

S.J. Kowalski, G. Musielak

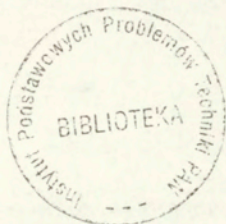
PRZEGLĄD MODELI ZNISZCZENIA  
Z ANALIZĄ MOŻLIWOŚCI  
WYKORZYSTANIA ICH  
DO MATERIAŁÓW SUSZONYCH

11/1995

P. 269

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 5 stycznia 1995 r.



56598



Na prawach rękopisu

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark. wyd. 1,75 Ark. druk. 2,0

Oddano do drukarni w marcu 1995 r.

---

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.

Warszawa, ul. Jaska 1

Stefan J. Kowalski  
Grzegorz Musielak  
Pracownia Termomechaniki  
Materiałów Porowatych  
ZMiAOP IPPT PAN  
ul. Mielżyńskiego 27/29  
61-725 Poznań

## PRZEGLĄD MODELI ZNISZCZENIA Z ANALIZĄ MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA ICH DO MATERIAŁÓW SUSZONYCH

### Streszczenie

W pracy przedstawiono ogólną teorię dotyczącą powstawania i wzrostu pęknięć w ciałach stałych a w szczególności w zawilżonych materiałach porowatych poddanych procesowi suszenia. Dokonano przeglądu modeli pęknięcia pod kątem ich adaptacji do opisu destrukcji materiałów suszonych. Stwierdzono, że istnieje ogromna ilość literatury poświęconej mechanice pęknięcia materiałów w wyniku działania zdeterminowanych obciążeń zewnętrznych. Niewiele jest jednak literatury ujmującej zjawisko destrukcji materiałów suszonych, w których siły wewnętrzne, odpowiedzialne za tę destrukcję, pojawiają się w sposób niezeterminowany. Istniejące prace na ten temat ujmują zjawisko fragmentarycznie, w sposób niesystematyczny. Jest ewidentna luka w tej dziedzinie wiedzy, uzupełnienie której stanowić będzie cel dalszych prac badawczych autorów.

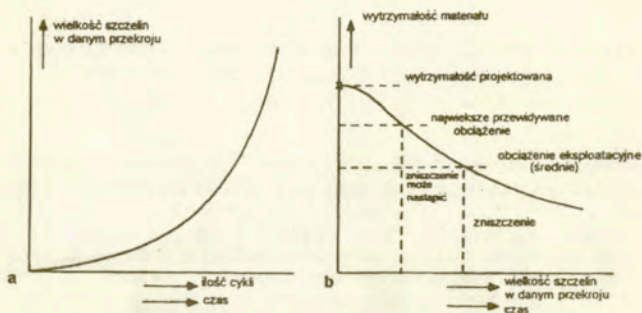
### 1. Wstęp

Materiały konstrukcyjne, geologiczne, bioorganiczne itp. poddane oddziaływaniu sił mechanicznych lub środowiska ulegają mikrostrukturalnym zmianom powodującym obniżanie się ich wytrzymałości.

Idealna wytrzymałość na zerwanie, określona na podstawie sił spójności wiązań atomowych, jest praktycznie nieosiągalna w rzeczywistych materiałach. Wytrzymałość materiałów rzeczywistych jest znacznie niższa od teoretycznej. Dzieje się tak dlatego, że istniejące defekty w kryształach lub granice międzyziarnowe w ciałach polikrystalicznych działają jako źródła spiętrzenia naprężeń. W miejscach tych następuje propagacja pęknięcia w przypadku ciał kruchych, lub odkształcenie plastyczne dla

materiałów ciągliwych. Oba te zjawiska powodują zmniejszenie się efektywnego przekroju, przez który przenoszony jest obciążenie, a zatem zmniejszenie wytrzymałości materiału. Niekiedy mamy wręcz do czynienia z destrukcją materiału (czyli pękaniem na wskroś) jako efektem łączenia się mikroszczelin w wyniku spiętrzonych naprężeń.

Rys.1 wskazuje, jak rozwój szczelin, powodujący zmniejszenie efektywnego przekroju, osłabia wytrzymałość materiału w czasie.



Rys.1. Historia technicznej użyteczności materiału  
a) krzywa wzrostu szczelin;  
b) zmiana wytrzymałości materiału.

Z powodu rozwoju szczelin lub stref plastycznych wytrzymałość materiału spada.

Zjawisko pękania czy też niepożądanych deformacji trwałych występuje między innymi w mniejszym lub większym stopniu podczas suszenia zawilżonych materiałów kapilarno-porowatych. Materiały suszone w swej strukturze zawierają mikroszczeliny (pory), które w fazie zawilżonej wypełnione są cieczą, natomiast w trakcie procesu suszenia są z tej cieczy opróżniane. Nierównomierność rozkładu wilgoci w materiale suszonym stanowi źródło naprężeń, które przy pewnych warunkach koncentracji wywołują pęknięcia.

Brak jest w pełni akceptowalnej teorii wyjaśniającej mechanizm pękania materiałów suszonych. Z obserwacji zjawisk pękania wynika, że najbardziej podatne na pęknięcie są materiały suszone dużych rozmiarów oraz, że pęknięcie jest tym bardziej prawdopodobne im szybciej przebiega proces suszenia. Pęknięcie materiałów ceramicznych, i żeli pojawia się najczęściej w

pierwszym krytycznym punkcie suszenia t.j. gdy materiał suszony przestaje się kurczyć, a powierzchnia parowania zaczyna się przemieszczać w głąb materiału.

Celem niniejszego opracowania jest dokonanie przeglądu modeli zniszczenia pod kątem ich wykorzystania do materiałów suszonych. Przedstawimy tu istotę zjawiska pękania materiału, sposoby matematycznego ujęcia tego zjawiska oraz wskażemy, które modele mogłyby być zastosowane przy opisie destrukcji materiału suszonego.

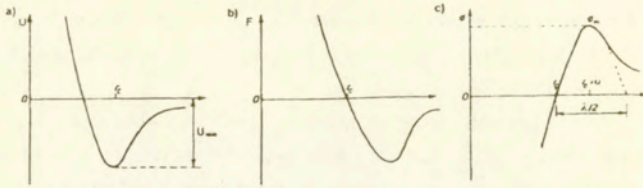
Nie będziemy tu cytować wszystkich publikacji, które udało nam się zebrać nt. zniszczenia, gdyż są ich setki. Ograniczymy się raczej do przedstawienia zasadniczych trendów ze szczególnym uwypukleniem prac odnoszących się sensu stricto do materiałów suszonych.

## 2. Dekohezja materiałów

Jeżeli materiał przestaje wytrzymywać nałożone nań obciążenia to ulega dekohezji czyli traci spoiwość poprzez rozdzielenie na dwie lub więcej części. Mówimy wtedy o zniszczeniu materiału. Wyróżnia się zniszczenie kruche i plastyczne. Zniszczeniem kruchym nazywa się takie, przy którym materiał traci spoiwość bez wystąpienia uprzednio znaczących odkształceń (np materiały ceramiczne). Zniszczenie kruche różni się od zniszczenia plastycznego, typowego dla wielu metali, gdzie dekohezja występuje dopiero przy dużych odkształceniach.

Punktem odniesienia dla oceny odporności materiałów na pęknięcie jest wytrzymałość wiązań międzyatomowych na zerwanie. Nazywa się ją wytrzymałością teoretyczną lub maksymalną danego materiału. Zerwanie w tym przypadku nastąpi wówczas, gdy dwa sąsiednie atomy zostaną pod wpływem zewnętrznego obciążenia odsunięte od siebie na odległość, przy której siła dążąca do powrotu atomu do pierwotnej pozycji jest równa zeru.

Rozpatrując uproszczony liniowy model dwu atomów (rys.2) możemy stwierdzić, że całkowita energia modelu składa się z energii potencjalnej  $U$  i energii kinetycznej  $K$ .



Rys. 2. Liniowy model oddziaływań dwóch atomów.

Atom wykonuje ruchy oscylacyjne wokół położenia  $r_0$ , odpowiadającego minimum energii potencjalnej  $U_{\min} = U(r_0)$ . Siła  $F$  działająca na atom przemieszczający się względem drugiego atomu wyraża się (rys.2b):

$$(2.1) \quad F = - \frac{\partial U}{\partial r}$$

Znak minus wynika stąd, że siła działa od położenia o wyższej energii potencjalnej do położenia o energii niższej.

Na podstawie siły wzajemnego oddziaływania określamy naprężenie  $\sigma = F/A$ , gdzie  $A$  jest powierzchnią przekroju, na który działa siła  $F$ . Uważamy je za ujemne dla ściskania i dodatnie dla rozciągania (rys.2c). Wykres naprężenia w funkcji przemieszczenia atomu względem położenia równowagowego można aproksymować wzorem:

$$(2.2) \quad \sigma = \sigma_m \sin(2\pi u/\lambda)$$

gdzie:  $\sigma_m$  - maksymalna (teoretyczna) wytrzymałość wiązań,

$u = r - r_0$  - przemieszczenie atomu względem położenia równowagowego,

$\lambda$  - okres funkcji sinusoidalnej.

Dla małych przemieszczeń  $u \ll \lambda$  możemy napisać  $\sin(2\pi u/\lambda) = 2\pi u/\lambda$ .

Zgodnie z prawem Hooke'a:

$$(2.3) \quad \sigma = E \frac{u}{r_0} = \sigma_m \frac{2\pi u}{\lambda}$$

gdzie E oznacza moduł Younga.

Rozdzielenie dwóch atomów na odległość  $\lambda/2$  oznacza zerwanie spójności, ponieważ siła dążąca do powrotu atomów do pierwotnej pozycji jest równa zeru. Praca potrzebna na takie rozdzielenie atomów wynosi:

$$(2.4) \quad W = \int_0^{\lambda/2} \sigma \, du = \sigma_m \frac{\lambda}{\Pi} = 2\sigma_m^2 \frac{r_0}{E}$$

Wskutek rozdzielenia atomy znajdują się na dwu powierzchniach, z których każda ma energię większą o  $\gamma$  w porównaniu z wnętrzem. Można więc powiedzieć, że wykonana praca W została zużyta na powstanie dwu "powierzchni" rozdziału:

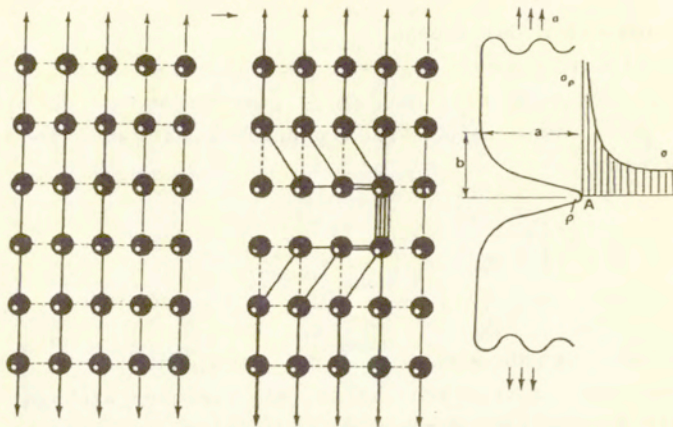
$$(2.5) \quad W = 2\sigma_m^2 \frac{r_0}{E\Pi} = 2\gamma$$

Stąd otrzymujemy wzór często stosowany dla wyliczenia wytrzymałości maksymalnej (teoretycznej) materiału za pomocą mierzalnych wielkości E,  $\gamma$  i  $r_0$ :

$$(2.6) \quad \sigma_m = \sqrt{\frac{E\gamma}{r_0}}$$

Ogólnie można przyjąć {por. np. [4] str. 292 lub [20] str. 12}, że dla większości ciał stałych maksymalna wytrzymałość materiału jest dziesięciokrotnie mniejsza od modułu Younga dla tego materiału, czyli  $\sigma_m \approx 0.1 E$ .

W rzeczywistości sytuacja jest bardziej złożona gdyż z powodu defektów (porów) występują spiętrzenia naprężeń powodujące znaczne obniżenie wytrzymałości materiału. Uproszczony obraz tej sytuacji przedstawia rys. 3.



Rys.3. Schemat ilustrujący źródło koncentracji naprężeń.

Wartość naprężeń na skraju szczeliny (pory) wielokrotnie przewyższa wartości średnich naprężeń w materiale. Spiętrzenie naprężeń zależy zarówno od wielkości szczeliny jak i jej kształtu. Gdyby założyć, że szczelina ma kształt elipsy o półosiach  $b$  i  $a$  oraz promieniu krzywizny w punkcie  $A$  wynoszącym  $\rho = b^2/a$  (por. rys.3) to wartość naprężeń w punkcie  $A$  wynosi { [20] str.3 } :

$$(2.7) \quad \sigma_{\rho} = \sigma \left( 1 + 2\frac{a}{b} \right) = \sigma \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right)$$

W przypadku gdy  $b \ll a$  powyższe równania redukują się:

$$(2.8) \quad \sigma_{\rho}/\sigma = 2\frac{a}{b} = 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

Powyższe wzory wskazują, że spiętrzenie naprężeń zależy istotnie od kształtu szczeliny.

Obecnie możemy sformułować ogólne kryterium pęknięcia (dekohezji) materiałów. Brzmi ono następująco:



Można oczekiwać, że szczeliny (pory) istniejące w materiale poddawanym obciążeniom będą się rozwijać już przy niewielkich wartościach obciążenia zewnętrznego  $\sigma$ , takich, przy których naprężenie  $\sigma_\rho$  na wierzchołku szczeliny osiągnie wytrzymałość teoretyczną t.j.

$$(2.9) \quad \sqrt{\frac{E\gamma}{r_0}} = \sigma \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right)$$

Obliczamy stąd wartość obciążenia zewnętrznego, przy której nastąpi pęknięcie:

$$(2.10) \quad \sigma = \frac{\sqrt{\frac{E\gamma}{r_0}}}{1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}} \approx \sqrt{\frac{E\gamma\rho}{4ar_0}}$$

Jako kryterium pęknięcia można przyjąć, że obliczone przez nas naprężenie zewnętrzne  $\sigma$  osiąga wartość krytyczną  $\sigma_{kr}$  tj.

$$(2.11) \quad \sigma \geq \sigma_{kr}$$

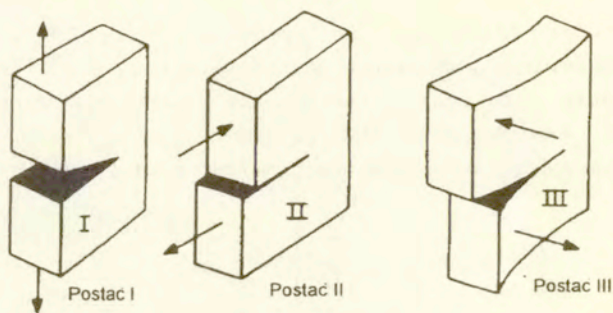
Wartość krytyczną określa się empirycznie dla danego materiału i dla danej postaci pęknięcia materiału.

### 3. Postacie oraz parametry pęknięcia

Zanim przejdziemy do omówienia problemu inicjacji i rozwoju szczelin w materiałach suszonych przytoczymy pokrótce wyróżniane w mechanice postacie pęknięcia oraz parametry pozwalające na określenie wartości krytycznych w kryteriach pęknięcia.

Wyróżnia się trzy postacie pęknięcia (rys.4)

- postać rozwarstwiająca (postać I),
- postać ślizgająca (postać II),
- postać rozdzierająca (postać III).



Rys.4. Postacie pęknięcia.

Postać rozwarstwiająca odpowiada rozciąganiu w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. Przesunięcia powierzchni pękniętych mają miejsce w kierunku prostopadłym do płaszczyzny pęknięcia.

Postać ślizgająca odpowiada płaskiemu ścinaniu, w którym płaszczyzny pęknięcia przemieszczają się w płaszczyźnie pęknięcia w kierunku prostopadłym do krawędzi brzegowej.

Postać rozdzierająca odpowiada płaskiemu ścinaniu, w którym płaszczyzny pęknięcia przemieszczają się w płaszczyźnie pęknięcia w kierunku równoległym do krawędzi brzegowej.

Superpozycja wymienionych trzech postaci pęknięcia opisuje ogólny (rzeczywisty) przypadek pęknięcia.

Jeśli chodzi o postać pęknięcia podczas suszenia, najbardziej odpowiednim jest model I, ponieważ podczas suszenia następuje rozwarstwianie płaszczyzn wskutek rozciągania spowodowanego skurczem. Dlatego skupimy naszą uwagę na tym przypadku.

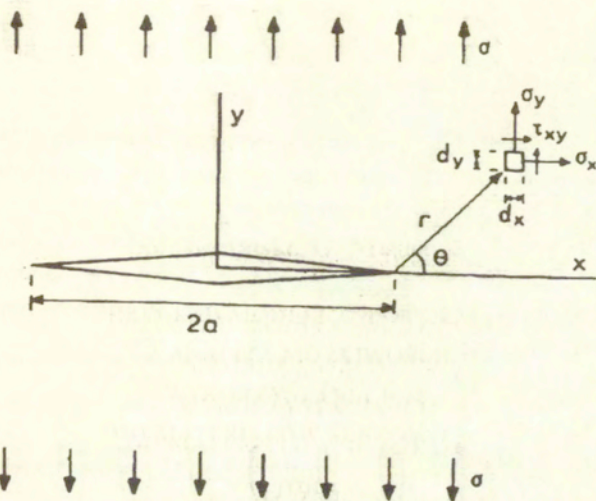
Wyróżnia się trzy parametry charakteryzujące stan mechaniczny materiału pękającego:

- 1) współczynnik intensywności naprężeń  $K$ ;
- 2) współczynnik wyzwala energii sprężystej  $G$ ;
- 3) jednostkowa praca zniszczenia  $J$  (współczynnik wyzwala energii w obecności stref plastycznych).

Pierwsze dwa współczynniki odnoszą się do materiałów sprężysto-kruchych, trzeci natomiast do materiałów sprężysto-plastycznych.

Omówimy sens fizyczny tych współczynników. W tym celu rozważmy nieskończoną płytę zawierającą pęknięcie o długości  $2a$

na całej grubości (rys.5).



Rys.5. Płyta sprężysta z pęknięciem.

Pole naprężeń w otoczeniu czubka szczeliny, w odległości  $r$  od niego oraz pod kątem  $\theta$ , przedstawia się następująco { por. [3], [20]}:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \\
 \sigma_y &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \\
 \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}, \\
 \sigma_z &= 0 \quad \text{- dla płaskiego stanu naprężeń,} \\
 \sigma_z &= \nu \left( \sigma_x + \sigma_y \right) \quad \text{- dla płaskiego stanu odkształcenia.}
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Powyższe równania można zapisać w bardziej ogólnej formie:

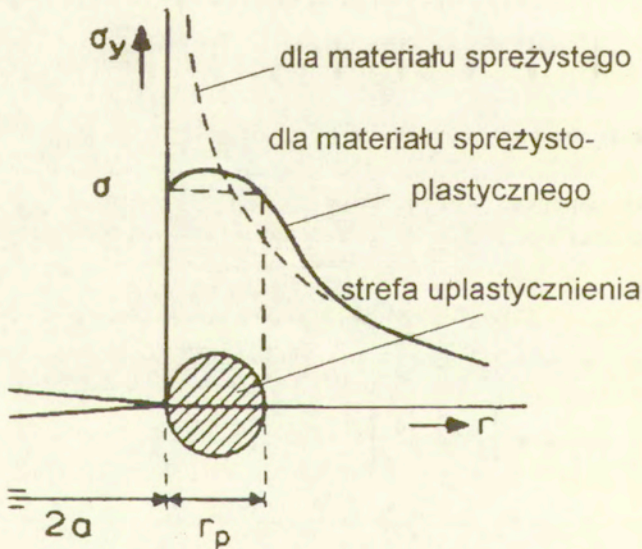
$$(3.2) \quad \sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} f_{ij}(\theta)$$

gdzie

$$(3.3) \quad K_I = \sigma\sqrt{\Pi a}$$

nazywa się współczynnikiem intensywności naprężeń dla pierwszej postaci pęknięcia. Widzimy, że współczynnik ten zależy od wielkości szczeliny  $a$  i obciążenia zewnętrznego  $\sigma$ .

Wzory (3.1) wskazują, że naprężenie w pobliżu czubka szczeliny stają się nieskończone. W rzeczywistości w pobliżu czubka szczeliny pojawia się strefa plastyczna, w której naprężenia są skończone, równe granicy plastyczności  $\sigma_p$  (rys.6).



Rys.6. Rozkład naprężeń dla materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego.

Dla  $\theta = 0$  oraz  $0 \leq r \leq r_p$  naprężenia  $\sigma_y$  wynoszą:

$$(3.4) \quad \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r_p^*}}$$

Szczelina zacznie się powiększać gdy obciążenie zewnętrzne przy danej długości szczeliny osiągnie wartość krytyczną  $\sigma_{kr}$ . Wtedy również współczynnik intensywności naprężeń osiąga wartość krytyczną:

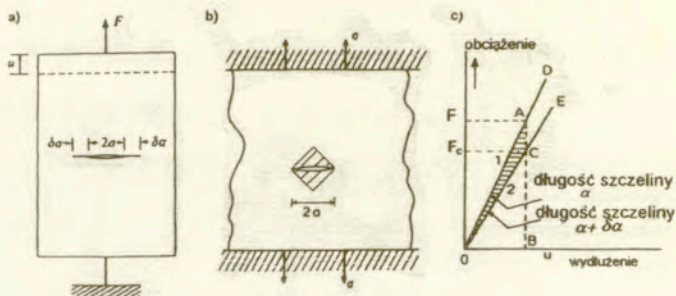
$$(3.5) \quad K_{Ikr} = \sigma_{kr} \sqrt{\Pi a}$$

Wielkość  $K_{Ikr}$  uważa się za stałą materiałową. Oznacza to, że znając tę stałą możemy wyznaczyć  $\sigma_{kr}$  dla danej długości szczeliny  $2a$  lub odwrotnie możemy dla danego obciążenia zewnętrznego  $\sigma$  określić długość krytyczną szczeliny  $a_{kr}$ , przy której materiał będzie pękał. Mamy bowiem

$$(3.6) \quad K_{Ikr} = \sigma_{kr} \sqrt{\Pi a} = \sigma \sqrt{\Pi a_{kr}}$$

Współczynnik  $K_{Ikr}$  jest miarą odporności materiału na pękanie i dlatego niekiedy nazywa się go "odpornością na pękanie dla płaskich odkształceń". Materiał z małą wartością  $K_{Ikr}$  może tolerować jedynie małe szczeliny. Dla przykładu: stal zwykła może tolerować szczeliny  $2a = 1,67$  mm, stal niklowa toleruje szczeliny  $2a = 6,06$  mm a stop aluminium  $2a = 8,48$  mm.

Aby wyjaśnić sens współczynnika wyzwiania energii sprężystej  $G$  rozważmy ponownie nieskończoną płytę sprężystą o jednostkowej grubości ze szczeliną jak na rys.7.



Rys.7. Szczelina Griffitha w płycie podczas próby rozciągania.

Gdyby w płycie była szczelina o długości  $2a$  to relacja wydłużenie-obciążenie przebiegałaby wzdłuż prostej  $OA$  a pole trójkąta  $OAB$  obrazowałoby ilość energii sprężystej zakumulowanej w tej płycie przy obciążeniu jej siłą  $F$ . Gdy w płycie znajduje się szczelina o długości  $2(a + \delta a)$ , podatność płyty jest większa i jej wydłużenie o wartość  $u$  wymagałoby mniejszej siły, równej  $F_c$ . Energia sprężysta zakumulowana w płycie ze szczeliną o długości  $2(a + \delta a)$  obrazuje pole trójkąta  $OCB$ . Wyobraźmy sobie teraz próbę rozciągania płyty ze szczeliną  $2a$  siłą  $F$  do wartości  $u$ . Załóżmy, że w momencie osiągnięcia wartości  $u$  płyta pęka. Przy  $u = \text{const}$  siła  $F$  spada do wartości  $F_c$ , a energia sprężysta zakumulowana w płycie zmniejsza się o wartość zobrazowaną polem trójkąta  $OAC$ . Tę część energii nazywamy energią wyzwoloną  $U_w$  lub energią potrzebną na powiększenie szczeliny o wartość  $2\delta a$ .

Założmy, że przy rozciąganiu płyty bez szczeliny siła  $F$  wywołuje w niej naprężenia rozciągające  $\sigma$  równomiernie rozłożone w całym obszarze. Energia sprężysta przypadająca na jednostkę objętości płyty wynosi wtedy  $\sigma\epsilon/2$ , gdzie  $\epsilon$  oznacza odkształcenie, które zgodnie z prawem Hooke'a jest  $\epsilon = \sigma/E$  ( $E$  moduł Younga). Jeżeli w płycie znajduje się szczelina to część materiału w jej otoczeniu jest wyzwolona z energii sprężystej (obszar zakreskowany na rys.7b) wskutek utraty spójności w miejscu występowania szczeliny. Ta część materiału nie przenosi naprężeń rozciągających.

Gdyby obszar na rys. 7b) przybliżać kołem o średnicy  $2a$  to

objętość obszaru zrelaksowanego wynosiłaby  $\Pi a^2$ . Zatem ilość energii wyzwolonej wynosiłaby:

$$(3.7) \quad U_w = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \Pi a^2 = \frac{\Pi \sigma^2 a^2}{2E} \quad *)$$

Przyrost energii wyzwolonej na jednostkę długości szczeliny nazywa się współczynnikiem wyzwalaenia energii sprężyste j :

$$(3.8) \quad G_I = \frac{\partial U_w}{\partial a} = \frac{\Pi \sigma^2 a}{E}$$

Wielkość  $G_I$  nazywa się też często "siłą napędową pękania", mająca wymiar siły na jednostkę długości szczeliny. Aby pęknięcie nastąpiło  $G_I$  musi osiągnąć wartość krytyczną:

$$(3.9) \quad G_{Ikr} = \frac{\Pi \sigma_{kr}^2 a}{E}$$

Wartość krytyczną można określić poprzez pomiar naprężeń krytycznych  $\sigma_{kr}$  niezbędnych do inicjacji procesu pękania płyty ze szczeliną o długości  $2a$ .

Wielkość  $G_{Ikr}$  uważa się za stałą materiałową. Znając jej wartość możemy określić obciążenie krytyczne  $\sigma_{kr}$  przy danej długości szczeliny bądź krytyczną długość szczeliny  $a_{kr}$ , przy której nastąpi pęknięcie dla danego obciążenia  $\sigma$ , czyli:

$$(3.10) \quad \sigma_{kr} = \sqrt{\frac{EG_{Ikr}}{\Pi a}} \quad \text{lub} \quad a_{kr} = \frac{EG_{Ikr}}{\Pi \sigma^2}$$

Biorąc pod uwagę (3.3) i (3.8) lub (3.5) i (3.10) znajdujemy

\*) Oszacowania energii wyzwolonej poprzez pęknięcie różnią się w literaturze. Np Griffith [10], wzór 8 podaje, że dla płaskiego stanu odkształcenia  $U_w$  wynosi

$$U_w = \frac{\Pi a^2 \sigma^2 \nu}{2\mu}$$

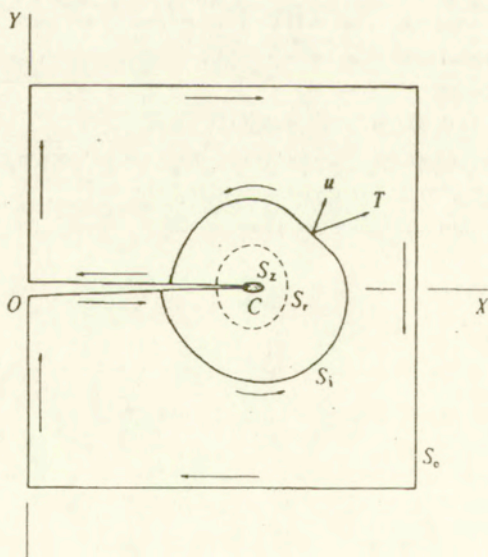
gdzie  $\nu$  jest współczynnikiem Poissona a  $\mu$  jest modułem sztywności materiału. <http://rcin.org.pl>

związek pomiędzy współczynnikiem intensywności naprężeń  $K_I$  a współczynnikiem wyzwalaania energii sprężystej  $G_I$  dla pierwszej postaci pęknięcia:

$$(3.11) \quad G_I = \frac{K_I^2}{E}$$

Zarówno współczynnik  $K$  jak i  $G$  odnoszą się do materiałów liniowo sprężystych. Gdy podczas procesu pęknięcia występują odkształcenia plastyczne parametr energetyczny nie może być stosowany, jako że znaczącą część transferu energii sprężystej stanowi energia dysypowana w strefach uplastycznionych. W takim przypadku wprowadza się nową wielkość tzw. całkę  $J$ , która pozwala określić wyzwalaanie energii podczas pęknięcia z uwzględnieniem efektów plastycznych.

W celu określenia tej całki rozważmy szczelinę o długości  $a$  i jednostkowej grubości z plastyczną strefą w czubku szczeliny, rys.8.



Rys.8. Kontur wokół czubka szczeliny



Praca  $W$  sił zewnętrznych oddziałujących na obszar zawarty wewnątrz konturu wynosi

$$(3.12) \quad W = \int_S \mathbf{T} \cdot \mathbf{u} \, ds$$

gdzie  $S$  jest konturem zamkniętym skierowanym zgodnie z ruchem wskazówek zegara, obejmującym obszar otaczający szczelinę,  $\mathbf{T}$  jest wektorem naprężenia na konturze  $S$ , mającym orientację jednostkowego wektora normalnego skierowanego na zewnątrz,  $\mathbf{u}$  jest wektorem przemieszczenia punktów leżących na konturze  $S$  natomiast  $ds$  jest elementem konturu  $S$ .

Energia odkształconego materiału wewnątrz konturu  $S$  wynosi

$$(3.13) \quad U = \int_A u \, da$$

gdzie

$$(3.13a) \quad u = \int_0^c \sigma_{ij} \, dc_{ij}$$

jest gęstością energii odkształcenia materiału,  $A$  jest powierzchnią wewnątrz konturu,  $da$  elementem tej powierzchni.

Różnica pracy dostarczonej i energii odkształcenia określa energię wyzwoloną. Pochodna tej energii względem długości szczeliny określa jednostkową pracę zniszczenia  $J$  [3], [20]

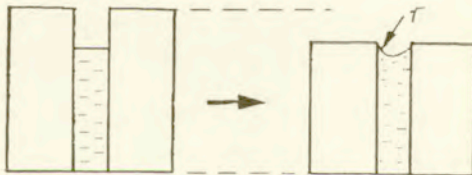
$$(3.14) \quad J = - \frac{d}{da} (-W + U) = \int_S \left( \mathbf{u} \, dy - \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \, \partial s \right)$$

Dla materiału liniowo sprężystego całka  $J$  jest tożsama ze współczynnikiem wyzwalań energii  $G$ .

#### 4. Naprężenia suszarnicze

Siłą sprawczą pękania materiału suszonego są naprężenia spowodowane nierównomiernym skurczem. Aby więc można rozważać zjawisko pękania należy uprzednio określić mechanizm powstawania i wielkość tych naprężeń.

Przy odparowaniu cieczy z materiału porowatego zaczyna w pewnym momencie powstawać sucha warstwa przy brzegu materiału suszonego. Wzrasta w tym miejscu jego energia, jako że energia powierzchniowa interfejsy ciało stałe/gaz jest większa niż energia powierzchniowa interfejsy ciało stałe/ciecz. Powoduje to podciąganie cieczy z wnętrza, wywołując w niej efekt rozciągania czyli naprężeń rozciągających. Jako że ciecz związana jest ze szkieletem siłami adhezji, efekt rozciągania cieczy powoduje ściskanie szkieletu, a tym samym zjawisko skurczu materiału suszonego (rys.9).



Rys.9. Ciecz z wnętrza materiału podciągana do warstwy wierzchniej powoduje skurcz materiału suszonego.

Im mniejsza jest przepuszczalność materiału porowatego, t.j. im mniejsze są kapilaro-pory, tym trudniej jest wyciągnąć ciecz z wnętrza materiału i tym samym wymagane są większe gradienty ciśnienia w cieczy. Jest to oczywiście przyczyną większego sciskania szkieletu i większego skurczu. Jako że gradienty ciśnienia, a zatem i prędkość odkształceń przy powierzchni materiału są większe niż we wnętrzu, warstwa powierzchniowa kurczy się szybciej niż warstwa materiału. Ten nierównomierny w przekroju materiału skurcz wywołuje naprężenia. Jest to zjawisko analogiczne do powstawania naprężeń termicznych wskutek istnienia gradientu temperatury. Podobnie jak przy obliczeniach naprężeń termicznych potrzebna jest znajomość przekładu temperatury, tak

przy obliczeniach naprężeń suszarniczych (skurczowych) potrzebna jest znajomość rozkładu ciśnienia lub rozkładu wilgoci.

Wyznaczaniem naprężeń suszarniczych zajmowało się wielu autorów {por. np. [12], [21], [24], [27], [30], [33]}. Dla ustalenia uwagi przytoczymy tu jeden z prostszych modeli przedstawionych przez Scherera [26]. Model ten pomija wprawdzie szereg efektów takich jak np. ściśliwość składników, przemiany fazowe wewnątrz materiału, sprężenia, jednakże jest wygodny ze względów interpretacyjnych. Podstawę do wyprowadzenia tego modelu stanowi ciągłość masy dla materiału suszonego jako całości oraz prawo Darcy.

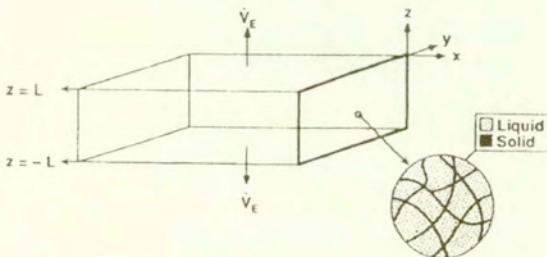
Równanie ciągłości masy dla materiału suszonego wyraża się następująco

$$(4.1) \quad \dot{\epsilon} = - \operatorname{div} \mathbf{J}$$

gdzie  $\epsilon$  [-] wyraża odkształcenie objętościowe ośrodka a  $\mathbf{J}$  [m/s] jest prędkością filtracji cieczy. Prędkość tę określa prawo Darcy

$$(4.2) \quad \mathbf{J} = \frac{D}{\eta_L} \operatorname{grad} P$$

gdzie  $D$  [m<sup>2</sup>] określa przepuszczalność ośrodka,  $\eta_L$  [Pa·s] jest lepkością cieczy a  $P = -P_L$  [Pa] jest ciśnieniem cieczy.



Rys.10. Płyta suszona przez odparowanie z powierzchni.

Dla płyty o grubości  $2L$  suszonej konwekcyjnie warunek brzegowy dla okresu stałej prędkości suszenia ma postać (rys.10)

$$(4.3) \quad \frac{D}{\eta_L} \frac{dP}{dz} \Big|_{z=\pm L} = \dot{V}_E$$

gdzie  $\dot{V}_E$  jest stałą prędkością wyparowywania cieczy wyrażoną przez różnice ciśnień cząstkowych pary

$$(4.4) \quad \dot{V}_E = k \left[ p_v - p_a \right]$$

Tutaj  $k$  jest współczynnikiem zależnym od temperatury, prędkości przepływu czynnika suszącego i geometrii układu ciało/otoczenie,  $p_a$  jest ciśnieniem cząstkowym pary w otoczeniu a  $p_v$  jest ciśnieniem cząstkowym pary na powierzchni parowania. To ostatnie wyraża się jak następuje, [28]

$$(4.5) \quad p_v = p_0 \exp \left( \frac{p_v V_m}{R_g T} \right)$$

gdzie  $p_0$  jest ciśnieniem pary nad płaską powierzchnią cieczy,  $V_m$  jest objętością molarną cieczy,  $R_g$  jest uniwersalną stałą gazową a  $T$  temperaturą bezwzględną.

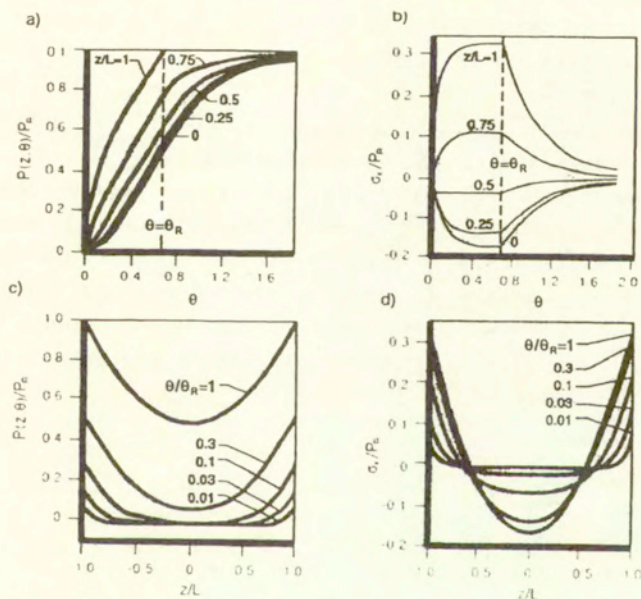
Wprowadzając bezwymiarowe współrzędne wzdłuż grubości płyty  $z = Z/L$  zamiast  $Z$  i bezwymiarowy czas  $\theta = t/\tau$  gdzie  $\tau = \eta_L L^2 / DH_p$ ,  $H_p = K_p + 4G_p/3$ , przy czym  $K_p$  jest modułem zmian objętościowych a  $G_p$  modułem ścinania dla szkieletu, możemy równanie rozkładu ciśnienia wyrazić jak następuje, [28]

$$(4.6) \quad \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial P}{\partial \theta} = \left( 1 - \frac{K_p}{H_p} \right) \frac{L^2 \eta_L}{D} \frac{\dot{V}}{L}$$

Jest to równanie ogólnie nieliniowe gdyż zarówno przepuszczalność  $D$  jak i współczynniki wyrażające własności sprężyste są zależne od porowatości, a więc od miejsca. Jeśli założyć, że współczynniki te są stałe, a skurcz jest pomijalnie mały, równanie (4.6) można rozwiązać analitycznie. Typowe rozwiązania tego równania przedstawiono na rys. 11. Naprężenie rozciągające w

cieczy P wzrasta aż do momentu krytycznego  $\theta_R$ , rys.11a. Wartość maksymalną osiąga na powierzchni brzegowej, która jest równa ciśnieniu kapilarnemu  $P_R = 2\gamma_{LV} \cos\psi/R$ . Tutaj  $\gamma_{LV}$  oznacza napięcie powierzchniowe na interfacie ciecz/para,  $R$  jest promieniem kapilary a  $\psi$  kątem zwilżania. Naprężenie rozciągające  $\sigma_x$  jest proporcjonalne do różnicy aktualnego  $P$  i średniego  $\langle P \rangle$  naprężenia cieczy [29]:

$$(4.7) \quad \sigma_x = C(P - \langle P \rangle)$$



Rys.11. Ewolucja i rozkład ciśnienia cieczy i naprężeń w płycie w okresie stałej prędkości suszenia:

- evolucja ciśnienia w cieczy w funkcji czasu  $\theta$  w różnych punktach płyty,
- evolucja naprężeń w płycie w funkcji czasu  $\theta$  w tych samych punktach co w a,
- rozkład ciśnienia w wybranych chwilach czasu w okresie stałej prędkości suszenia,
- rozkład naprężeń w tych samych chwilach czasu co w c.

przy czym średnie naprężenie jest zdefiniowane następująco

$$(4.8) \quad \langle P \rangle = \frac{1}{V} \int_V P \, dV$$

gdzie  $V$  jest objętością ciała.

Na rys.11b przedstawiono ewolucję naprężeń w materiale suszonym w funkcji czasu w tych samych punktach płyty co na rys.10a, przy czym przedział  $0 \leq \theta \leq \theta_R$  odnosi się do okresu stałej prędkości suszenia, a przedział  $\theta \geq \theta_R$  do okresu malejącej prędkości suszenia.

Jeśli prędkość suszenia nie jest zbyt duża, rozkłady naprężeń w cieczy  $P$  (rys.11c) i w materiale suszonym  $\sigma_x$  (rys.11d), mają kształty zbliżone do paraboli.

Gdy naprężenie w cieczy  $P$  jest jednorodne w całym obszarze i równe  $\langle P \rangle$  to szkielet jest jednorodnie ściskany i naprężenia  $\sigma_x = 0$ . W ekstremalnym przypadku bardzo szybkiego suszenia  $P(L, \theta_R)$  osiąga wartość  $P_R$ , podczas gdy naprężenie średnie  $\langle P \rangle$  jest jeszcze zerowe w całym obszarze. Wtedy naprężenie  $\sigma_x = CP_R$  osiąga maksymalną wartość. Rozkład naprężeń w płycie określa wzór [28]

$$(4.9) \quad \sigma_x = \frac{L\eta \dot{V}}{2D} \left( \frac{z^2}{L^2} - \frac{1}{3} \right)$$

Jak widać naprężenie to jest proporcjonalne do grubości płyty, lepkości cieczy i prędkości suszenia, a odwrotnie proporcjonalne do przepuszczalności.

Powyżej zilustrowano metodę określania naprężeń suszarniczych poprzez badanie rozkładu ciśnienia cieczy w porach i wykorzystanie warunku samorównoważenia się naprężeń w cieczy i w szkielecie. Inne prace zajmujące się naprężeniami suszarniczymi [12], [17], [121], [24] bazują na odmiennym modelu, a mianowicie na koncepcji współczynnika skurczliwości wilgotnościowej analogicznym do współczynnika termicznej rozszerzalności. Znajac ten współczynnik można określić stan odkształcenia w zależności od zawartości wilgoci <http://rcin.org.pl>

$$(4.10) \quad \epsilon_{ij}^w = \alpha_w w \delta_{ij}$$

gdzie  $\alpha_w$  jest współczynnikiem liniowej rozszerzalności wilgotnościowej a  $w$  jest zawartością wilgoci właściwej wyrażającą stosunek masy cieczy do masy ciała suchego zawartych w danej objętości. Wykazuje się (por. np. [16]), że jeśli rozkład wilgoci jest nieliniowy, to w materiale powstają naprężenia skurczowe, których wartości dla sprężystego szkieletu określa związek [24]

$$(4.11) \quad \sigma_{ij} = 2Mc_{ij} + (Ac - \gamma_w w) \delta_{ij}$$

gdzie  $\epsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$  oznacza tensor odkształcenia,  $\epsilon = u_{i,i}$  oznacza dylatację,  $u_i$  jest współrzędną wektora przemieszczenia,  $\gamma_w = \alpha_w (2M + 3A)$ ,  $M$  i  $A$  są stałymi materiałowymi. W oparciu o warunek równowagi sił wewnętrznych i równania bilansu masy konstruuje się układ równań różniczkowych postaci [24]:

$$(4.12) \quad M \nabla^2 u + (M + A) \text{grad div } u = \gamma_w \text{grad } w$$
$$K \nabla^2 w = w + D \text{div } u$$

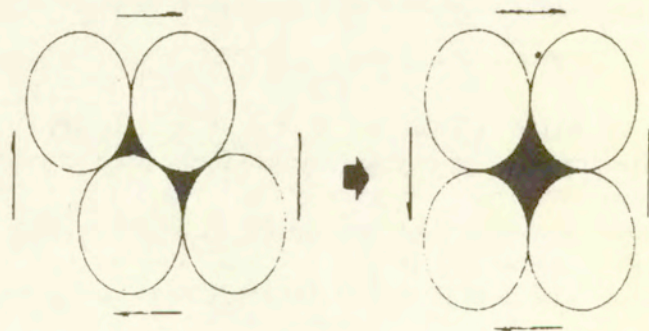
Jest to układ równań sprzężonych, pozwalający na określenie przemieszczeń a następnie odkształceń i naprężeń w materiale suszonym. W okresie podgrzewania materiału i w okresie malejącej prędkości suszenia układ równań (4.12) uzupełnia się równaniem rozkład temperatury wynikającym z bilansu energii. Wyznaczaniem naprężeń dla lepkosprężystego materiału zajmowano się w [9], [10].

### 5. Pęknięcie materiału suszonego

Brak jest w literaturze w pełni akceptowalnej teorii wyjaśniającej zjawisko pęknięcia podczas suszenia. Istnieje spora ilość prac dotyczących mechaniki pęknięcia dla ośrodków ze strukturą lecz niezawilżonych np. ceramika, kompozyty [22], [23]. W powyższych pracach <http://rcin.org.pl> materiał są w pełni

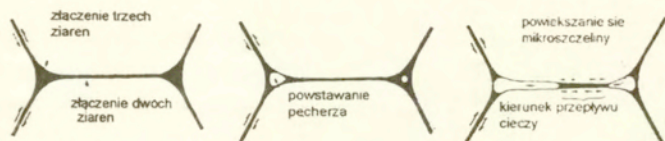
zdeterminowane. Tymczasem naprężenia w materiałach suszonych wynikają, jak to pokazaliśmy w poprzednim punkcie, z oddziaływań wewnętrznych cieczy i szkieletu. Jak się podkreśla w pracy [33], nawet niewielka ilość fazy ciekłej rzędu kilku procent objętości ciała, może mieć decydujący wpływ na przebieg zniszczenia polikrystalicznej ceramiki. Wymienia się tu kilka przyczyn:

- 1) film cieczy w wiązaniu dwóch ziaren może spowodować poślizg na granicy ziaren;
- 2) w poślizgu ziaren trójkątne przestrzenie międzyziarnowe przechodzą często w czterokątne o większej objętości a znajdująca się w tych przestrzeniach ciecz przechodzi w stan hydrostatycznego rozciągania (patrz rys.12);
- 3) w wyniku poślizgu ziaren i przechodzenia cieczy w stan rozciągania powstają pęcherze (efekt podobny do kawitacji), które przemieszczając się poprzez wiązanie międzyziarnowe powodują powiększanie mikroszczelin (patrz rys.13).



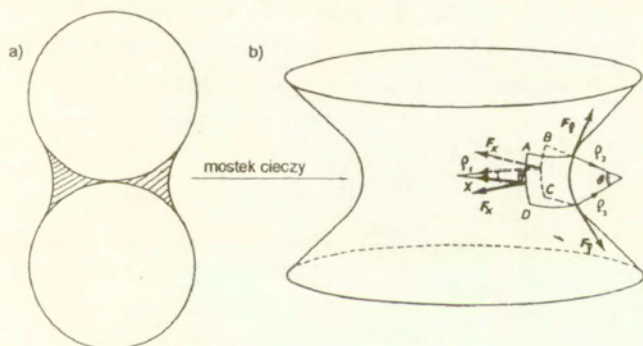
Rys.12. Na skutek poślizgu ziaren zmieniają się przestrzenie międzyziarnowe i stan naprężenia w cieczy.





Rys. 13. Rozklinowujące działanie cieczy między ziarnami.

W układach zdyspergowanych, w których faza stała występuje w postaci małych cząstek rozproszonych w gazowym lub ciekłym ośrodku, występują siły zwiększające tendencję do tworzenia aglomeratów i skurczu układu. Jeśli ciecz występuje w układzie w ilości większej niż jest to konieczne do utworzenia cienkich warstwek adsorpcyjnych, pomiędzy cząstkami stałymi wytwarzają się mostki cieczy (patrz rys.14).



Rys.14. Dwie cząstki stałe połączone mostkiem cieczy.

Mostek ma kształt bryły krzywopowierzchniowej powstałej z obrotu podobnej do paraboli krzywej względem osi (patrz rys. 14b). Bryła w punkcie A ma dwie krzywizny o promieniach  $\rho_1$  i  $\rho_2$ . Ciśnienie cieczy w mostku określa wzór

$$(5.1) \quad P_L = \gamma_{LV} \left[ \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right]$$

Jeżeli  $\rho_1 = \rho_2$  to ciśnienie w mostku będzie dodatnie lub równe zero. Oznacza to, że cząstki będą odpychane od siebie.

Jeżeli natomiast  $\rho_1 > \rho_2$  to ciśnienie w mostku będzie ujemne (podciśnienie kapilarne). Czastki będą dociskane do siebie (efekt ssania). Siły dociskania mogą dla małych cząstek osiągać wartości porównywalne z wartością sił występujących w bezpośrednich kontaktach atomowych [22].

Przedstawimy obecnie 2 modele pęknięcia podczas suszenia bazując na koncepcji przedstawionej w pracach [27], [28], [29]. Pierwszy z nich to model makroskopowy, który przypisuje pęknięcie naprężeniom generowanym przez gradient ciśnienia powstały w fazie ciekłej podczas jej usuwania. Drugi model objaśnia pęknięcie jako wynik zróżnicowania rozmiaru kapilaro-porów, a więc jest to model na poziomie mikro.

Dla ustalenia uwagi rozważmy suszenie płyty przedstawionej na rys.10 oraz siły występujące w płaszczyźnie y-z w kierunku osi x. Siła w cieczy  $F_L$  i siła w szkielecie  $F_S$  muszą się makroskopowo równoważyć. Jeśli pole przekroju płyty w płaszczyźnie y-z wynosi A to całkowite naprężenie w tym przekroju wynosi

$$(5.2) \quad \sigma_x = (F_S + F_L)/A$$

natomiast naprężenie w samym szkielecie (gdy myślowo usunąć ciecz) jest

$$(5.3) \quad \bar{\sigma}_x = F_S/A$$

Naprężenie w cieczy (różniące się znakiem od ciśnienia) określa się jako stosunek siły  $F_L$  do pola  $A_L < A$  zajętego przez ciecz w przekroju

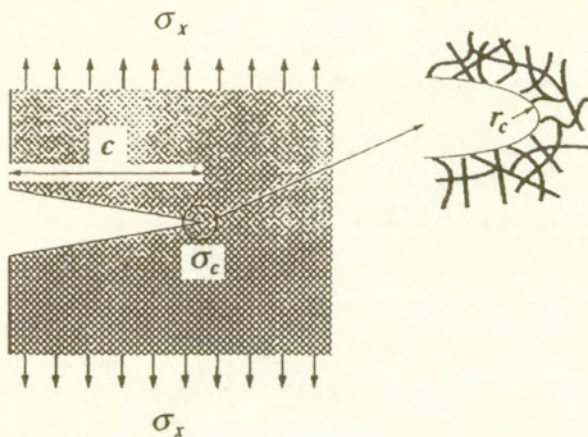
$$(5.4) \quad P = F_L/A_L$$

Tak więc całkowite naprężenie można napisać jak następuje

$$(5.5) \quad \sigma_x = \bar{\sigma}_x + \phi P$$

gdzie  $\phi = A_L/A$  nazywać będziemy porowatością, zakładając że ciecz wypełnia całkowicie pory. Naprężenie  $\sigma$  jest tym, które działając

powoduje rozrywanie szczelin tak jak pokazano na rys.15. Jednakże wzrost szczeliny wymaga zniszczenia szkieletu w szpicie szczeliny, gdzie występuje spiętrzenie naprężeń. Oznacza to, że  $\bar{\sigma}_x$  w tym miejscu musi przekroczyć wytrzymałość materiału szkieletu.



Rys.15. Szczelina w wierzchniej warstwie płyty poddana działaniu naprężeń rozciągających.

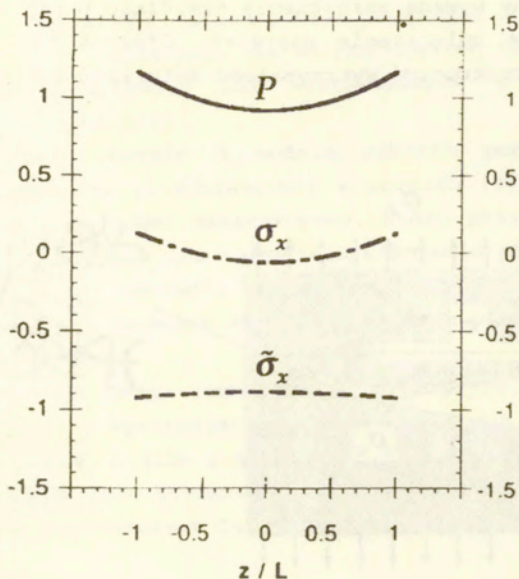
Na podstawie (5.5) i (4.7) obliczamy

$$(5.6) \quad \bar{\sigma}_x = C(P - \langle P \rangle) - \phi P$$

Rys.16 przedstawia rozkład naprężeń w cieczy, w szkielecie i całkowitych wzdłuż grubości płyty. Widzimy, że gdy całkowite naprężenie  $\sigma_x = 0$  to szkielet podlega hydrostatycznemu ścisnaniu  $\bar{\sigma}_x = -\phi P$ . Przez analogię do wzoru (2.8) znajdujemy, że maksymalne naprężenie w szpicie szczeliny wynosi

$$(5.7) \quad \sigma_a^{\max} = 2B\sigma_x \sqrt{\frac{a}{\rho_a}}$$

gdzie B jest pewną stałą ( $B = 1,1215$ , por [29])



Rys.16. Rozkład naprężeń w cieczy P, w szkielecie  $\tilde{\sigma}_x$  i całkowitych naprężeń  $\sigma_x$  znormalizowanych w ten sposób, że średnie naprężenie w cieczy  $\langle P \rangle = 1$ .

Podczas suszenia  $\sigma_x$  zmienia się wzdłuż grubości płyty, tak więc równanie (5.7) jest słuszne tylko wtedy, gdy głębokość szczeliny  $a$  jest dostatecznie mała, tak, że  $\sigma_x$  jest jednorodne na tej głębokości (rys. 16).

Maksymalne naprężenie w szkielecie w szpicu szczeliny wynosi:

$$(5.8) \quad \tilde{\sigma}_a^{\max} = 2B\sigma_x \sqrt{\frac{a}{\rho_a}} - \phi P$$

Jest to zasadniczy rezultat powyższego wywodu. Obecnie możemy sformułować warunek dalszego pęknięcia szczeliny  $a$  mianowicie:

Propagacja szczeliny będzie miała miejsce jeśli następujący warunek będzie spełniony [29]

$$(5.9) \quad B\sigma_a^{-\max} \sqrt{\Pi a'} \geq K_{Ikr}^S$$

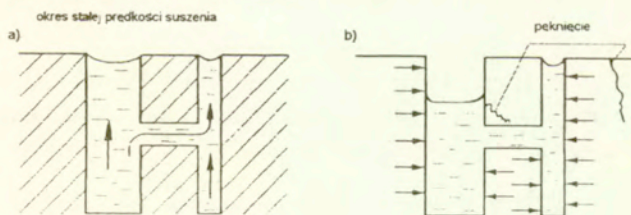
gdzie  $K_{Ikr}^S$  jest współczynnikiem intensywności naprężeń dla materiału szkieletu w stanie krytycznym,  $a'$  jest rozmiarem zagłębienia w samym materiale szkieletu (włóknie lub ziarnie).

Jednakże zarówno  $a'$  jak i  $K_{Ikr}^S$  są wielkościami trudnymi do zmierzenia. Dlatego kryterium (5.9) zastępuje się następującym [29]

$$(5.10) \quad B\sigma_x \sqrt{\Pi a} \geq K_{Ikr}$$

gdzie  $K_{Ikr}$  jest współczynnikiem intensywności naprężeń dla materiału suszonego w stanie krytycznym;  $K_{Ikr} = B\sigma_{xkr} \sqrt{\Pi a} = B\sigma_x \sqrt{\Pi a_{kr}}$ . Wszystkie wielkości występujące w kryterium (5.10) są mierzalne.

Mikroskopowy model pęknięcia oparty jest na idei przedstawionej na rys.17, [28].

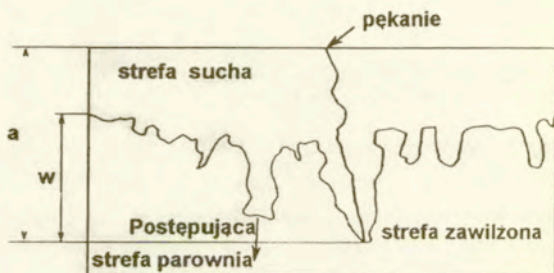


Rys.17. Ilustracja mikroskopowego modelu pęknięcia.

W czasie okresu stałej prędkości suszenia meniski mają takie same promienie krzywizny dla kapilaro-porów wszystkich rozmiarów, rys.17a. Gdy proces suszenia minie punkt krytyczny, ciecz jest usuwana w pierwszej kolejności z kapilaro-porów dużych rozmiarów, rys.17b. Kapilarne rozciąganie cieczy, będąc większe w małych kapilaro-porach powoduje ich silniejszą kompresję, w wyniku czego następuje pęknięcie szkieletu. Zjawisko to ma miejsce ewidentnie w

krytycznym punkcie suszenia, gdy meniski zaczynają się zagłębiać. Lokalne naprężenia wynikają więc z lokalnej niejednorodności mikrostruktury.

Inna wersja modelu mikroskopowego przypisuje zjawisko pęknięcia nieregularności przemieszczającej się strefy parowania, rys.18. Granica rozdzielająca strefę suchą od zawilżonej ma kształt fraktalny. Szczelina długości "a" poddana jest naprężeniom na długości strefy parowania w. Rozmiar tej strefy jest 2 do 3 rzędów większy od rozmiaru kapilaro-porów. Jest on jednakże mały a brzeg rozdzielający strefy prawie gładki w porównaniu z rozmiarami ciała suszonego.



Rys.18. Zagłębiająca się strefa parowania posiadająca fraktalową granicę pomiędzy strefą suchą i zawilżoną.

Zakłada się {por.[29]}, że na początku okresu zagłębiania się strefy parowania, tj. gdy długość szczeliny  $a = w$ , naprężenie oddziałujące na dno szczeliny wynosi

$$(5.11) \quad \sigma_a = \sigma_x \sqrt{w}$$

Potwierdzają to dane doświadczalne.

Podsumowując rozważania dotyczące pęknięcia materiałów suszonych stwierdzamy, że z obserwacji doświadczalnych wynika, iż pęknięcie jest najbardziej prawdopodobne gdy ciała suszone są dużych rozmiarów i prędkość suszenia jest duża. Ponadto obserwuje się, że pęknięcie intensyfikuje się na przełomie tzw. pierwszego i drugiego okresu suszenia, t.j. gdy powierzchnia materiału suszonego staje się sucha a wnętrze jest jeszcze zawilżone.

Model mikroskopowy suponuje, że naprężenia powodujące pękanie powstają wskutek opróżniania najpierw większych, a w drugiej kolejności mniejszych porów. Tutaj pola naprężeń na skalę rozmiaru porów są odpowiedzialne za pękanie. Model ten wyjaśnia przyczynę pojawiania się pęknięć na przełomie pierwszego i drugiego okresu suszenia, nie wyjaśnia natomiast wpływu na proces pęknięcia rozmiarów próbki i prędkości suszenia.

Makroskopowy model, oparty na analizie rozkładu ciśnienia cieczy w porach, zawiera w sobie wpływ rozmiarów próbki i prędkości suszenia na wielkość naprężeń, co jest zgodne z obserwacjami eksperymentalnymi. Nie wyjaśnia natomiast przyczyny nasilania się pęknięcia na przełomie pierwszego i drugiego okresu suszenia.

Dalsza racjonalizacja modelu pęknięcia materiałów suszonych jest wskazana.

#### **6. Uwagi na temat literatury dotyczącej mechaniki zniszczenia.**

Jak wspomniano na wstępie pracy istnieje ogromna ilość publikacji dotyczących mechaniki zniszczenia i teorii pęknięcia różnych materiałów. Nie jest zamierzeniem naszym dokonywać szczegółowego przeglądu tych prac, gdyż znikoma ich ilość odnosi się sensu stricto do problemów pęknięcia materiałów suszonych. Tym nie mniej dla kompletności przytoczymy przynajmniej reprezentacje prac i autorów z dziedziny mechaniki zniszczenia, których przestudiowanie może dać ogólną wiedzę bądź przegląd koncepcji z tej dziedziny.

W Polsce mechaniką zniszczenia zajmuje się kilkunastu autorów. Ich nazwiska można znaleźć w pracy przeglądowej M. BASISTY [1], który ponadto cytuje w spisie literatury 77 pozycji oraz w pracy habilitacyjnej G. PROKOPSKIEGO [23], który w spisie literatury cytuje 211 pozycji dotyczących tematu. Przytoczymy tu jeszcze wcześniejszą pracę A. DRAGONA [6], który analizował kinetykę kruchego pęknięcia bazując na koncepcji wektora zniszczenia zaproponowanej przez L.M. KACZANOWA [13], [14], [15]. Jest to nieco odmienne podejście niż prezentowane w większości

prac.

Z autorów zagranicznych ograniczymy się do podania trzech nazwisk. W pierwszej kolejności podajemy pracę przeglądową D. KRAJCINOVICA [18], który w spisie literatury podaje około trzystu pozycji. Wymienimy tu także nazwisko CH. ZHANGA [35], [36], mającego w swoim dorobku około 80 prac na temat mechaniki zniszczenia, głównie w zagadnieniach dynamicznych, a którego prace nie są cytowane przez D. KRAJCINOVICA. Podobnie D. GROSS [2], [9], [36] posiada duży dorobek w mechanice zniszczenia, a nie jest cytowany w pracy przeglądowej D. KRAJCINOVICA. Większość pozostałych autorów zajmujących się mechaniką zniszczenia Czytelnik znajdzie w spisie literatury wyżej wymienionych prac oraz w spisie literatury niniejszej pracy.

#### SPIS LITERATURY

- [1] BASISTA, M., Damage mechanics. Eksperimental background, Rozpr. Inż., 36, 4, 707-737, 1988;
- [2] BASISTA, M., GROSS, D., A note on brittle damage description Mechanics Research Communications, 16, 3, 147-154, 1989;
- [3] BROEK, D., Elementary engineering fracture mechanics, Martinus Nijhoff Publishers, 1982;
- [4] COTTRELL, A.H., Własności mechaniczne materii, PWN W rszawa 1970;
- [5] CZERIEPANOW, G.P., Mechanika chrupkowo rozruszjenia, Wyd. Nauka, 1974;
- [6] DRAGON, A., Mechanika ośrodków krucho-plastycznych z wewnętrznymi parametrami zniszczenia, Prace IPPT, No 12/76, 1976;
- [7] EVANS, A.G., WIEDERHORN, S.M., Crack propagation and failure prediction in silicon nitride et devoted temperatures, Journal of Material Science, 9, 270-278, 1974;
- [8] Fracture mechanics of composites, Praca zbiorowa, ASTM Special Technical Publication, 593, 1975;
- [9] GROSS, D., ZHANG, CH., Effect of damage on the crack tip field in power-law materials, submitted to ICF, 8, 1993;
- [10] GRIFFITH, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A221, 163, 1920;



- [11] HASATANI, M., ITAYA, Y., Effect of drying process on quality control in ceramic production, Drying '92 edited by A.S. Mujumdar, 1992;
- [12] ITAYA, Y., HASATANI, M., HAYAKAWA, K., Strain-stress formation and heat and moisture transfer of clay during drying, VII Sympozjum Suszarnictwa, Łódź/Spała, 1991;
- [13] KACZANOW, M.L., K kontynuualnoj teorii srjed z trjeszczinami, Miechanika Twierdowo Tieła, No 2, 1972;
- [14] KACZANOW, M.L., Osnowy mechaniki razruszenja, Wyd. Nauka, Moskwa, 1974;
- [15] KACHANOW, M.L., Introduction to continuum damage mechanics, Kluwer Academic Publishers, 1986;
- [16] KOWALSKI, S.J., MUSIELAK, G., RYBICKI, A., Shrinkage stresses in dried materials, Rozpr. Inż, 40, 1, 115-131, 1992;
- [17] KOWALSKI, S.J., RYBICKI, A., Interaction of thermal and moisture stresses in materials dried convectively, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 46, 3, 251-265, 1994;
- [18] KRAJACINOVIC, D., Damage mechanics, Mechanics of Materials, Elsevier, 8, 117-197, 1989;
- [19] KRZEMIŃSKI, J., Podstawy teorii pękania i tworzenia mikroszczelin, Materiały dla Studiów Doktoranckich i Podyplomowych, Nr 4, Politechnika Poznańska, 1974;
- [20] LAWN, B.R., WILSHAW T.R., Fracture of brittle solids, Cambridge University Press, 1975;
- [21] LEWIS, R.W., STRADA, M., COMINI, G., Drying induced stresses of porous bodies, Int. J. Numer. Meth. Engng., 11, 1175-1164, 1977;
- [22] PAMPUCH, R., Materiały ceramiczne, PWN-Warszawa, 1988;
- [23] PROKOPSKI, G., Analiza związków struktury z odpornością betonów na pęknięcie, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Seria Monografie nr 14, 1990;
- [24] RYBICKI, A., Determination of drying induced stress in a prismatic bar, Rozpr. Inż., 41, 2, 139-156, 1993;
- [25] SCHERER, G.W., Drying gels, Journal of Non-Crystalline Solids, 109, 171-182, 1989;
- [26] SCHERER, G.W., Measurement of permeability theory, Journal of Non-Crystalline Solids, 113, 107-118, 1989;
- [27] SCHERER, G.W., Stress and fracture during drying of gels, Journal of Non-Crystalline Solids, 121, 104-109, 1990;

- [28] SCHERER, G.W., Theory of drying, J.Am.Ceram.Soc., 73, 1, 3-14, 1990;
- [29] SCHERER, G.W., Crack-tip stress in gels, Journal of Non-Crystalline Solids, 144, 210-216, 1992;
- [30] SCHERER, G.W., Stress development during supercritical drying, Journal of Non-Crystalline Solids, 145, 33-40, 1992;
- [31] SCHERER, G.W., SWIATEK, R.M., Measurement of permeability-silica gel, Journal of Non-Crystalline Solids, 113, 119-129, 1989;
- [32] TIGE, N.J., The structure of slow crack interfaces in silicon nitride, Journal of Material Science, 13, 1455-1463, 1978;
- [33] TSAI, R.L., RAJ, R., Creep fracture in ceramics containing small amounts of a liquid phase, Acta Metall., 30, 1043-1058, 1982;
- [34] YAKOBSON, B.T., Morphology and Rate of Fracture in Chemical Decomposition of Solids, Physical Review Letters, 67, No 12, 1991;
- [35] ZHANG, Ch, Dynamic stress intensity factors of an inclined surface-breaking crack, Eng.Fract.Mech., 37, 7-14, 1990;
- [36] ZHANG, CH., GROSS, D., Das Prisspitzenfeld beim stabilen Rissfortschritt unter Berücksichtigung der Schädigung Entwicklung, DAG - Arbeitsbericht Nr 1, 1991 oraz No 2, 1992.



56598