rysunku 26 przedstawiono obliczony rozkład pola akustycznego na osi z przetwornika wytworzony przez rozkład z rys.25. Następnie, rysunek 27 przedstawia zmierzony rozkład pola akustycznego na osi z przetwornika wykonanego według schematu z rys.18.b. Widać, że zasięg (ok. 10 cm) wiązki teoretycznej z rys.26. jest większy od zasięgu (ok. 6 cm) wiązki doświadczalnej z rys.27.

Podobnie rysunki 28,29 i 30 odnoszą się do przetwornika z rys.18.c., natomiast rysunki 31,32 i 33 charakteryzują przetwornik z rys.18.d. Porównując rysunki 29,30 oraz 32,33 stwierdzamy także, że długość strefy interferencyjnej i zasięg wiązki teoretycznej jest większy od długości tej strefy i zasięgu w przypadku wiązki doświadczalnej.

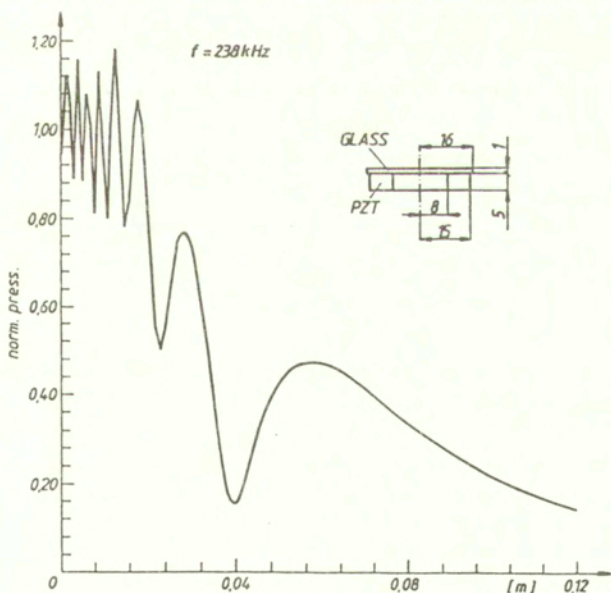
Porównując teoretyczne rozkłady pól akustycznych (rys.22,23,25,26,28,29, 31,32) z rozkładami doświadczalnymi (rys.24,27,30,33) widać, że zadowalającą zgodność stwierdza się w przypadku struktur przetwornika o małej wartości stosunku wysokości cylindra do jego średnicy. Wraz ze wzrostem wartości tego stosunku zgodność wyników numerycznych i doświadczalnych ulega pogorszeniu.

Z przeprowadzonych obliczeń numerycznych wynika, że drgania otrzymane z MES są źródłem pola akustycznego o większej liczbie listków bocznych niż obserwuje się to w przypadku badanych doświadczalnie przetworników o tych samych wymiarach geometrycznych. Największą zgodność wyników osiąga się dla najniższych modów drgań.

Wartości współrzędnych na osi z w których dokonywano pomiarów ciśnienia akustycznego zmieniano co 1 mm. W strefie interferencyjnej interwał pomiędzy punktami pomiarowymi wynosił 0.5 mm.

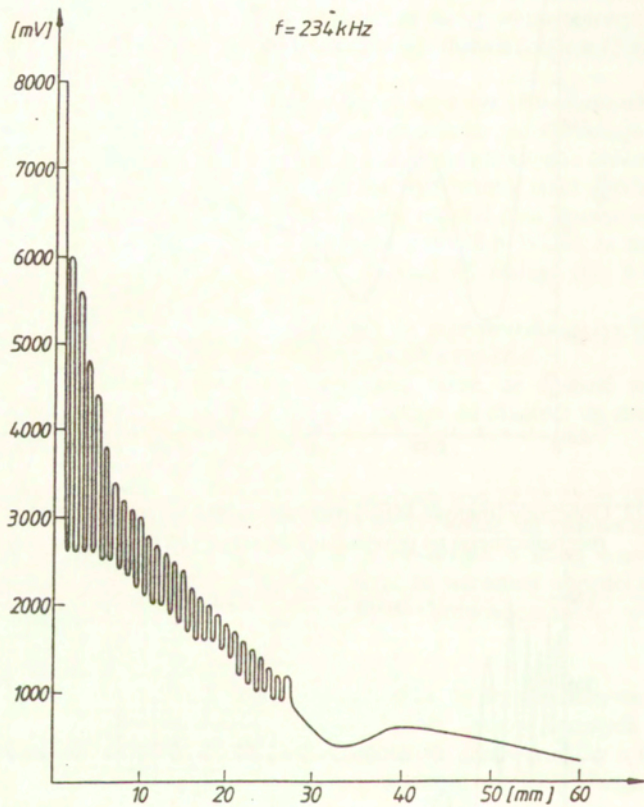


Rys.22. Obliczony (metodą MES) rozkład (wzdłuż promienia) przemieszczenia mechanicznego na powierzchni przetwornika z Rys.18.a.

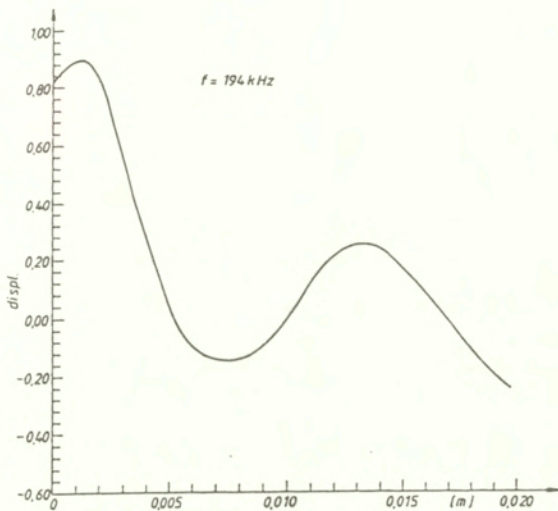


Rys.23. Obliczony (metodą MOI) rozkład ciśnienia akustycznego na osi z przetwornika z Rys.18.a wytwarzany przez rozkład z rys.22.

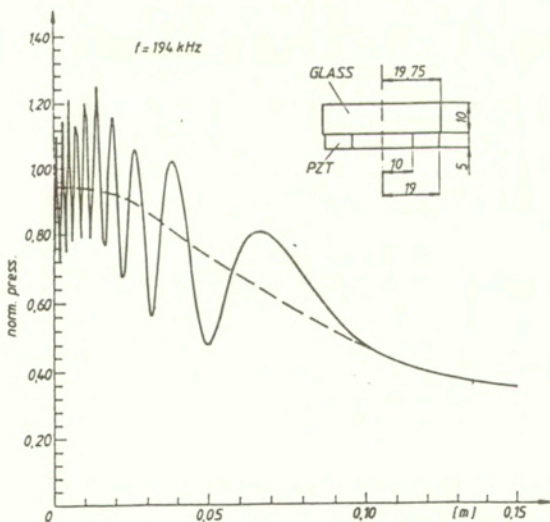




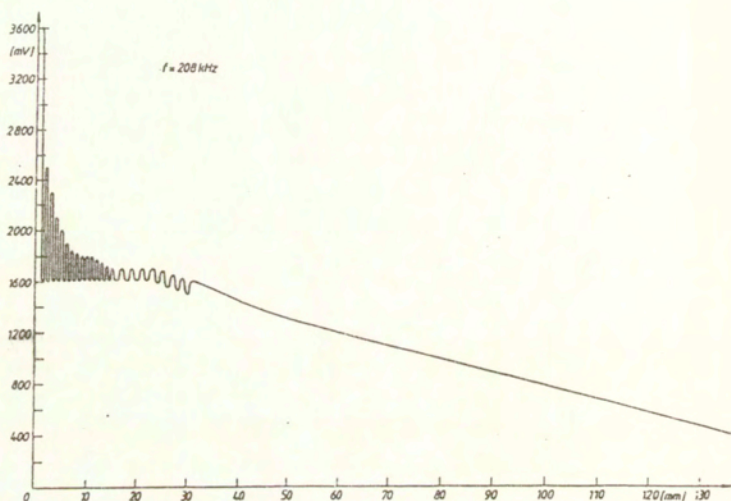
Rys.24. Zmierzony rozkład ciśnienia akustycznego na osi z przetwornika wykonanego wg. schematu z Rys.18.a.



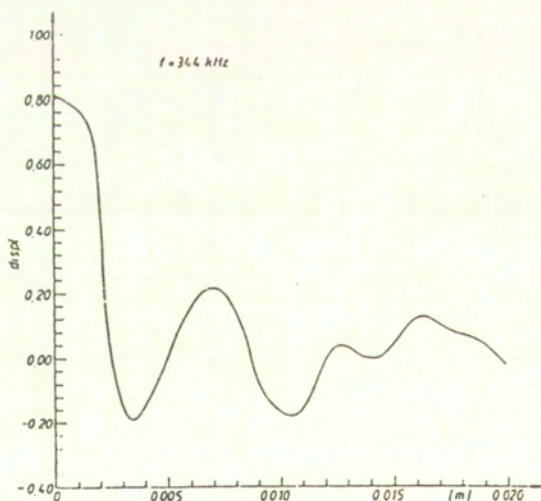
Rys.25. Teoretyczny (wynikający z MES) rozkład przemieszczenia (amplitudy drgań) na powierzchni przetwornika kołowego w funkcji promienia. Wymiary przetwornika przedstawione są na rys. 18.b.



Rys.26. Teoretyczny (obliczony Metodą Odpowiedzi Impulsowej) rozkład pola akustycznego wzdłuż osi z przetwornika wytworzony przez profil z rys.25. Linia przerywana jest wartością średnią obliczonego rozkładu pola akustycznego.

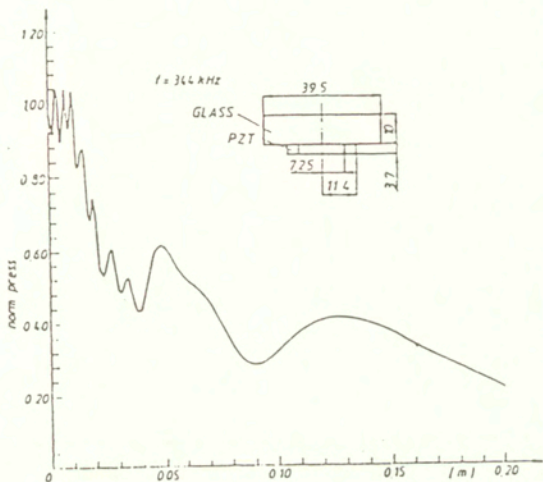


Rys.27. Zmierzony rozkład ciśnienia wzdłuż osi z przetwornika wytworzony przez przetwornik kołowy o wymiarach takich jak na rys.18.b.

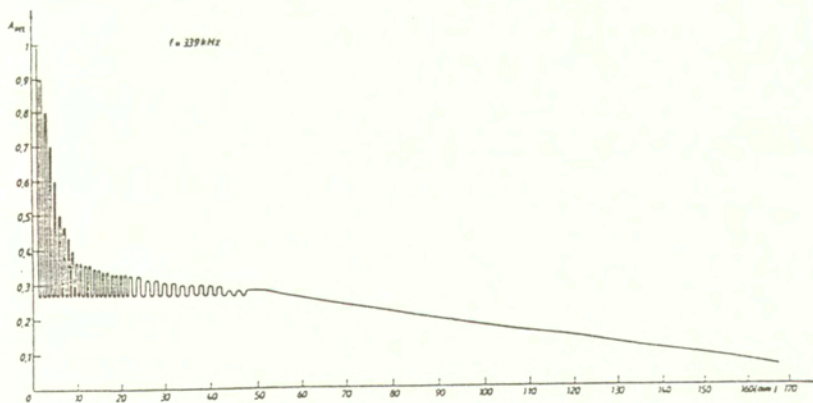


Rys.28. Teoretyczny (wynikający z MES) rozkład przemieszczenia (amplitudy drgań) w funkcji promienia przetwornika. Wymiary przetwornika są takie same jak na Rys.18.c.

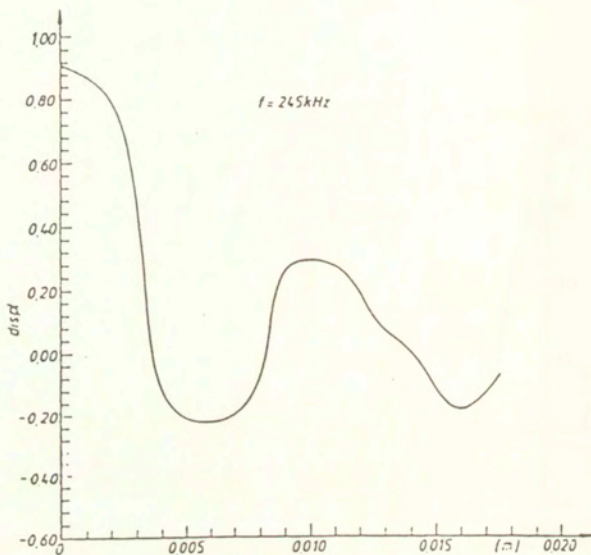




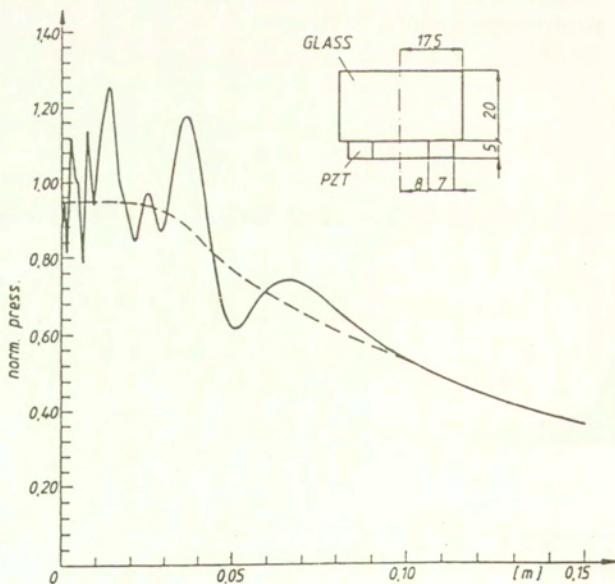
Rys.29. Teoretyczny (obliczony Metodą Odpowiedzi Impulsowej) rozkład pola akustycznego wzdłuż osi z przetwornika wytworzony przez profil z rys.28



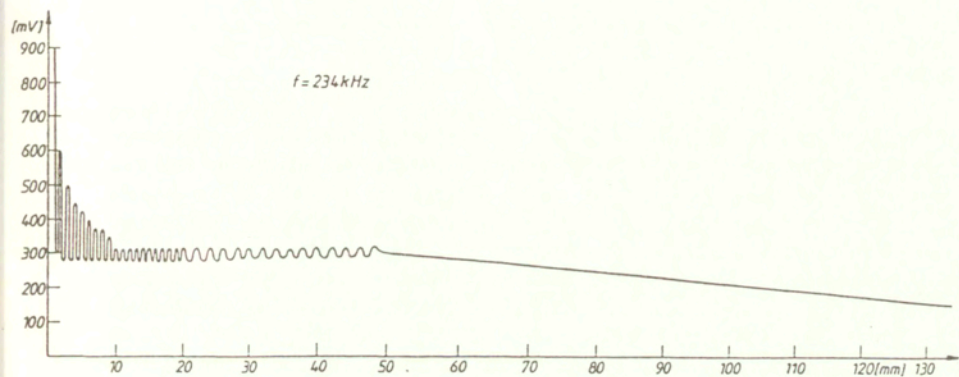
Rys 30. Zmierzony rozkład pola akustycznego na osi z przetwornika wytworzony przez przetwornik kołowy z rys.18.c.



Rys.31. Teoretyczny (wynikający z MES) rozkład przemieszczenia (amplitudy drgań) w funkcji promienia przetwornika. Wymiary przetwornika są takie same jak na rys.18.d.



Rys.32. Teoretyczny (obliczony Metodą Odpowiedzi Impulsowej) rozkład pola akustycznego wzdłuż osi z przetwornika wytworzony przez profil z rys.31.

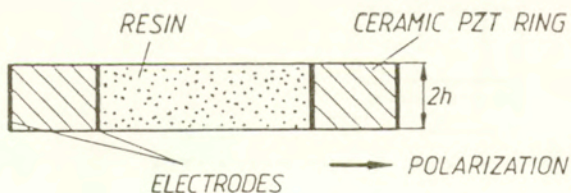


Rys.33. Zmierzony rozkład pola akustycznego na osi z przetwornika  
wytworzony przez przetwornik kołowy z rys.18.d.

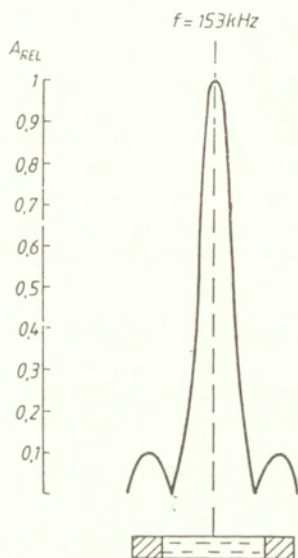


### 7.3. Kołowe przetworniki pierścieniowe z wypełnieniem żywicą

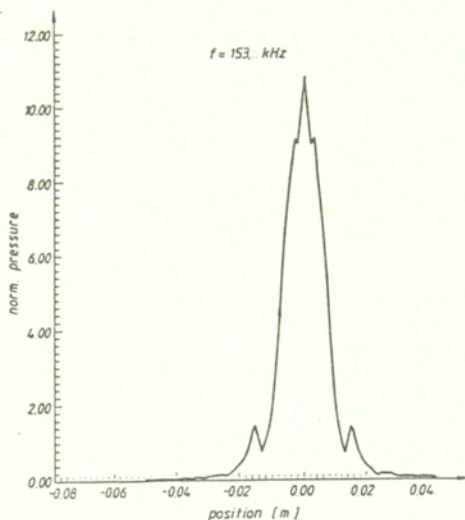
W pracy [87] umieszczone zostały wyniki analizy pracy przetworników pierścieniowych składających się z piezoelektrycznego pierścienia wypełnionego żywicą epoksydową, rys.34. Przetworniki te wytwarzają pola akustyczne podobne do pól wytworzonych przez przetworniki besselowskie. Rysunek 35 przedstawia zmierzony doświadczalnie rozkład pola akustycznego w odległości  $z=1$  cm od powierzchni przetwornika. Rysunek 36 reprezentuje teoretyczny rozkład pola akustycznego wytworzony przez przetwornik ultradźwiękowy z rys.35. obliczony w tej samej odległości  $z=1$  cm od powierzchni przetwornika. W obliczeniach numerycznych przyjęto besselowski rozkład drgań w obszarze żywicy. Drgania pierścienia reprezentowane były przez rozkład stały o amplitudzie równej  $1/10$  wartości maksymalnej amplitudy funkcji Bessela (w środku przetwornika). Oś pozioma skierowana jest prostopadle do osi z wzdłuż średnicy przetwornika.



Rys.34. Pierścień piezoceramiczny wypełniony żywicą poliuretanową.  
 $2h=5$  mm,  $\Phi_{zern} = 38$  mm,  $\Phi_{wewn} = 24$  mm.



Rys.35. Względny rozkład modułu ciśnienia akustycznego zmierzony w odległości  $z=1 \text{ cm}$  od powierzchni przetwornika.

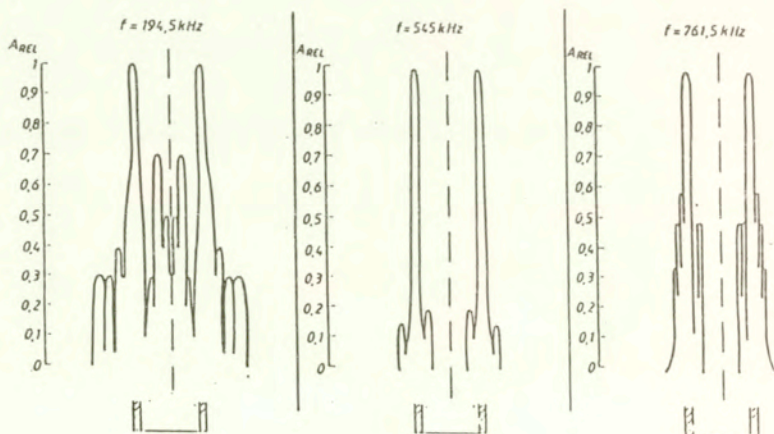


Rys.36. Obliczony Metodą Odpowiedzi Impulsowej rozkład modułu ciśnienia akustycznego w odległości  $z=1 \text{ cm}$  od powierzchni przetwornika.

#### 7.4. Przetworniki pierścieniowe.

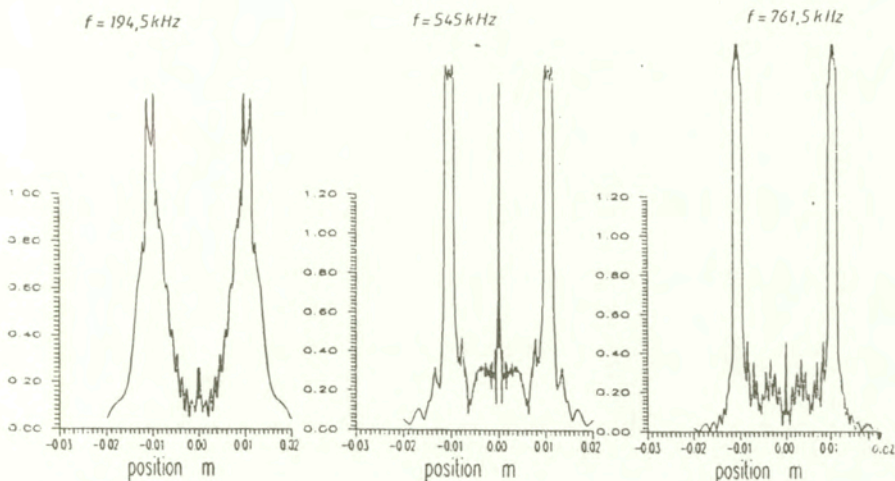
Wykorzystanie drgającego pierścienia piezoelektrycznego jako źródła fal ultradźwiękowych opisano w pracy [87]. Autor obliczył (korzystając z Metody Odpowiedzi Impulsowej) teoretyczny rozkład pola akustycznego wytworzonego przez drgający pierścień piezoelektryczny. Rozkład amplitudy drgań na powierzchni pierścienia opisuje się kombinacją funkcji Bessela i Neumanna zerowego rzędu. Jednakże w obliczeniach numerycznych założony został (dla wygody obliczeń) stały (tłokowy) rozkład prędkości drgań na górnej powierzchni pierścienia.

Rysunek 37 przedstawia zmierzone rozkłady pól akustycznych w odległości  $z=5$  mm od powierzchni przetwornikach w przekroju poprzecznym wzdłuż średnicy przetwornika dla 3 różnych wartości częstotliwości ( $f=194.5$  kHz,  $f=545$  kHz,  $f=761.5$  kHz). Rysunek 38 reprezentuje obliczenia numeryczne rozkładu pól akustycznych wytworzonych przez przetworniki z rys.37. Stwierdza się dobrą zgodność wykresów teoretycznych i doświadczalnych. W obliczeniach teoretycznych założono że wewnątrz pierścienia nie jest źródłem fali ultradźwiękowej, jednakże w praktyce pierścienie te wypełnione są powietrzem, które pobudzone do drgań przez drgający przetwornik może być także źródłem fali ultradźwiękowej.



Rys.37. Zmierzone rozkłady pola akustycznego w odległości  $z=5$  mm od powierzchni przetwornika. Wymiary pierścienia: wys.=9 mm, śr. zewn.=22.9 mm, śr. wewn. 19 mm.



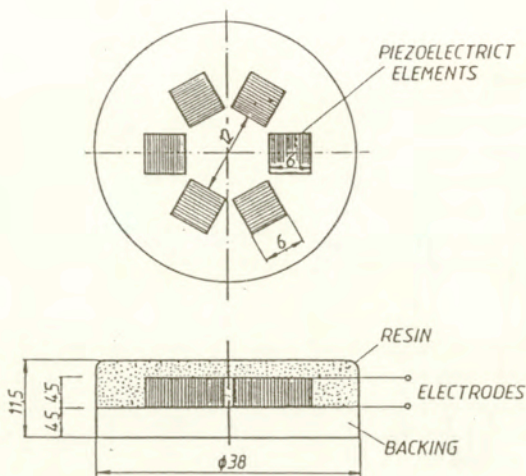


Rys.38. Obliczone numerycznie rozkłady pola akustycznego w odległości  $z=5 \text{ mm}$  od powierzchni przetwornika dla  $f=194.5 \text{ kHz}$ ,  $f=545 \text{ kHz}$  oraz  $f=761.5 \text{ kHz}$ . Wymiary pierścienia są takie same jak na rys.37.

### 7.5. Układy (arrays) przetworników kwadratowych

Rozpatrzmy zagadnienie ogólne dotyczące promieniowania układów przetworników kwadratowych, które było prezentowane na Konferencji Ultradźwiękowej IEEE w 1992 roku [88]. Widoczny na rysunku 39 układ sześciu przetworników kwadratowych rozłożonych na obwodzie koła został zaprojektowany i skonstruowany w Pracowni Akustoelektroniki.

Napisano program komputerowy w języku Turbo Pascal, który umożliwia wyznaczenie charakterystyk promieniowania rozpatrywanego układu przetworników. Na każdym przetworniku założono stały (równomierny) rozkład amplitudy drgań. W obszarze pomiędzy przetwornikami przyjęto wartość przemieszczenia równą zero. Odpowiada to przypadkowi umieszczenia przetworników w sztywnej przegrodzie (bafflu).

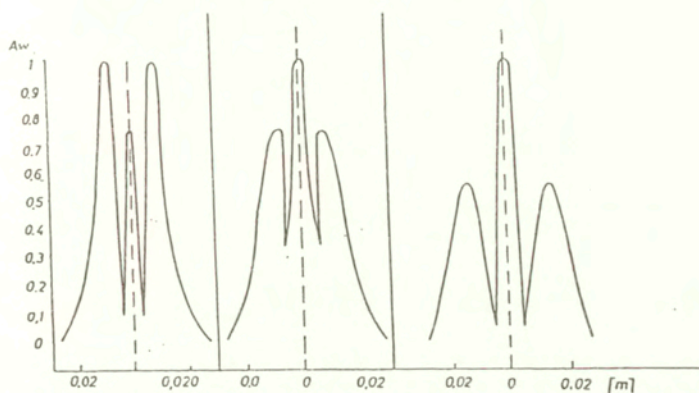


Rys.39. Układ (array) sześciu przetworników kwadratowych umieszczonych na obwodzie koła. Wszystkie wymiary podane są w milimetrach.

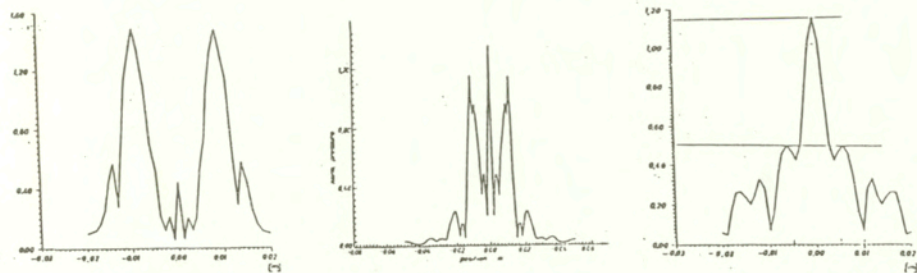
Zmierzone wartości modułu ciśnienia akustycznego dla kilku różnych odległości z od powierzchni układu przedstawia rys.40. Oś pionowa reprezentuje względną amplitudę ciśnienia akustycznego. Oś pozioma przedstawia współrzędną mierzoną wzdłuż przekroju poprzecznego układu przetworników. Na rys.41 umieszczono wyniki obliczeń numerycznych rozkładu pola akustycznego wytworzonego przez ten sam rozpatrywany układ przetworników (array), dlatego istnieje ścisła odpowiedniość wykresów z rysunków 40 oraz 41.

Porównując rysunki 40 i 41 stwierdza się dobrą zgodność wyników doświadczalnych z wynikami obliczeń numerycznych. Rysunek 42 przedstawia wykres zmierzonego pola dalekiego wykreślonego we współrzędnych biegunowych. Podobny wykres otrzymany z obliczeń numerycznych umieszczono na rysunku 43. Wartość ciśnienia akustycznego obliczono stosując metodę odpowiedzi impulsowej i zasadę superpozycji. Rozbieżność wiązki teoretycznej ( $6^\circ$ ) jest większa od rozbieżności wiązki doświadczalnej ( $5^\circ$ ).

Efekt impedancji wzajemnej [89,90] w rozważanym układzie przetworników można także analizować Metodą Odpowiedzi Impulsowej [91]. Możliwe jest wyznaczenie wartości impedancji  $Z_y$ , ich części rzeczywistych i urojonych.

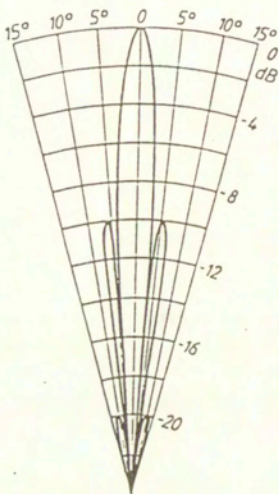
$z=0.5 \text{ cm}$  $z=2 \text{ cm}$  $z=5 \text{ cm}$ 

Rys. 40. Zmierzone wartości modułu ciśnienia akustycznego w odległości  $z=0.5 \text{ cm}$ ,  $z=2 \text{ cm}$  oraz  $z=5 \text{ cm}$  od powierzchni układu.  $f=200 \text{ kHz}$ .

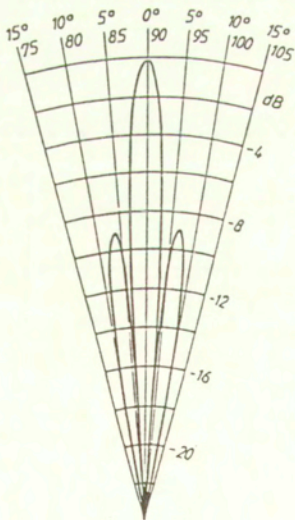
 $z=0.5 \text{ cm}$  $z=2 \text{ cm}$  $z=5 \text{ cm}$ 

Rys. 41. Obliczone numerycznie rozkłady modułu ciśnienia akustycznego przetwornika z rys. 39 w odległości  $z=0.5 \text{ cm}$ ,  $z=2 \text{ cm}$  i  $z=5 \text{ cm}$  od powierzchni układu.  $f=200 \text{ kHz}$ .





Rys.42. Doświadczalna charakterystyka promieniowania przetwornika z rys.39,  $f = 200$  kHz.



Rys.43. Teoretyczna charakterystyka promieniowania przetwornika z rys.39,  $f = 200$  kHz.

## 8. Wnioski

W procesie projektowania przetworników ultradźwiękowych należy przede wszystkim wyznaczyć charakterystyki promieniowania dla danego rozkładu prędkości drgań na powierzchni przetwornika. W tym celu autor wykorzystał ogólną metodę odpowiedzi impulsowej dającą dokładne rozkłady pola akustycznego zarówno w strefie bliskiej i dalekiej.

Dążąc do przedstawienia końcowych rezultatów w postaci analitycznej, autor wyprowadził formuły analityczne na postać odpowiedzi impulsowej dla przetworników kołowych o rozkładzie Gaussa i Bessela oraz dla przetworników kwadratowych o kosinusoidalnym rozkładzie prędkości drgań. Ponadto, otrzymano zależności analityczne na odpowiedź impulsową układu pochodzącą od aproksymacji liniowej i kwadratowej na elemencie trójkątnym, stosowanych w metodzie MES. Wyprowadzono także wzory analityczne na funkcję  $h(X,t)$  w przypadku przetwornika kołowego i aproksymacji liniowej i kwadratowej profilu prędkości drgań na elemencie skończonym (pierścieniu).

Te zależności umożliwiły obliczenia pola akustycznego po zastosowaniu komputera i procedur numerycznego obliczania transformacji Fouriera.

W zasadzie można obliczyć pole akustyczne dla dowolnego rozkładu prędkości stosując metodę odpowiedzi impulsowej. W tym przypadku wszystkie obliczenia wykonujemy numerycznie.

Wyprowadzając zależności analityczne do dość odległych etapów analizy zjawiska fizycznego powodujemy to, że czas niezbędnych obliczeń numerycznych skraca się do minimum. Dlatego należy podkreślić ważność wyprowadzonych przez autora wzorów analitycznych (20,21,23,26 i 29).

W świetle przeprowadzonych badań teoretycznych i numerycznych wydaje się, że metoda odpowiedzi impulsowej jest efektywnym narzędziem do obliczania pól akustycznych bazująca na koncepcjach elektrotechniki teoretycznej i matematyki stosowanej. Pozwala ona obliczyć dokładne wartości pola akustycznego w dowolnej odległości od powierzchni przetwornika.

Zastosowanie innych technik matematycznych może być także przydatne w obliczeniach pól akustycznych, np. dla pól o nieharmonicznej zależności od czasu (przebiegi impulsowe) szczególnie polecić można Metodę Elementu Brzegowego [47]. Metoda ta może być także użyta do rozwiązywania zadania ogólnego, tzn. jednoczesnej analizy procesu drgań przetwornika i generacji fal ultradźwiękowych w otaczającym ośrodku. Zaletą tej metody jest także to, że pozwala w naturalny sposób rozpatrywać ośrodki skończone jak i nieskończone.

Wyniki obliczeń numerycznych świadczą o poprawności wyprowadzonych w rozdziałach 4.1., 4.2., 4.3. 5.1., i 5.3. zależności analitycznych.

Poprawność otrzymanych wyników teoretycznych potwierdzają także przeprowadzone pomiary rozkładu pola akustycznego w przypadku przetwornika kołowego.

Zebrane materiały świadczą o skomplikowanym problemie projektowania przetworników ultradźwiękowych. Ich parametry akustyczne i elektryczne zależą bardzo od projektowanej konstrukcji (jej geometrii i parametrów materiałowych części składowych).

Dalszy rozwój stosowanych technik wyznaczania charakterystyk promieniowania przetworników ultradźwiękowych jest związany z postępem w dziedzinie cyfrowej aparatury elektronicznej. Obserwuje się tu ogólną tendencję do automatyzacji i komputeryzacji procesów pomiarowych.

Wyprowadzone wzory analityczne umożliwiają badanie własności pola akustycznego przetworników w strefie bliskiej i dalekiej. Badając zasięg strefy interferencyjnej stwierdzono zależność tego zasięgu od postaci niejednorodności składowej normalnej przemieszczenia mechanicznego. Stwierdzono istnienie strefy interferencyjnej w przypadku rozpatrywanych przetworników Besselowskich i Gaussowskich. Rozciągłość tej strefy dla przetwornika Gaussowskiego zależy od poziomu przemieszczenia na brzegu przetwornika. Im mniejsza jest wartość tego przemieszczenia tym krótszy jest zasięg strefy interferencyjnej. W przypadku granicznym dla bardzo małych wartości przemieszczenia na brzegu przetwornika Gaussowskiego rozciągłość strefy interferencyjnej zbiega do zera.

Zastosowanie metody MES umożliwia uwzględnienie w analizie drgań różnych kombinacji materiałów i różnych zestawów parametrów materiałowych. Zastosowanie natomiast metody MOI do obliczeń rozkładów pola akustycznego pozwala na dokładne i szybkie wyznaczenie charakterystyk promieniowania rozpatrywanych przetworników.

Opisane analityczne metody obliczania rozkładu pola akustycznego znajdują także zastosowanie w analizie układów złożonych (arrays). Pozwalają one na wyznaczenie pola akustycznego w przypadku rozkładu drgań uzyskanego doświadczalnie. W pracy [88] autor przyjął tłokowy rozkład drgań na powierzchni każdego z 6-ciu przetworników kołowych rozmieszczonych na obwodzie koła. Obliczone Metodą Odpowiedzi Impulsowej rozkłady pola akustycznego zostały porównane z wartościami doświadczalnymi.

W pracy uzyskano sprzężenie (interfejs) wyników numerycznych metody MES z metodą MOI. W ten sposób stworzono efektywne narzędzie softwarowe pomocne przy modelowaniu i projektowaniu przetworników ultradźwiękowych. Zbudowanie programu komputerowego umożliwiło powiązanie wyników obliczeń profilu prędkości metodą MES z metodą odpowiedzi impulsowej obliczania charakterystyk promieniowania danego przetwornika. Ma to duże



znaczenie w projektowaniu przetworników kompozytowych o pożądanej charakterystyce częstotliwościowej i kierunkowej.

W przyszłości będzie także możliwe zastosowanie wyprowadzonych zależności analitycznych i programu komputerowego jako efektywnego narzędzia softwarowego pozwalającego na głębsze zrozumienie zjawisk fizycznych w przypadku promieniujących przetworników i układów przetworników ultradźwiękowych.

Wyniki pracy mogą być pomocne nie tylko w procesie analizy pracy przetworników ultradźwiękowych lecz także w procesie ich syntezy, tzn. przy konstrukcji przetworników ultradźwiękowych o zadanych parametrach akustycznych i mechanicznych.

Podobne zagadnienie występuje też w teorii anten elektromagnetycznych [92]. Należy tam określić rozkład prądu w antenie dający założone charakterystyki kierunkowe promieniowania. Jest to zagadnienie odwrotne, źle postawione matematycznie. tzn. 1) jest ono niejednoznaczne (mogą istnieć 2 różne rozkłady prądów dające tę samą charakterystykę kierunkową), 2) jest ono niestabilne (mała zmiana prądów w antenie powoduje duże zmiany charakterystyki wyjściowej).

Zagadnienia odwrotne rozwiązuje się indywidualnie uwzględniając specyfikę każdego przypadku, np. stosując metody optymalizacji lub regularyzacji.

Określenie funkcji rozkładu prędkości drgań na powierzchni przetwornika dającej wiązkę nierozbieżną o danych właściwościach jest nadal zadaniem otwartym. Wyznaczenie przebiegu i własności tej funkcji wymaga dalszych badań teoretycznych wykorzystujących zaawansowane metody matematyczne.

## 9. Dodatek

### 9.1. Przetworniki prostokątne

W metodzie MES dowolną funkcję  $v(x, y)$  dwu zmiennych  $x, y$  przybliżamy na elemencie trójkątnym wielomianami skończonego stopnia. W przypadku aproksymacji wielomianami drugiego stopnia mamy:

$$v(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2 \quad (D1)$$

Stosując się do reguł obliczania funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(X, t)$  podanych w pracy [3], otrzymujemy następującą postać tej funkcji odpowiadającą rozkładowi (D1):

$$\begin{aligned} h(X, t) = c / 2\pi \{ & (a_0 + a_1x_0 + a_2y_0 + a_3x_0y_0 + a_4x_0^2 + a_5y_0^2 + a_4u^2 / 2 + a_5u^2 / 2)(\theta_2 - \theta_1) + \\ & + (a_1u + a_3ux_0 + 2a_4x_4u)(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) - (a_2u + a_3ux_0 + 2a_5y_0u)(\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \\ & - a_3u^2 / 4 (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) + (a_4u^2 / 4 - a_5u^2 / 4)(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \} \end{aligned} \quad (D2)$$

### 9.2. Przetworniki kołowe

Dla przetwornika kołowego i kwadratowej aproksymacji prędkości drgań na jego powierzchni  $v(\rho) = \rho^2$  jest:

$$h(X, t) = [(u^2 + r^2)(\theta_2 - \theta_1) - 2ur(\sin \theta_2 - \sin \theta_1)] \quad (D3)$$

### 9.3. Opis Metody Elementu skończonego

Równania różniczkowe cząstkowe opisujące drgania przetwornika można zapisać w postaci:

$$L u = f \quad (D4)$$

gdzie:  $L$  jest operatorem różniczkowym  
 $u$  opisuje przemieszczenia mechaniczne  
funkcja  $f$  zależy od obciążeń zewnętrznych.

Realizację Metody Elementu Skończonego można podzielić na następujące etapy [34-38]:

- 1) zagadnienie różniczkowe sprowadzamy do postaci wariacyjnej (słabej)

$$a(u,v) = l(v) \quad ; \quad \forall v \in V \quad (D5)$$

gdzie :  $a(u,v)$  = forma biliniowa,  $l(v)$  = funkcjonal liniowy  
 $V$  jest przestrzenią elementu skończonego, np. Sobolewa.

- 2) przestrzeń Sobolewa  $V$  aproksymujemy przestrzenią skończone wymiarową  $V_n$  ;
- 3) rozpatrywane ciało (przetwornik) dzielimy na elementy skończone.  
Na każdym elemencie skończonym poszukiwane rozwiązanie (np. przemieszczenie) jest aproksymowane wielomianami skończonego stopnia zmiennych przestrzennych
- 4) tworzymy postać macierzową zagadnienia wariacyjnego (słabego).  
Niewiadomymi w równaniach macierzowych są na ogół wartości przemieszczenia w węzłach elementów skończonych
- 5) rozwiązując równania macierzowe obliczamy rozkład przemieszczeń (prędkości) i naprężeń w interesującym nas obszarze ciała
- 6) wyniki przedstawiamy w postaci graficznej.



## 10. *Spis literatury*

- [1] J. Durmin, J.J. Mitterli, J.H. Eberly, "Diffraction-free beams", *Phys. Rev. Lett.*, 58 (1987), No 15, pp. 1499-1501.
- [2] JIAN-YU Lu, J.F. Greenleaf, "Ultrasonic Nondiffracting Transducers for Medical Imaging", *IEEE Trans. on Ultrasonic Ferroelectric and Frequency Control*, Vol.37, No , pp. 438-447, 1990.
- [3] P. Kielczyński, W. Pajewski, "Application of the transfer function method in calculations of the directivity pattern of ultrasonic transducer", *Journal of Applied Physics*, 15 Dec. 1991, Vol.70, No 12, pp. 7257-7260.
- [4] L. Filipczyński, J. Etienne, "Theoretical Study and Experiments on Spherical Focusing Transducers with Gaussian Surface Velocity Distribution", *Acustica*, Vol.28, No 2, pp. 121-128, 1973.
- [5] G. Du, M.A. Breazeale, "The ultrasonic field of a Gaussian transducer", *Journal of the Acoustical Society of America*, 78, (6), 1985, pp. 2083-2086.
- [6] G. S. Kino, "Acoustic Waves : Devices, Imaging , and Analog Signal Processing", *Printice-Hall*, 1987.
- [7] D.K. Hsu, F.J. Margentan, M.D. Hasselbusch, S.J. Wormley, M.S. Hughes, D.O. Thompson, "Technique for nonuniform Poling of Piezoelectric Element and Fabrication of Gaussian Transducers", *IEEE Trans. on UFFC*, Vol.3, No 5, 1990, pp. 404-410.
- [8] P. Kielczyński, W. Pajewski, "Acoustic field of Gaussian and Bessel transducers", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.94, No 3, pp. 1719-1721, 1993.
- [9] Jian-yu Lu and J. F. Greenleaf, "Nondiffracting X waves-exact solutions to free-space scalar wave equation and their finite aperture realizations", *IEEE Trans. on UFFC*, Vol. 39, No 1, pp.19-31, 1992.
- [10] Jian-yu Lu and J.F. Greenleaf, "A study of sidelobe reduction for limited diffraction beams", *IEEE Ultrasonic Symposium*, Baltimore, 1993, USA.
- [11] Jian-yu Lu, H. Zou and J.F. Greenleaf, "A new approach to obtain limited diffraction beams", *IEEE Trans. on UFFC*, Vol. 42, No 5, pp.850-853, 1995.

- [12] R.W. Ziolkowski, I.M. Besieris and A.M. Shaaravi, "Localized Wave representations of acoustic and electromagnetic radiation", Proceedings of the IEEE, Vol.79, No 10, pp. 1371-1378, 1991.
- [13] J.V. Candy, R.W. Ziolkowski and D.K. Lewis, "Transient waves: Reconstruction and processing", JASA, 88, (5), pp. 2248-2258, 1990.
- [14] R. Donnelly and R.W. Ziolkowski, "A method for constructing solutions of homogeneous partial differential equations: localized waves", Proc. R. Soc. Lond. A (1992) 437, 637-692.
- [15] H.E. Moses and R.T. Prosser, "Acoustic and electromagnetic bullets: derivation of new exact solutions of the acoustic and Maxwell's equations", SIAM J. Appl. Math., Vol. 50, No 5, pp.1325-1340, 1990.
- [16] J. Durnin, "Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory", J. Opt. Soc. Am. A 4,651, 1987.
- [17] M.A. Breezeale and Huang, "Gaussian ultrasonics: Theory and practice", 1995 IEEE Ultrasonic Symposium, Seattle, USA.
- [18] R.B. Thompson and E.F. Lopes, "The effect of focusing and refraction on Gaussian ultrasonic beams", Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 4, No 2, pp.107-123, 1984.
- [19] J. Zemanek, " Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston ", JASA, Vol.49, No 1 (Part 2), 1971, pp. 181-191.
- [20] E.G. Williams, J.D. Maynard, " Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators ", JASA, Vol.72, No 6, 1982, pp. 2020-2030.
- [21] P.R. Stepanishen, " Transient radiations from pistons in an infinite planar baffle ", JASA, Vol.49, No 5 (Part2), 1971, pp. 1629-1638.
- [22] J.C. Lookwood, J.G. Willete, "High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the nearfield of a baffled piston", JASA, Vol.53, No 3, 1973, pp. 735-741.
- [23] A. Penttinen, M. Luukkala, " The impulse response and pressure nearfield of a curved ultrasonic radiator ", J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.9, No 10, 1976, pp. 1547-1557.
- [24] Harris, " Review of transient field theory for a baffled planar piston ", Vol.70, No 1, 1981, pp. 10-20.

- [25] J.Naze Tjøtta, S. Tjøtta, " Nearfield and farfield of pulsed acoustic radiators ". JASA, Vol.7, No 4, 1982, pp. 824-834.
- [26] S. Krenk, „Geometrical aspects of acoustic radiation from a shallow spherical cap ", JASA, Vol.74, No 5, 1983, pp. 1617-1622.
- [27] W.A. Verhoef, M.J.T.M. Cloostermans, J.M. Thijssen, " The impulse response of a focused source with an arbitrary axisymmetric surface velocity distribution ", JASA, Vol.75, No 6, 1984, pp. 1716-1721.
- [28] H. Lasota, R. Salomon and B. Delannoy, „Acoustic diffraction analysis by the impulse response method: A line impulse response approach", JASA, Vol.76, No 1, 1984, pp. 280-290.
- [29] H. Lasota, „Diffraction of acoustic plane wave: A time domain analysis", JASA, Vol.78, No 3, 1985, pp. 1086-1092.
- [30] L.Gomez Ularte, J.L San Emeterio Prieto, " On The Impulse Response Of Rectangular Baffled Pistons ", Ultrasonic International 1989, Conference Proceedings, pp. 566-571.
- [31] F.M.J. Linsen, A.F.G. Hoeks, " Transducer characterisation from pressure amplitude distribution measurements using a Kalman filter as parameter estimation algorithm ", Ultrasonic Imaging, 12, 1990, pp. 309-323.
- [32] B. Piwakowski, K. Sbai, B. Delannoy, „ Computer-aided computing of acoustic field radiated from arbitrarily structured transducer arrays", 1994 IEEE Ultrasonic Symposium Proceedings, pp. 983-986.
- [33] Th. Mazoyer, Y. Lagier, D. Guyomar, M. Letiche, S. Gefraguier, " Prise en compte du rayonnement acoustique en fluide lourd par equations integrales dans la modelisation des transducteurs piezo-electriques bidimensionnels par elements finis ", Colloque de Physique (Vol I), Supplement au Journal de Physique, Vol.51, No 2, 1990, pp. C2-349-C-2-352.
- [34] O.C. Zienkiewicz , " The finite element method in engineering science ", Mc-Graw-Hill, London, 1971.
- [35] G. Strang, G.J. Fix, " Analysis of the finite element method ", Prentice-Hall, 1973.
- [36] K.H. Huebner, " The finite element method for engineers ", Wiley, New York, 1975.



- [37] Ph. Ciarlet, " The finite element method for elliptic problems ",  
Nort-Holland, Amsterdam, 1978.
- [38] M. Dryja, J. i M. Jankowsy, " Przegląd metod numerycznych " t.2,  
WNT, Warszawa, 1982.
- [39] E. Skudrzyk, " The foundations of acoustics ", Vol I, Springer, Wien,  
1971.
- [40] A.J. Rudgers, "Application of a Neumann-series method to two problems in  
acoustic radiation theory that are formulated in terms of Green's functions"  
JASA, 79, (5), pp.1211-1222, 1986.
- [41] A.F. Seybert, T.W. Wu, " Modified Helmholtz integral equation for  
bodies sitting on an infinite plane ", JASA, Vol.85, No 1, 1989,  
pp. 19-23.
- [42] R. Lerch, " Finite element analysis of piezoelectric transducers ", 1988,  
IEEE Ultrasonic Symposium Proc., pp.643-653.
- [43] R. Lerch, " Finite element modelling of acoustic radiation from  
piezoelectric phased array antennas ", 1990, IEEE Ultrasonic Symposium  
Proc., pp. 763-767.
- [44] J. Hossack, G. Hayward, " Design and evaluation of one and two  
dimensional composite transducer arrays using finite element method ",  
Ultrasonic International 1989 Proceedings, pp. 442-447.
- [45] K.W. Commander, R.J. McDonald, " Finite element solution of the  
inverse problem in bubble swarm acoustics ", JASA, Vol.89, No 2, 1991,  
pp. 592-597.
- [46] Hirofumi Okada, Minoru Kurosawa, Sadayuki Ueha, Michiyuki Masuda,  
" New Airborne Ultrasonic Transducer with High Output Sound Pressure  
Level ", Japanese Journal of Applied Physics, Vol.33, Part 1, No 5B,  
1994, pp. 3040-3044.
- [47] R.D. Ciskowski, C.A. Brebbia, " Boundary Methods in Acoustics ",  
Elsevier, London, 1991.
- [48] R. Lerch, H. Landers, W. Friedrich, R. Hebel, A. Hos, H. Kaarmann,  
" Modelling of acoustic antennas with a combined finite-element-  
boundary-element-method ", IEEE 1992, Ultrasonic Symposium Proc.,  
pp. 581-584.

- [49] A.D. Pierce, „Variational formulations in acoustic radiation and scattering”, in *Physical Acoustics Vol. XXII*, ed. by Thuston and Pierce, Academic Press, Boston, 1993, pp. 195-371.
- [50] A.D. Pierce, "Radiation fields of ultrasonic transducer ", in *Physical Acoustics, Vol. XIX*, ed. by R.N. Thurston (Academic Press, New York, 1990), pp. 1-80.
- [51] P.M. Morse, K.U. Ingard, „Theoretical acoustics”, Mc Graw Hill, New York, 1968.
- [52] K.P. Soldatos, Review of three dimensional dynamic analyses of circular cylinders and cylindrical shells ", *Applied Mechanics Review*, Vol.47, No 10, 1994, pp. 501-516.
- [53] J.R. Hutchinson, " Vibrations of solid cylinders ", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.47, 1980, pp. 901-907.
- [54] O.G. Gustafsson, T.R. Kane, " Axially symmetric extensional vibrations of a circular disk with a concentric hole ", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 26, 1959, pp. 541-545.
- [55] J.R. Hutchinson, " Axisymmetric vibrations of a free finite-length rod ", *JASA*, Vol.51, No 1(Part 2) 1972, pp. 233-240.
- [56] A. Iula, N. Lamberti, M. Pappalardo, " A matrix model of the thin piezoelectric ring ", *IEEE Ultrasonic Symposium Proc.*, 1994, pp. 921-924.
- [57] J. Zemanek, " An experimental and theoretical investigation of elastic wave propagation in a cylinder ", *JASA* , Vol.51, No 1 (Part 2), 1972, pp. 265-283.
- [58] M. Brissaud, Three-dimensional modelling for ring and tube piezoceramics ", *Ultrasonics International 1989 Conference Proceedings*, pp. 647-652.
- [59] E.P. EerNisse, " Varational method for electroelastic vibration analysis ", *IEEE Trans. on Sonics & Ultrasonics*, Vol. SU-14, No (?), pp. 153-160, 1967.
- [60] R. Holland, E.P. EerNisse, " Variational evaluation of admittances of multielectroded three-dimensional piezoelectric structures ", *IEEE Trans. on Sonics & Ultrasonics*, Vol. SU-15, No 2, pp. 119-132, 1968.

- [61] G.W. McMahon, " Finite difference analysis of the vibrations of solid cylinders ", JASA, Vol. 48, NO 1 (Part 2), 1969, pp. 308-312.
- [62] H.A. Kunkel, S. Locke, B. Pinkerton, " Finite element analysis of vibrational modes in piezoelectric ceramic disk ", IEEE Trans. on UFFC, Vol.37, No 4, pp. 316-328, 1990.
- [63] R. Lerch, " Simulation of piezoelectric devices by two and three-dimensional finite elements ", IEEE ,1990, Ultrasonic Symposium Proc., pp. 233-247.
- [64] P. Challande, Optimizing ultrasonic transducers based on piezoelectric composites using a finite element method ", IEEE Trans. on UFFC, Vol. 37, No 3, 1990, pp. 135-140.
- [65] R.W. Clough, F. Asce, Y. Rashid, " Finite element analysis of axisymmetric solids ", Journal of the Engineering Mechanics Division, 1965, pp. 71-85.
- [66] Jun Lan, M.J. Simoneau, R.K. Jeffreys, S.G. Boucher, " A complete finite element model ", IEEE, 1994 Ultrasonic Symposium Proceedings, pp. 999-1003.
- [67] J.T. Stewart, " Finite element modeling of resonant microelectromechanical structures for sensing applications ", IEEE , 1994 Ultrasonic Symposium Proc., pp. 643-646.
- [68] W. Pajewski, C. Gazannes, J.L. Garnier, „Champ ultrasonore de disques de titanate de baryum et de quartz emettant dans un liquide”, C.R. Acad. Sc. Paris, t. 262, p. 232-234, 1966.
- [69] W. Pajewski, „Etude de rayonnement des transducteurs a ceramiques piezoelectriques”, 5 Congres International d’Acoustique, Liege, J 15, 7-14 Sept., 1965.
- [70] J.D. Achenbach, " Wave propagation in elastic solids ", North-Holland, New York, 1973.
- [71] B. Newberry, M. Preischel, J. McKain, " Production of a diffractionless ultrasonic beams ", in Review of Progress in Quantitative Nindestructive Evaluation, Vol.1, pp. 999-1004, ed.by D.O. Thompson and D.E. Chimenti, Plenum Press, New York, 1992.
- [72] Jian-yu Lu, J.F. Greenleaf, " A study of two-dimensional array transducers for limited diffraction beams ", IEEE Trans. on UFFC, Vol.41, No 5, 1994, pp. 724-739.



- [73] Jian-yu Lu, J.F. Greenleaf, " Sidelobe reduction for limited diffraction pulse-echo systems ", IEEE Trans. on UFFC, Vol.41, No 5, 1993, pp. 735-746.
- [74] Jian-yu Lu, J.F. Greenleaf, " Nondiffracting X waves-exact solutions to free-space scalar wave equation and their finite aperture realizations ", IEEE Trans. on UFFC, Vol.39, No 1, 1992, pp. 19-31.
- [75] Jian-yu Lu, J.F. Greenleaf, " Theory and acoustic experiments of non-diffracting X waves ", IEEE 1991 Ultrasonic Symposium Proc., pp. 1155-1159.
- [76] P. Kielczyński, W. Pajewski, M. Szalewski, " Finite Element Method (FEM) and Impulse Response Method (IRM) analysis of circular and rectangular transducers ", IEEE Ultrasonic Symposium in Seattle (USA), 1995.
- [77] B. Hafizi and P. Sprangle, " Diffraction effects in directed radiation beams ", Journal of the Optical Society of America A, Vol.8, No 5, pp. 705-717, 1991.
- [78] " Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego ", WNT, Warszawa 1993, (wyd.II).
- [79] E.A.G. Shaw, „On the resonant vibrations of thick barium titanate disks”, JASA, 28,1, (1956), 38-50.
- [80] W. Pajewski, „Czujniki do pomiaru amplitudy i fazy drgań przetworników piezoelektrycznych”, Przegląd Elektroniki, 9, nr 5, 1968.
- [81] L. Filipczyński, G. Lypacewicz, „ Measurement method and experimental study of ceramic transducer vibrations”, Acustica, 24,216-221, 1971.
- [82] W. Pajewski, „Zagadnienie charakterystyki skuteczności piezoelektrycznego mikrofonu cylindrycznego”, Prace IPPT, 23, 1967.
- [83] J.A. Campbell, S. Soloway, "Generation of a nondiffracting beams with frequency-independent beamwidth", JASA,88,5,2467-2477,1990.
- [84] P. Kielczyński, W. Pajewski, „Nodiffracting transducers using the natural resonant eigenmodes of circular plates”, Acoustical Imaging, vol.19, pp. 295-300, ed. H. Ermert, Plenum Press, 1992.
- [85] Jian-yu Lu, J.F. Greenleaf, „Evaluation of transducers with near-field scanning of their surfaces”, IEEE Ultr. Symp., Cannes, France, 1994.

- [86] D. Pohl, W. Denk, M. Lanz, „Optical stethoscopy: Image recording with resolution  $\lambda/20$ ”, Appl. Phys. Lett., 44, 651-653, 1984
- [87] W. Pajewski, P. Kielczyński, M. Szalewski, „Ring vibrations in an acoustic medium as a source of ultrasonic radiation”, IEEE Trans. on UFFC, Vol.41, No 6, pp. 789-795, 1994.
- [88] P. Kielczyński, W. Pajewski, M. Szalewski, „Nonuniform velocity distribution on the surface of ultrasonic transducers as a source of non-diffracting beams”, IEEE Ultr. Symp., p. 711-714, 1992, Tucson, Arizona, USA.
- [89] W. Rdzanek, „Mutual impedance of axially-symmetric modes of a circular plate”, Archives of Acoustics, 11,3, 239-252, (1986).
- [90] W. Rdzanek, „Mutual impedance of circular plate for axially symmetric free vibrations at high frequency of radiating waves”, Archives of Acoustics, 17,3, 439-448, (1992).
- [91] M.A. EZZ-EL-ARAB, „A simple method to estimate mutual interaction of nearest neighbors in a compact planar array”, IEEE Trans. on Sonics&Ultr., Vol. SU- 25, No 3, 1978, pp. 126-132.
- [92] D. J. Bem, „Anteny i rozchodzenie się fal radiowych”, WNT, Warszawa, 1973.



56567