

1221N 0208-2628

Praca wysłana do Redakcji dnia 11 stycznia 1995 r.

A. Chachulski, K. Drogoń

**DETEKCJA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO
WYSTĘPUJĄCEGO PRZY POBUDZANIU
WIĄZKI ATOMOWEJ
METODĄ N.F. RAMSEY'A**

5/1995

P.269



WARSZAWA 1995

<http://rcin.org.pl>

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 11 stycznia 1995 r.



56604



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark. wyd. 1,0 Ark. druk. 1,5
Oddano do drukarni w lutym 1995 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul. Jasna 1

<http://rcin.org.pl>

Andrzej Chachulski
Krystyna Drogoń
Pracownia Atomowych
Wzorców Częstotliwości

DETEKCJA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO WYSTĘPUJĄCEGO PRZY POBUDZANIU WIĄZKI ATOMOWEJ METODĄ N.F. RAMSEY' A

Streszczenie

W niniejszej pracy przedstawiono nową metodę pomiaru występującego w aparaturze przesunięcia fazowego. Metoda ta wydaje się być bardzo dokładna.

Stwierdzono, że istnieje ścisła zależność między asymetrią dwóch sąsiednich częstotliwości rezonansowych głównego prążka interferencyjnego (powstającego przy Ramseyowskiej metodzie pobudzania), a występującym przesunięciem fazowym. Obliczenia przeprowadzono na przykładzie układu z wiązką atomów cezu.

Badano asymetrię częstotliwości względem różnicy faz dla przypadku detekcji fazy na składowej stałej prądu detektora, jak i dla przypadku analizy krzywej rezonansowej sygnałem modulowanym w fazie i detekcji synchronicznej.

Przedstawiono warunki fizyczne i techniczne realizacji tej zasady.

1. Wstęp.

Własności krzywej rezonansowej interferencyjnej jaka powstaje przy pobudzaniu wiązki molekularnej metodą N.F. Ramsey'a są między innymi zależne od różnicy faz między sygnałami wielkiej częstotliwości w obu obszarach pobudzania [1],[2],[3]. Występująca różnica faz powoduje powstanie asymetrii kształtu krzywej rezonansowej oraz zmianę częstotliwości rezonansowej prążka głównego. We wzorcach częstotliwości i czasu gdzie częstotliwość ta jest wielkością odniesienia, przesunięcie fazowe staje się czynnikiem limitującym dokładność definiowanej jednostki [1], b [2],[4].

Ze względu na niemożliwość pomiaru tego przesunięcia

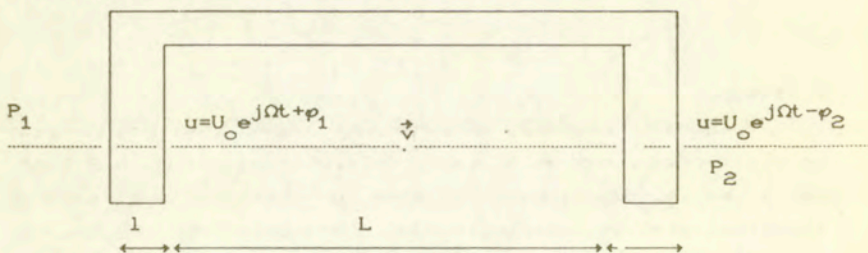
metodami bezpośrednimi zostało wypracowane przez metrologów szereg metod oceny pośredniej wpływu występującego kąta na uchyb częstotliwości wzorca [1], [2]. W niniejszej pracy przedstawiono nową metodę pomiaru występującego w aparaturze przesunięcia fazowego. Metoda ta wydaje się być bardzo dokładna.

Stwierdziliśmy, że istnieje ścisła zależność między asymetrią dwóch sąsiednich częstotliwości rezonansowych głównego prążka interferencyjnego (powstającego przy Ramseyowskiej metodzie pobudzenia), a występującym przesunięciem fazowym.

Istnieje możliwość pomiaru tego przesunięcia na bieżąco. Realizacja takiego pomiaru jest możliwa poprzez pobudzenie spektrometru trzema sygnałami i kontrolę częstotliwości tych sygnałów odpowiednio w odniesieniu do częstotliwości rezonansowych linii. W pracy tej przedstawiono warunki fizyczne i techniczne realizacji tej zasady.

2. Metoda N.F Ramsey'a pobudzenia wiązki atomowej.

Zasadę dwukrotnego pobudzenia wiązki molekularnej obrazuje schemat przedstawiony na Ryc Nr 1.



Ryc. Nr 1 .Metoda N.F Ramsey'a pobudzenia wiązki molekularnej.

Prawdopodobieństwo zmiany stanu kwantowego, dla powyższej metody dla cząstki poruszającej się z prędkością v wyraża się następującą zależnością [1] :

$$P_{21 \text{ atom}} = 4 \sin^2 \theta \sin^2(0.5\alpha\tau) [\cos(0.5\lambda\tau - \varphi) \cos(0.5\alpha\tau) +$$

$$- \cos \theta \sin(0.5\lambda T - \varphi) \sin(0.5 \pi t)]^2 \quad / 1 /$$

gdzie :

$\tau = l/v$ - czas oddziaływania sygnału pobudzającego w obszarach pobudzenia o długości l

$T = L/v$ - czas przelotu między dwoma obszarami pobudzenia odległymi od siebie o dystans L

b - współczynnik amplitudowy proporcjonalny do natężenia pola pobudzającego

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ - kąt przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami w obu obszarach pobudzenia

Ω - częstotliwość sygnału pobudzającego

Ω_0 - częstotliwość rezonansowa linii

$$\lambda = \Omega - \Omega_0$$

$$\cos \theta = (\Omega - \Omega_0) / a$$

$$\sin \theta = -2b/a$$

$$a = \sqrt{(\Omega - \Omega_0)^2 + (2b)^2}$$

Dla zbioru cząsteczek charakteryzującego się rozkładem gęstości prawdopodobieństwa poruszania się z prędkością v wyrażoną funkcją $p(v)$, gdzie rozkład ten jest ograniczony do przedziału $v_d + v_g$ prawdopodobieństwo zmiany stanu kwantowego wyraża się następującą zależnością :

$$P_{zi \text{ zbior}} = \int_{v_d}^{v_g} p(v) P_{zi \text{ atom}} dv \quad / 2 /$$

W warunkach naturalnych zbiór cząsteczek w wiązce powstaje na skutek efuzji pary nasyconej z otworu zbiornika charakteryzuje się semimakszwellowskim rozkładem prędkości, danym przez:

$$p(v) = k \frac{v^3}{\alpha^4} \exp(-v^2 / \alpha^2) \quad / 3 /$$

gdzie :

α - prędkość najbardziej prawdopodobna

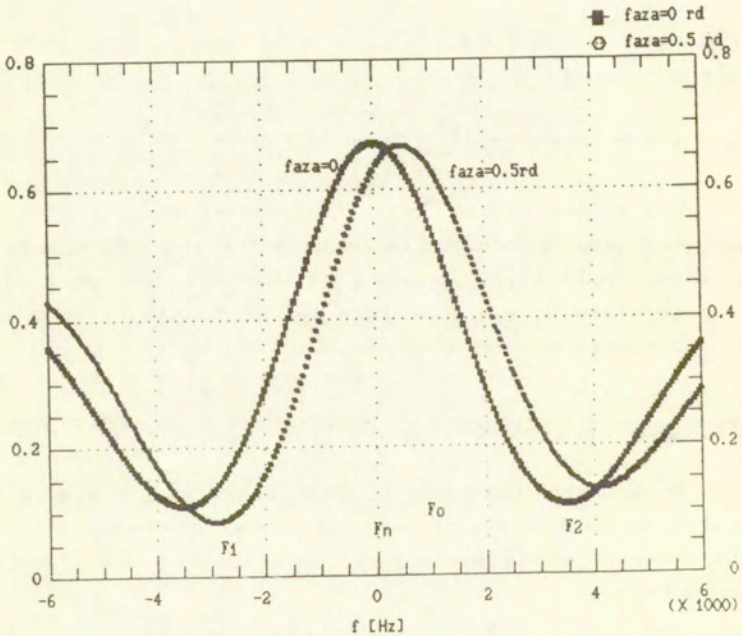
$$\alpha = \sqrt{2kT / m}$$

k - stała Boltzmanna

m - masa cząsteczki
 T - temperatura gazu

Przebiegi zmian prawdopodobieństwa zmiany stanu kwantowego w funkcji częstotliwości sygnału pobudzającego, dla różnych wartości przesunięcia fazowego, dla semimakswellowskiego rozkładu prędkości poruszania się atomów przedstawiono na Ryc Nr 2, natomiast na Ryc Nr 3 przebieg krzywej rezonansowej dla wiązki monoenergetycznej ($v_d = 0,19\alpha$, $v_g = 0,21\omega$).

Zamieszczone przykłady krzywych rezonansowych dotyczą spektrometru z wiązką atomów cezu o obszarze przelotu $L = 10$ cm i obszarze oddziaływania $l = 1$ cm.



Ryc. Nr2. Krzywe rezonansowe spektrometru z wiązką atomów cezu dla różnych wartości kąta przesunięcia fazowego dla semimakswellowskiego rozkładu poruszania się atomów.

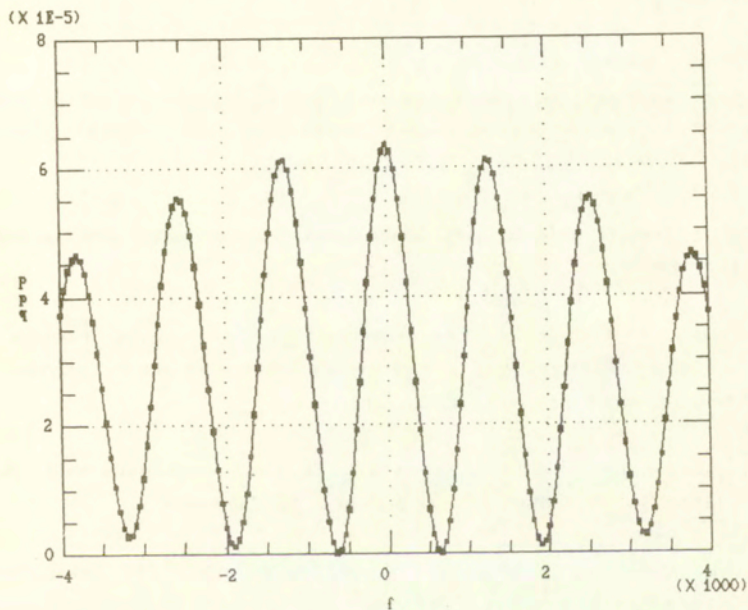
Przyjęto do dalszych rozważań następujące oznaczenia :

F_n - częstotliwość nominalna przejścia $F_{4,0} \rightarrow F_{3,0}$

F_o - częstotliwość rezonansowa prążka głównego linii interferencyjnej

F_1 - częstotliwość rezonansowa lewego minimum prążka

F_2 - częstotliwość rezonansowa prawego minimum prążka



Ryc. Nr 3. Krzywa rezonansowa wiązki monoenergetycznej
($v_d = 0,19\alpha$ $v_g = 0,21\alpha$).

ΔF - odchyłka częstotliwości rezonansowej prążka głównego

$$\Delta F = F_o - F_n$$

/4/

Odchyłka ta jest funkcją kąta przesunięcia fazowego. Dla semimakswellowskiego rozkładu prędkości zależność ta wyraża się następująco :

$$\Delta F = \frac{\rho}{180} \Delta \Omega \quad /5/$$

gdzie : $\Delta \Omega$ - szerokość prążka rezonansowego

Położenie lewego i prawego prążka względem częstotliwości rezonansowej prążka głównego są określone następującymi zależnościami

$$\delta F_1 = F_1 - F_0 \quad /6/$$

$$\delta F_2 = F_2 - F_0 \quad /7/$$

Asymetria częstotliwości rezonansowych minimów prążków bocznych względem częstotliwości rezonansowej prążka głównego jest określona następującą zależnością :

$$\delta \delta F = \delta F_1 - \delta F_2 \quad /8/$$

Czułość danej metody jest określona parametrem Γ definiowanym następująco

$$\Gamma = \Delta F / \delta \delta F \quad /9/$$

Parametr ten wiąże zakres nieoznaczoności uchybu wzorca od przesunięcia fazowego z niedokładnością pomiaru asymetrii częstotliwości prążków bocznych.

3. Asymetria częstotliwościowa krzywej rezonansowej N.F Ramsey'a wynikająca z przesunięcia fazowego.

Obliczenie na drodze analitycznej zależności $\delta \delta F$ jako funkcji kąta ρ jest bardzo utrudnione, gdyż wymaga wyznaczenia częstotliwości rezonansowych z warunku określonego następującą zależnością :

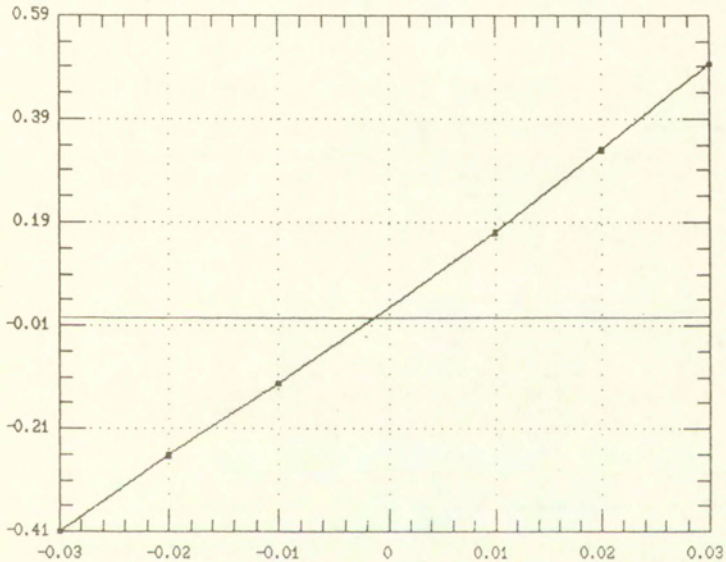
$$\frac{d P_{21 \text{ zbior}}}{d \Omega} = 0 \quad /10/$$

Ominięto tę trudność wyznaczając szukane zależności na drodze obliczeń numerycznych dla układu z wiązką atomów cezu. Obliczenia przeprowadzono dla przypadku tak zwanego spektrometru zminiaturyzowanego.

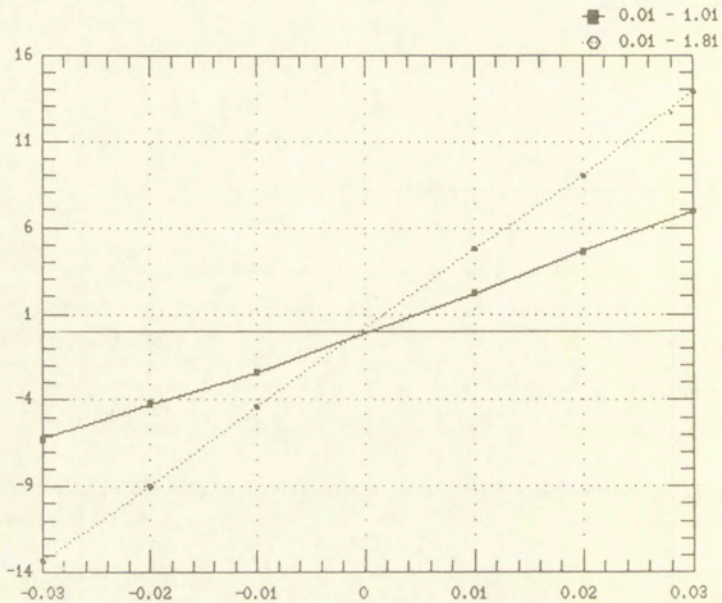
W programie obliczeń uwzględniono alternatywę pełnego semi-makswellowskiego rozkładu prędkości poruszania się atomów w

wiązce jak i przypadki rozkładów ograniczonych do pewnego pasma i różnych prędkości średnich. W obliczeniach uwzględniono przypadek quasi-monoenergetycznej wiązki atomów wolnych.

Otrzymane wyniki przedstawiono w postaci graficznej na Ryc. Nr 4, i Nr 5.



Ryc. Nr 4. Zależność $\delta\delta = \Phi(\phi)$ dla przypadku spektrometru o $L = 10$ cm, $l = 1$ cm dla rozkładu prędkości zawartego w przedziale $V_d = 0,19\alpha$, $V_g = 0,21\alpha$ i optymalnej dla danego przypadku amplitudy pobudzenia czyli $0,3 b_{opt}$



Ryc Nr 5 Zależność $\delta\delta = \Phi(\varphi)$ dla przypadku spektrometru o $L=10$ cm, $l=1$ cm dla rozkładu prędkości zawartego w przedziale $v_d=0,01\alpha, v_g=1,01\alpha$ (krzywa ciągła) oraz $v_d=0,01\alpha, v_g=1,81\alpha$ (krzywa przerywana) i optymalnej w obu przypadkach amplitudy pobudzenia.

Przedstawione wyniki obliczeń wskazują, że:

1) Asymetria częstotliwościowa $\delta\delta$ krzywej interferencyjnej Ramsey'a jest (dla małych kątów) proporcjonalna do występującego przesunięcia fazowego

2) Wartości bezwzględne tej asymetrii są tego samego rzędu co zmiana częstotliwości rezonansowej prążka

głównego wynikająca z obecności przesunięcia fazowego .
 ($\Gamma \cong 1$)

3) Wartości bezwzględne asymetrii są proporcjonalne do szerokości pasma prędkości atomów cezu.

Niedokładność wyznaczenia tego uchybu jest limitowana niedokładnością pomiaru częstotliwości rezonansowych linii. Współczesne techniki, a w szczególności techniki polegające na stosowaniu sygnałów pobudzających modulowanych w fazie i detekcji synchronicznej pozwalają na uzyskiwanie niedokładności dostrojenia się do rezonansu $< 10^{10}$.

4. Detekcja asymetrii krzywej interferencyjnej w przypadku stosowania sygnału pobudzającego modulowanego w fazie i detekcji synchronicznej składowej zmiennej o częstotliwości modulacji.

Technika powyższa poszukiwania ekstremum krzywej rezonansowej jest obecnie powszechnie stosowana [2], charakteryzuje się ona bardzo dużym stosunkiem sygnału do szumu. W detektorze synchronicznym sygnału małej częstotliwości (przy detekcji pierwszej harmonicznej) realizowany jest pomiar następującej funkcji :

$$R = \int_{\omega t=0}^{\omega t=2\pi} \sin \omega t \cdot \int_{v_d}^{v_g} p(v) \cdot P_{z1} [\Omega + \Delta\omega \sin \omega t - \Omega_0] dv \quad /11/$$

gdzie : Ω - częstotliwość sygnału pobudzającego

Ω_0 - częstotliwość rezonansowa prążka

ω - częstotliwość modulacji

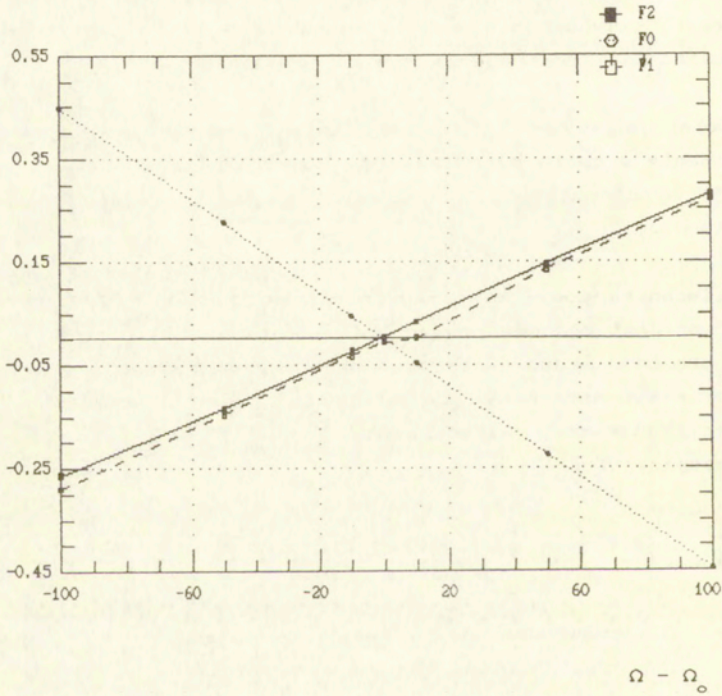
$\Delta\omega$ - amplituda modulacji częstotliwości

t - czas bieżący

P_{z1} - wartość prawdopodobieństwa zmiany stanu kwantowego dla wartości chwilowej częstotliwości sygnału pobudzającego

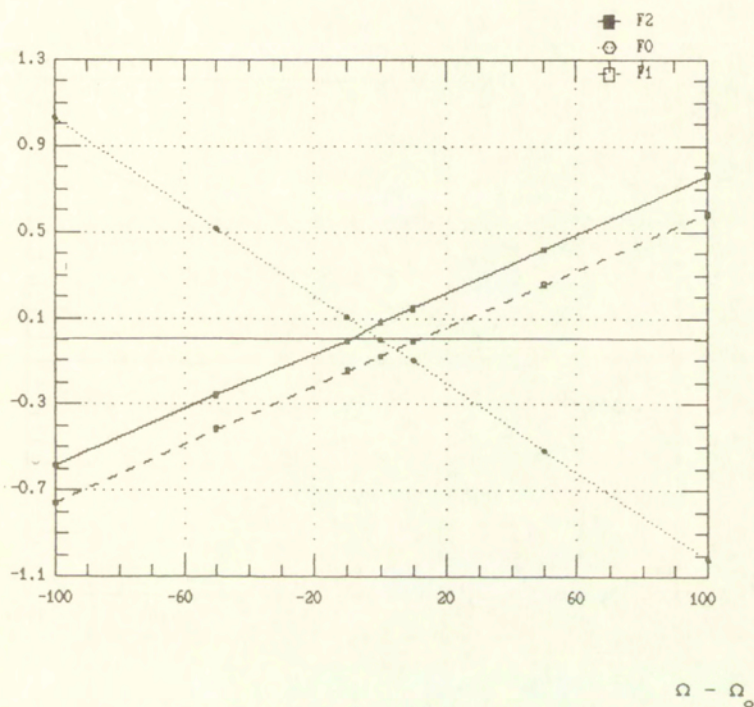
Przebiegi funkcji $R = \theta(\Omega - \Omega_0)$ dla cytowanych w poprzednim paragrafie przykładów spektrometru z wiązką atomów cezu zostały przedstawione na rycinach Nr 6, Nr 7 i Nr 8.

R



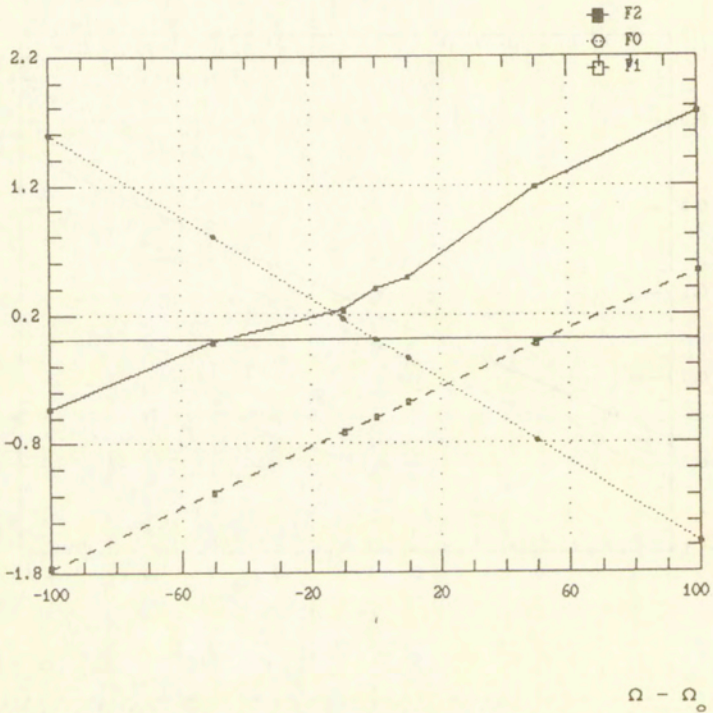
Ryc Nr6 . Przebieg sygnału na wyjściu detektora synchronicznego (w funkcji $\Omega - \Omega_0$) dla przypadku $v_d=0,01\alpha$, $v_g=1,01\alpha$, $\Delta\omega=200$.

R



Ryc Nr 7. Przebieg sygnału na wyjściu detektora synchronicznego (w funkcji $\Omega - \Omega_0$) dla przypadku $v_d = 0,01\alpha$, $v_g = 1,01\alpha$, $\Delta\omega = 500$

R



Ryc Nr 8. Przebieg sygnału na wyjściu detektora synchronicznego (w funkcji $\Omega - \Omega_0$) dla przypadku $v_d = 0,01\alpha$, $v_g = 1,01\alpha$, $\Delta\omega = 1000$.

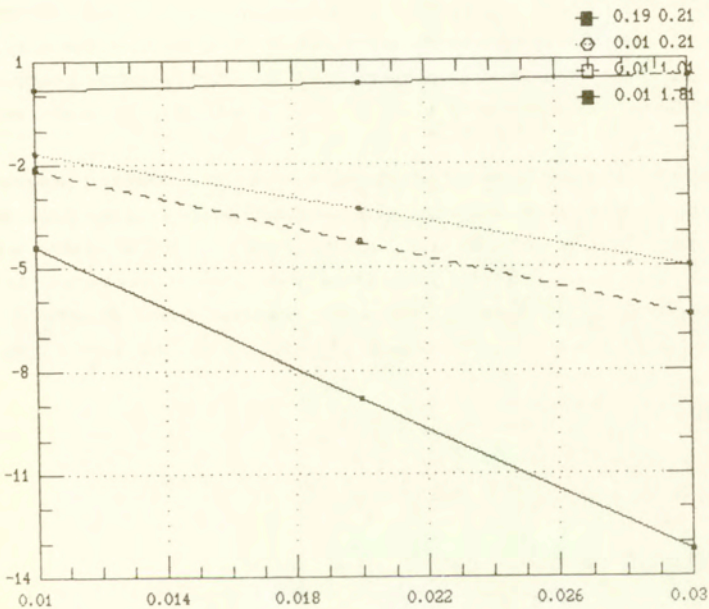
Informacja o dostrojeniu do rezonansu (czyli o wartości częstotliwości Ω) jest określona warunkiem $R = 0$.

W przypadku występowania przesunięcia fazowego, jak

wskazują przedstawione na powyższych rycinach wykresy, rezonans ten jest przesunięty o pewną wartość częstotliwości.

Dokonano obliczeń dla powyższej metody detekcji rezonansu asymetrii częstotliwościowej jako funkcji przesunięcia fazowego. Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci graficznej na rycinie Nr 9.

$\delta\delta F[\text{Hz}]$



φ

Ryc. Nr 9. Zależność asymetrii prążków bocznych w funkcji kąta przesunięcia fazowego dla kilku rozkładów prędkości zawartych w przedziałach podanych w legendzie i będących wielokrotnościami prędkości α np. $v_d = 0,01\alpha$, $v_g = 1,81\alpha$.

Uzyskane wyniki, dla rozpatrywanych przykładów spektrometrów pobudzanych sygnałem modulowanym, pokrywają się, z błędem mniejszym niż 10^{-12} z wynikami uzyskanymi dla przypadków pobudzania spektrometru sygnałem monochromatycznym.

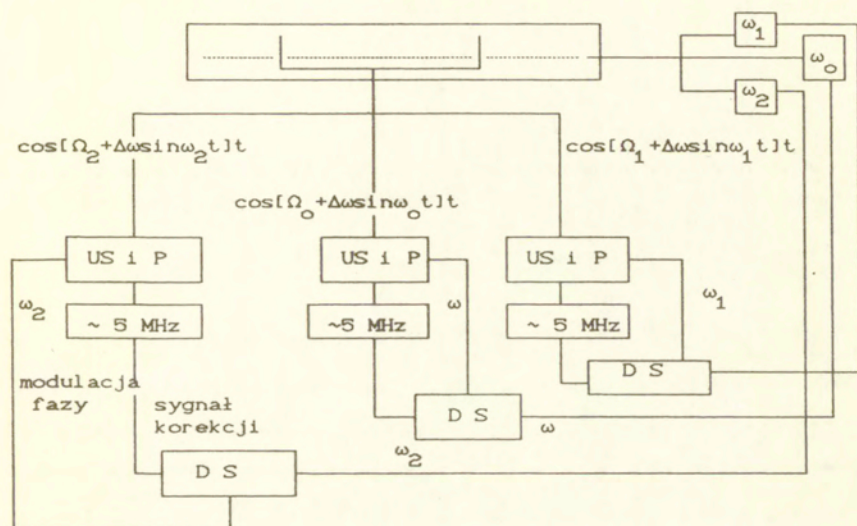
5. Propozycja budowy wzorca z wiązka molekularna zapewniającego pomiar przesunięcia fazowego między sygnałami pobudzającymi.

Proponuje się, aby do detekcji przesunięcia fazowego wykorzystać efekty opisane w powyższej pracy.

Wyznaczenie eksperymentalne trzech częstotliwości rezonansowych F_0 , F_1 , F_2 względem wzorca odniesienia pod warunkami że: 1) dany obiekt na okres pomiaru nie będzie pełnił roli wzorca i 2) pomiary poszczególnych częstotliwości rezonansowych będą się odbywały kolejno nie stwarza problemów metrologicznych.

Wydaje się możliwym zrealizowanie układu pomiaru asymetrii częstotliwościowej na bieżąco bez zakłócania ciągłości pracy wzorca. Zasada działania takiego wzorca opierałaby się na synchronizacji trzech generatorów kwarcowych względem trzech prążków interferencyjnych krzywej rezonansowej Ramsey'a.

Schemat proponowanego układu przedstawiono na poniższym rysunku 10.



US - układ syntezy i powielania
 DS - detektor synchroniczny
 ~ 5 MHz - generator kwarcowy

Ryc Nr 10. Schemat ideowy wzorca zapewniającego pomiar asymetrii częstotliwościowej krzywej rezonansowej N. F. Ramseya

Wykaz literatury

- [1] RAMSEY N.F. "Molecular beams" Oxford Clarendon Press 1956
- [2] AUDOIN C., VANIER J. "The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards" A.Hilger Philadelphia PA19106, USA, 1988
- [3] CLAIRON A., De MARCHI A., GRANVEAUD M. "Accuracy in Primary Caesium Frequency Standards", Metrologia 1991, 28, 429-430
- [4] HELLWIG H. "Time and Frequency Applications" IEEE Trans. on Ultr. Ferr. and Freq. Cont., 1993, 40, 538-543