

**Jerzy Motylewski**

**MODELE FUNKCJONALNE  
ORAZ KRYTERIA WYBORU  
MIKROFONU POJEMNOŚCIOWEGO  
DO POMIAROWYCH KOMÓR  
FOTOAKUSTYCZNYCH**

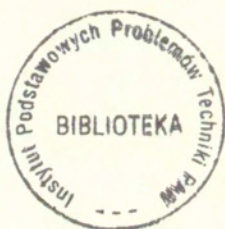
**40/1993**

P. 269



**W A R S Z A W A 1 9 9 3**

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 8 grudnia 1993 r.



56651



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 1,5 Ark.druk. 2,0  
Oddano do drukarni w grudniu 1993 r.

---

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.  
Warszawa, ul.Jasna 1

Jerzy Motylewski  
Zakład Akustyki Cybernetycznej  
Pracownia Miernictwa Akustycznego

MODELE FUNKCJONALNE ORAZ KRYTERIA WYBORU  
MIKROFONU POJEMNOŚCIOWEGO  
DO POMIAROWYCH KOMÓR FOTOAKUSTYCZNYCH

S t r e s z c z e n i e

W pracy omówiono modele funkcjonowania mikrofonu pojemnościowego z uwypukleniem tych parametrów przetwornika, które mają istotne znaczenie podczas detekcji sygnału fotoakustycznego w układach spektroskopowych PAS. Scharakteryzowano źródła szumów występujące w układzie detektora fotoakustycznego z mikrofonem pojemnościowym oraz ich wpływ na ogólny poziom szumów detektora. Przedstawiono wyniki badań teoretyczno-doświadczalnych mikrofonu pobudzanego impulsowo, których wynikiem jest kryterium doboru mikrofonu pojemnościowego do pracy w układach impulsowej spektroskopii fotoakustycznej.

S u m m a r y

In the paper the models of condenser microphone operation are discussed with emphasizing transducer parameters important for photoacoustic signal detection. Noise sources in photoacoustic detector (condenser microphone and microphone amplifier) and their contribution to overall detector noise are described. Theoretical and experimental investigations of impulsively actuated microphone and resulting criterion for condenser microphone selection to pulsed PAS systems are presented.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 7 1018 91 01

Jednym z podstawowych członów spektroskopu fotoakustycznego jest komora pomiarowa, której integralną część stanowi akustyczny przetwornik wejściowy. Właściwości jego wywierają istotny wpływ na wynik pomiaru i analizy sygnału zarówno ustalonego, jak i impulsowego o złożonej i nie znanej a priori strukturze częstotliwościowo-czasowej. Od właściwego i świadomego wyboru rodzaju oraz właściwości transmisyjno-przetwórczych tego przetwornika zależy w dużej mierze globalna dokładność metody spektroskopii fotoakustycznej i instrumentalizującej ją aparatury pomiarowej. Dotychczas najczęściej i powszechnie stosowanym w miernictwie akustycznym przetwornikiem wejściowym jest mikrofon pojemnościowy.

Aby możliwe było analityczne oszacowanie poziomu sygnału elektrycznego wytwarzanego przez mikrofon przy wzięciu pod uwagę szumu dodawanego do sygnału przez mikrofon i współpracujący z nim wzmacniacz, konieczne jest poznanie mechanizmu funkcjonowania mikrofonu. Przydatne są tu dwa różne modele funkcjonalne mikrofonu. Pierwszy z tych modeli - mechaniczny - opisuje mikrofon przy pomocy takich parametrów jak położenie, masa, tłumienie i stała sprężystości membrany. Drugi model - elektryczny - przedstawia funkcjonowanie mikrofonu przy pomocy zastępczego układu elektrycznego.

Analiza funkcjonowania mikrofonu pojemnościowego przy pomocy modelu mechanicznego uwypukla szczególne znaczenie parametrów

membrany tego przetwornika. Membrana jest zazwyczaj wykonana z cienkiej blachy i zamontowana w taki sposób, że wytwarzane jest w niej silne naprężenie promieniowe. Ciśnienie akustyczne oddziaływujące na jedną stronę membrany wywołuje jej ruch. Ruch ten z kolei powoduje zmianę pojemności między membraną a elektrodą stałą usytuowaną za membraną. Ruch membrany można opisać przy pomocy modów drgań cienkiej płyty. Ponieważ jedynie mod najniższego rzędu wywołuje istotne zmiany pojemności opisywanego układu, wystarczy wziąć po uwagę jedynie ten rodzaj drgań. Ruch membrany, który prowadzi do wytworzenia sygnału elektrycznego, można opisać przy pomocy układu o jednym stopniu swobody. Odpowiada to układowi membrany wygiętej w kształt powierzchni kulistej. Przyjmijmy, że w stanie spoczynkowym membrana usytuowana jest w płaszczyźnie  $yz$ , a środek membrany znajduje się w początku układu współrzędnych. Wówczas mod najniższego rzędu odpowiada przemieszczeniu każdego punktu membrany w kierunku  $x$  o odcinek  $x(r)$  równy

$$x(r) = x(0) \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad (1)$$

gdzie  $r$  jest odległością punktu na powierzchni membrany od początku układu współrzędnych,  $x(0)$  - przemieszczeniem geometrycznego środka membrany,  $a$  - promieniem membrany. Średnią wartość przemieszczenia membrany, oznaczoną tu jako  $\bar{x}$ , można wyznaczyć, uśredniając  $x(r)$  na powierzchni membrany:

$$\bar{x} = \frac{1}{\pi a^2} \iint x(r) r dr d\theta \quad (2)$$

Podstawiając równość (1) do (2) otrzymujemy

$$\bar{x} = \frac{1}{2} x(0) \quad (3)$$

Średnie przemieszczenie jest więc równe połowie przemieszczenia występującego na środku membrany. Równanie ruchu dla średniej

współrzędnej  $x$  przy uwzględnieniu modu najniższego rzędu ma postać

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \delta \frac{dx}{dt} + K_m x = F \quad (4)$$

gdzie  $m$  jest masą membrany,  $\delta$  - tłumieniem,  $K_m$  - siłą zwracającą,  $F$  - siłą zewnętrzną przyłożoną do membrany. Siła zewnętrzna składa się z dwóch składowych:

- siły  $p_m A_m$  wynikającej z oddziaływania ciśnienia akustycznego, ( $p_m$  - średnia wartość ciśnienia akustycznego na powierzchni  $A_m$  membrany), oraz
- siły wynikającej z oddziaływania napięcia polaryzującego.

Siła wywołwana oddziaływaniem napięcia polaryzującego powoduje, że położenie równowagi membrany jest przesunięte o niewielką odległość  $x_0$ , którą można wyznaczyć z zależności:

$$\frac{x_0}{d} = \frac{C_m V_{pol}^2}{d^2 K_m} \quad (5)$$

gdzie  $d$  jest odległością między membraną a elektrodą stałą dla napięcia polaryzacji równego zeru,  $C_m$  - pojemnością mikrofonu w tych samych warunkach, daną wzorem

$$C_m = \frac{\epsilon_0 A_m}{d} \quad (6)$$

$\epsilon_0$  - przenikalnością elektryczną powietrza, natomiast  $V_{pol}$  - napięciem polaryzującym mikrofon.

Siła zwracająca  $K_m$  wytwarzana jest przez naciąg  $T_m$  membrany mikrofonu:

$$K_m = 8\pi T_m \quad (7)$$

Naciąg ten musi być dostatecznie duży, aby zapobiec zetknięciu się membrany i elektrody stałej pod wpływem napięcia polaryzującego. Warto zdefiniować tu równoważną objętość mikrofonu  $V_m$ , która jest funkcją  $T_m$ :

$$V_m = \frac{\gamma P_0 A_m^2}{8\pi T_m} \quad (8)$$

Definicję tę można w sposób opisowy sformułować następująco:

Jeżeli membrana mikrofonu nie zostanie naciągnięta, lecz naprężona jak membrana bębna otaczająca obszar powietrza o objętości  $V_m$ , wówczas sprężenie tego powietrza wytwarza siłę zwracającą o tej samej wartości, jak naciąg  $T_m$ . Mikrofon zachowuje się więc tak, jakby membrana nie była naciągnięta, a źródłem siły zwracającej było sprężenie powietrza o objętości  $V_m$  w zamkniętym naczyniu. Poniżej pokazano, że model ten jest przydatny do zrozumienia mechanizmu sprężenia mikrofonu z naczyniem zawierającym gaz.

Istnieją rozmaite metody polaryzowania mikrofonu pojemnościowego. Każda z nich jest przydatna w różnych warunkach. Możliwe jest np. utrzymywanie stałej wartości ładunku elektrycznego w pojemności mikrofonu, oraz detekcja sygnału w postaci napięciowej przy pomocy wzmacniacza o dużej impedancji wejściowej. Alternatywą tego rozwiązania jest utrzymywanie stałej wartości napięcia na pojemności mikrofonu oraz detekcja sygnału w postaci prądowej przy pomocy wzmacniacza prądowego o małej impedancji wejściowej. W układach, w których przemieszczenie membrany i wywołana nim zmiana pojemności wykorzystywana jest do modulacji częstotliwości nośnej lub wyprowadzenia mostka pomiarowego ze stanu równowagi, stosowana jest polaryzacja prądem zmiennym.

Układ polaryzacji ze stałym ładunkiem uzyskuje się najprościej przez połączenie mikrofonu ze źródłem napięcia polaryzującego przez rezystor  $R_{pol}$  o wartości dostatecznie dużej, aby częstotliwość  $1/(2\pi R_{pol} C_m)$  znajdowała się znacznie poniżej dolnej granicy zakresu częstotliwości pomiarowych. Można łatwo wykazać, że napięcie wyjściowe  $V_s$ , wytwarzane przez mikrofon na wejściu wzmacniacza o dużej impedancji wejściowej, jest - w podanych wyżej warunkach - dane wzorem

$$V_s = \frac{P_m \frac{V_{pol} A_m}{dK_m}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_m^2} - i \frac{\omega}{\omega_m Q_m}} \quad (9)$$

gdzie  $\omega_m$  jest częstotliwością rezonansową mikrofonu  $\omega_m \equiv \sqrt{K_m/m}$ , natomiast  $Q_m$  - współczynnikiem dobroci danym wzorem  $Q_m = \sqrt{mK_m/\delta}$ .

Skuteczność mikrofonu przy rozwartych zaciskach wyjściowych definiuje się - w zakresie niskich częstotliwości ( $\omega \ll \omega_m$ ) - jako iloraz napięcia sygnału  $v_s$  i ciśnienia akustycznego  $p_m$ :

$$S_m = \frac{V_{pol} A_m}{dK_m} \quad (10)$$

Po połączeniu równości (10), (8) i (7) uzyskuje się wyrażenie

$$S_m = \frac{V_{pol} V_m}{d\gamma P_0 A_m} \quad (11)$$

przedstawiające  $S_m$  jako funkcję objętości równoważnej  $V_m$ :

Wartość sygnału elektrycznego wytwarzanego przez mikrofon pod wpływem fotoakustycznego sygnału ciśnieniowego można wyznaczyć na podstawie zależności (9), podstawiając odpowiednią wartość  $p_m$ .

W celu wyznaczenia  $p_m$  konieczne jest wzięcie pod uwagę wpływu mikrofonu na akustyczne zachowanie się gazu zawartego w komorze



sprężonej z przetwornikiem. Dołączenie mikrofonu do komory wpływa na mody akustyczne tej komory poprzez zmianę warunków brzegowych. Jeżeli mikrofon nie jest dołączony, warunek brzegowy narzucony przez sztywne ścianki komory wymaga, aby składowa gradientu  $p$  normalna do ścianek znikła na tych ściankach. Po dołączeniu mikrofonu do komory membrana stanowi część ścianki tej komory. Część ta nie spełnia warunku sztywności. Warunki brzegowe wymagają w tej sytuacji, aby składowa prędkości akustycznej normalna do powierzchni była równa prędkości membrany wytworzonej w wyniku oddziaływania ciśnienia akustycznego  $p_m$ .

Przypadek, kiedy mikrofon jest sprzężony z małą komorą wypełnioną gazem, można potraktować w sposób uproszczony. Jeżeli komora jest dostatecznie mała, a częstotliwość modulacji światła jest znacznie mniejsza od pierwszej częstotliwości rezonansowej komory oraz od częstotliwości rezonansowej mikrofonu, wówczas ciśnienie ma wartość stałą, niezależną od położenia wewnątrz komory, a mikrofon będzie zachowywał się jak dodatkowa objętość  $V_m$  dołączona do komory. Dołączenie mikrofonu zmniejsza wartość ciśnienia o współczynnik  $V_c/(V_c + V_m)$ , w stosunku do wartości, która istnieje tam bez mikrofonu.

Jeżeli wymiary komory gazowej są dostatecznie małe, wówczas pierwszy rezonans akustyczny układu mikrofon-komora wystąpi dla zmodyfikowanej częstotliwości rezonansowej mikrofonu. Sprężenie mikrofonu z komorą powoduje modyfikację jego częstotliwości rezonansowej poprzez zwiększenie efektywnej stałej sprężystości, która oddziałuje na membranę. Podczas ruchu membrany następuje sprężenie gazu w komorze, co prowadzi do wytworzenia siły zwracającej. Zmodyfikowaną stałą sprężystości  $K_m'$  można wyznaczyć na podstawie wartości zmodyfikowanej objętości efektywnej  $V_m'$ :

$$\frac{1}{V_m'} = \frac{1}{V_m} + \frac{1}{V_c} \quad (12)$$

$$K_m' = K_m \left( 1 + \frac{V_m}{V_c} \right) \quad (13)$$

Wzór na częstotliwość rezonansową przyjmuje wtedy postać

$$\omega_1 = \omega_m \sqrt{1 + \frac{V_m}{V_c}} \quad (14)$$

Przyjmując, że jedyną przyczyną strat jest tłumienie mikrofonu, oraz zauważając, że  $\rho_0 c^2 = \kappa P_0$ , napięcie szumów  $|V_{sn}(\omega)|$  można wyznaczyć, korzystając z zależności

$$|V_{sn}(\omega)|^2 = \frac{4KT\rho_0 c^2}{\omega_m Q_m V_m \left(1 + \frac{V_m}{V_c}\right)^2} S_m^2 \quad (15)$$

Równość tę można również wykorzystywać w zagadnieniach projektowania optymalnego układów fotoakustycznych.

Innym łatwym do rozpatrzenia przypadkiem jest słabe sprzężenie mikrofonu i komory gazowej. Jeżeli mikrofon jest słabo sprzężony z komorą, nie powinien wpływać na normalne mody drgań komory.

Funkcjonowanie mikrofonu pojemnościowego można również opisać przy pomocy **modelu elektrycznego**, przedstawiając przetwornik jako układ elektryczny o dwóch zaciskach. Małosygnalowa impedancja elektryczna spolaryzowanego mikrofonu jest identyczna z impedancją szeregowego obwodu rezonansowego RLC zbrocznikowanego pojemnością. Elektryczny schemat zastępczy mikrofonu pojemnościowego przedstawiono na rys. 1.

Sygnal generowany przez ciśnienie akustyczne  $p_m$  działające na membranę występuje w postaci szeregowego źródła napięciowego o amplitudzie napięcia  $V_G$ :

$$V_G = \frac{A_m d}{V_{pol} C_m} P_m \quad (16)$$

gdzie  $C_m$  jest pojemnością mikrofonu dla zakresu wysokich częstotliwości, określoną wzorem

$$C_m = \frac{\epsilon_0 \bar{A}_m}{d} \quad (17)$$

Wartości częstotliwości rezonansowej oraz dobroci  $Q$  szeregowego obwodu rezonansowego są równe odpowiednim wartościom dla mechanicznego ruchu membrany. Kondensator  $C'$  ma wartość

$$C' = \frac{x_0}{d} C_m \quad (18)$$

skąd otrzymuje się

$$C' = \frac{C_m^2 V_{p01}^2}{d^2 K_m} \quad (19)$$

gdy do zastąpienia  $x_0/d$  zostanie wykorzystana równość (5). W celu uzyskania odpowiednich wartości dobroci  $Q$  oraz częstotliwości rezonansowej, należy skorzystać z zależności

$$L = \frac{1}{\omega_m C'} \quad (20)$$

oraz

$$R = \frac{1}{Q_m C' \omega_m} \quad (21)$$

Można łatwo zauważyć, że z powyższych wartości wynika napięcie źródła określone równością (16), wytwarzając taki sam sygnał wyjściowy, jak podany w równości (9). Model elektryczny opisuje nie tylko właściwości sygnałowe mikrofonu, ale również jego właściwości szumowe.

W modelu elektrycznym mikrofonu szumy reprezentowane są przez szum rezystora. W obu modelach czynnikiem odpowiedzialnym za występowanie szumów są straty. Szum wytwarzany przez rezystor w elektrycznym układzie zastępczym pojawia się jako napięcie szumów na zaciskach wyjściowych, które ma dokładnie taką samą amplitudę,

jak szumy fluktuacji cieplnych.

Podczas obliczania wartości elektrycznego szumu mikrofonu konieczne jest wzięcie pod uwagę wpływu sprzężenia mikrofonu z komorą gazową. Sprzężenie to zwiększa wartość efektywnej stałej sprężystości membrany, co - w modelu elektrycznym - prowadzi do zmniejszenia wartości  $C'$  o współczynnik  $(1 + V_m/V_c)^{-1}$ . Szum na zaciskach wyjściowych mikrofonu wytwarzany przez szum rezystora  $R$  dany jest zależnością

$$|V_n|^2 = \frac{4kTR}{\omega^2 C_m^2} \frac{1}{R^2 + \left( \omega L - \frac{V_m}{\omega C'} \right)^2} \quad (22)$$

W przypadku granicznym, dla zakresu niskich częstotliwości, równość ta upraszcza się do postaci:

$$|V_n|^2 = \frac{4kTRc^2}{\omega_m Q_m V_m \left( 1 + \frac{V_m}{V_c} \right)^2} S_m^2 \quad (23)$$

która jest identyczna z równością (15). Zastosowanie elektrycznego i mechanicznego modelu mikrofonu prowadzi więc - w przypadku analizy problemu szumów - do uzyskania takich samych wartości.

Dodatkowo, oprócz szumu fluktuacji cieplnych, istotne źródła szumów mogą występować we wzmacniaczu współpracującym z mikrofonem. Podczas omawiania szumu wzmacniacza można wykorzystać schemat zastępczy mikrofonu pokazany na rys. 1. Na rys. 2 pokazano model układu mikrofon-wzmacniacz zawierający źródła szumów. Szumy wzmacniacza są tu reprezentowane przez szeregowe źródło napięciowe szumów  $V_{na}$  oraz równoległe źródło prądowe szumów  $I_{na}$ . Dodatkowym składnikiem jest tu szum rezystora polaryzującego  $R_{pol}$ . Kondensator  $C_2$  oraz związany z nim obwód sprzężenia zwrotnego  $R_2$  i  $R_3$  stosowany jest do zwiększenia impedancji wejściowej, a

przez to do obniżenia dolnej częstotliwości granicznej układu pomiarowego. Łącząc te trzy źródła szumów z szumem mikrofonu oraz przyjmując, że  $R_{pol} \gg (\omega C)^{-1}$  uzyskuje się wyrażenie na widmo mocy  $|V_N|^2$  szumu wypadkowego odniesionego do wejścia wzmacniacza:

$$|V_N|^2 \approx |V_{ns}|^2 + \frac{|I_{na}|^2 + \frac{4kT}{R_{pol}}}{\omega^2 C_m^2} + \frac{4kTC'}{Q_m \omega_m C_m^2 \left(1 + \frac{V_m}{V_c}\right)^2} \frac{1}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_1 Q_1}\right)^2} \quad (24)$$

Źródła szumu uwzględnione w równości (24) wytwarzają trzy przebiegi o różnych rozkładach widmowych. Szum napięciowy wzmacniacza występuje tu jako składowa niezależna od częstotliwości. (Oczywiście, jeżeli  $|V_{na}|^2$  zależy od częstotliwości, musi to być wzięte pod uwagę, lecz w ogólnym przypadku, jeżeli  $\omega$  jest powyżej zakresu szumów  $1/f$ ,  $|V_{na}|^2$  powinno być niezależne od częstotliwości). Drugi przebieg, o widmie amplitudowym malejącym ze wzrostem częstotliwości, jest wypadkową prądowego szumu wzmacniacza oraz szumu rezystora polaryzującego. Szum rezystora polaryzującego pojawia się tu jako dodatkowy szum prądowy o amplitudzie  $4kT/R_{pol}$ . Widmo amplitudowe trzeciego przebiegu - szumu cieplnego mikrofonu - przyjmuje wartość stałą w zakresie niskich częstotliwości ( $\omega \ll \omega_1$ ), przechodzi przez rezonans dla  $\omega_1$  i maleje w zakresie wysokich częstotliwości ( $\omega \gg \omega_1$ ). W zakresie niskich częstotliwości dominującym źródłem szumów jest szum prądowy wzmacniacza oraz szum rezystora polaryzującego. W zakresie wysokich częstotliwości z kolei dominującym źródłem szumów jest szum napięciowy wzmacniacza. W zakresie pośrednim ( $\omega \sim \omega_1$ ) źródłem dominującym może być szum mikrofonu.

Reakcja mikrofonu pojemnościowego na **sygnały impulsowe**, generowane w systemach impulsowej spektroskopii fotoakustycznej, nie jest z reguły tak wyraźnie i precyzyjnie określana jak inne jego właściwości transmisyjno-przetwórcze, jak np. kierunkowość, skuteczność, zniekształcenia tłumieniowe i nieliniarne, zakres dynamiki itd. Z tego względu przy pomiarze akustycznych przebiegów impulsowych do oceny dokładności odwzorowania sygnału

niezbędna jest analiza teoretyczna i weryfikacja doświadczalna warunków, określających zakres i możliwości zastosowań typowych wzorcowych mikrofonów pojemnościowych.

Do celów analizy teoretycznej mikrofon pojemnościowy można rozpatrywać w sposób uproszczony jako czwórnik elektroakustyczny o właściwościach idealnego filtra dolnoprzepustowego o górnej częstotliwości granicznej  $f_g$ , którego transmitancja  $H(j\omega)$  określona jest wzorem

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |\omega| \leq \omega_g \\ 0 & \text{dla } |\omega| > \omega_g \end{cases} \quad (25)$$

gdzie  $\omega_g = 2\pi f_g$ .

Takie wyidealizowanie właściwości transmisyjnych mikrofonu pojemnościowego jest uzasadnione jego małymi zniekształceniami tłumieniowymi w paśmie przepuszczania i stromym opadaniem charakterystyki skuteczności powyżej tego pasma.

Założmy, że impulsowa funkcja wzbudzająca ciśnienia akustycznego  $p(t)$  działającego na membranę mikrofonu jest funkcją periodyczną o okresie  $T$ , czyli że  $p(t) = p(t + T)$ , i jest rozwijalna na szereg Fouriera w przedziale  $[-T/2, +T/2]$ . Wówczas w dowolnym momencie czasu  $-\infty < t < \infty$  funkcję tę można przedstawić w postaci szeregu nieskończonego

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{jn\omega_p t} \quad (26)$$

gdzie  $a_n$  - kolejny współczynnik szeregu Fouriera ( $n$  - liczba całkowita),  $\omega_p = 2\pi/T = 2\pi f_p$ ,  $f_p$  - częstotliwość powtarzania impulsów.

Moc sygnału akustycznego za jeden okres funkcji  $p(t)$ , jest proporcjonalna do wyrażenia

$$\bar{p}^2(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} p^2(t) dt = \sum_{n=-m}^m |a_n|^2 \quad (27)$$

Wprowadzono pojęcie współczynnika przeniesienia mocy  $K_m$ , zdefiniowanego jako stosunek mocy akustycznej  $P_m$ , zawartej w paśmie przenoszenia mikrofonu, do całkowitej mocy akustycznej  $P_c$ , zawartej w widmie emitowanego sygnału  $p(t)$ , zgodnie ze wzorem

$$K_m = \frac{P_m}{P_c} = \frac{\sum_{n=1}^l |a_n|^2}{\sum_{n=1}^m |a_n|^2} \quad (28)$$

gdzie  $l = \text{int} [\omega_g/\omega_p] = \text{int} [f_g/f_p]$  oznacza liczbę dyskretnych prążków widma okresowego funkcji wzbudzającej  $p(t)$ , zawartych w paśmie przenoszenia mikrofonu ograniczonym od góry częstotliwością  $f_g$ . Współczynnik  $K_m \leq 1$  określa, jaka część mocy akustycznej, zawartej w ciągu impulsów emitowanego sygnału, jest przetwarzana przez mikrofon i przenoszona do elektronicznego układu pomiarowego. Współczynnik ten jest zatem ilościową miarą zdolności przetwórczych mikrofonu przy pobudzeniu impulsowym.

W celu orientacyjnej oceny wartości liczbowych współczynnika  $K_m$ , występujących w przypadku typowych pojemnościowych mikrofonów pomiarowych, rozpatrywano wybrane postacie funkcji wzbudzającej  $p(t)$ , przedstawione na rys. 3 i 4. Funkcje przedstawione na rys. 3 mają głównie znaczenie teoretyczne, natomiast funkcje pokazane na rys. 4 symulują rzeczywiste przebiegi wartości chwilowych sygnałów akustycznych generowanych podczas pomiarów spektroskopowych.

Na rys. 5 i 6 podano przykłady aproksymacji rzeczywistych przebiegów wartości chwilowej sygnałów fotoakustycznych

emitowanych przez chromazurol S (rys. 5) oraz dwuchromian potasu  $K_2Cr_2O_7$  (rys. 6) przebiegami teoretycznymi. Symulacji graficznej przebiegów rzeczywistych z rys. 5a i 6a dokonano metodą numeryczną, stosując funkcję  $p(t)$  z rys. 4b.

Obliczono wartości współczynników  $a_n$  szeregu Fouriera wybranych postaci funkcji  $p(t)$ .

a) W przypadku ciągu impulsów prostokątnych (rys. 3a) o szerokości  $a$  i współczynniku wypełnienia okresu  $q = a/T$ , opisanych wzorem

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |t| < \frac{a}{2} \\ 0 & \text{dla } \frac{a}{2} \leq |t| \leq T - \frac{a}{2} \end{cases} \quad (29)$$

przy założeniu, że  $p(t) = p(t+T)$ , kolejne współczynniki szeregu Fouriera określone są wyrażeniem

$$a_n = \frac{\sin(\pi n q)}{\pi n} \quad \text{gdzie } n=1, 2, 3, \dots \quad (30)$$

b/ Dla ciągu symetrycznych impulsów trójkątnych (rys. 3b) o szerokości  $a$  i współczynniku wypełnienia okresu  $q = a/T = 1$ , opisanych równaniem

$$p(t) = 1 - \frac{2|t|}{a} \quad \text{dla } |t| \leq \frac{a}{2} \quad (31)$$

przy założeniu, że  $p(t) = p(t+T)$

$$a_n = \frac{2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 n^2} \quad (32)$$

c/ Dla ciągu impulsów pilozębnych o szerokości  $a = T$  (rys. 3c)



określonych wzorem

$$p(t) = \frac{1}{a}t \quad \text{dla } 0 \leq t \leq a \quad (33)$$

i spełnieniu warunku okresowości  $p(t) = p(t+T)$

$$a_n = \frac{1}{2\pi n} \quad (34)$$

d/ Dla ciągu impulsów z rys. 4a, określonych wzorem

$$p(t) = e^{-bt} \sin t \quad \text{dla } 0 \leq t \leq \pi, 0 < b < \infty \quad (35)$$

i spełnieniu warunku  $p(t) = p(t + k\pi)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{e^{-b\pi} (1+2n)}{b^2 + (1+2n)^2} + \frac{e^{-b\pi} (1-2n)}{b^2 + (1-2n)^2} - \frac{-(2n+1)}{b^2 + (1+2n)^2} - \frac{2n-1}{b^2 + (1-2n)^2} \right] \quad (36)$$

e/ Dla ciągu impulsów z rys. 4b, określonych wzorem

$$p(t) = e^{-bt} \sin(ct) \sin t \quad \text{dla } 0 \leq t \leq \pi, 0 < b < \infty, c \neq 0 \quad (37)$$

i spełnieniu warunku  $p(t) = p(t+k\pi)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_n = f(M_1) - f(M_2) + f(M_3) - f(M_4) \quad (38)$$

gdzie

$$f(M_i) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{e^{-b\pi}}{b^2 + M_i^2} [b \cos(2\pi M_i) + M_i \sin(2\pi M_i)] - \frac{b}{b^2 + M_i^2} \right\} \quad (39)$$

przy czym

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, 3, 4 \\ M_1 &= 1 + 2n - c \\ M_2 &= 1 + 2n + c \\ M_3 &= 1 - 2n - c \\ M_4 &= 1 - 2n + c \end{aligned}$$

Obliczono wartości liczbowe współczynnika przeniesienia mocy  $K_m$  dla pięciu rozpatrzonych postaci funkcji impulsowej  $p(t)$ , zgodnie ze wzorem definicyjnym (28), w granicach zmienności

$nf_p < f_g < (n+1)f_p$  dla  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ , tj, dla liczby prążków widma funkcji wzbudzającej, zawartych w paśmie przenoszenia mikrofonu, zmiennej w granicach od 1 do 10. W przypadku impulsów prostokątnych obliczenia wykonano dla trzech wartości współczynnika wypełnienia okresu  $q = 0,5; 0,25; 0,125$ . Dla funkcji określonej wzorem (35) obliczenia wykonano przy wartościach współczynnika  $b = 0,1; 1; 10$ , natomiast dla funkcji określonej wzorem (37) przy wartościach  $b = 0,03; c = 2,7$ .

Wyniki obliczeń podano w tabeli 1. W poszczególnych kolumnach tabeli, odpowiadających wybranym kształtom impulsu, zestawione są wartości liczbowe współczynnika  $K$  dla różnej liczby prążków widma funkcji wzbudzającej, zawartych w paśmie przenoszenia mikrofonu, w granicach zmienności od  $n = 1$  do  $n = 10$ . Powtarzanie się pewnych wartości  $K_m$  w sąsiadujących ze sobą wierszach poszczególnych kolumn tabeli 1 wynika z faktu, iż niektóre harmoniczne (prążki) widma określonych kształtów impulsów są równe zero i przesunięcie częstotliwości granicznej mikrofonu  $f_g$  o jeden prążek nie wpływa na zmianę wartości  $K_m$ .

Wartości liczbowe współczynnika  $K$  wyrażone w decybelach zgodnie ze wzorem

$$K_{mL} = 10 \log_{10} K_m \quad \text{dB} \quad (40)$$

zostały następnie przyjęte jako kryterium i miara liczbowa zdolności i przydatności konkretnego mikrofonu pojemnościowego do pomiaru i analizy przebiegów impulsowych. W tym celu na podstawie danych liczbowych z tabeli 1 obliczono maksymalne wartości częstotliwości powtarzania  $f_p$  rozpatrywanych ciągów impulsów, odpowiadające następującym wartościom współczynnika  $K_{mL} = -0,5; -1; -3$  dB, czemu odpowiadają wartości bezwzględne  $K_m = 0,8929; 0,7935; 0,5025$ . Obliczenia przeprowadzono dla czterech typowych i najczęściej stosowanych obecnie pojemnościowych mikrofonów pomiarowych firmy Brüel & Kjær o symbolach: 4145 ( $D = 1''$ ); 4133 ( $D = 1/2''$ ); 4135 ( $D = 1/4''$ ); oraz 4138 ( $D = 1/8''$ ). Zgodnie z danymi katalogowymi przyjęto:

$D = 1''$ ,	$f_g = 15 \text{ kHz}$ ;
$D = 1/2''$ ,	$f_g = 35 \text{ kHz}$ ;
$D = 1/4''$ ,	$f_g = 80 \text{ kHz}$ ;
$D = 1/8''$ ,	$f_g = 120 \text{ kHz}$ .

$D$  oznacza w tym przypadku średnicę zewnętrzną mikrofonu, a  $f_g$  - jego górną częstotliwość graniczną w polu fali swobodnej, padającej prostopadle na membranę. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 2.

Następnie stosując metodę doświadczalną, badano odpowiedź mikrofonu pojemnościowego w skali czasu (w postaci oscylogramu) i w skali częstotliwości (w postaci widm uzyskiwanych za pomocą analizatora o rozdzielczości  $\Delta f = 8 \text{ Hz}$ ) przy pobudzaniu impulsowym. Zastosowano elektrostatyczny sposób pobudzania membrany mikrofonu odpowiednio ukształtowanymi ciągami impulsów elektrycznych przykładanych między elektrodę specjalnego wzbudnika elektrostatycznego i membranę badanego mikrofonu. Symulowano ciągi impulsów ciśnienia akustycznego  $p(t)$  równoważnymi ciągami impulsów napięcia elektrycznego  $u(t)$ . Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 7. Typowe przykłady otrzymanych oscylogramów pokazane są na rys. 8 i 9.

Z przedstawionych oscylogramów wynika, że zastosowany mikrofon pojemnościowy firmy Brüel & Kjær typ 4145 ( $D = 1,0''$ ,  $f_g = 15 \text{ kHz}$ ) wprowadza znacznie większe ograniczenia i zniekształcenia przebiegów impulsowych, niż wynikałoby to z danych liczbowych podanych w tabeli 2. Przyczyną tego jest fakt, iż w warunkach pomiarowych mikrofon ten pracował jako mikrofon o pobudzaniu ciśnieniowym, a nie w polu fali swobodnej, i ze względu na niewystępowanie zjawiska spiętrzania się ciśnienia akustycznego na jego membranie w zakresie większych częstotliwości, gdzie  $D \geq \lambda$ , miał on charakterystykę skuteczności opadającą już przy częstotliwościach znacznie mniejszych od jego częstotliwości granicznej w polu fali swobodnej.

Wyniki analizy teoretycznej i badań doświadczalnych pozwalają na wyciągnięcie wniosków metodologicznych, dotyczących zakresu i możliwości zastosowań typowego mikrofonu pojemnościowego o określonej częstotliwości granicznej  $f_g$  (lub średnicy  $D$ ) do pomiaru i analizy przebiegów impulsowych w postaci ciągu impulsów, którego matematycznym modelem jest odpowiednia postać impulsowej funkcji wzbudzającej  $p(t)$ .

Posługując się danymi liczbowymi zestawionymi w tabeli 2, lecz uogólnionymi na inne ciągi impulsów, można oszacować dokładność pomiaru mocy akustycznej emitowanej przez źródła impulsowe o określonej funkcji wzbudzającej  $p(t)$ , jeśli do pomiaru stosuje się mikrofon o danej górnej częstotliwości granicznej  $f_g$  lub średnicy  $D$ . Odwrotnie, mając daną postać funkcji wzbudzającej  $p(t)$  i zadaną dokładność pomiaru, tzn. graniczną wartość współczynnika przeniesienia mocy  $K_m$ , można wybrać spełniający ten warunek dokładności typ mikrofonu, określony jego górną częstotliwością graniczną lub średnicą.

Przy pomiarze mocy i analizie akustycznych przebiegów impulsowych w spektroskopii fotoakustycznej, wybór odpowiedniego typu mikrofonu pomiarowego w oparciu o podane wyżej zasady okazał się niezbędny ze względu na wymaganą dokładność pomiaru.

#### L i t e r a t u r a

1. ROSENCWAIG A., *Photoacoustics and Photoacoustic Spectroscopy*, J. Wiley & Sons, New York 1980.
2. PAO Y. H. (Ed.), *Optoacoustic Spectroscopy and Detection*, Academic Press, New York 1977.
3. TAM A. C., Photoacoustic generations and applications, *Proc. of the International Conference "Acoustic emission and photoacoustic spectroscopy and applications"*, London, Dec. 1985.

4. VARGAS H., MIRANDA L. C. M., Photoacoustic and related photothermal techniques, *Physics Reports*, **161**, 2, 43 ÷ 101 (1988).

5. *Microphones and Microphone Preamplifiers*, Brüel & Kjær, Nærum 1975.

6. RANACHOWSKI J., RZESZOTARSKA J., MOTYLEWSKI J., ADAMCZYK E., Spektroskopia fotoakustyczna w badaniach fizykochemicznych własności materiałów, [W:] *Problemy i metody współczesnej akustyki*, PWN, Warszawa - Poznań 1989.

7. MOTYLEWSKI J., Photoacoustic spectrometer with digital data processing, *4th Spring School on Acoustooptics and Applications*, Gdańsk 1989, 377 ÷ 382, World Scientific Publishing Co., Singapore 1990.

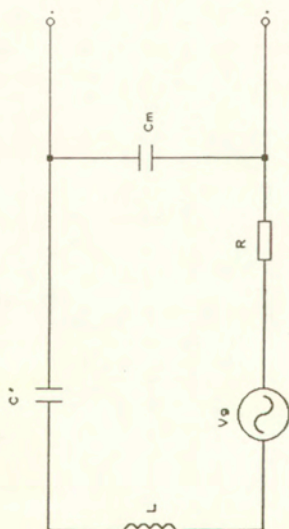
8. RANACHOWSKI J., MOTYLEWSKI J., RZESZOTARSKA J., OPYDO W., Photoacoustic cells for liquids and solids investigation, *Proc. SPIE vol. 1844 Acousto-Optics and Applications*, 271 ÷ 276 (1992).

Tabela 1. Wartości liczbowe współczynnika przeniesienia mocy  $K_m$

Liczba prążków	Impuls prostokątny			Impuls trójkątny	Impuls pitożebny	Impuls postaci $e^{-bt} \sin t$			Impuls postaci $e^{-bt} \sin ct \sin t$ $b=0,03 \quad c=2,7$
	$q=0,5$	$q=0,25$	$q=0,125$			$b=0,1$	$b=1$	$b=10$	
1	0,8138	0,5433	0,2738	0,9855	0,6116	0,9497	0,7128	0,5345	0,4207
2	0,8138	0,8149	0,5075	0,9855	0,7645	0,9886	0,9195	0,8025	0,8470
3	0,9042	0,8755	0,6849	0,9977	0,8324	0,9958	0,9683	0,8863	0,9432
4	0,9042	0,8753	0,8017	0,9977	0,8707	0,9980	0,9846	0,8993	0,9653
5	0,9368	0,8970	0,8656	0,9992	8,8951	0,9989	0,9914	0,8993	0,9665
6	0,9368	0,9272	0,8915	0,9992	0,9121	0,9993	0,9947	0,9029	0,9687
7	0,9534	0,9383	0,8971	0,9996	0,9246	0,9996	0,9966	0,9110	0,9755
8	0,9534	0,9383	0,8971	0,9996	0,9342	0,9997	0,9976	0,9214	0,9820
9	0,9635	0,9450	0,9005	0,9998	0,9414	0,9998	0,9983	0,9320	0,9844
10	0,9635	0,9559	0,9099	0,9998	0,9478	0,9998	0,9987	0,9419	0,9845

Tabela 2. Największe dopuszczalne wartości częstotliwości powtarzania impulsów  $f_p$  w kHz, dla różnych typów mikrofonów pojemnościowych przy  $K_{ml} = 0,5$  dB, 1 dB i 3 dB

Średn. mikrof.	$K_{ml}$ , dB	Impuls prostokątny			Impuls trójkątny	Impuls pitozeźbny	Impuls postaci $e^{-bt} \sin t$		Impuls postaci $e^{-bt} \sin ct \sin t$ $b=0,03$ $c=2,7$	
		$q=0,5$	$q=0,25$	$q=0,125$			$b=0,1$	$b=10$		
1"	0,5	5	3	2,5	15	3	15	7,5	3,75	5
	1	15	7,5	3,7	15	5	15	7,5	7,5	7,5
	3	15	15	7,5	15	15	15	15	15	7,5
1/2"	0,5	11,7	7	5,8	35	7	35	17,5	8,75	11,6
	1	35	17,5	8,7	35	11,7	35	17,5	17,5	17,5
	3	35	35	17,5	35	35	35	35	35	17,5
1/4"	0,5	26,7	16	13,3	80	16	80	40	20	26,6
	1	80	40	20	80	26,6	80	40	40	40
	3	80	80	40	80	80	80	80	80	40
1/8"	0,5	40	24	20	120	24	120	60	30	40
	1	120	60	30	120	40	120	60	60	60
	3	120	120	60	120	120	120	120	120	60

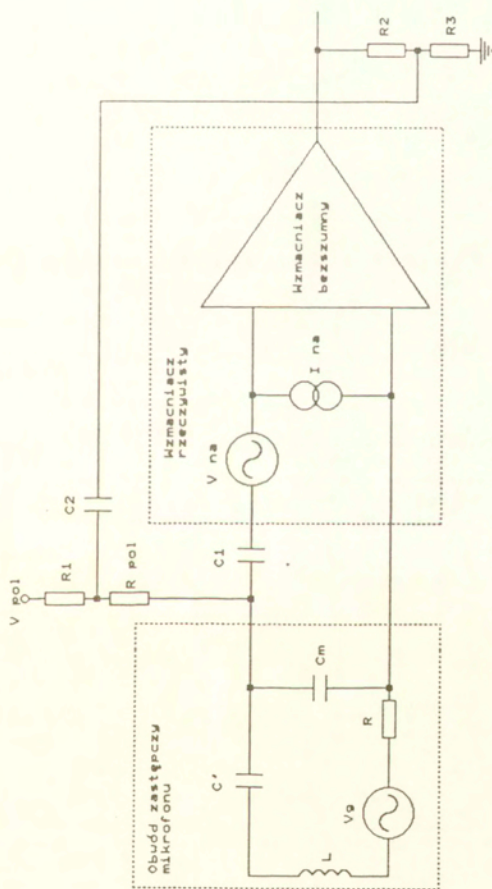


Rys. 1. Schemat zastępczy mikrofonu pojemnościowego. Pokazany powyżej układ jest elektrycznie równoważny spolaryzowanemu mikrofonowi pojemnościowemu, gdzie  $C_m$  jest pojemnością mikrofonu w zakresie wysokich częstotliwości,  $C'$ ,  $L$  i  $R$  określone są odpowiednio przez siłę zwracającą oraz masę i tłumienie membrany:

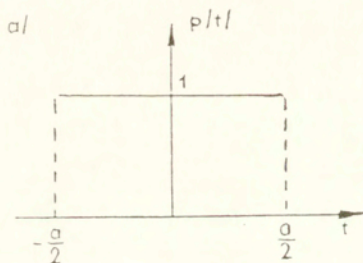
$$C' = \frac{C_m^2 V_m^2 p_{o1}}{d^2 K_m}; \quad L = \frac{m}{K_m C'} = \frac{1}{\omega_m^2 C'}; \quad R = \frac{\delta}{K_m C'} = \frac{1}{Q_m W_m C'}; \quad V_G = \frac{A_m d}{V_{p o1} C_m} p = \frac{C_m S_m P_m}{C' S_m P_m}$$

Sygnal wywołany oddziaływaniem ciśnienia akustycznego  $P_m$  na membranę występuje tu jako źródło napięciowe  $V_G$  połączone szeregowo z obwodem rezonansowym RLC'. Napięcie szumów generowane w rezystancji  $R$  pojawia się na zaciskach wyjściowych jako szum fluktuacji ciepłych wywołany tłumieniem membrany.



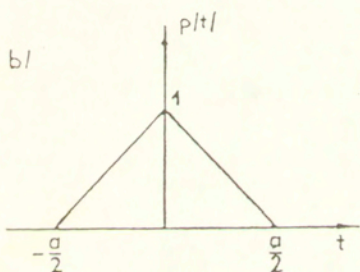


Rys. 2. Szumowy model mikrofonu i wzmacniacza:  $V_{pol}$  - napięcie polaryzacji,  $R_{pol}$  - rezystancja w obwodzie polaryzacji,  $V_{na}$  - szum napięciowy wzmacniacza,  $I_{na}$  - szum prądowy wzmacniacza



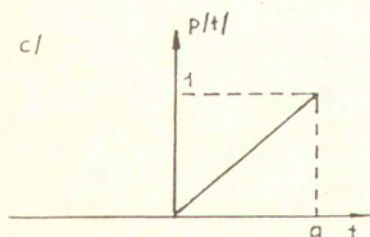
$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |t| < \frac{a}{2} \\ 0 & \text{dla } \frac{a}{2} \leq |t| \leq T - \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$p(t) = p(t+T)$$



$$p(t) = 1 - \frac{2t}{a} \quad \text{dla } |t| \leq \frac{a}{2}$$

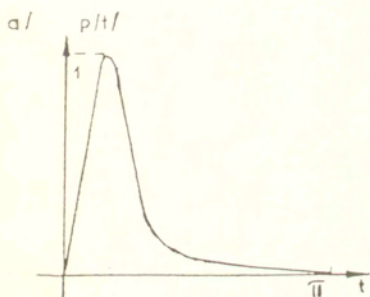
$$p(t) = p(t+T)$$



$$p(t) = \frac{1}{a} t \quad \text{dla } 0 \leq t \leq a$$

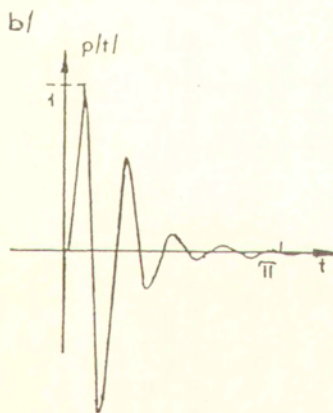
$$p(t) = p(t+T)$$

Rys. 3. Przykłady impulsowych funkcji wzbudzających: a) impulsy prostokątne, b) impulsy symetryczne trójkątne, c) impulsy piłozębne



$$p(t) = e^{-bt} \sin t \quad \text{dla} \begin{cases} 0 \leq t \leq \pi \\ 0 < b < \infty \end{cases}$$

$$p(t) = p(t+k\pi) \quad k=0,1,2,\dots$$

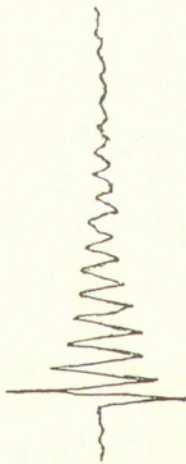


$$p(t) = e^{-bt} \sin ct \operatorname{sinc} t \quad \text{dla} \begin{cases} 0 \leq t \leq \pi \\ 0 < b < \infty \\ c \neq 0 \end{cases}$$

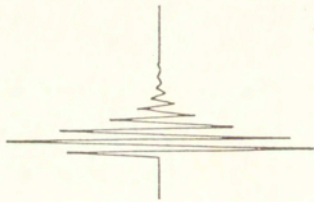
$$p(t) = p(t+k\pi) \quad k=0,1,2,\dots$$

Rys. 4. Przykłady impulsowych funkcji wzbudzających: a) impulsy typu  $e^{-bt} \sin t$ , b) impulsy typu  $e^{-bt} \sin ct \operatorname{sinc} t$

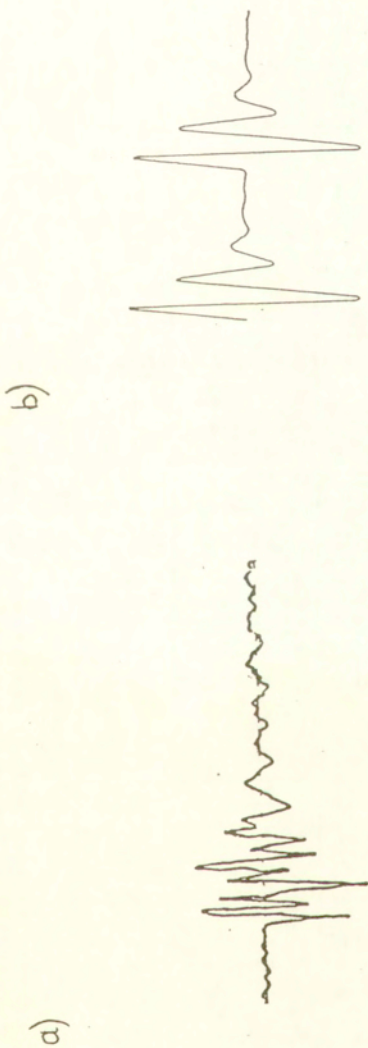
a)



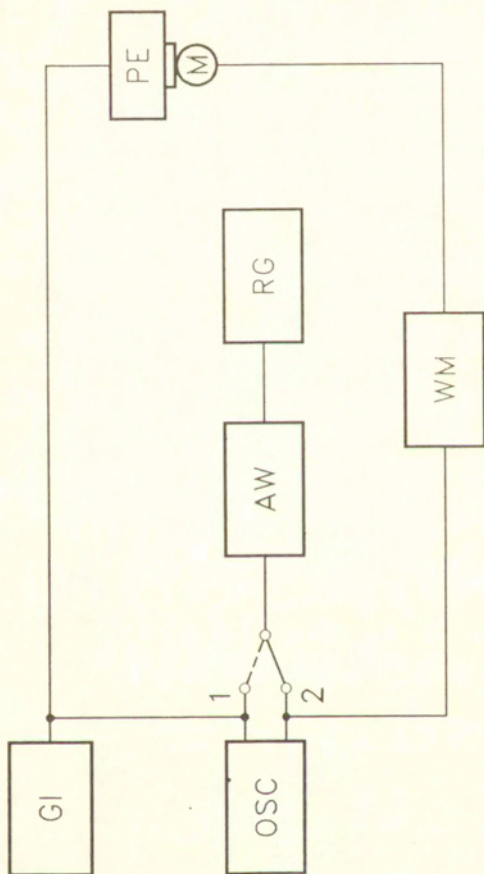
b)



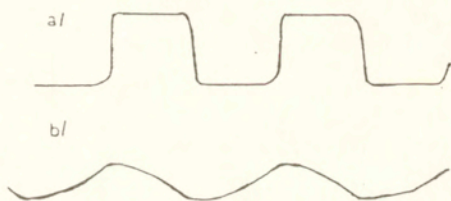
Rys. 5. Aproksymacja rzeczywistych przebiegów wartości chwilowej sygnałów akustycznych PAS chromazurołu S przebiegami teoretycznymi według zależności (37): a) przebieg rzeczywisty, b) aproksymacja teoretyczna.



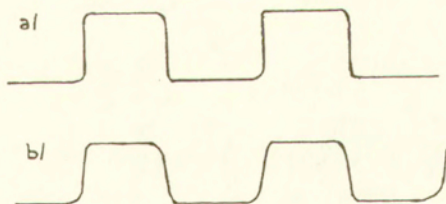
Rys. 6. Aproxymacja rzeczywistych przebiegów wartości chwilowej sygnałów akustycznych PAS dwuchromianu potasu  $K_2Cr_2O_7$ , przebiegami teoretycznymi według zależności (37): a) przebieg rzeczywisty, b) aproxymacja teoretyczna



Rys. 7. Schemat blokowy układu pomiarowego do badania odpowiedzi mikrofonu pojemnościowego w warunkach pobudzenia impulsowego: GI - generator impulsów elektrycznych, OSC - oscyloskop dwustrumieniowy, PE - pobudnik elektrostatyczny, M - badany mikrofon pojemnościowy, WM - wzmacniacz mikrofonowy, AW - analizator widma, RG - rejestrator graficzny



Rys. 8. Oscylogramy ciągów impulsów prostokątnych o częstotliwości powtarzania  $f_p = 10$  kHz i współczynnika wypełnienia okresu  $q = 0,5$ : a) impulsy elektrostatyczne pobudzające membranę mikrofonu, b) impulsy na wyjściu mikrofonu. Mikrofon B&K typ 4145,  $D = 1''$ ,  $f_g = 15$  kHz



Rys. 9. Oscylogramy ciągów impulsów prostokątnych o częstotliwości powtarzania  $f_p = 500$  Hz i współczynnika wypełnienia okresu  $q = 0,5$ : a) impulsy elektrostatyczne pobudzające membranę mikrofonu, b) impulsy na wyjściu mikrofonu. Mikrofon B&K typ 4145,  $D = 1''$ ,  $f_g = 15$  kHz