

4.42 — stany graniczne,
niezmożność, przystosowanie

Jan Szingowski
Zbigniew Spółacki

KSZTAŁTOWANIE WEZŁÓW O PRZEKROJACH
OSIOWO-SYMETRYCZNYCH PRĘTÓW

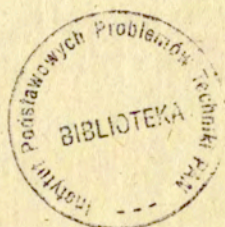
37/1985

P. 269



WARSZAWA 1985

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 22 maja 1985 r.



56921.



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 160 egz. Ark.wyd. 2 Ark. druk. 3,25
Oddano do drukarni w czerwcu 1985 r.
Nr zamówienia 378/85

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Jan Szlagowski
Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich
Politechniki Warszawskiej

Zbigniew Spólnicki
Centralny Ośrodek Badań i Rozwoju
Techniki Kolejnictwa

KSZTAŁTOWANIE WĘZŁÓW O PRZEKROJACH OSIOWO-SYMETRYCZNYCH PRĘTÓW^{x/}

W pracy przedstawiono metodę kształtowania węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów. Wykorzystano tutaj metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Omówiono zasady tworzenia takich węzłów oraz pokazano wiele przykładów węzłów trójprętowych, krzyżowych oraz typu K. Proponowana metoda może służyć dla wstępnego kształtowania niektórych typów węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów.

1. Uwagi ogólne

Problem racjonalnego kształtowania węzłów konstrukcji stalowych ma duże znaczenie techniczne. Węzeł łączący kilka zbiegających się prętów powinien być tak zaprojektowany, aby był wyjęzony w takim samym stopniu co pręty do niego zbiegające. Wykorzystując metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń można uzyskać wiele rozwiązań różnorodnych węzłów konstrukcji stalowych. Analizujemy wtedy węzły w ich granicznym stanie obciążenia. Takie podejście pozwala określić nośność graniczną węzła oraz wyznaczyć współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji zdefiniowany jako stosunek siły granicznej do siły obciążającej węzeł. Prace w tym kierunku są obecnie szeroko rozwijane.

Kształtowaniu węzłów wg kryterium nośności granicznej poświęcone było wiele prac [1], [2], [3]. Omówione tam metody pozwalały kształtować węzły płaskie [4] oraz węzły przestrzenne

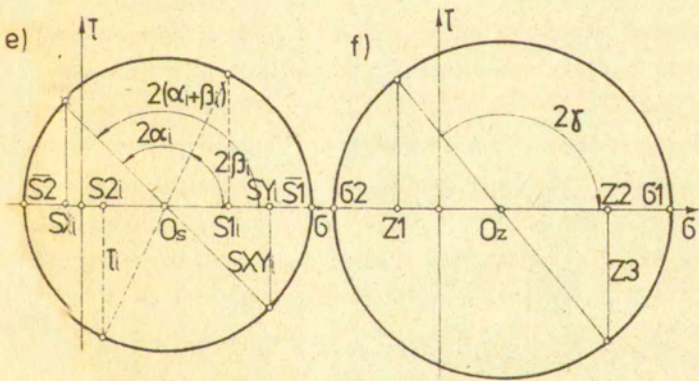
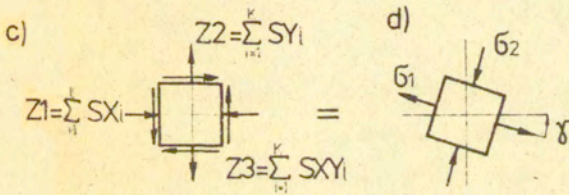
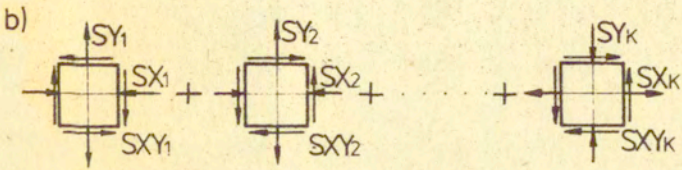
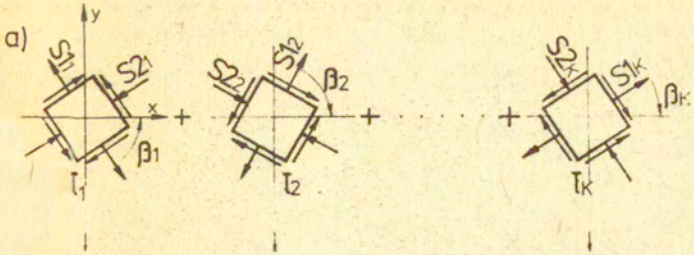
x/ Praca wykonana na zlecenie IPPT PAN w ramach problemu węzłowego 05.12.

o przekrojach w kształcie rur prostokątnej, ceownika, dwuteownika [2] itp. W pracy [2] przedstawiono metode kształtowania węzłów uzyskanych na drodze tensorowego nakładania się dwóch stanów naprężeń.

W ramach niniejszej pracy przedstawiono metode kształtowania węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych pretów /rura, przekrój pełny itp./ [5]. Otrzymane pola naprężeń określają formę projektowanego węzła i służą do wstępnego ustalenia jego rozwiązania. W dalszym etapie analizy wytrzymałościowej tak otrzymany kształt węzła musi być skorygowany ze względu na wymagania technologiczne i inne dodatkowe czynniki wynikające z charakteru obciążenia i własności materiału. Jest to jednak procedura konieczna przy każdej metodzie projektowania wytrzymałościowego.

W dalszej części pracy będziemy często wykorzystywali pola naprężeń otrzymane w wyniku tensorowego dodawania wielu stanów naprężeń [2], dlatego też podamy pokrótce zasady tego dodawania /rys. 1/. W przyjętym dowolnie układzie współrzędnych x, y dwa stany naprężenia reprezentowane są przez naprężenia główne /rys. 1a/, które można odwzorować na płaszczyźnie kół Mohra /rys. 1e/. Dodawanie naprężeń może nastąpić dopiero po znalezieniu naprężeń na płaszczyznach zgodnych z przyjętym układem współrzędnych x, y /rys. 1b, e/. Wynikowy stan naprężenia znajdujemy sumując odpowiadające sobie naprężenia z obu stanów /rys. 1c, f/. Może być on określony przez naprężenie normalne i styczne lub naprężenia główne /rys. 1d, f/. Wykorzystując te zasady opracowano algorytm automatyzujący proces tensorowego dodawania wielu stanów naprężeń [3].

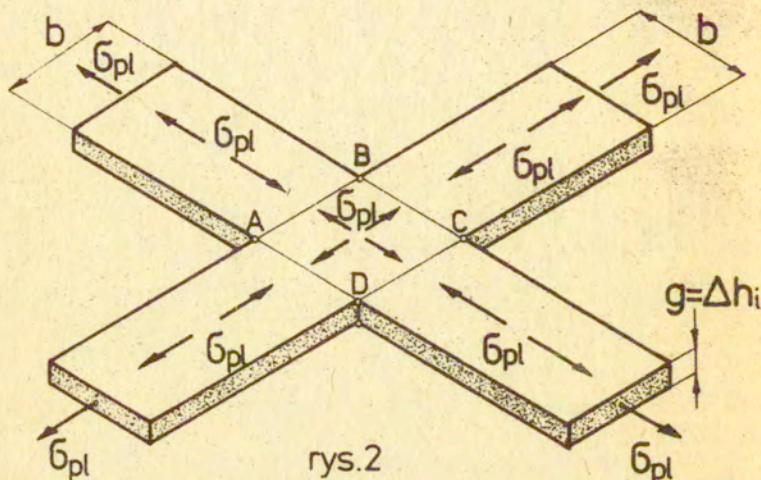
W pracy będziemy konsekwentnie stosowali tylko warunek plastyczności Treski. Uzyskanie rozwiązań węzłów dla warunku Hubera-Misesa jest także możliwe, choć nieco bardziej pracochłonne.



rys.1

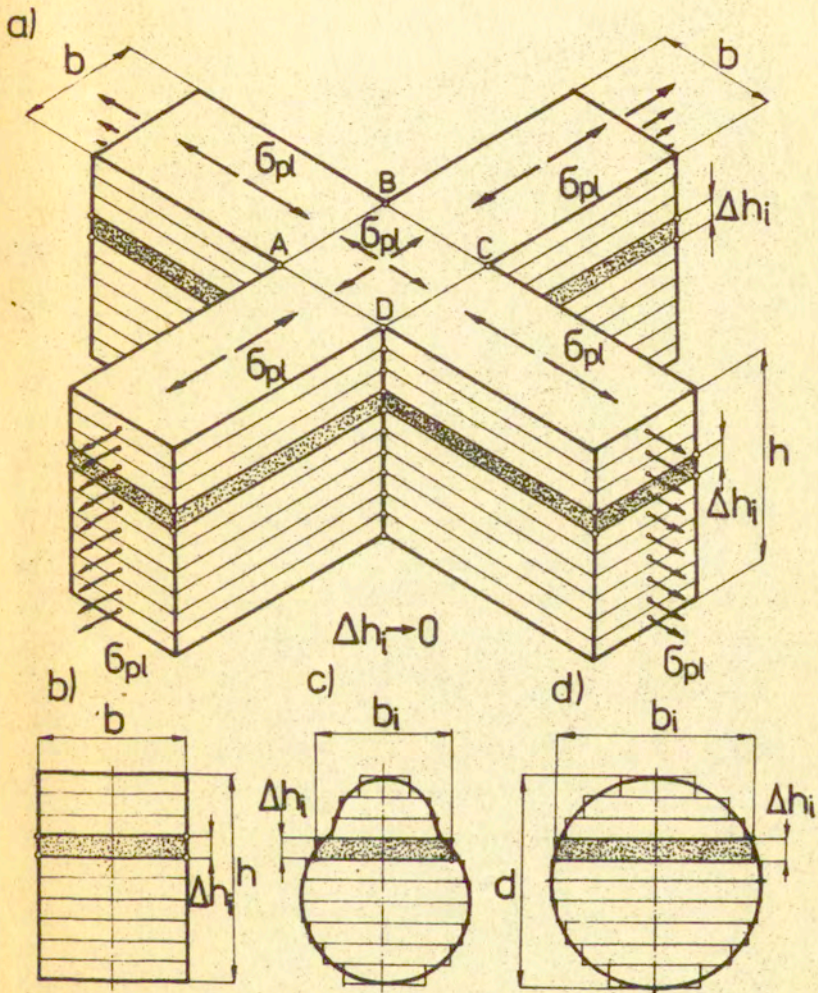
2. Zasady kształtowania węzłów o prętach osiowo-symetrycznych

Rozpatrzmy węzeł składający się z dwóch przecinających się po kącie 90° pasów o szerokości b /rys. 2/ i grubości Δh_1 .



Oba pasy są rozciągane naprężeniami σ_{pl} . W obszarze ABCD panuje stan dwuosiowego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{pl} . Zakładając dla dostatecznie małego Δh_1 płaski stan naprężenia w węźle i składając n takich węzłów /rys. 3a/ możemy otrzymać węzeł o danej wysokości h /prostokątne przekroje prętów wchodzących do węzła/.

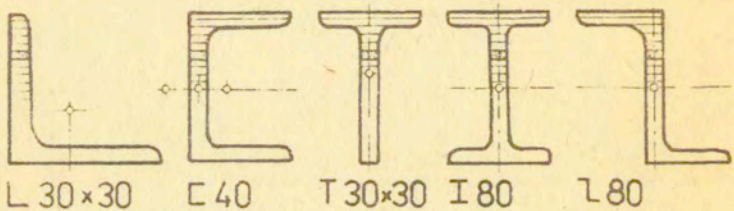
Zakładając teraz różną szerokość b_1 takich elementarnych węzłów o grubości Δh_1 przy odpowiednim ich nakładaniu możemy opisać z różną dokładnością założony kształt osiowo-symetryczny pręta /rys. 3c, d/. Jeżeli przyjmiemy, że wymiar Δh dąży do zera /rys. 3c/, to płaski węzeł elementarny będzie miał szerokość b_1 , a liczba płaskich rozwiązań wpisanych w tę figurę dąży do nieskończoności. Gdy nałożymy na siebie nieskończoną liczbę równoległych do siebie cięciw okręgu o szerokości b_1 ,



rys. 3

to otrzymamy przekrój kołowy. Widać stąd, że zależnie od zmienności wymiaru b_1 węzłów elementarnych można je wpisać w dowolne, osiowo-symetryczne figury /koło, owal, elipsa/. Wszystkie rozwiązania są do siebie geometrycznie podobne i mają ten sam stan naprężenia w porównywalnych obszarach.

Nakładając na siebie /w podany wyżej sposób/ płaskie węzły /np. z prac [1], [2], [4] / można otrzymać węzły o elementach osiowo-symetrycznych. Podana powyżej metoda pozwala także budować węzły, w których pręty mają przekrój inny niż osiowo-symetryczny, z czego najbardziej użytecznymi w praktyce wydają się być węzły o prętach w kształcie: kątownika, ceownika, teownika, dwuteownika, czy też zetownika /rys. 4/.



rys. 4

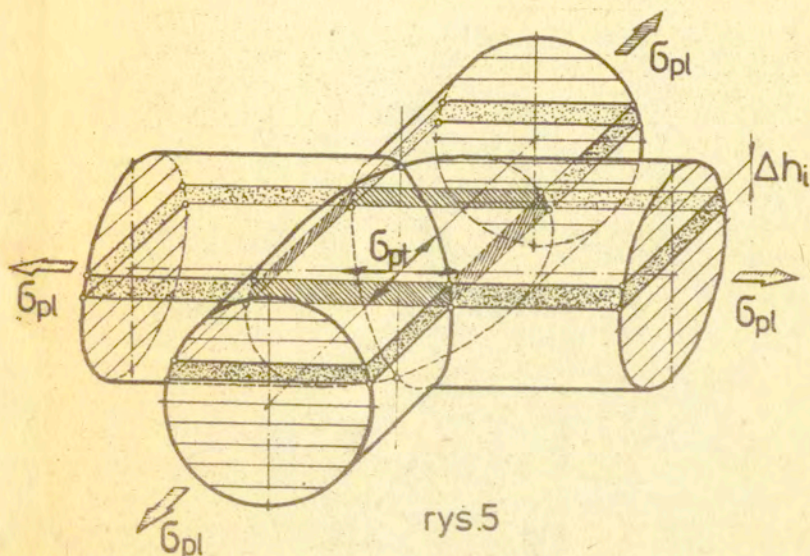
Przedstawimy teraz szereg przykładów kształtowania węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów.

3. Węzły krzyżowe - pręty o przekroju kołowym

Rozpatrzmy węzeł, w którym przecinają się dwa prostopadłe pręty o przekroju kołowym /rys. 5/. Nakładamy tutaj na siebie n węzłów płaskich zgodnych z rys. 2, których / $\Delta h \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ / szerokości pasów b_1 tworzą przekrój kołowy. Wszystkie elementy węzła elementarnego są rozciągane naprężeniami σ_{pl} . W obszarze węzła mamy płaski izotropowy stan naprężenia σ_{pl} . Pręty mogą być obciążone siłami granicznymi /ocena dolna/

$$P = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sigma_{pl}$$

/3.1/

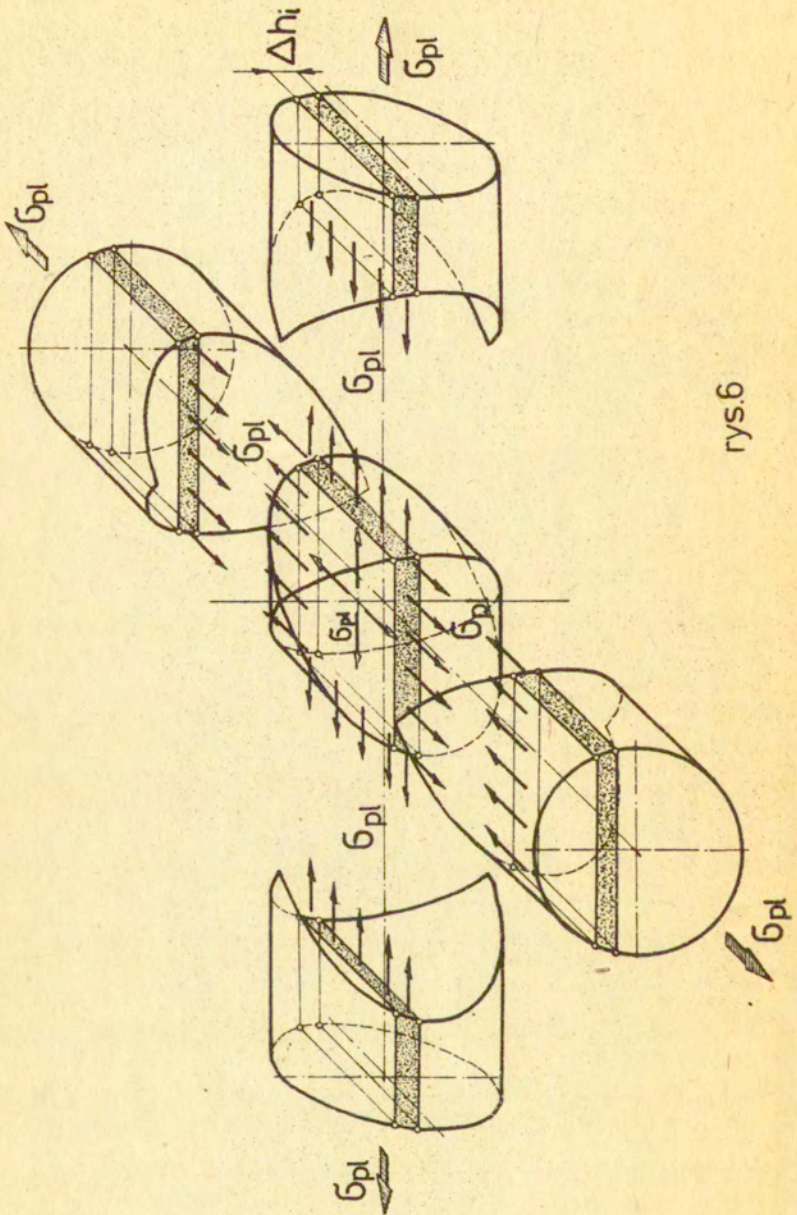


rys.5

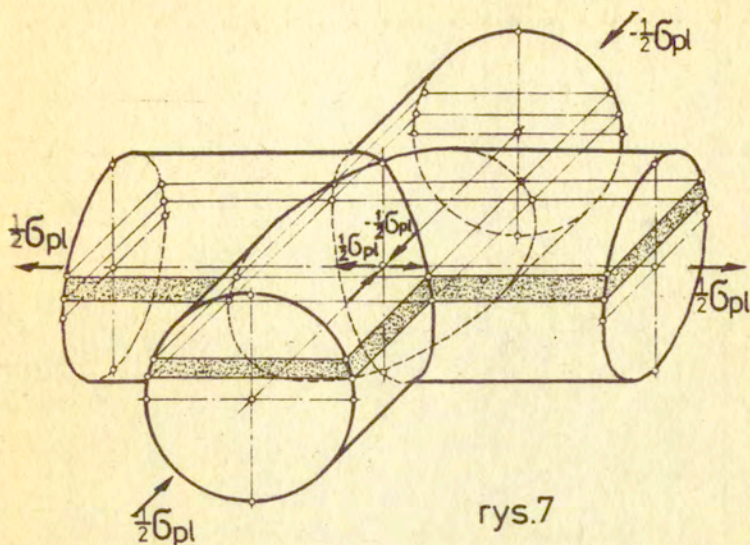
Na rys. 6 przedstawiono ten sam węzeł, lecz rozłożony na części składowe: cztery pręty i łącznik /węzłówkę/. Zaznaczono tam również równowagę części składowych jednego płaskiego węzła elementarnego. Zewnętrzne powierzchnie łącznika są powierzchniami nieciągłości naprężeń. Gdy wszystkie pręty węzła z rys. 5 będą ściskane to przeniesie on tę samą siłę graniczną /3.1/, gdyż jedynie ulegną zmianie znaki naprężeń w polu z rys. 5.

Natomiast, gdy dwa przeciwległe pręty będą ściskane a pozostałe rozciągane /rys. 7/, to węzeł ten nie może przenieść naprężeń granicznych równych σ_{pl} , gdyż w łączniku byłby przekroczony stan graniczny.

Bez zmiany kształtu jego pręty mogą być obciążone tylko naprężeniami $0,5 \cdot \sigma_{pl}$ i jedynie w łączniku będzie panował graniczny /płaski/ stan naprężenia /ściskanie naprężeniami $-0,5 \cdot \sigma_{pl}$ i rozciąganie naprężeniami $0,5 \cdot \sigma_{pl}$ /.



rys.6

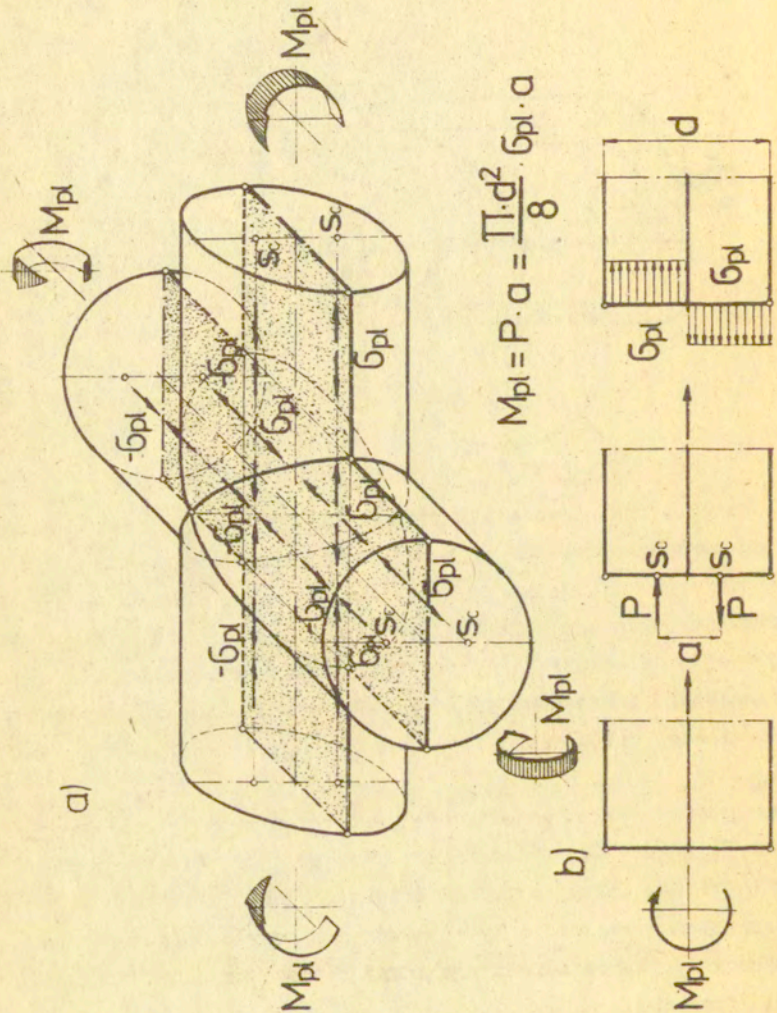


rys.7

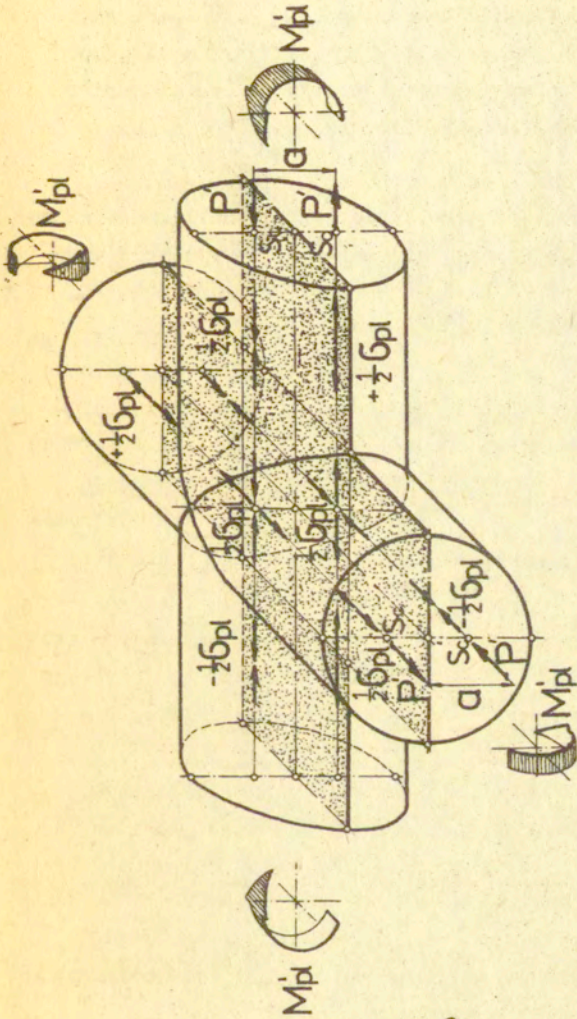
Węzeł z rys. 5 może być również zginany momentami o takich samych zwrotach /rys. 8/ oraz parami momentów o przeciwnych zwrotach /rys. 9/. Można zbudować statycznie dopuszczalne pole naprężeń określające wartości momentów granicznych M_{pl} /rys. 8/. Na jednej z osi centralnych przekroju kołowego mamy płaszczyznę nieciągłości /zakropkowana na rys. 8a/ rozdzielającą obszary jednoosiowego rozciągania i jednoosiowego ściskania naprężeniami σ_{pl} .

Dolna połowka węzła kształtowana jest przez węzeł elementarny z rys. 2, górna zaś przez taki sam węzeł o przeciwnych zwrotach naprężeń. Całkując po powierzchni połowki przekroju kołowego otrzymamy wartość siły wypadkowej P przyłożonej w środku ciężkości S_c . Zatem moment graniczny możemy wyznaczyć z zależności /rys. 8b/

$$M_{pl} = P \cdot a = \frac{\pi \cdot d^2 a}{8} \cdot \sigma_{pl} \quad /3.2/$$



rys. 8



$$M_{pl} = P' \cdot a = \frac{\pi \cdot d^2}{16} \cdot \sigma_{pl} \cdot a$$

rys.9

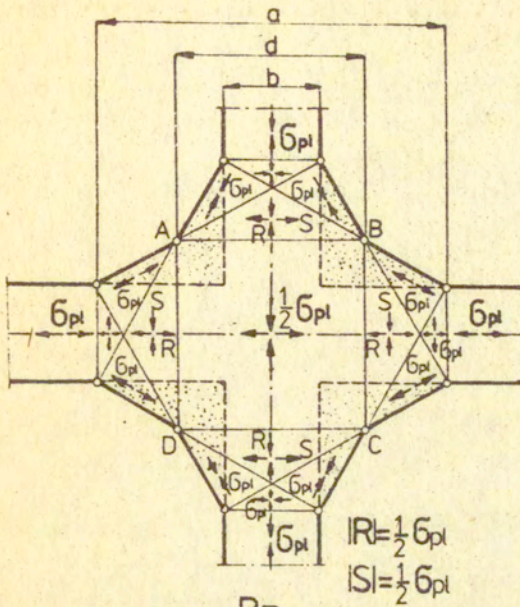
Przy przeciwnych parami zwrotach momentów /rys. 9/ węzeł może być obciążony jedynie momentami granicznymi $M'_{pl} = 0,5 M_{pl}$ /por. rys. 7/. Obciążając węzeł działającymi jednocześnie - momentem gnącym i siłą osiową możemy zbudować pole naprężeń, w którym nastąpi jedynie przesunięcie płaszczyzny nieciągłości w górę lub w dół od osi centralnej przekroju kołowego. Wartość przesunięcia zależy od wzajemnego stosunku wartości momentu i siły osiowej.

Rozwiązanie węzła krzyżowego z rys. 7 przy obciążeniu siłami rozciągającymi i ściskającymi nie zapewnia optymalnego wykorzystania materiału choćby dlatego, że pręty obciążone są stanem jednoosiowego ściskania lub rozciągania naprężeniami $0,5 \cdot \sigma_{pl}$. Powiększając odpowiednio obszar łącznika /węzłówki/ możemy dwukrotnie zwiększyć nośność węzła racjonalnie wykorzystując jego materiał /naprężenia w prętach równe σ_{pl} /. Węzeł taki otrzymamy nakładając nieskończenie wiele elementarnych węzłów płaskich typu pokazanego na rys. 10a. Obszar łącznika rozbudowano wprowadzając pomiędzy pasy ściskane i rozciągane a obszar ABCD cztery pola redukujące naprężenia σ_{pl} do naprężeń $R = 0,5 \cdot \sigma_{pl}$ /pole typ B - [4]/. Cały obszar otrzymanego węzła jest wycięzony w sposób graniczny, a w obszarze ABCD panuje graniczny stan czystego ścinania. W porównaniu z rys. 2 obszar łącznika powiększył się o cztery obszary zakropkowane na rys. 10a.

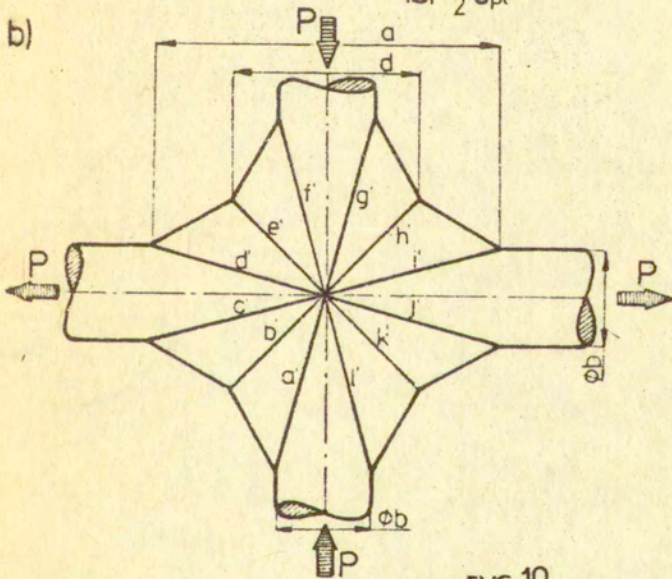
Nakładając teraz na siebie nieskończenie wiele płaskich węzłów /wg zasad podanych w pkt. 2/ otrzymamy węzeł o kołowych przekrojach prętów o średnicy b /rys. 10b/. Jego aksonometryczny widok pokazano na rys. 11.

Węzeł ten przeniesie siły graniczne /ocena dolna/ wg wzoru /3.1/ zaś momenty graniczne wg /3.2/. Może być także obciążony jednocześnie siłą osiową i momentem gnącym.

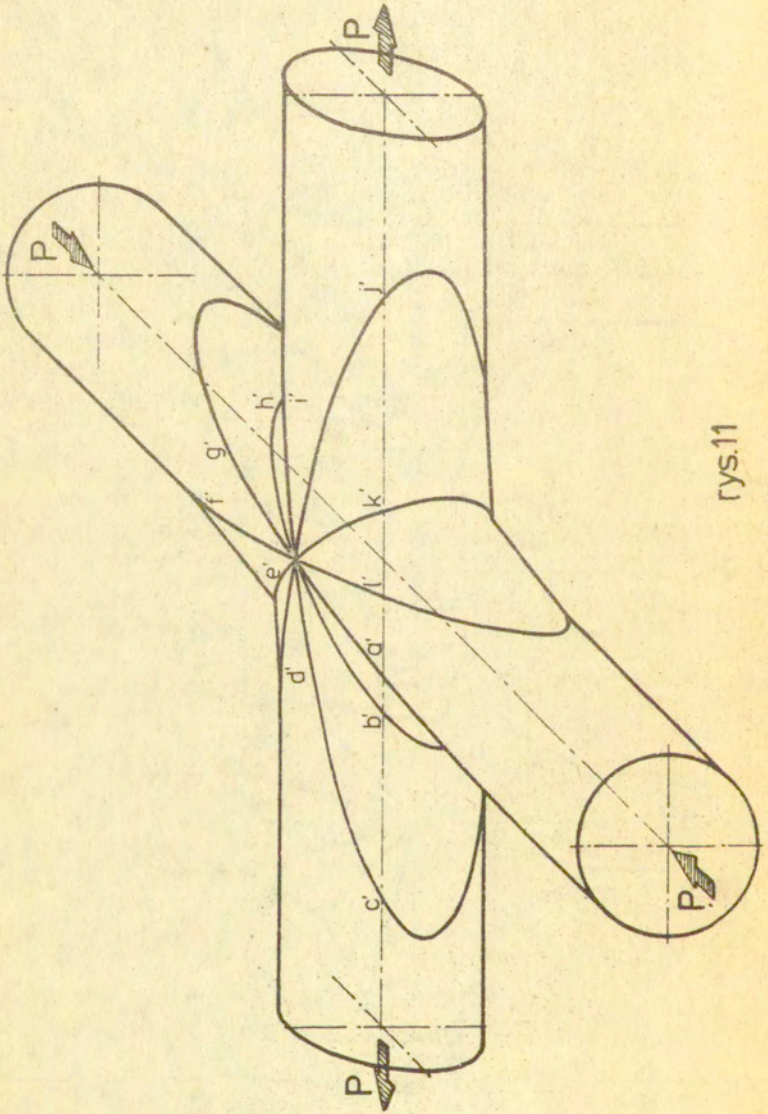
a)



b)



rys.10



rys.11

4. Węzły krzyżowe - pręty o przekroju rurowym

Rozpatrzmy sposób kształtowania węzła, w którym przecinają się dwa prostopadłe pręty o kołowym przekroju rurowym /rys. 12/ rozciągane naprężeniami σ_{pl} .

Płaski węzeł elementarny otrzymamy nakładając na węzeł z rys. 2 /szerokość pasów b_1 / geometrycznie podobny węzeł o szerokości pasów b_1^* o przeciwnych znakach sił obciążających /rys. 12a/. W każdym z otrzymanych obszarów dokonujemy sumowania obu stanów i otrzymujemy wynikowy stan naprężenia /por. pkt 1/.

Z uzyskanych obszarów wolnych od naprężeń /oznaczone "0"/ możemy usunąć materiał. Tak postępując otrzymaliśmy elementarne pole naprężeń składające się z czterech przecinających się pasów o szerokości $(b_1 - b_1^*)/2$ rozciąganych naprężeniami σ_{pl} /rys. 12a/. W obszarach przecinania się pasów panuje stan dwuosiowego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{pl} .

Składając nieskończenie wiele elementarnych węzłów płaskich o odpowiednich wymiarach b_1 i b_1^* otrzymamy węzeł, w którym przecinają się dwa pręty o przekroju rurowym /rys. 12b/. Grubość rur może być dowolna.

Węzeł ten może być:

- rozciągany lub ściskany siłami granicznymi

$$P = F_r \cdot \sigma_{pl} \quad /3.3/$$

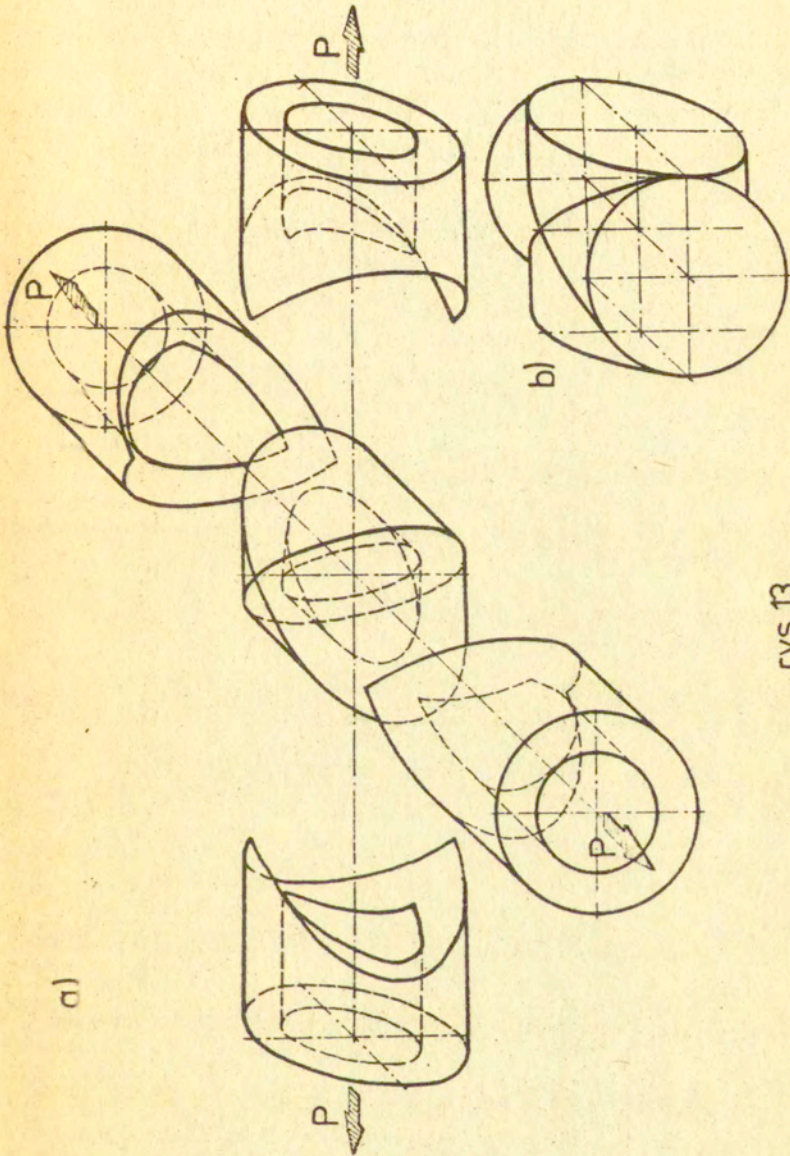
gdzie F_r jest przekrojem poprzecznym rury,

- zginany momentami granicznymi o jednakowych zwrotach.

Wartość momentu możemy wyznaczyć zgodnie z zasadami podanymi na rys. 8.

Przeniesienie sił i momentów granicznych w sposób statycznie douszczalny wymagało istnienia przepon wewnątrz węzła.

Na rys. 13a pokazano ten sam węzeł rozłożony na cztery pręty i łącznik. Wewnątrz łącznika mamy zawsze obszar zerowy. Praktyczne wykonanie takiego węzła będzie trudne. Może ono polegać



rys. 13

na wykonaniu stalowego odlewki węzła lub na połączeniu rur z odpowiednim łącznikiem. Teoretycznie uzyskany kształt łącznika można zastąpić innym łatwiejszym w wykonaniu. Musi on mieć taki kształt i wielkość, aby mieścił w sobie łącznik teoretyczny. Nadmiar materiału nie obniży nośności węzła, ale znacznie może uprościć jego wykonanie. Najprościej byłoby wykonać go jako sześcienną kostkę o krawędzi równej zewnętrznej średnicy rury. Może to być także element pokazany na rys. 13b. Tworzą go cztery ścięte pod kątem 45° pręty o średnicy równej zewnętrznej średnicy rury.

Jak pokazuje przedstawiona wyżej analiza wykonywanie praktyczne tego typu węzłów polegające na ścięciu rur pod kątem 45° i połączeniu ich ze sobą daje w efekcie węzeł o obniżonej nośności granicznej, który nie przeniesie sił granicznych wg wzoru /5.3/.

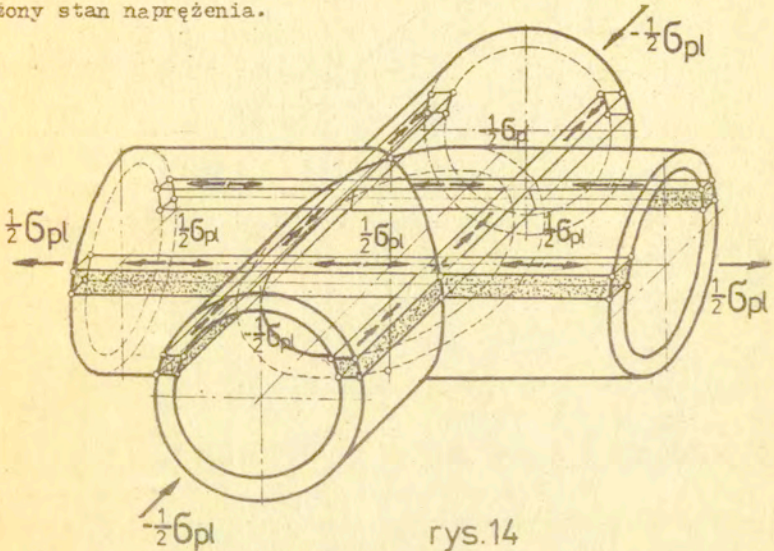
Gdy dwa przecinające się elementy rurowe obciążone są siłami ściskającymi i rozciągającymi to elementy rurowe węzła z rys. 12 mogą być obciążone naprężeniami ściskającymi i rozciągającymi różnymi tylko $\frac{1}{2} \cdot \sigma_{pl}$ /rys. 14/. W tym przypadku jedynie w małych obszarach w łączniku /szczegół A/ panuje graniczny stan naprężenia. Chcąc lepiej wykorzystać materiał elementów rurowych należy przy tej samej średnicy rury rozbudować sam obszar węzła /por. rys. 11/. Węzeł taki otrzymamy nakładając na siebie nieskończenie wiele elementarnych węzłów płaskich pokazanych na rys. 15.

Elementarny węzeł uzyskano nakładając tensorowo na pole z rys. 10a dwa prostopadłe pasy o szerokości b_1 - poziomy ściskamy naprężeniami $-\sigma_{pl}$ oraz pionowy rozciągamy naprężeniami σ_{pl} . Stan naprężenia w poszczególnych obszarach jest łatwy do wyznaczenia. Jedynie w szczególności "B" /rys. 15/ korzystamy z algorytmu przedstawionego w pracach [2] i [3]. Otrzymałmy

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{pl} \text{ oraz } S_2 = -\frac{1}{2} \cdot \sigma_{pl}.$$

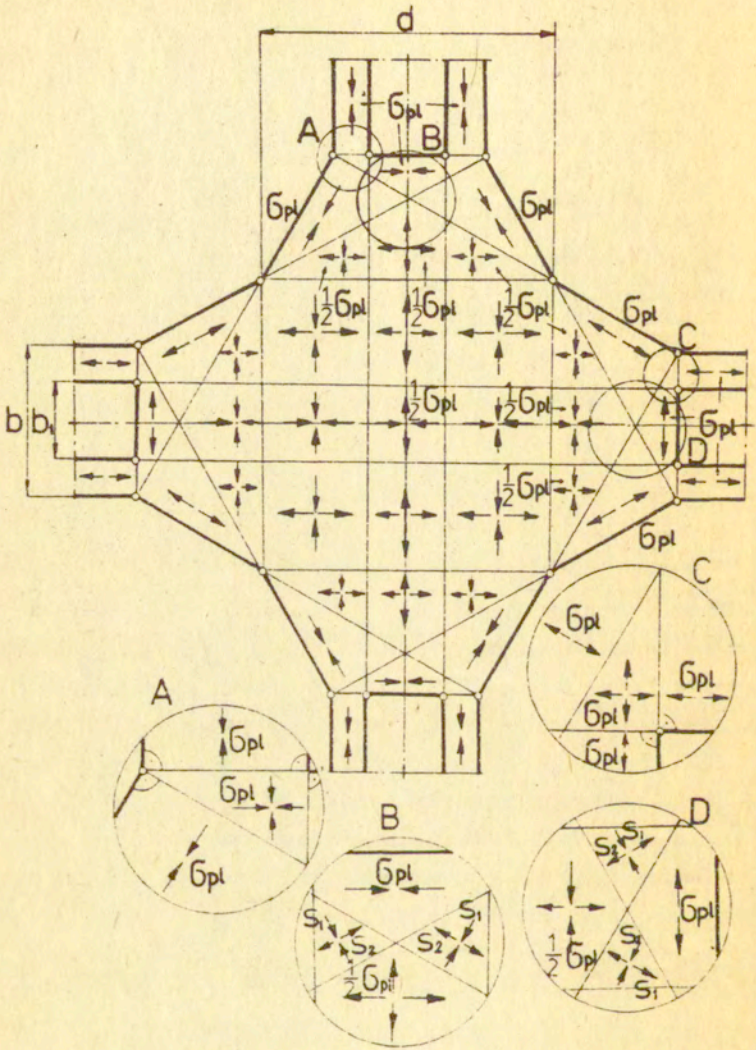
Otr

z rys. 10a kontur zewnętrzny, jedynie wewnątrz mamy bardziej złożony stan naprężenia.

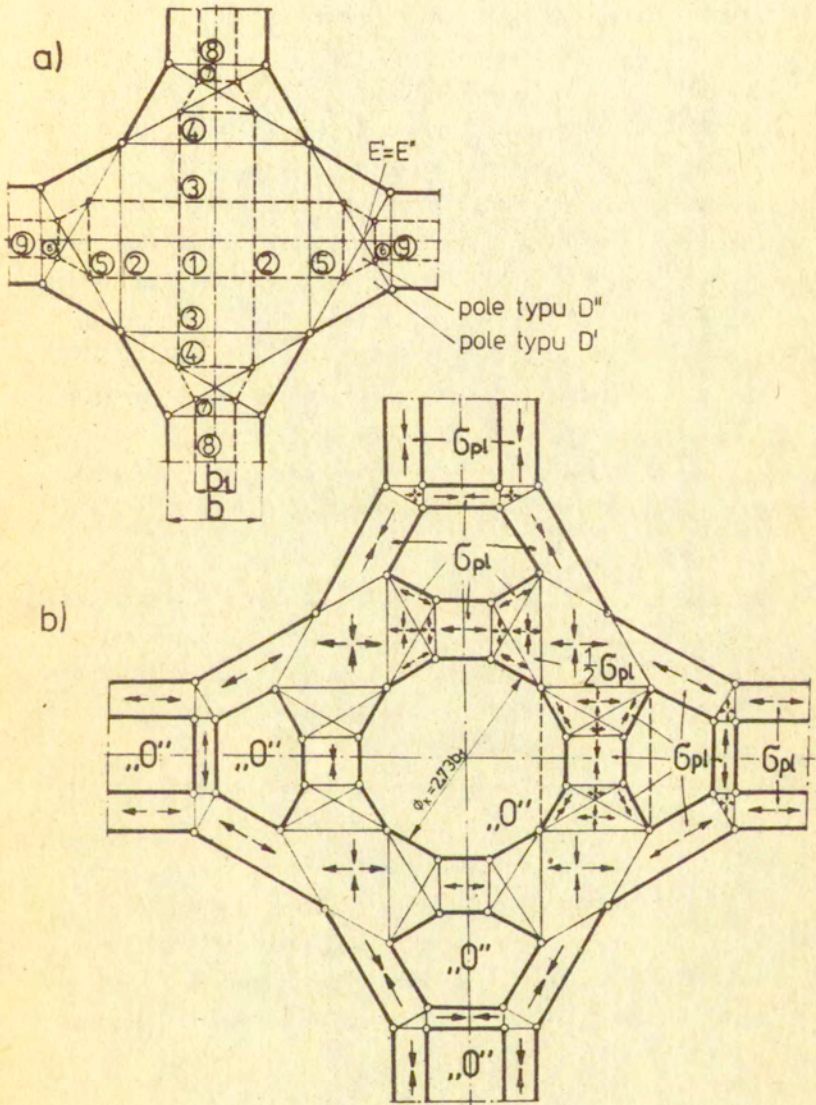


Praktycznie oznacza to, że rys. 11 odwzorowuje także zewnętrzne kształty zmodyfikowanego węzła o elementach rurowych. Jedyną różnicą jest to, że do identycznego łącznika dołączamy pręty o przekrojach rurowych zamiast prętów pełnych /por. rys. 15/.

Fakt ten wskazuje, że w przypadku węzła rurowego łącznik jest przewymiarowany i należy poszukać innego rozwiązania. Na pole z rys. 10a nałożymy teraz geometrycznie podobne pole o szerokości pasów b_1 i przeciwnych znakach sił obciążających /rys. 16a - linia przerywana/. Pola redukcyjne /typ D/ rozsunięte są obszarami jednoosiowego ściskania i rozciągania naprężeniami równymi $\frac{1}{2} \sigma_{pl}$. Długość tych obszarów jest tak dobrana, aby punkt E'' przecięcia się linii nieciągłości wewnątrz pola typu D'' pokrywał się z punktem E' pola typu D' . W tym przypadku wewnątrz obszaru ograniczonego rozmiarem pola typu D'' otrzymamy obszar zerowy /przeciwne znaki naprężeń w porównywalnych obszarach/.



rys.15



rys.16

W obszarach 1 + 9 mamy stan dodawania tensorowego dwóch stanów naprężeń /pkt 1/. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 16b.

W pasach 2 i 5 otrzymano jednoosiowe ściskanie, a w pasach 3 i 4 jednoosiowe rozciąganie naprężeniami $\frac{1}{2} \sigma_{pl}$ /linia przerywana - rys. 16b/, Zwęźono więc te pasy stosując dwa pola redukcyjne połączone pasem jednoosiowego ściskania lub rozciągania naprężeniami równymi σ_{pl} . Powiększyły się w ten sposób obszary zerowe /oznaczone "0"/ wewnątrz łącznika.

Składając nieskończenie wiele płaskich rozwiązań z rys. 16b otrzymamy węzeł o rurowym przekroju prętów, którego zewnętrzne kontury są zgodne z rys. 11. Jedynie wewnątrz łącznika powstało pięć obszarów zerowych, z których środkowy jest zbliżony do kuli o średnicy równej $2,73 \cdot b_1$, gdy $b_1 \leq 0,73 \cdot b$.

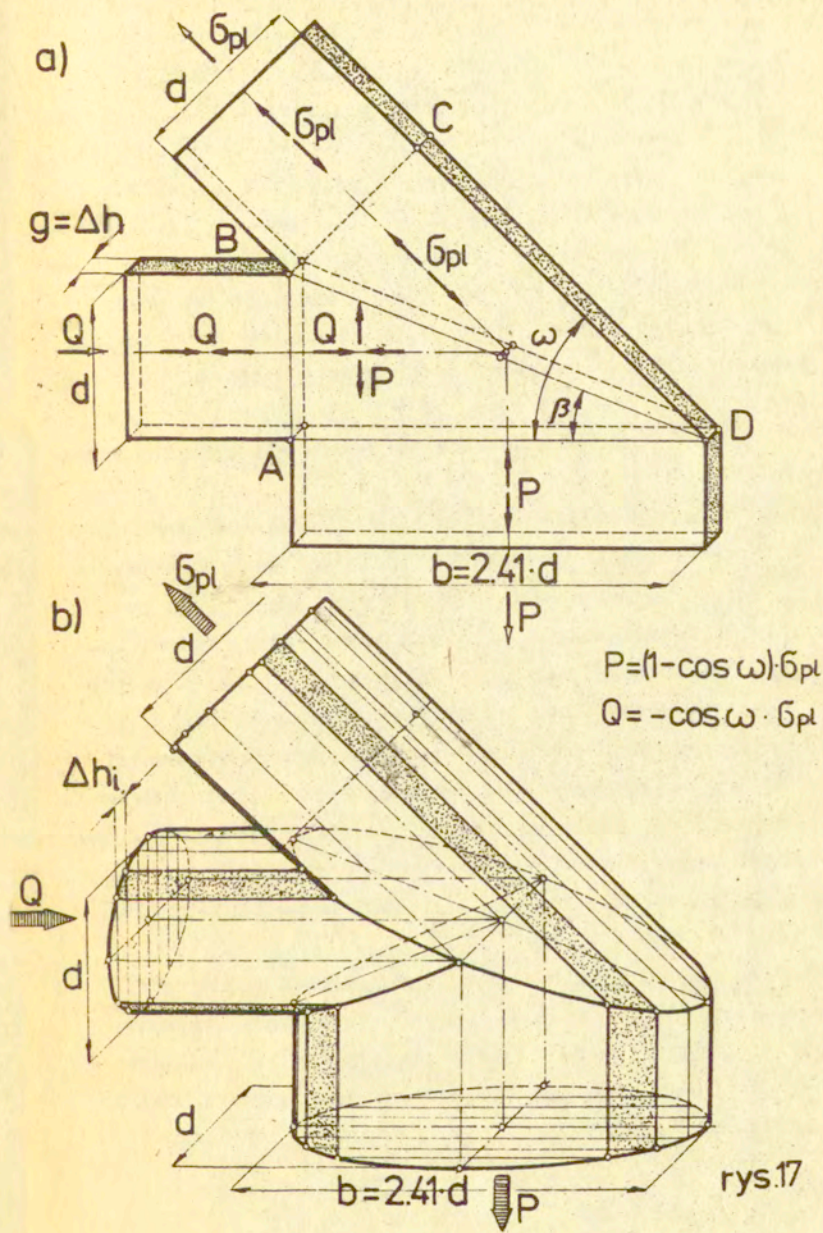
Taki węzeł jest niestety trudny do wykonania, stosujemy więc praktycznie łącznik zgodny z rys. 15.

Węzeł ten może przenieść siły graniczne wg wzoru /3.3/ oraz momenty graniczne wyznaczone wg zasad podanych na rys. 8.

5. Węzły trójprętowe

Dotychczas analizowaliśmy węzły, w których elementy przecinały się pod kątem prostym. Rozpatrzmy teraz węzły, w których zbiegają się trzy pręty osiowo-symetryczne. Wiele przykładowych węzłów można uzyskać stosując elementarne pola naprężeń podane i stabilizowane w pracach [4].

Jako pierwszy rozpatrzmy przypadek pola typu III /rys. 17a/. Mamy tutaj dwa płaskie pasy o szerokości d nachylone do siebie pod kątem $\omega = 45^\circ$. Jeden z nich rozciągany jest naprężeniami, równymi σ_{pl} , drugi zaś ściskany naprężeniami $Q = -0,7071 \cdot \sigma_{pl}$. W obszarze ABD panuje graniczny stan naprężenia $P = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$, $Q = -0,7071 \cdot \sigma_{pl}$. Szerokość trzeciego z pasów wynika z zastosowanego pola naprężeń i jest równa $b = 2,41 \cdot d$. Pas ten jest rozciągany naprężeniami $P = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$.

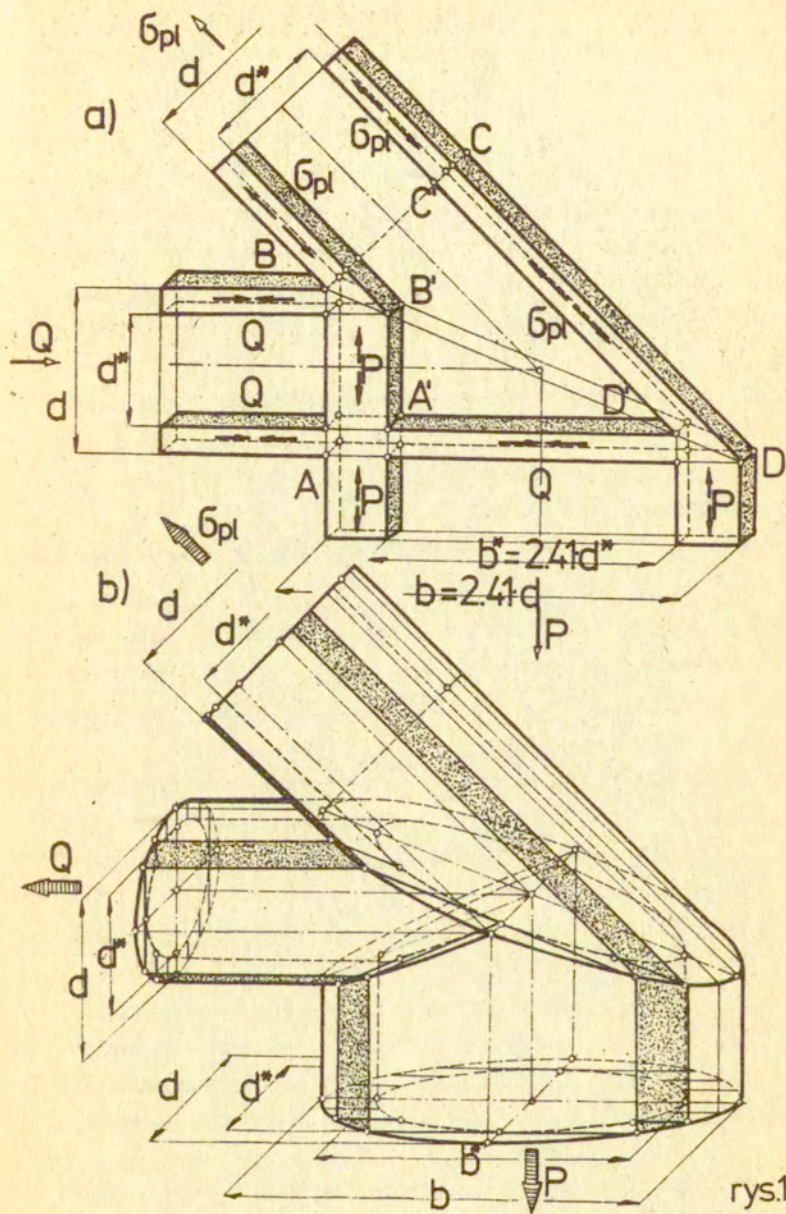


Składając n takich płaskich rozwiązań o różnej szerokości d_1 otrzymamy węzeł z dwoma prętami o przekroju kołowym o średnicy d i jednym prętem o przekroju eliptycznym o osiach d i $2,41 d$ /rys. 17b/. Pręty węzła przeniosą siły graniczne równe iloczynowi pola przekroju poprzecznego i naprężeń obciążających.

Trzeba zaznaczyć, że w tym rozwiązaniu dwa z prętów nie są obciążone w sposób graniczny / $|P| < \sigma_{pl}$; $|Q| < \sigma_{pl}$ /. Zmniejszając odpowiednio średnicę d pręta ściskanego naprężeniami Q /wg pola redukcyjnego z rys. 10a/ oraz przekształcając pręt eliptycznych w pręt o przekroju kołowym rozciągany naprężeniami σ_{pl} uzyskamy węzeł, w którym materiał będzie racjonalnie wykorzystany. Zmiana znaków sił zewnętrznych nie spowoduje zmiany kształtu węzła. Zasady przekształcania prętów eliptycznych w kołowe podamy w pkt. 7 pracy.

Jeżeli teraz na pole z rys.17a nałożymy geometrycznie podobne pole o szerokości pasów d^* i przeciwnych znakach naprężeń w porównywalnych obszarach to otrzymamy pole pokazane na rys. 18a. Składając teraz n takich płaskich rozwiązań o różnych wymiarach d i d^* otrzymamy węzeł, w którym zbiegają się trzy pręty o przekroju rurowym. Tutaj także /por. rys. 12b/ możliwość przeniesienia granicznych sił zewnętrznych równych iloczynowi przekrojów poprzecznych prętów i występujących w nich naprężeń narzuca konieczność istnienia przepon wewnątrz węzła. Pręty obciążone naprężeniami $Q < \sigma_{pl}$ i $P < \sigma_{pl}$ wymagają dalszego przekształcenia, aby w pełni wykorzystać nośność użytego materiału /por. pkt. 7/.

Stosując omawianą metodę można ukształtować różnorodnie węzły trzyprętowe o przekrojach pełnych i rurowych. Wzajemne położenie prętów, jak i znaki sił obciążających mogą być dowolne. Należy tylko zbudować dla rozwiązywanego przypadku płaskie statycznie dopuszczalne pole naprężeń. Stosując rozwiązane



rys.18

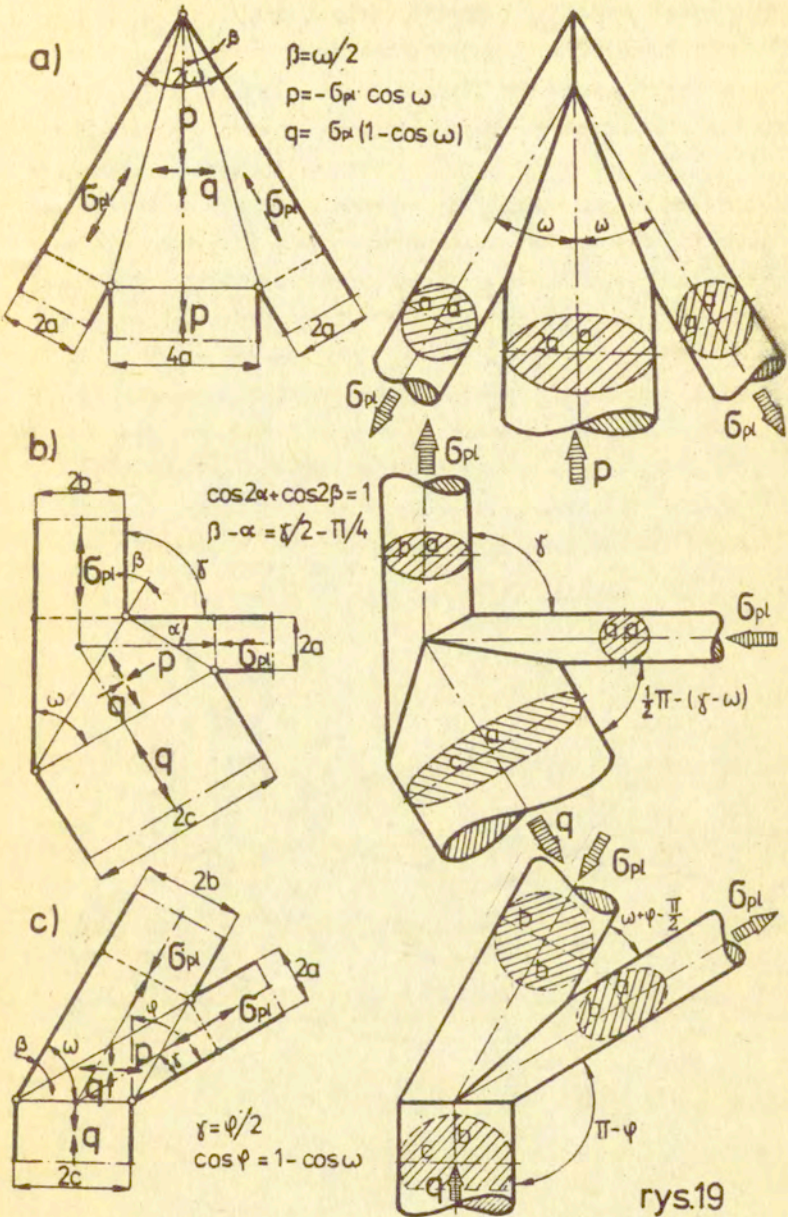
w pracach [4] pola elementarne otrzymujemy węzły trzyprętowe o szczególnych proporcjach wymiarowych prętów nachylone do siebie pod ściśle określonymi kątami.

Na rys. 19 pokazano trzy typy takich węzłów. Po lewej stronie przedstawiono płaskie pole elementarne, po prawej zaś otrzymany węzeł o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów. Na rys. 19a dla układu typu I [4] otrzymaliśmy węzeł, w którym dwa kołowe pręty rozciągane naprężeniami σ_{pl} nachylone są pod kątem ω do pręta /o przekroju eliptycznym/ ściskanego naprężeniami $p < \sigma_{pl}$.

Dla układu typu II /rys. 19b/ uzyskano węzeł, którym ściskany naprężeniami σ_{pl} pręt kołowy o średnicy $2a$ nachylony jest pod kątem γ do pręta rozciąganego naprężeniami σ_{pl} o przekroju eliptycznym. Trzeci pręt eliptyczny rozciągany naprężeniami $q < \sigma_{pl}$ nachylony jest pod kątem $90^\circ - [\gamma - \omega]$ do pręta kołowego. Dla pola typu A otrzymano węzeł /rys. 19c/, w którym mamy pręt kołowy o średnicy $2b$ ściskany naprężeniami σ_{pl} oraz nachylone do niego pod kątami $[\omega + \varphi] - 90^\circ$ oraz $90^\circ + \omega$ dwa pręty o przekrojach eliptycznych: rozciągany naprężeniami $q < \sigma_{pl}$ i ściskany naprężeniami σ_{pl} .

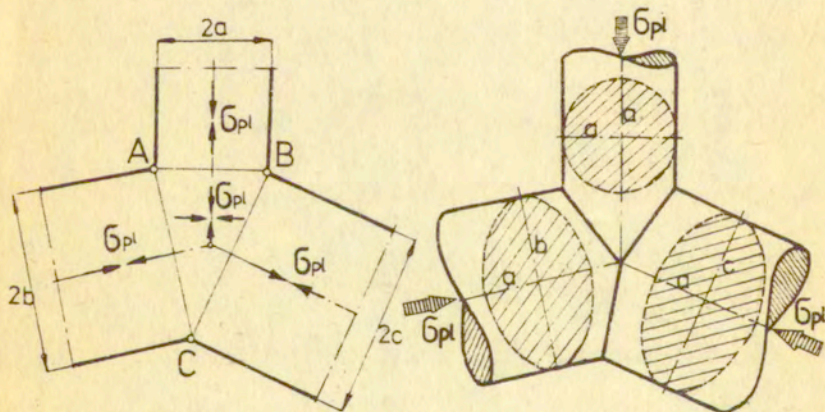
Wszystkie węzły pokazane na rys. 19 wymagają dalszej modyfikacji /pkt. 7/ zwiększającej stan naprężenia w niektórych prętach do granicznego wraz ze zmianą przekroju poprzecznego na kołowy. Wykorzystując metodykę podaną w pracy [6] można kształtować węzły typu pokazanego na rys. 19b dla dowolnej wartości kąta nachylenia γ oraz dowolnych szerokości pasów $2a$ i $2b$.

W przypadku gdy węzeł trójprętowy obciążony jest siłami jednoimiennych znaków znacznie upraszcza się płaskie elementarne pole naprężeń /rys. 20a/. W obszarze ABC węzła mamy bowiem wszechstronne równomierne ściskanie /lub rozciąganie/ naprężeniami równymi σ_{pl} . Składając nieskończenie wiele rozwiązań tak aby jeden z prętów miał przekrój kołowy /np. średnicę $2a$ /,

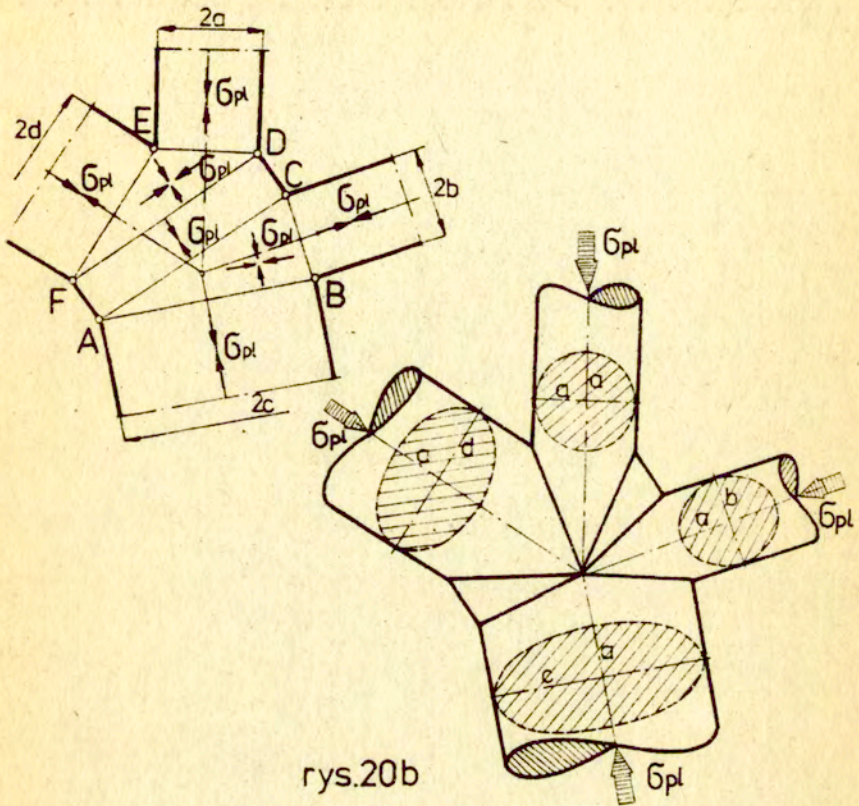


uzyskujemy węzeł pokazany po prawej stronie rys. 20a.

Gdy siły zewnętrzne mają jednakowe zwroty równie łatwo jest kształtować węzły o większej liczbie prętów /cztery, pięć/. Rozpatrzmy przykładowo węzeł czteroprętowy ściskany naprężeniami równymi σ_{pl} /rys. 20b/. Należy tak zbudować płaskie pole naprężeń aby osie pasów przecinały się w jednym punkcie. Jest to warunek konieczny dla zbudowania następnie węzła z prętami osiowo-symetrycznymi. Pole pokazane po lewej stronie rys. 20b otrzymano łącząc parami pasy - w obszary ABC i DEF wszechstronnego równomiernego ściskania naprężeniami σ_{pl} . Kolejno obszary te łączymy ze sobą obszarem ACDF jednoosiowego ściskania naprężeniami σ_{pl} . Składając wiele płaskich rozwiązań otrzymany węzeł pokazany po prawej stronie rys. 20b. Jeden z prętów ma przekrój kołowy, pozostałe zaś przekroje eliptyczne. Siły graniczne przenoszone przez poszczególne pręty węzła są równe iloczynowi naprężeń σ_{pl} przez pole przekroju poprzecznego.



rys.20a

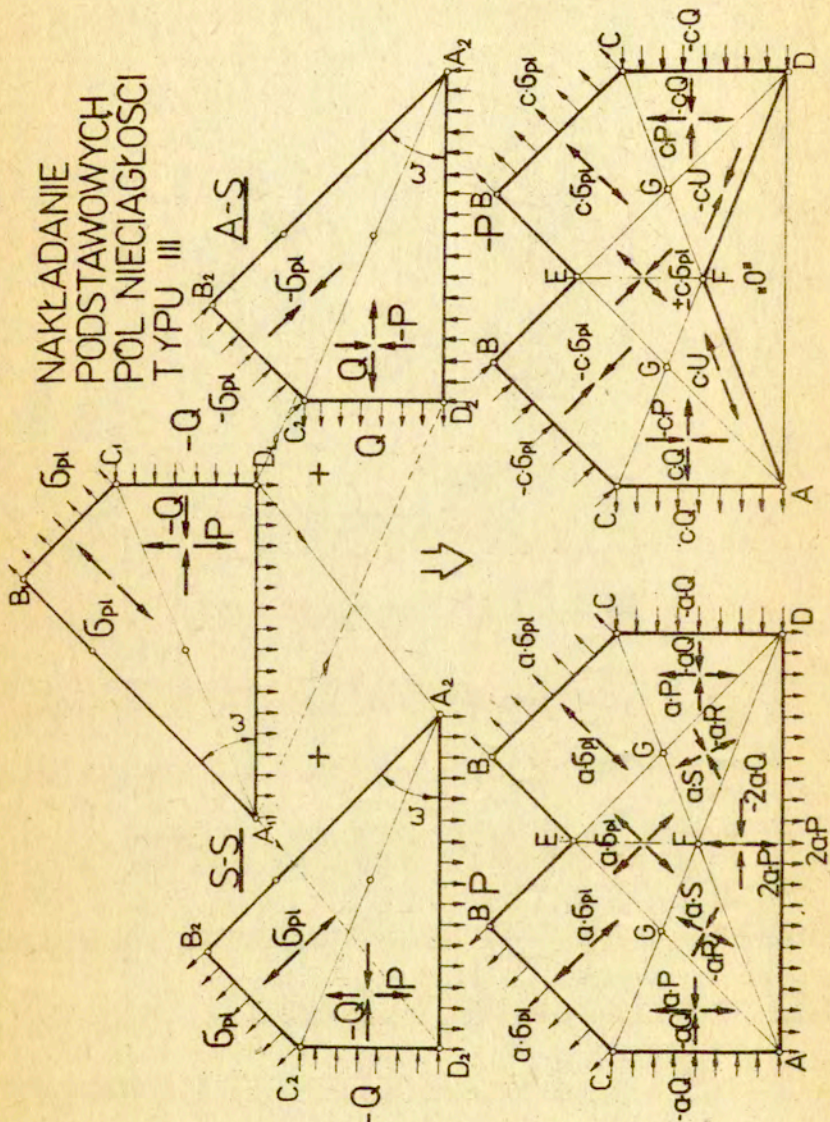


rys.20b

6. Węzły typu K

Zajmiemy się teraz węzłami czteroprętowymi przypominającymi kształtem literę K. Są one często stosowane w praktyce inżynierskiej. Na początek pokażemy kilka możliwych rozwiązań węzłów typu K ukształtowanych wg kryterium nośności granicznej. Będą one stanowiły rozwiązania podstawowe dla kształtowania węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych prętów. Najprostszy węzeł otrzymamy nakładając tensorowo na siebie dwa układy z rys. 17a [2] w ten sposób aby boki $\Delta_1 D_1$ i $\Delta_2 D_2$ pokrywały się /rys. 21/. Oba układy mają ten sam kąt ω . Stosując algorytm z pracy [3]

NAKLADANIE
 PODSTAWOWYCH
 POL NIECIAGŁOŚCI
 TYPU III



rys.21

rozwiązano przypadki symetrycznego i antysymetrycznego obciążenia węzła. Węzeł symetryczny uzyskano nakładając na siebie dwa pola o jednakowych zwrotach naprężeń /lewa strona - rys. 21/. Otrzymano prosty stan naprężenia w większości obszarów. Jedynie w obszarach AFG i DFG naprężenia wyznaczamy z zależności

$$S = \frac{1}{2} / \sigma_{pl} + P+Q / + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 2 \sigma_{pl} / P-Q / \cos 2\omega + / P-Q /^2} \quad /6.1/$$

$$R = \frac{1}{2} / \sigma_{pl} + P+Q / - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 2 \sigma_{pl} / P-Q / \cos 2\omega + / P-Q /^2}$$

Z założenia granicznego stanu naprężenia w obszarze AFD wynika wartość współczynnika $a = 1/2$ zmniejszającego naprężenia we wszystkich obszarach. Stan naprężenia w pozostałych obszarach jest poniżej granicznego.

Węzeł antysymetryczny powstał z nałożenia dwóch pól o przeciwnych znakach naprężeń /prawa strona - rys. 21/. Obszar AFD jest wolny od naprężeń. W obszarze EGFG mamy stan czystego ścinania zaś w obszarach AGF i DFG naprężenia cU i $-cU$ są równoległe do linii AF i FD. Są one równe

$$U = \frac{1}{2} \left(\sigma_{pl} + Q+P + \sqrt{\sigma_{pl}^2 + 2 / Q-P / \sigma_{pl} \cdot \cos 2\omega + / Q-P /^2} \right) \quad /6.2/$$

Z założenia stanu granicznego w obszarze FGEG wynika wartość współczynnika zmniejszającego naprężenia

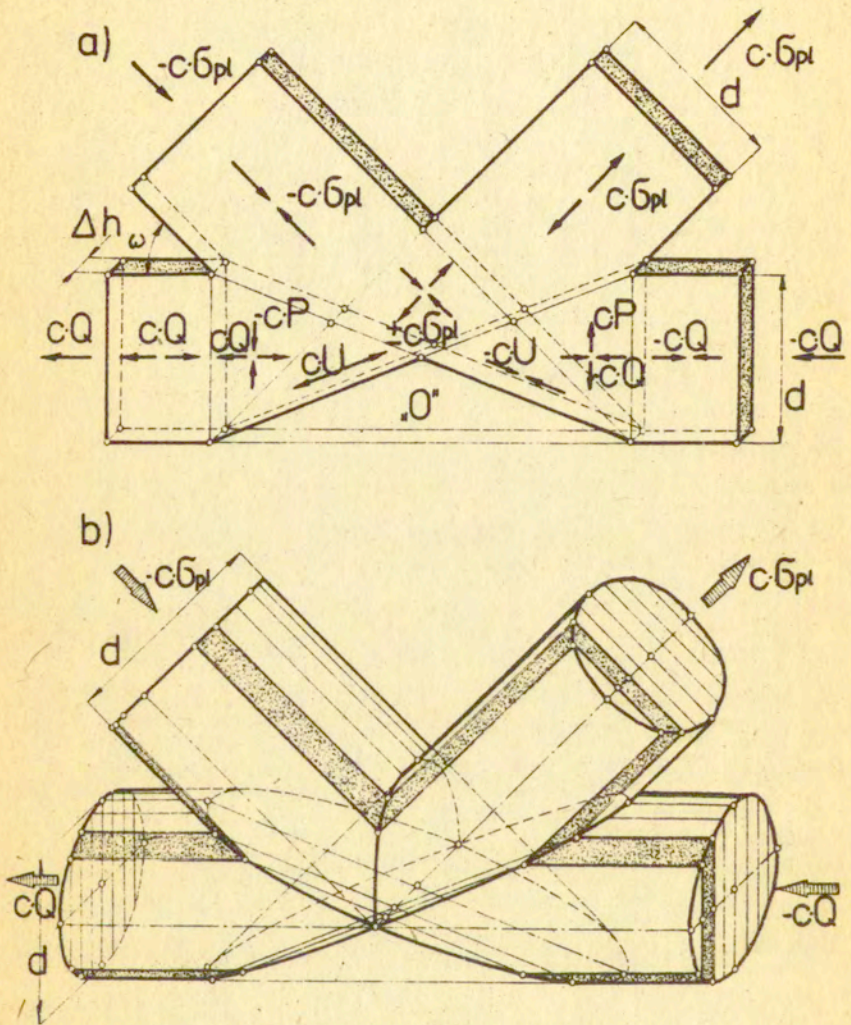
$$c = \frac{1}{2 \sin \omega} \quad \text{dla } 15^\circ \leq \omega \leq 75^\circ \quad /6.3/$$

Pozostałe obszary nie są wytężone w stopniu granicznym.

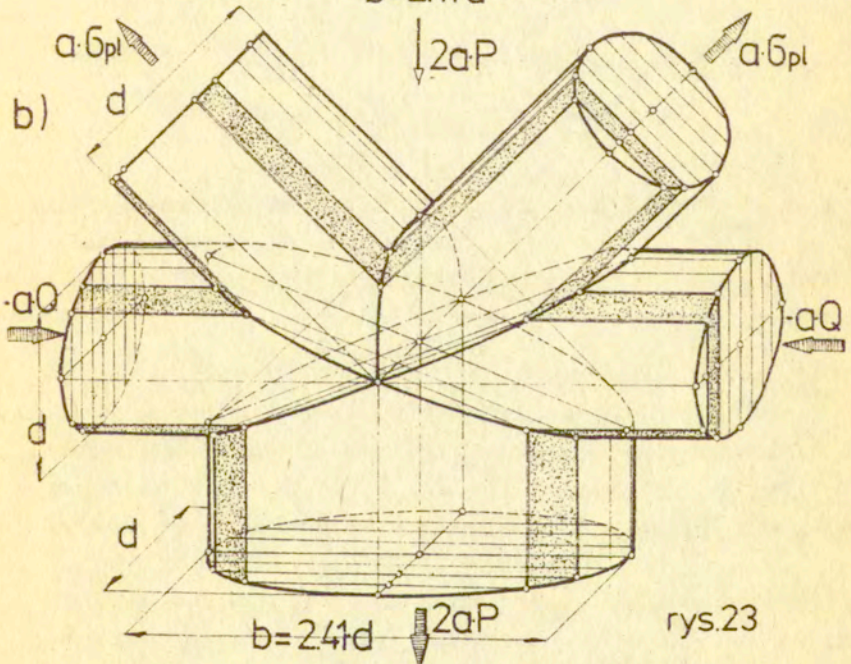
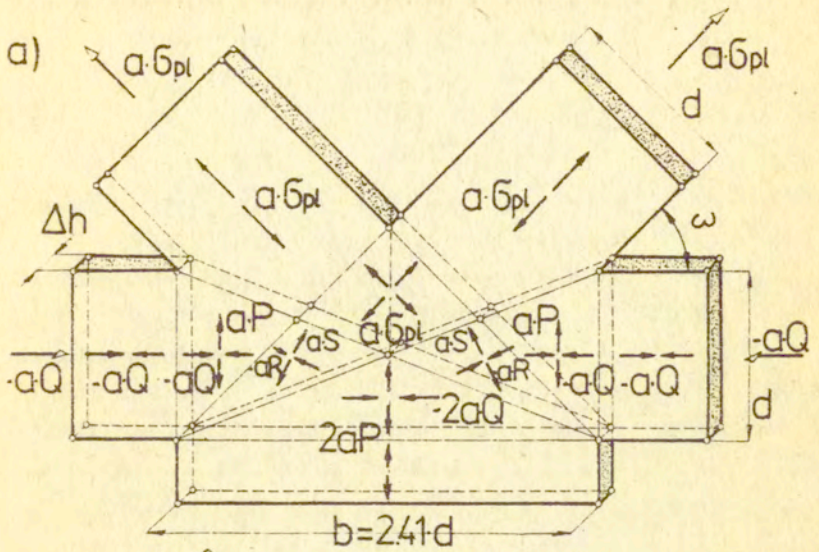
Dokładną analizę dla węzłów tego typu można znaleźć w pracy [7].

Węzły o przekroju pełnym

Weźmy węzeł typu K obciążony antysymetrycznie dla $\omega = 45^\circ$ /rys. 22a/. Z obliczeń wg pracy [3] otrzymamy $|Q| = 0,7071 \cdot \sigma_{pl}$, $|P| = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$, $|U| = 1,4144 \cdot \sigma_{pl}$ oraz $c = 0,5$. Składając odpowiednio nieskończenie wiele takich płaskich elementów otrzymamy



rys.22



rys.23

węzeł czteropętowy o jednakowych przekrojach kołowych prętów /rys. 22b/, który przeniesie siły obciążające równe

$$|P_1| = c \cdot \sigma_{pl} \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$|P_2| = c \cdot Q \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad /6.4/$$

Widzimy więc, że materiał prętów nie jest w pełni wykorzystany i można dalej modyfikować kształt węzła /pkt. 7/.

W przypadku węzła symetrycznego dla $\omega = 45^\circ$ otrzymamy pole naprężeń /rys. 23a/, w którym $Q = -0,7071 \cdot \sigma_{pl}$, $P = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$, $R = -0,2071 \cdot \sigma_{pl}$, $S = 0,5000 \cdot \sigma_{pl}$ oraz $a = 1/2$. Składając nieskończenie wiele węzłów z rys. 23a otrzymamy węzeł pięciopętowy o czterech prętach kołowych o średnicy d i jednym o przekroju eliptycznym /osie d i $2,41 d$ /. Węzeł ten przeniesie siły zewnętrzne równe

$$P_1 = a \cdot \sigma_{pl} \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$P_2 = a \cdot Q \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad /6.5/$$

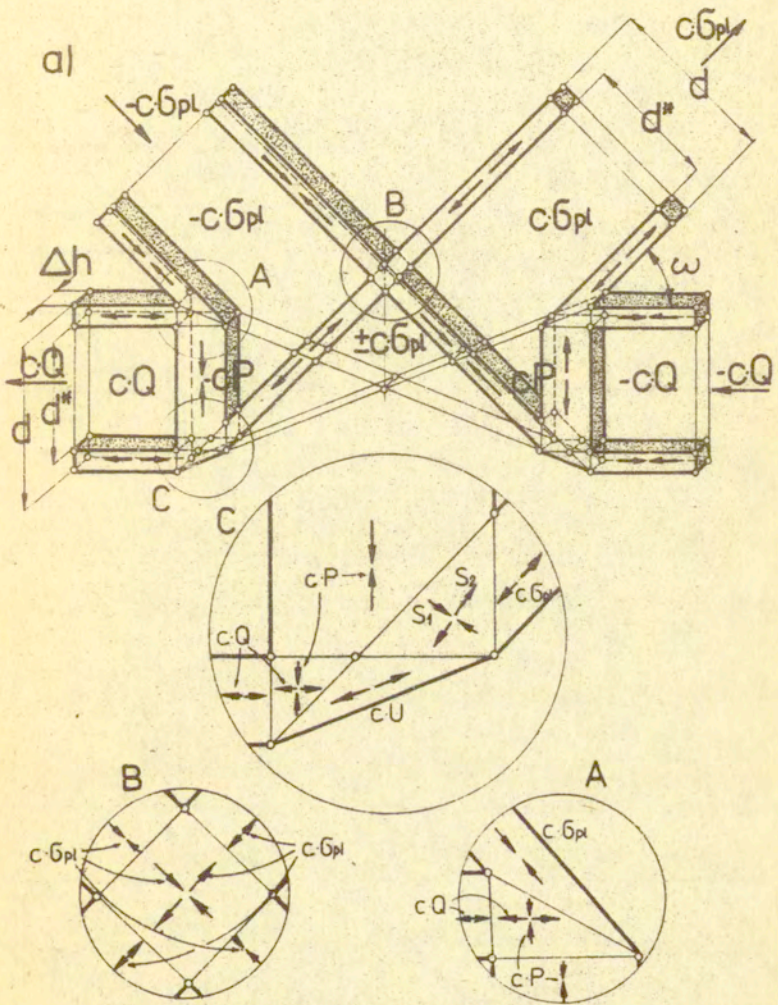
$$P_3 = 2 a \cdot P \cdot P_0$$

gdzie P_0 jest polem powierzchni elipsy.

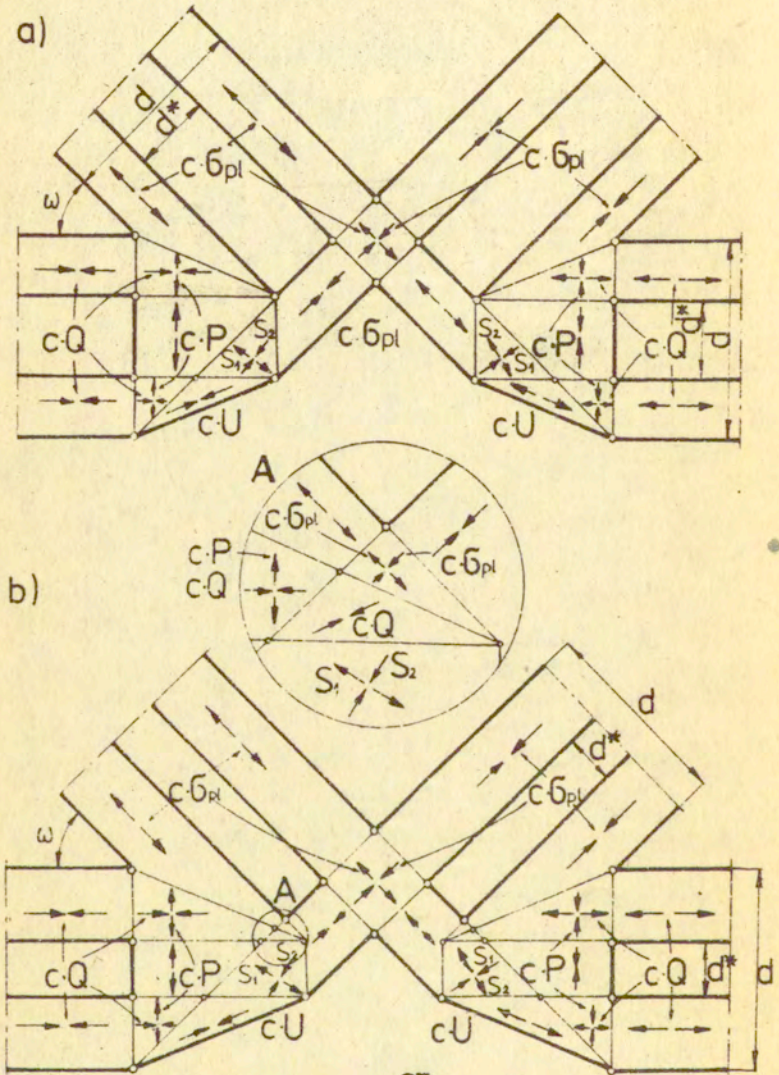
Ten węzeł może być dalej modyfikowany, gdyż dopiero zmniejszenie przekroju poprzecznego prętów pozwala racjonalnie wykorzystać materiał /por. pkt. 7/. Zmiana znaków wszystkich sił obciążających nie powoduje zmiany jego kształtu.

Węzły o przekroju rurowym

Nakładając na pole z rys. 22a pole geometrycznie podobne o wymiarach pasów d i o przeciwnych znakach sił obciążających otrzymamy pole pokazane na rys. 24. Z pola tego łatwo otrzymamy węzeł typu K z elementami o przekroju rurowym obciążony symetrycznie. Dla $\omega = 45^\circ$ mamy $|Q| = 0,7071 \cdot \sigma_{pl}$, $|P| = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$, a stany naprężeń są łatwe do określenia poza obszarami węzłów /szczegóły A, B, C/. Wykorzystując program z pracy [3] określo-



rys.24

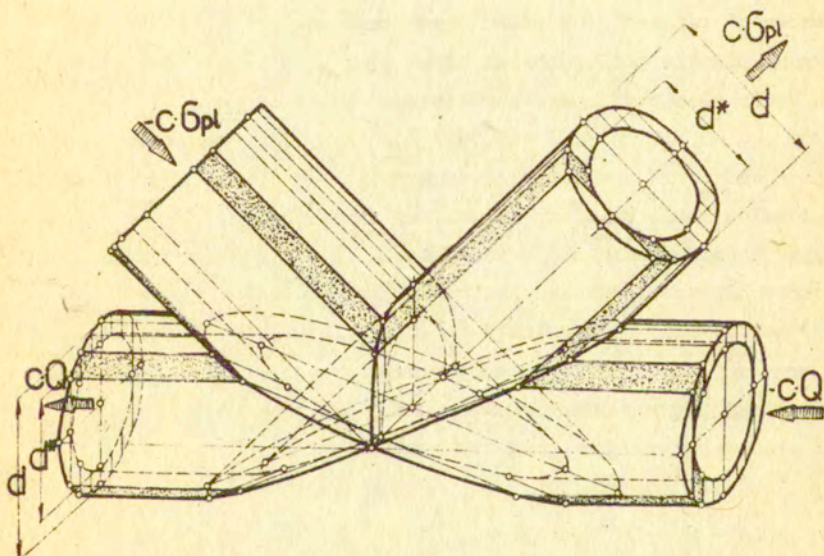


rys.25

no wartości i kierunki naprężeń głównych $S_1 = 0,0875 \cdot \sigma_{pl}$, $S_2 = -0,4250 \cdot \sigma_{pl}$, $\nu = 1,4144 \cdot \sigma_{pl}$ oraz $c = 1/2$. Jedynie w obszarze węzła B panuje stan graniczny.

Zmniejszając szerokość pasów d^* pola nakładanego możemy uzyskać węzły o różnej grubości ścianek rur. Dla pewnej szerokości pasów d zanika pionowy pas ściskany lub rozciągany naprężeniami c.P /por. rys. 24/. Pole to pokazano na rys. 25a. Dalsze zmniejszanie szerokości pasów d^* powoduje powstanie innego typu pola naprężeń /rys. 25b/. Powstały dwa dodatkowe obszary, w których stan naprężenia pokazano w szczególności A.

Nakładając na siebie nieskończenie wiele płaszczyzn rozwiązań z rys. 24 lub 25 otrzymamy węzeł typu K /rys. 26/ o elementach rurowych (średnica d , grubość ścianki $[\delta - d^*]/2$).



rys.26.

Węzeł ten przeniesie siły zewnętrzne równe

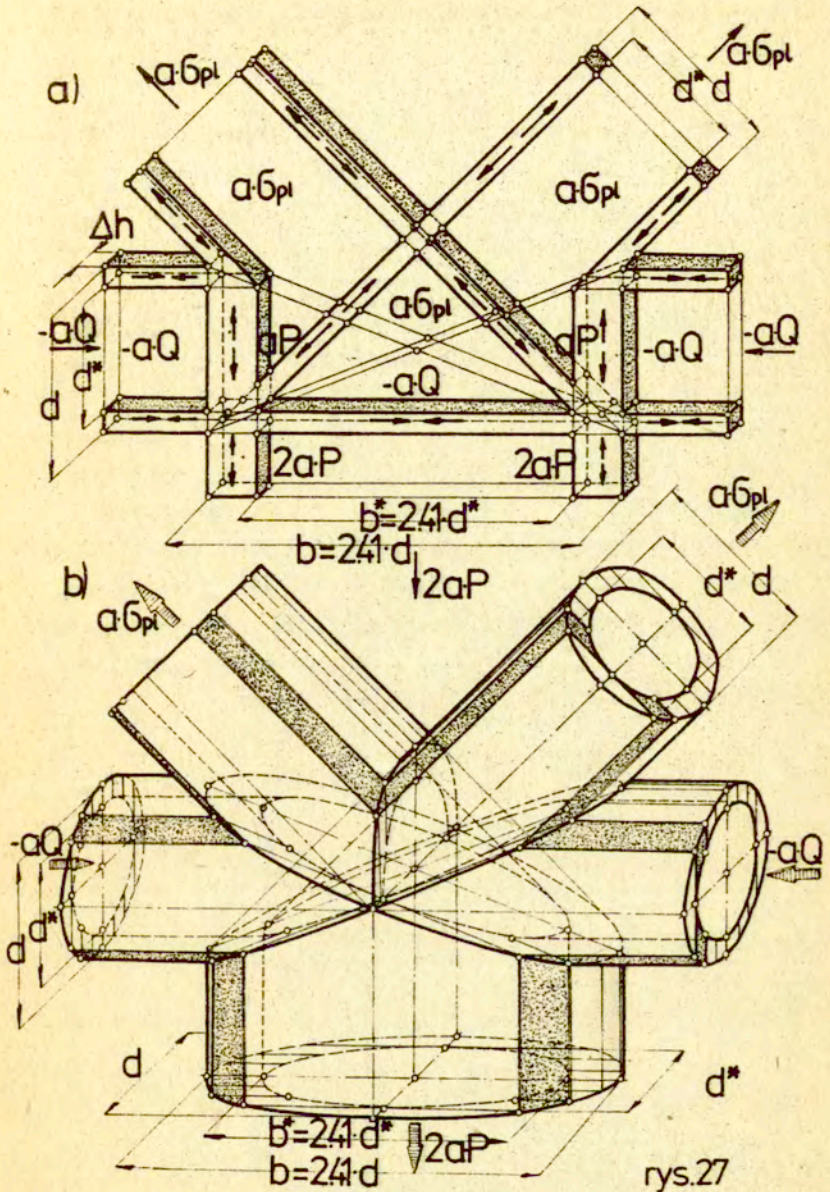
$$P_1 = c \cdot \sigma_{pl} \cdot \frac{\pi \cdot /d^2 - d^{*2} /}{4}$$

$$P_2 = c \cdot Q \cdot \frac{\pi \cdot /d^2 - d^{*2} /}{4} \quad /6.6/$$

Można zmodyfikować pręty tego węzła zwiększając naprężenia w prętach do granicznych /pkt. 7/. Praktyczne wykonanie takiego węzła z wewnętrznymi przeponami jest bardzo trudne /ewentualnie odlew staliwny/. Można węzeł uprościć wykonując łącznik węzła wg rys. 22b i dołączyć do niego pręty rurowe. W praktyce węzły z rys. 26 wykonuje się w ten sposób, że do rury poziomej o średnicy d spawa się pod odpowiednim kątem dwa pozostałe jego elementy. W takim przypadku węzeł nie przeniesie sił /6.6/ i nośność jego materiału nie będzie w pełni wykorzystana.

Nakładając na pole z rys. 23a geometrycznie podobne pole o szerokości pasów d^* i o przeciwnych znakach sił obciążających otrzymamy płaskie pole naprężeń /rys. 27a/, służące do kształtowania węzła pięcioprętowego obciążonego symetrycznie. Dla $\omega = 45^\circ$ mamy $Q = -0,7071 \cdot \sigma_{pl}$, $P = 0,2929 \cdot \sigma_{pl}$ oraz $a = 1/2$. Stany naprężeń w obszarach węzłów przecinających się pasów są statycznie dopuszczalne i nie będziemy ich bliżej omawiać /por. 7/.

Składając nieskończenie wiele rozwiązań z rys. 27a o różnych d i d^* otrzymamy węzeł pokazany na rys. 27b. Jego cztery pręty mają przekrój rurowy o średnicy d i grubości ścianki $[d - d^*]/2$. Piąty pręt ma rurowy przekrój eliptyczny. Siły graniczne przenoszone przez pręty takiego węzła równają się iloczynowi naprężeń obciążających oraz przekroju poprzecznego pręta.

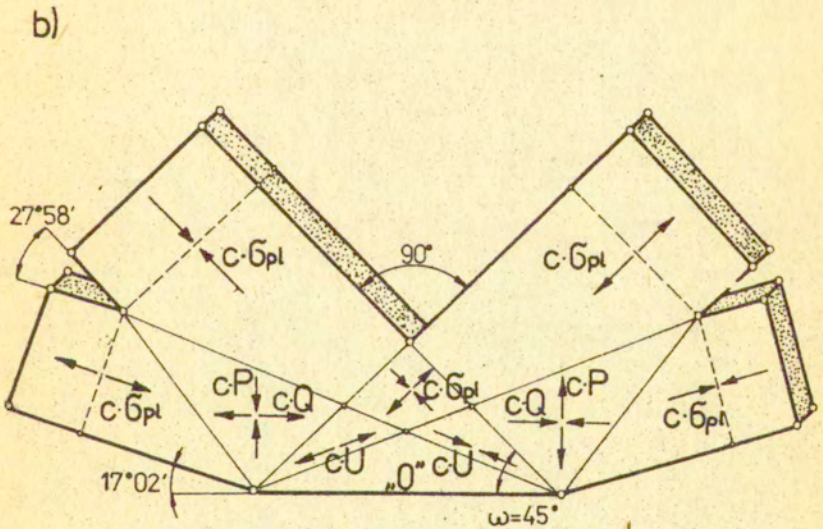
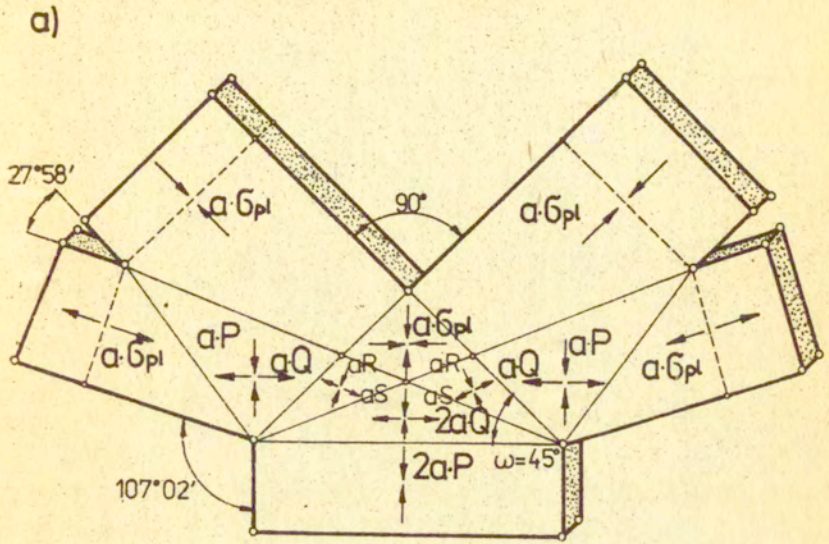


Inne typy węzłów możemy uzyskać nakładając na siebie różne kombinacje dwóch układów typu A [4] /por. rys. 19c/ w sposób pokazany na rys. 21. Składając dwa pola o kącie $\omega = 45^\circ$ i tych samych znakach sił obciążających otrzymujemy płaski węzeł obciążony symetrycznie, który pokazano na rys. 28a. Stan naprężenia jest identyczny z omawianym przypadkiem z rys. 23a, gdy zmienimy na przeciwne znaki wszystkich naprężeń.

Analogicznie składając dwa pola o przeciwnych znakach dla $\omega = 45^\circ$ otrzymamy płaski element obciążony antysymetrycznie /rys. 28b/. Wartość naprężeń w porównywalnych obszarach są identyczne jak w przypadku podanym na rys. 22a.

Składając teraz nieskończenie wiele płaskich rozwiązań otrzymamy węzły o przekrojach pełnych /rys. 29a i c/ lub wykorzystując zasady podane na rys. 24 i 27 węzły o przekrojach rurowych z wewnętrznymi przeponami /rys. 29b i d/.

Istnieje jeszcze cały szereg możliwości kształtowania tego rodzaju węzłów. Należy jedynie zbudować odpowiednie płaskie statycznie dopuszczalne pole naprężeń, a następnie uwzględniając zasady podane w pkt. 2 zbudować węzeł przestrzenny.



rys. 28

7. Tworzenie węzłów z prętami o przekroju kołowym

Z technicznego punktu widzenia największe znaczenie mają węzły łączące pręty o przekrojach kołowych /pełnych lub rurowych/. Stosując prezentowaną metodę często otrzymywaliśmy pręty o przekroju eliptycznym. Poza tym występowały także pręty obciążone naprężeniami mniejszymi od granicznych $P < \sigma_{pl}$ /. Materiał ich nie był więc w pełni wykorzystany. Należy tak zmniejszyć przekrój pręta aby miał przekrój kołowy i panowały w nim naprężenia graniczne równe σ_{pl} . Korzystając z tej metody nie dokonujemy przekształcenia zasadniczego elementu węzła, a przekształcamy jedynie pręty z niego wychodzące tam gdzie jest to konieczne.

Jeżeli z węzła wychodzi pręt o przekroju eliptycznym obciążony naprężeniami $P < \sigma_{pl}$ /rys. 30a/ i ma się on przekształcić w pręt o przekroju kołowym obciążony naprężeniami σ_{pl} to między przekrojami musi zachodzić związek

$$\pi \cdot a \cdot b \cdot P = \pi \cdot r^2 \cdot \sigma_{pl},$$

skąd

$$r = \sqrt{\left| \frac{P}{\sigma_{pl}} \right| a \cdot b} \quad /7.1/$$

Przejścia z jednego przekroju na drugi można dokonać za pomocą dwóch elementów przejściowych. Jeżeli przyjmiemy, że oś wielka elipsy jest równa $2b$, zaś oś mała $2a$, to pierwszy element przejściowy /rys. 30a/ zmienia przekrój pręta z elipsy danej na elipsę o osiach $2b$ i $2r$. Uzyskamy to składając nieskończenie wiele płaskich pionowych pól naprężeń pokazanych na rys. 30b, c. W przypadku gdy $r < a$ /rys. 30b/ pola te zmniejszają małą oś elipsy do wymiaru $2r$ pozostawiając bez zmian oś dużą elipsy. Jednocześnie naprężenia P wzrastają do Q równych

$$Q = \frac{a}{r} \cdot P \quad /7.2/$$

Pozostałe parametry pola będącego ogólnym przypadkiem pola typu

B z [4] są następujące

$$R - P = \sigma_{pl} \quad /7.3/$$

oraz

$$h_1 = \sqrt{[r + r_0 / a - r \cdot r_0] \frac{a - r}{a - r_0}} \quad /7.4/$$

gdzie

$$r_0 = a \cdot |P/\sigma_{pl}|$$

Gdy $r > a$ pierwszy element przejściowy zwiększa małą oś elipsy do wymiaru $2r'$ /por. /7.1/. Płaskie pole elementarne /rys. 30c/ jest teraz obrócone o 180° w stosunku do poprzedniego przypadku. Naprężenia P' zmniejszają się do Q wyznaczonych ze wzoru /7.2/. Pozostałe parametry pola wyznaczamy z zależności

$$R' - Q = \sigma_{pl} \quad /7.5/$$

oraz

$$h'_1 = \sqrt{[a' + a_0 / r - a' \cdot a_0] \frac{r - a'}{r - a_0}} \quad /7.6/$$

gdzie

$$a_0 = a' \cdot |P/\sigma_{pl}|$$

Gdy $a = r$ nie trzeba stosować pierwszego odcinka przejściowego.

Drugi element przejściowy przekształca elipsę o osiach $2b$ i $2r$ lub $2r'$ w przekrój kołowy o promieniu r . Kształt tego elementu /rys. 30a/ otrzymujemy składając nieskończenie wiele płaskich /poziomych/ pól elementarnych typu B [4], gdzie

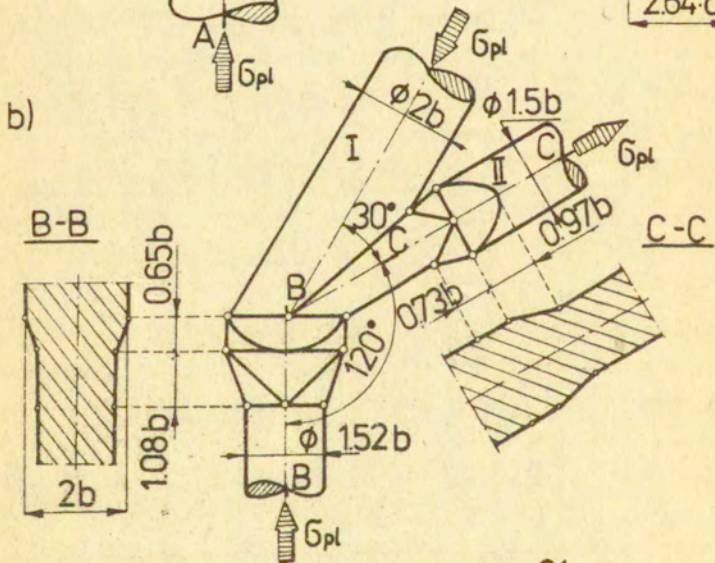
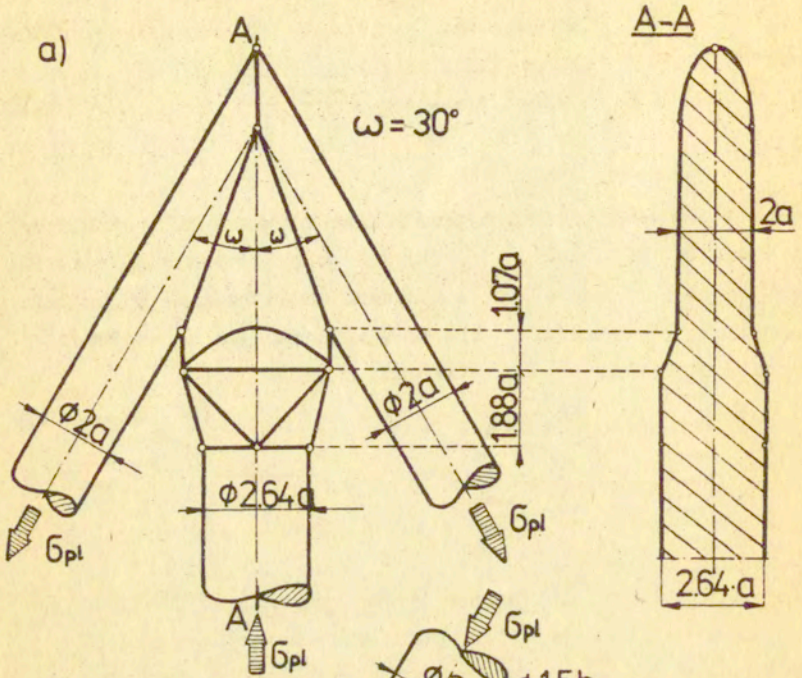
$$h_2 = \sqrt{2 \cdot r \cdot b - r^2} \quad /7.7/$$

oraz

$$V - Q = \sigma_{pl} \quad /7.8/$$

Stosując metodykę omówioną poprzednio a pokazaną schematycznie na rys. 30a otrzymujemy w końcu przekrój kołowy o promieniu r obciążony granicznym stanem naprężenia. Zmiana znaków naprężeń nie zmienia kształtu uzyskanego pręta.

Na koniec pokażemy dwa przykłady ostatecznego ukształtowania węzłów. Rozpatrzmy jako pierwszy węzeł pokazany na rys. 19a. Dwa pręty o przekroju kołowym /promień a / rozciągane naprężeniami σ_{pl} /rys. 31a/ nie wymagają dalszego przekształcania. Można



rys.31

przekształcić pręt środkowy z przekroju eliptycznego /osie a , $2a$ / obciążonego naprężeniami $p = -\cos\omega \cdot \sigma_{pl}$ na przekrój kołowy o średnicy $2r$ obciążony naprężeniami σ_{pl} .

W naszym przypadku promień pręta kołowego wyznaczony z zależności /7.1/ po podstawieniu danych dla $\omega = 30^\circ$ jest równy $r = a\sqrt{2 \cos\omega} = 1,32a$. Ponieważ $r > a$ pierwszy odcinek przejściowy powiększa przekrój pręta /por. rys. 30c/ redukując naprężenia do $q = 0,66 \cdot \sigma_{pl}$.

Pozostałe parametry pola wyznaczamy ze wzorów /7.5/ i /7.6/.

Mamy

$$a_0 = a \cdot \cos\omega = 0,87 \cdot a$$

$$h'_1 = 1,07 \cdot a \quad \text{przez} \quad R' = 0,346 \cdot \sigma_{pl}$$

Drugi odcinek przejściowy zmniejsza dużą oś $4a$ przekroju eliptycznego do wielkości $2r = 2,64a$. Jego wysokość wyznaczona z /7.7/ jest równa $h_2 = 1,88a$, a naprężenie $V = 0,34 \cdot \sigma_{pl}$.

Tak przekształcony węzeł pokazano na rys. 31a zamieszczając po prawej stronie rysunku jego przekrój środkowy. Wszystkie jego pręty mają przekrój kołowy i mogą przenieść siły graniczne równe iloczynowi pola przekroju poprzecznego i naprężeń plastycznych. Wykonanie takiego węzła jest możliwe w postaci odkuwki lub odlewu stalowego.

Kolejnie rozpatrzmy węzeł pokazany na rys. 19c dla przypadku gdy $\omega = \varphi = 60^\circ$. Z zależności geometrycznych pola naprężeń wyznaczamy

$$a = b \cdot \operatorname{tg} \varphi/2 = 0,577 \cdot b$$

$$c = \frac{b \cdot \cos \frac{\omega}{2} + \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\varphi}{2}} = 1,154 \cdot b$$

Pręt I /rys. 31b/ ściskany naprężeniami σ_{pl} o średnicy $2b$ nie wymaga przekształcenia. Pręt II rozciągany naprężeniami σ_{pl} ma przekrój eliptyczny o osiach $2b$ i $1,154 b$. Zmienimy jego przekrój na kołowy o promieniu $r = 0,75 \cdot b$ wyznaczonym z /7.1/.

Ponieważ $r > 0,57b$ pierwszy odcinek przejściowy powiększa przekrój pręta II /rys. 31b/ do eliptycznego /osie $2b, 2r$ / zmniejszając jednocześnie naprężenia do $Q = 0,77 \cdot 6_{pl}$. Wymiary elementu obliczamy więc z zależności /7.5/ i /7.6/. Mamy

$$a_0 = 0,577b, \quad h_1' = 0,73b, \quad R' = -0,33 \cdot 6_{pl}$$

Drugi element przejściowy zmniejsza dużą oś elipsy $2b$ do wielkości $2r = 1,50b$. Wysokość tego elementu wyznaczona z /7.7/ jest równa $h_2 = 0,97b$, zaś naprężenia $V = -0,33 \cdot 6_{pl}$.

Pręt III ściskany naprężeniami $p = -0,5 \cdot 6_{pl}$ ma przekrój eliptyczny o osiach $2,308b, 2b$. Zmienimy jego przekrój na kołowy o promieniu $r = 0,76b$ obciążony naprężeniami -6_{pl} . W tym przypadku $r < b$ i pierwszy element przejściowy zmniejsza przekrój pręta na eliptyczny o osiach $2,308b, 1,52b$ /rys. 31b/ zwiększając naprężenia do $Q = -0,66 \cdot 6_{pl}$. Jego wysokość wyznaczona z /7.4/ jest równa

$$h_1 = 0,65b.$$

Drugi element przejściowy o wysokości $h_2 = 1,08b$ przekształca tę elipsę w przekrój kołowy o promieniu r . Ostatecznie ukształtowany węzeł przedstawiono na rys. 31b zamieszczając przekroje przez pręty II i III. Wszystkie jego pręty mają przekrój kołowy i są obciążone granicznym stanem naprężenia. Węzeł ten można wykonać jako odkuwkę lub odlew staliny.

8. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiliśmy prostą, jak się wydaje, metodę kształtowania węzłów o przekrojach osiowo-symetrycznych przy wykorzystaniu znanych płaskich elementarnych pól naprężeń. Uzyskano wiele praktycznie ważnych rozwiązań pozwalających oszacować kształt węzła oraz określić nośność jego prętów /siły lub momenty graniczne/. Pokazano także, że rozwiązania niektórych praktycznie wykonywanych węzłów nie pozwalają na pełne wykorzystanie wytrzymałości użytego materiału.

W metodzie nośności granicznej stosujemy model ciała sztywno-idealnie plastycznego oraz zakładamy jednorodny stan naprężenia w obszarach przedzielonych liniami nieciągłości naprężeń. W pracy założyliśmy dodatkowo, że nasze węzły osiowo-symetryczne "sklejaliśmy" z nieskończenie wielu płaskich elementów, w których założono płaski stan naprężenia. Z tych powodów zaproponowana metoda wymaga przeprowadzenia weryfikacji obliczeniowej i doświadczalnej obejmującej sprężysty i sprężysto-plastyczny stan pracy węzła.

Metodę zatem możemy obecnie stosować do wstępnego ustalenia kształtu węzła. W dalszych etapach analizy wytrzymałościowej tak otrzymany kształt węzła musi być skorygowany ze względu na wymagania technologiczne i inne dodatkowe czynniki wynikające z charakteru obciążenia i własności materiału. Jest to jednak procedura konieczna przy każdej metodzie projektowania wytrzymałościowego.

9. Literatura

1. SZCZEPINSKI W., Statycznie dopuszczalne pola naprężeń dla węzłów konstrukcji stalowych, Prace IPPT nr 44/1977.
2. SZLAGOWSKI J., Kształtowanie węzłów konstrukcji stalowych metodą tensorowego nakładania dwóch pól naprężeń, Rozpr. Inżyn. 29, 3. 401-417, 1981.
3. SPOLNICKI Z., Algorytm sumowania tensorowego wielu stanów naprężeń. Prace IPPT nr 36/1980.
4. SZCZEPINSKI W., SZLAGOWSKI J., Graniczne statycznie dopuszczalne nieciągłe pola naprężeń dla szacowania nośności granicznej, Prace IPPT nr 3, 9, 11, 20, 21/1976.
5. SPOLNICKI Z., SZLAGOWSKI J., Designing the axisymmetrical bar section joints, 24-th Polish Solid Mechanics Conference, Jachranka 22-27.09.83.
6. POZTORAK K., SZLAGOWSKI J., Nośność graniczna pewnego typu węzłów konstrukcji stalowych. Prace IPPT nr 3/1977.

7. FRĄCKIEWICZ R. i inni, Projektowanie węzłów konstrukcyjnych metodą nośności granicznej. WNI, 1995 (w druku).

Spis treści

	Str.
1. Uwagi ogólne	2
2. Zasady kształtowania węzłów o prętach osiowo-symetrycznych	6
3. Węzły krzyżowe - pręty o przekroju kołowym	8
4. Węzły krzyżowe - pręty o przekroju rurowym	17
5. Węzły trójprętowe	24
6. Węzły typu I	31
7. Tworzenie węzłów z prętami o przekroju kołowym	45
8. Uwagi końcowe	50
9. Literatura	51