

**A. Drescher, W. Bojanowski**  
**O WPŁYWIE DROGI OBCIĄŻANIA**  
**NA WŁASNOŚCI MECHANICZNE**  
**OŚRODKA IDEALNIE SYPKIEGO**

20/1967

WARSZAWA



Na prawach rękopisu  
Do użytku wewnętrznego

---

Zakład Mechaniki Ośrodków Ciągłych IPPT PAN  
Nakład 150 egz. Arkuszy wyd. 1,5. Arkuszy druk. 1,75.  
Oddano do drukarni w listopadzie 1967 r. Wydrukowa-  
no w styczniu 1968 r. Nr zam. 1012/o/67

---

W.D.N. Warszawa, ul. Śniadceckich 8

O WPLYWIE DROGI OBCIĄŻANIA  
NA WŁASNOŚCI MECHANICZNE OŚRODKA IDEALNIE SYPKIEGO  
Andrzej Drescher - Warszawa, Witold Bojanowski - Łódź

## 1. Wprowadzenie

Jednym z zagadnień istotnych przy opisie różnych materiałów, a w tym i ośrodków idealnie sypkich jak np. suchy piasek, jest wpływ drogi obciążania na ich własności mechaniczne. Pod pojęciem drogi obciążania rozumiemy kolejne następstwo wywoływanych w badanym materiale stanów naprężenia. Abstrahujemy przy tym od czasu dzielącego kolejne stany naprężenia, którego uwzględnienie mieści się w pojęciu historii obciążenia. W przypadku materiałów idealnie sypkich efekty czasowe mogą być na ogół pominięte. Wpływ drogi obciążania jest zagadnieniem ważnym w przypadku oparcia się przy opisie materiału na teorii plastyczności, uwzględniającej zależność zachowania się materiału od wstępnej drogi obciążania.

Przeważająca liczba prac poświęconych zagadnieniu związków fizycznych gruntów i kryteriów ich zniszczenia - warunku plastyczności - dotyczyła jedynie opisu materiału przy jednokrotnym obciążeniu do zniszczenia, nie analizując wpływu drogi obciążania na uzyskane zależności. Istnieją jednak prace, które nie rozpatrując bezpośrednio tego zagadnienia mogą dostarczyć pewnych informacji. A.W.Bishop i A.K.G.Eldin [3] zbadali zależność warunku plastyczności Coulomba-Mohra od sposobu obciążania wykazując, że przy jednokrotnym prostym obciążeniu warunek ten jest praktycznie niezależny od drogi. Odmiennie dane uzyskał Z.Gergowicz [10] w badaniach przy znacznych ciśnieniach hydrostatycznych. Również badania prowadzone przy stałej objętości próbki /undrained tests/ [7,19] i badania przy zerowych odkształceniach bocznych / $K_0$  - tests/ [4], dające w efekcie różne drogi obciążania, wskazują na pewne różnice w za-

chowaniu się materiału. Wpływ kilkukrotnego obciążenia i odciążenia na zależność  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\varepsilon)$  piasku i szklanych kulek badał J. Biarez i in. [2]. Wszystkie te doświadczenia odpowiadają tylko szczególnym przeważnie prostym drogom obciążania i brak jest danych o zachowaniu się materiału sypkiego przy drogach nie prostych, a zwłaszcza danych o wpływie wstępnego obciążenia i odciążenia na późniejsze własności materiału.

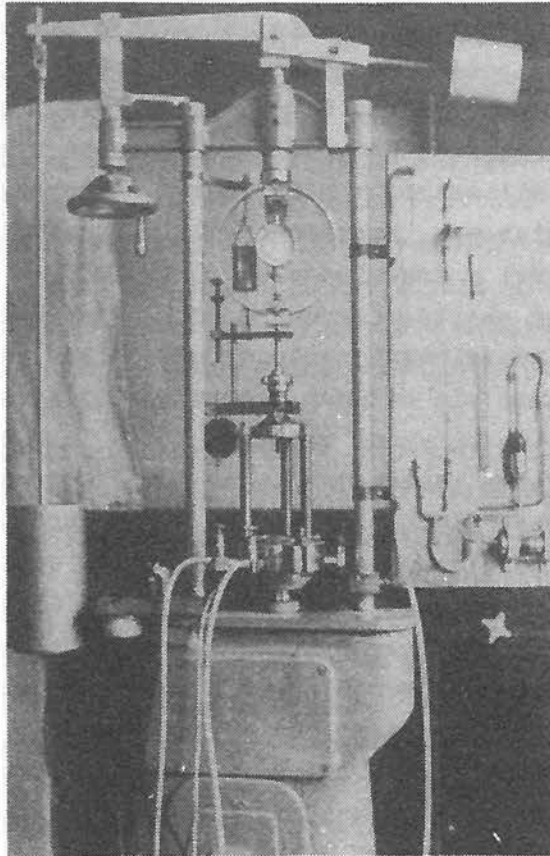
Niniejsza praca ma na celu dostarczenie informacji o wpływie złożonych dróg obciążania na warunek plastyczności i zależność naprężenie - odkształcenie dla zagęszczonego piasku suchego w osiowosymetrycznym stanie naprężenia. Ilościowe ujęcie zaobserwowanych efektów jak i rozszerzenie zagadnienia na bardziej złożone stany naprężenia stanowić będzie przedmiot dalszych badań.

## 2. Materiał i aparatura

W doświadczeniach ograniczono się do jednego rodzaju piasku pochodzącego z Białej Góry k/Tomaszowa. Piasek ten, po wielokrotnym przemyciu wodą i wysuszeniu do stanu powietrzno-suchego, przesiano przez sita o wymiarach oczek prostokątnych 1,0 mm i 0,25 mm. Do doświadczeń użyto materiału o wymiarach większych od 0,25 mm i mniejszych od 1,0 mm, przy czym skład granulometryczny zawierał 3,6 % ziarn o wymiarach zawartych pomiędzy 0,25 mm i 0,5 mm oraz 96,4 % zawartych pomiędzy 0,5 mm i 1,0 mm. Ciężar właściwy piasku wynosił 2,65 G/cm<sup>3</sup>.

Doświadczenia przeprowadzono w warunkach trójosiowego, osiowosymetrycznego ściskania wykorzystując do tego celu przedstawiony na rys.1 aparat trójosiowy omówiony w pracy [8]. W badaniach zastosowano analogiczną jak w pracy [9] modyfikację trzpienia obciążającego próbkę i podstawy celem zniwelowania tarcia występującego na podstawach próbek. W trakcie badań stwierdzono, że próbki zachowywały walcowy kształt do odkształceń rzędu 0,10 - 0,12. Dla większych od-

kształceń występowało przeważnie spęcznienie próbek, zlokalizowane poniżej połowy wysokości. Podobny efekt stwierdzono w pracy [5] podając za jego przyczynę sposób i kierunek formowania próbki. W omawianych badaniach próbki utworzono przez ubijanie, przy stałej ilości uderzeń, warstw piasku o wysokości 2,0 cm z pomocą tłoka o nieco mniejszej średnicy od średnicy formowanej próbki. Otrzymane próbki o wymiarach  $\phi = 38 \text{ mm}$  i  $h = 76 \text{ mm}$  otoczone były powłóczką gumową o grubości 0,25 mm. Ciężar objętościowy próbek wynosił  $1,69 \text{ G/cm}^3$  przy rozrzucie  $\pm 0,01 \text{ G/cm}^3$ .



Rys. 1

Ciąnienie hydrostatyczne w komorze aparatu wypełnionej gliceryną wywoływano za pomocą specjalnie skonstruowanej praski hydraulicznej pozwalającej utrzymać nadciśnienie w zakresie od 0 do  $3,0 \text{ kg/cm}^2$  z dokładnością  $\pm 0,01 \text{ kg/cm}^2$ . Siłę osiową wywierano przez dociskanie próbki poprzez trzpień do dynamometru, o dokładności odczytu  $\pm 0,025 \text{ kg}$ , przy stałej prędkości odkształcenia osiowego próbki  $\dot{\epsilon}_z = 7,89 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$ . Przemieszczenia osiowe mierzono układem dwóch czujników zegarowych o bazach  $10 \text{ mm}$  i dokładności  $\pm 0,005 \text{ mm}$ . W trakcie doświadczeń rejestrowano również zmiany objętościowe próbek układem pomiarowym zaproponowanym przez A.W.Bishopa i D.J.Henkla [4] przedstawionym na rys.1. Zasada pomiaru polega na określeniu objętości powietrza wypartego z porów próbki. W tym celu w dolnej nakładce mosiężnej przylegającej do próbki umieszczona była igła sięgająca kilka milimetrów w głąb próbki połączona przewodem z układem pomiarowym. Zastosowany układ pozwolił mierzyć zmiany objętości z dokładnością  $\pm 0,07 \text{ cm}^3$ , co odpowiada odkształceniom objętościowym  $\pm 0,0008$ . Przy obliczaniu odkształceń objętościowych zwrócono szczególną uwagę na wpływ wgłębiania się osłonki gumowej pomiędzy zewnętrzne ziarna piasku na mierzone wartości  $\Delta V$ . Dla wyeliminowania tego efektu zastosowano procedurę zaproponowaną w pracy [16] przez I.K.Lee. W tym celu wykonano próbkę składającą się ze stalowego cylindra pokrytego warstwą badanego piasku przyklejonego żywicą epoksydową. Otoczoną powłoczką próbkę umieszczano w komorze aparatu, wywołując następnie ciśnienie hydrostatyczne przy równoczesnym pomiarze objętości wypartego powietrza. Objętość ta wobec praktycznie nieściśliwej próbki odpowiada ilości powietrza wypartego przez wgłębiającą się powłoczkę. Stwierdzono, że efekt ten sięga 30 - 40 % wartości odkształceń objętościowych próbek rzeczywistych. Efekt ten uwzględniono w wartościach  $\epsilon_v$  przedstawionych na wykresach.

Naprężenia osiowe obliczano w stosunku do aktualnego

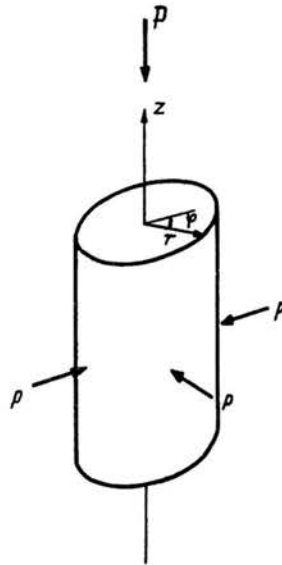
przekroju próbki określonego przy założeniu walcowej deformacji z wartości odkształceń osiowych i objętościowych. W obliczeniach nie uwzględniono poprawki na obecność powłoczki gumowej [4] ze względu na jej niewielką grubość.

W rozważaniach przyjęto jednorodność i izotropię materiału oraz współosiowość kierunków głównych tensorów naprężenia i odkształcenia.

### 3. Program i wyniki badań

Celem badań było, jak wspomniano na wstępie, określenie wpływu drogi obciążenia na wytrzymałość oraz na zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami ośrodka idealnie sypkiego. Zastosowanie do doświadczeń aparatury trójosiowego ściskania i pełnej, walcowej próbki określiło możliwość wywoływania tylko pewnych stanów naprężeń i pewnych dróg obciążenia. W przypadku walcowej próbki /rys.2/ poddanej ciśnieniu hydrostatycznemu  $p$  i sile osiowej  $P$ , przy założeniu jednorodnego stanu naprężenia i odkształcenia mamy do czynienia z trójosiowym, osiowosymetrycznym stanem naprężenia określonym przez naprężenia główne  $\sigma_z = \frac{P}{F}$ ,  $\sigma_r = \sigma_\theta = p$ .

Analizę stanu naprężenia w próbce w trakcie doświadczenia, a tym samym drogi obciążenia, wygodniej jest przeprowadzić w przestrzeni naprężeń głównych Haigha-Westergaarda /rys.3a/. W przestrzeni tej dowolny stan naprężenia /tensor naprężenia/ przedstawiany jest punktem  $P$ , którego współrzędnymi są naprężenia główne. Prosta  $OM$  przechodząca przez początek układu i równonachylona do osi układu przedstawia stany naprężenia charakteryzujące się równością naprężeń głównych /stany hydrostatyczne określone przez tensor kulisty naprężenia/. Tym samym dla danego stanu naprężenia przedstawionego przez pkt  $P$  punkt  $Q$  będący rzutem pktu  $P$  na prostą  $OM$  określa składowe tensora kulistego, a pkt  $P'$  leżący na końcu przesuniętego równolegle do początku układu odcinka  $PQ$



Rys.2

składowe dwiatora naprężenia. Dla stanów osiowosymetrycznych możliwe położenia stanów naprężeń znajdują się na płaszczyźnie przechodzącej przez oś  $\tilde{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_3$ ,  $\tilde{\sigma}_1 = 0$ , i prostą  $OM$  /na rys.3a płaszczyznę zakreskowaną/. Pozwala to ograniczyć rozważania do płaszczyzny  $(\tilde{\sigma}_1, \sqrt{2} \tilde{\sigma}_2)$ , przedstawionej na rys.3b. Wprowadzając pojęcia naprężenia średniego  $\tilde{\sigma}_{sr}$  związanego z tensorem kulistym i intensywności naprężeń stycznych  $\tilde{\sigma}_i$  będącej pewnym niezmiennikiem dwiatora naprężenia, zdefiniowane przez związki

$$/3.1/ \quad \tilde{\sigma}_{sr} = \frac{1}{3} (\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3)$$

$$/3.2/ \quad \tilde{\sigma}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_2)^2 (\tilde{\sigma}_2 - \tilde{\sigma}_3)^2 (\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_3)^2}$$

otrzymamy proste geometryczne zależności przedstawione na rys.3b. Dla przypadku osiowej symetrii kiedy  $\tilde{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_3 = \tilde{\sigma}_r = \tilde{\sigma}_e$  związki /3.1/ i /3.2/ mają postać



$$/3.3/ \quad \tilde{\sigma}_{sr} = \frac{\tilde{\sigma}_z + 2\tilde{\sigma}_r}{3}$$

$$/3.4/ \quad \tilde{\sigma}_i = |\tilde{\sigma}_z - \tilde{\sigma}_r|$$

Dla analizy zależności pomiędzy naprężeniami i odkształceniami wprowadźmy wielkości odkształceń objętościowych  $\epsilon_v$  i intensywności odkształceń postaciowych  $\epsilon_i$  wyrażające się przy założeniu  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_r = \epsilon_\varphi$  i małych odkształceń przez związki

$$/3.5/ \quad \epsilon_v = 3\epsilon_{sr} = \epsilon_z + 2\epsilon_r$$

$$/3.6/ \quad \epsilon_i = |\epsilon_z - \epsilon_r|$$

Wprowadzenie intensywności odkształceń postaciowych zamiast samych odkształceń osiowych  $\epsilon_z$  daje możliwość uzależnienia wielkości naprężeń od niezmiennika dewiatora tensora odkształcenia a więc czystych zmian postaciowych materiału.

Geometryczna interpretacja stanów naprężenia na płaszczyźnie  $(\tilde{\sigma}_1, \sqrt{2}\tilde{\sigma}_2)$  /rys.3b/, pozwala przedstawić dowolną drogę obciążania jako krzywą łączącą poszczególne punkty odpowiadające kolejnym stanom naprężenia. Normalnemu badaniu trójosiowego ściskania gruntu odpowiada droga OAB, gdzie odcinek OA oznacza początkowy wzrost ciśnienia hydrostatycznego /składowych tensora kulistego/ a odcinek AB przyrost siły osiowej, dającej w efekcie zarówno przyrost składowych dewiatora jak i tensora kulistego. Droga OAD odpowiada badaniom "rozciągania". Droga OAC wymaga odpowiedniej zmiany zarówno siły osiowej jak i ciśnienia hydrostatycznego, przy czym obejmuje ona zarówno obciążanie jak i odciążanie. Wspomniane we wstępie badania przy stałej objętości i przy zerowych odkształceniach bocznych dają złożone drogi zależne od rodzaju użytego w badaniach materiału [18.]

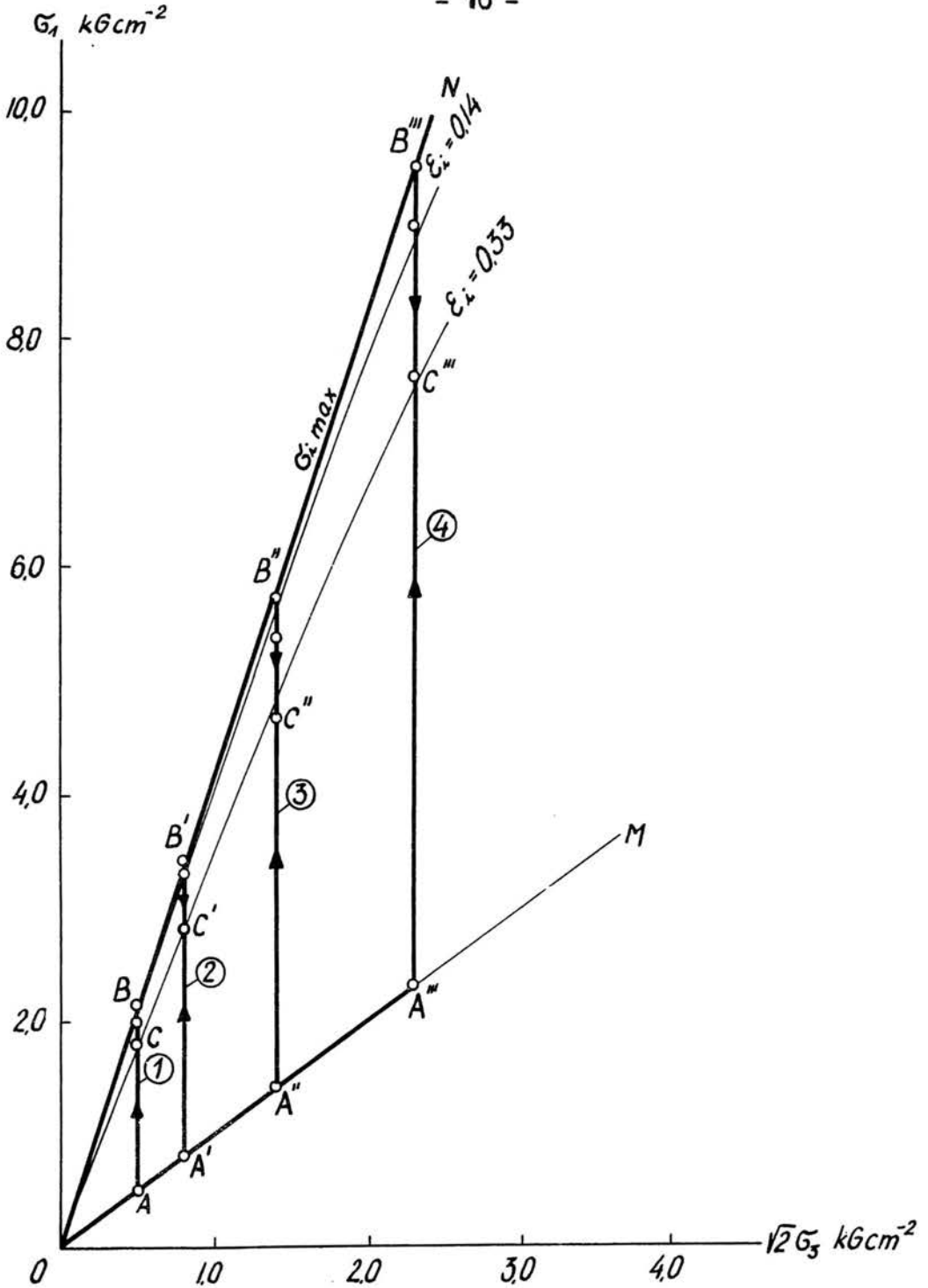


Przestrzeń naprężeń głównych znalazła szerokie zastosowanie przy interpretacji warunków plastyczności a jej przekrój płaszczyzną przedstawioną na rys.3b został wykorzystany przy analizie wyników badań trójosiowych gruntów przez szereg autorów, np. [1,7,13,14,18].

Doświadczenia wykonane w niniejszej pracy przeprowadzono w trzech seriach. Seria pierwsza złożona z doświadczeń nr 1, 2, 3 i 4 odpowiadała normalnym badaniom trójosiowego ściskania przy czterech wartościach ciśnienia hydrostatycznego  $p = 0,5 \text{ kg/cm}^2, 0,8 \text{ kg/cm}^2, 1,4 \text{ kg/cm}^2$  i  $2,3 \text{ kg/cm}^2$  /rys.4/. Uzyskane z tych badań zależności  $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\sigma}_i(\epsilon_i)$ , przedstawione na rys.5a wskazują, że zależność ta ma kształt wykresu niestatecznego tzn. dla pewnej wartości  $\epsilon_i$  istnieje maksimum  $\tilde{\sigma}_i$  /punkty B, B', B'', B''' na rys.5a/, po którym następuje spadek  $\tilde{\sigma}_i$  wraz z dalszym wzrostem  $\epsilon_i$ <sup>1/</sup>. Analogiczny kształt zależności otrzymało szereg autorów [2,4,5,6,20,21] dla piasku średnio i silnie zagęszczonego, przy czym zamiast intensywności odkształceń operowali oni wartościami odkształceń osiowych  $\epsilon_z$ . Ten kształt zależności otrzymuje się przy zadawaniu przemieszczenia osiowego próbki /program kinematyczny - strain controlled tests/. Odpowiadające poszczególnym badaniom wykresy  $\epsilon_v = \epsilon_v(\epsilon_i)$  przedstawia rys.5b.

---

1/ Używany powyżej termin "obciążanie" rozumiemy jako wzrost składowych zarówno dewiatora jak i tensora kulistego /lub wzrost jednych składowych/. Zmniejszaniu składowych obu tensorów odpowiada "odciążanie". W przypadku niestatecznego wykresu  $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\sigma}_i(\epsilon_i)$  otrzymanego z badań trójosiowych mamy do czynienia po przekroczeniu  $\tilde{\sigma}_i \text{ max}$  z równoczesnym zmniejszaniem się intensywności naprężenia i naprężenia średniego. Taki proces nazywać będziemy w dalszym ciągu obciążaniem gdyż wykres ten jest reakcją materiału na zadawane odkształcenia osiowe. Odciążanie będzie miało miejsce przy zaprogramowanym zmniejszaniu obciążeń.



Rys.4

W oparciu o uzyskane z pierwszej serii badań wyniki, wykonano dwie następne serie badań. Seria druga obejmowała zbadanie wpływu złożonej drogi obciążania przy zadawanych wartościach intensywności naprężeń nie przekraczających dla wszystkich przykładanych równocześnie ciśnień hydrostatycznych wartości maksymalnych  $\tilde{\sigma}_i$  /rys.6/. Badanie nr 5 przeprowadzono wg drogi ORFGH, a badanie nr 6 wg drogi ORDEFGH. Badanie nr 5 odpowiada w przybliżeniu stałej wartości naprężenia średniego przy równoczesnym wzroście intensywności naprężenia. Badania tego typu wykonali m.in. na łąkach D.J.Henkel [12] a na piasku B.Ladanyi [15], J.Biares [2]. Żadaną drogę obciążenia w badaniach nr 5 i 6 realizowano przez odpowiednią zmianę zarówno siły osiowej jak i ciśnienia hydrostatycznego. Punkt G był wspólny dla obu badań i odpowiadał punktowi leżącemu na drodze badania nr 1. Po dojściu do pktu G dalszą zmianę siły osiowej wywoływano nadając próbkę stałą prędkość odkształcenia. Uzyskane zależności  $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\sigma}_i(\varepsilon_i)$  oraz  $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  przedstawiono na rys.7a i b.

Trzecia seria badań obejmowała badania nr 7, 8 i 9 /rys.8/. Celem tych badań było uzyskanie danych o wpływie pierwotnej drogi obciążania, obejmującej obciążenie powyżej  $\tilde{\sigma}_i \max$  a następnie odciążenie, na powtórne obciążenie po różnych drogach. Badania te przeprowadzono w następujący sposób. Do próbki przykładano ciśnienie hydrostatyczne  $p = 1,4 \text{ kg/cm}^2$  /OA/. Następnie poddawano próbkę działaniu siły osiowej jak w normalnym badaniu trójosiowym wg drogi ABCD prowadząc ściskanie do momentu aż odkształcenia osiowe osiągnęły wartość  $\varepsilon_z = 0,08$ , co odpowiada przejściu przez  $\tilde{\sigma}_i \max$  /pkt G/. Wartościom  $\varepsilon_z = 0,08$  odpowiada pkt D. Po osiągnięciu tego pktu zmniejszono siłę osiową do wartości reprezentowanej przez pkt B. Do tego momentu badania 7, 8 i 9 były identyczne. Dalsza droga obciążania w badaniu 8 obejmowała powtórny wzrost siły osiowej przy tej samej wartości ciśnienia hydrostatycznego jak

w pierwszym cyklu /droga BEF/. W badaniu 7 zmniejszono ciśnienie hydrostatyczne o wartość  $\Delta p = - 0,9 \text{ kg/cm}^2$  /BG/ a następnie zwiększono siłę osiową realizując drogę GHI. Podobnie wykonano badanie 9, gdzie jednakże wpierw zwiększono ciśnienie o  $\Delta p = 0,9 \text{ kg/cm}^2$  /BJKL/. Krzywe  $\tilde{G}_i = \tilde{G}_i(\varepsilon_i)$  i  $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  dla badań 7, 8 i 9 przedstawia rys.9a i b.

We wszystkich dziewięciu rodzajach badań wykonano po 5 doświadczeń wykreślając na rysunkach wartości średnie oraz zaznaczając rozrzut wyników. Jak widać z tych rysunków rozrzut wyników zależności  $\tilde{G}_i = \tilde{G}_i(\varepsilon_i)$  był niewielki. Większy rozrzut otrzymano dla zależności  $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  co prawdopodobnie było spowodowane niedostateczną czułością przyrządu pomiarowego. Należy zaznaczyć, że wartości średnie i rozrzut wyników krzywej  $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  na rys.9b powyżej punktu D odniesiono do tego punktu.

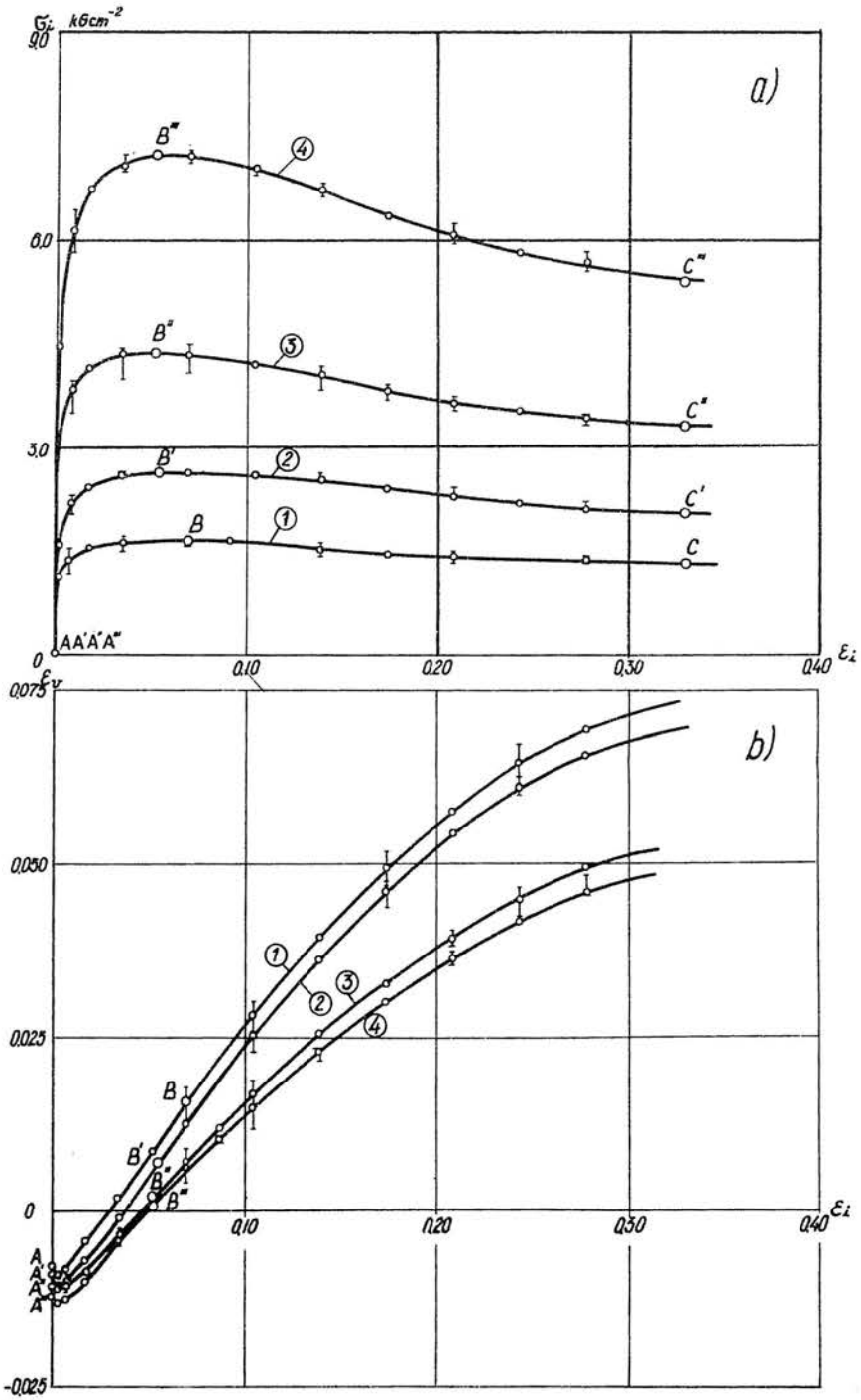
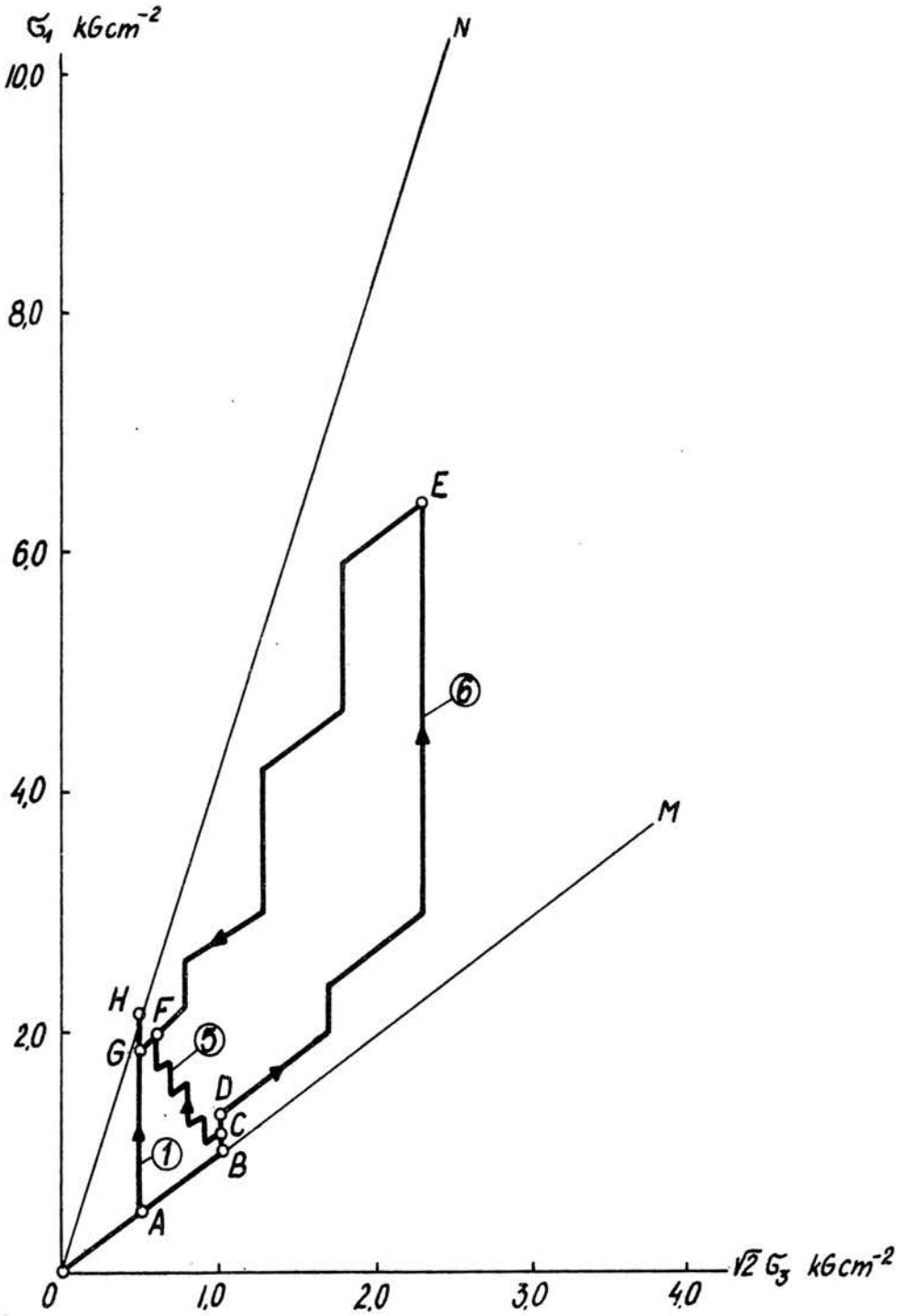
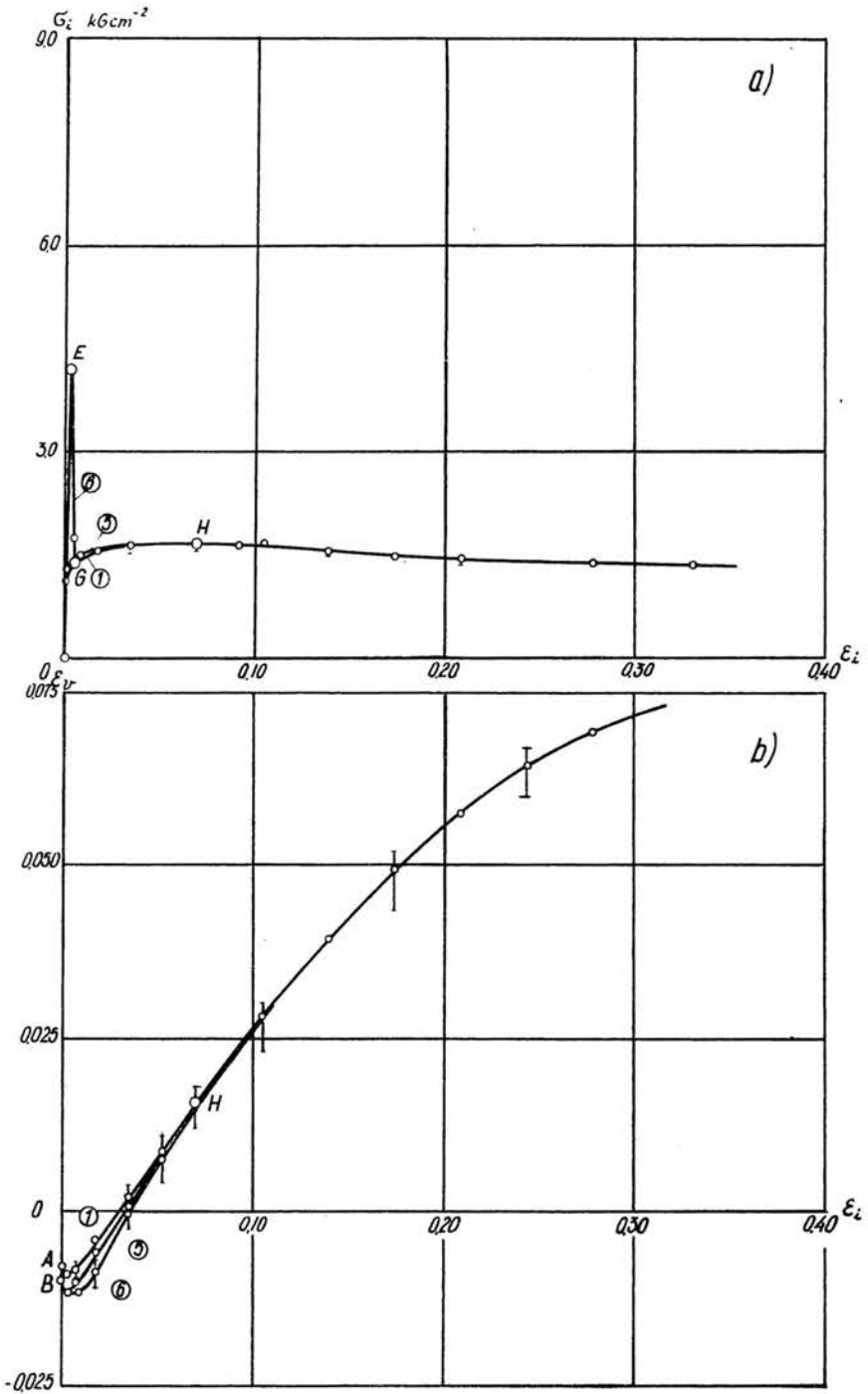


Рис. 5

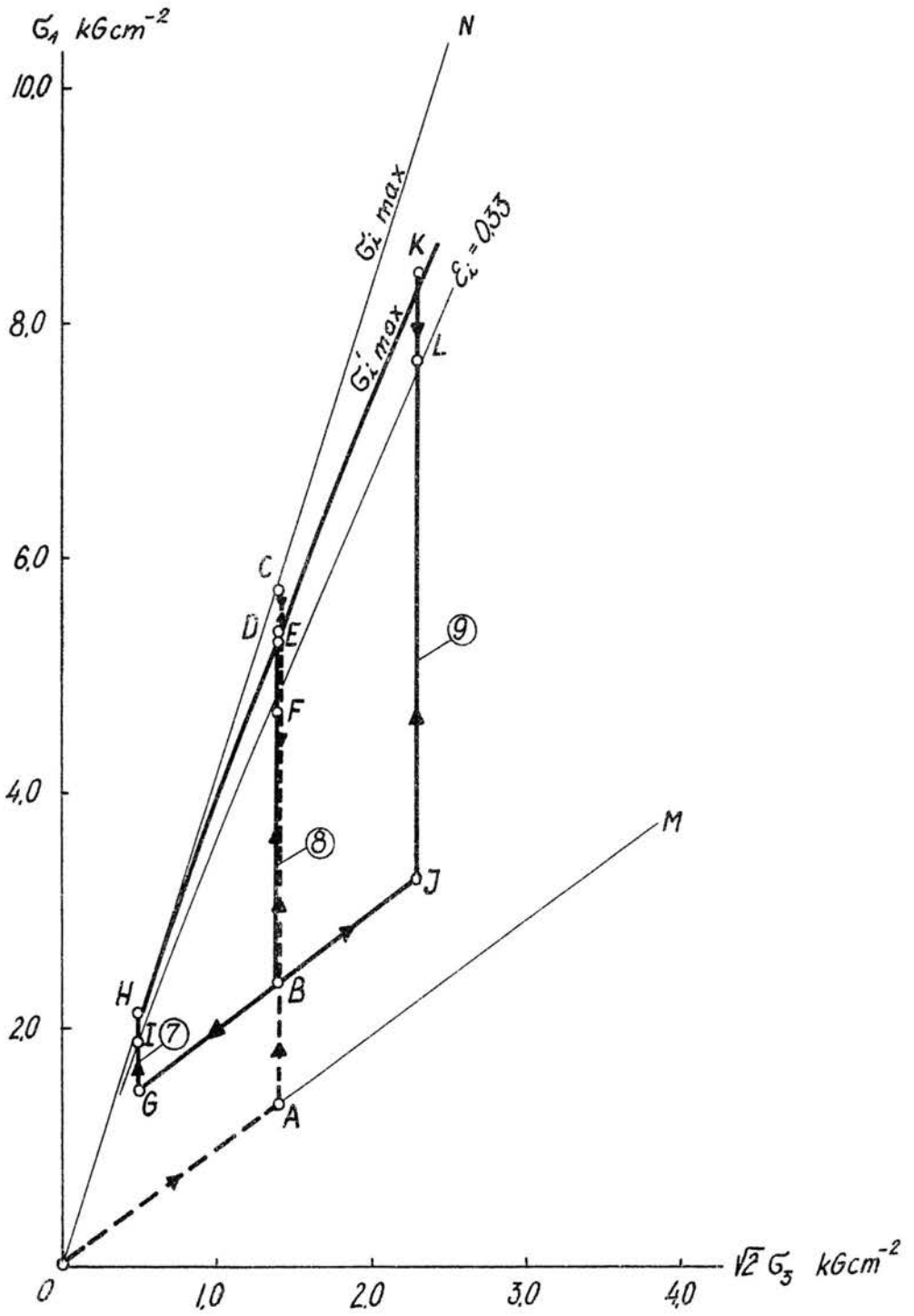


Rys. 6

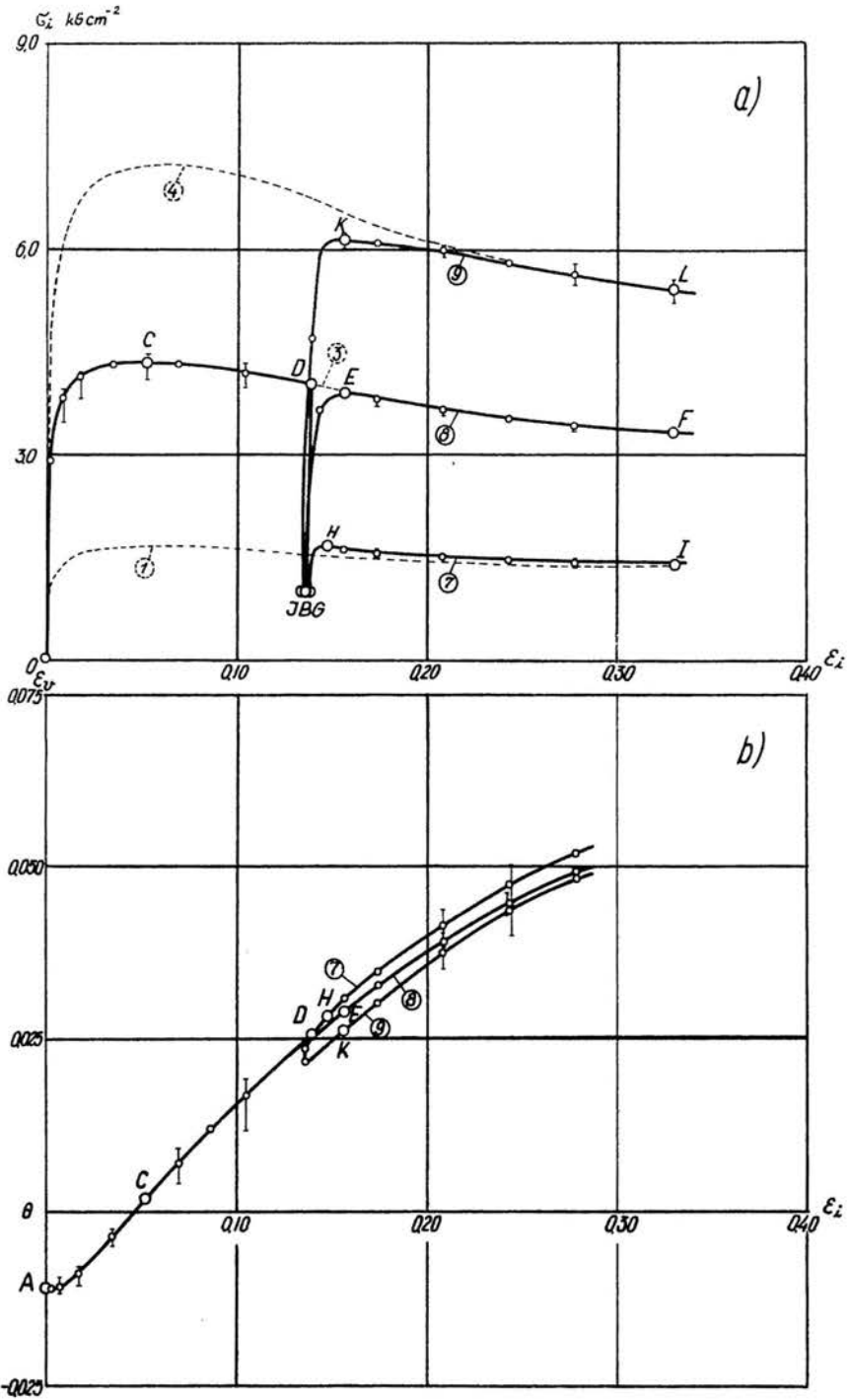




Rys.7



Rys. 8



Rys. 9

#### 4. Analiza wyników badań

Wyniki badań pierwszej serii przedstawione na rys.5a i b wskazują, że tym większe wartości osiąga intensywność naprężeń  $\sigma_i$  im większe jest ciśnienie hydrostatyczne działające na próbkę. Maksimum  $\sigma_i$  osiągane jest przy  $\varepsilon_i \approx 0,06$ , przy czym dla większych ciśnień /badanie 3 i 4/ intensywność odkształcenia odpowiadająca  $\sigma_i \max$  jest nieco mniejsza niż dla niskich /badanie 1/. Wraz ze wzrostem ciśnienia zwiększa się też spadek  $\sigma_i$  po przekroczeniu  $\sigma_i \max$ . Wielkość ciśnienia hydrostatycznego wpływa również na wartość odkształceń objętościowych /rys.5b/. Z rysunku tego widać, że mimo, że w trakcie badań na drodze AB wzrastają naprężenia średnie, następuje przeciwny co do znaku wzrost odkształceń objętościowych - dylatacja wywołana wzrostem składowych dewiatora. Efekty te zaobserwowane zostały w szeregu prac [2,5,6,10,15].

Przyjmując, że wytrzymałość materiału określona jest przez maksymalną wartość intensywności naprężenia<sup>1/</sup>/pktki B, B', B'' i B'''/ i odnosząc uzyskane wartości na płaszczyznę /  $\sigma_1, \sqrt{2} \sigma_2$  /, rys.4, można przez otrzymane punkty poprowadzić w przybliżeniu prostą ON. Położenie tych punktów na jednej prostej oznacza, że w przypadku osiowej symetrii dla dróg obejmujących jedynie obciążanie stan graniczny może być opisany warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra ze stałą materiałową  $\varrho = \text{const}$ . Prosta ON jest przecięciem powierzchni plastyczności w przestrzeni naprężeń głównych przez płaszczyznę /  $\sigma_1, \sqrt{2} \sigma_2$  /. Słuszność warunku Coulomba-Mohra dla stanów osiowosymetrycznych była sprawdzona w wielu pracach, choć istnieją takie dane [15], że kąt tarcia nie jest wielkością stałą ale maleje ze wzrostem naprężenia średniego, co odpowiada na rys.4 zakrzywieniu linii

---

1/ Istnieją również propozycje przyjmowania za moment zniszczenia maksymalnej wartości stosunku  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$  np. [1,6].

OM. Na rysunku tym wykreślono również linie łączące  $\sigma_i$  dla dwóch wartości  $\varepsilon_i = 0,14$  i  $\varepsilon_i = 0,33$  przyjmujące kształt łagodnych krzywych. Linie te można interpretować jako kurczenie się powierzchni plastyczności od położenia ON do  $OC'C''C'''$ .

Jedną z propozycji opisu zachowania się gruntów przy dużych odkształceniach postaciowych /uplastycznienia/ jest oparcie się na pojęciu linii krytycznej porowatości [17]. Pod tym pojęciem rozumiany jest stan materiału, w którym ustalają się odkształcenia objętościowe a zachodzą jedynie zmiany postaciowe. Przedstawione na rys.5b zależności

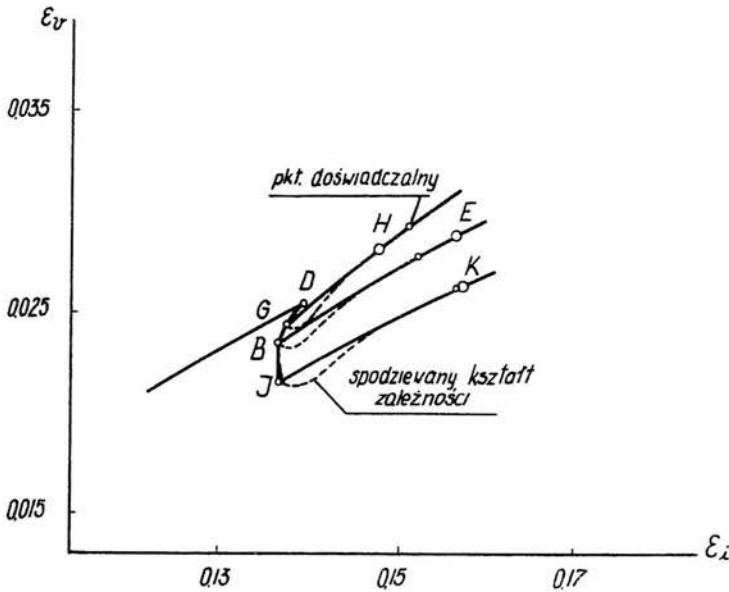
$\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  wskazują, że w zakresie wywoływanych w próbkach odkształceń postaciowych nie obserwuje się ustalenia objętości a jedynie malenie przyrostu objętości. Jest to równoznaczne z nieosiągnięciem stanu krytycznej porowatości. Należy jednakże zaznaczyć, że pojęcie linii krytycznej porowatości zostało wprowadzone w oparciu o badania iłów, a następnie sprawdzone na materiale sypkim w warunkach ścinania bezpośredniego. Większość badań trójosiowych wykonanych na piasku, mimo zastosowania szczególnie starannej technologii przyrządzania próbek i przeprowadzania badań, wykazuje stały wzrost objętości, np.[5]. Przyczyną tego wydaje się być niejednorodny w rzeczywistości, mimo prób eliminacji tarcia na podstawach, stan odkształceń w próbkach. W trakcie prowadzenia badania następuje stopniowy udział stref położonych blisko końców próbki przy równoczesnym ustaleniu się gęstości materiału w strefie środkowej. Na istnienie tego efektu wskazują np. badania B.Wacka [20]. Ustalanie się objętości materiału sypkiego przy dużych odkształceniach postaciowych zaobserwowano także w szeregu prac dotyczących nośności ośrodka sypkiego w płaskim stanie odkształcenia. W rezultacie zamieszczone w niniejszej pracy wykresy  $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\varepsilon_i)$  przedstawiające wartości odkształceń dla całej próbki, mogą być dla dużych wartości  $\varepsilon_i$  obarczone błędem. Konsekwencją te-

go błędu jest niemożliwość ścisłego określenia składowych wektorów przyrostów odkształceń dla poszczególnych powierzchni plastyczności /  $\varepsilon_i = 0,14$ ,  $\varepsilon_i = 0,33$ / i analizy zagadnienia nachylenia tych wektorów istotnej przy opisie materiału w oparciu o pojęcie powierzchni potencjalnych plastyczności.

Rozpatrzmy z kolei wyniki drugiej serii badań. Przedstawione na rys.6 drogi badań 5 i 6 do pktu G są zawarte pomiędzy prostymi OM i ON co oznacza, że nie została przekroczona wytrzymałość /prosta ON/. Drogi te na wykresie

$G_i = G_i(\varepsilon_i)$  , /rys.7a/ odpowiadają początkowym stromym odcinkom krzywych. Po dojściu do pktu G dalsze obciążanie przebiega identycznie z badaniem 1. Jak wynika z rys.7a krzywe różnią się jedynie w początkowej fazie obciążenia do pktu G , a następnie praktycznie pokrywają się z badaniem 1. Identyczną wartość dla wszystkich trzech dróg osiąga też  $G_{i\max}$  . Oznacza to, że złożone wstępne drogi obciążania przy nie przekroczonej wytrzymałości badanego materiału nie wpływają w sposób istotny na jego wytrzymałość i dalsze zachowanie się. Jako przyczynę tego można podać nieznaczące zmiany postaciowe i objętościowe towarzyszące wstępnej drodze obciążania /rys.7b/. Podobne wnioski wynikają z pracy B.O.Hardina i W.L.Block'a [11], w której badano wpływ złożonej drogi obciążenia, podobnej do badań drugiej serii, na sztywność piasku poddanego działaniu szybkozmiennego momentu skręcającego o małej amplitudzie. Nieznaczny wpływ wstępnej drogi poniżej  $G_{i\max}$  na dalsze obciążanie zaobserwowali także L.Barden i A.J.Khayatt [1]. Wnioski te mogą odnosić się jednakże tylko do piasku zagęszczonego gdyż dla piasku luźnego obserwuje się różnicę w wartościach odkształceń objętościowych pomiędzy drogami 1 i 5 [2].

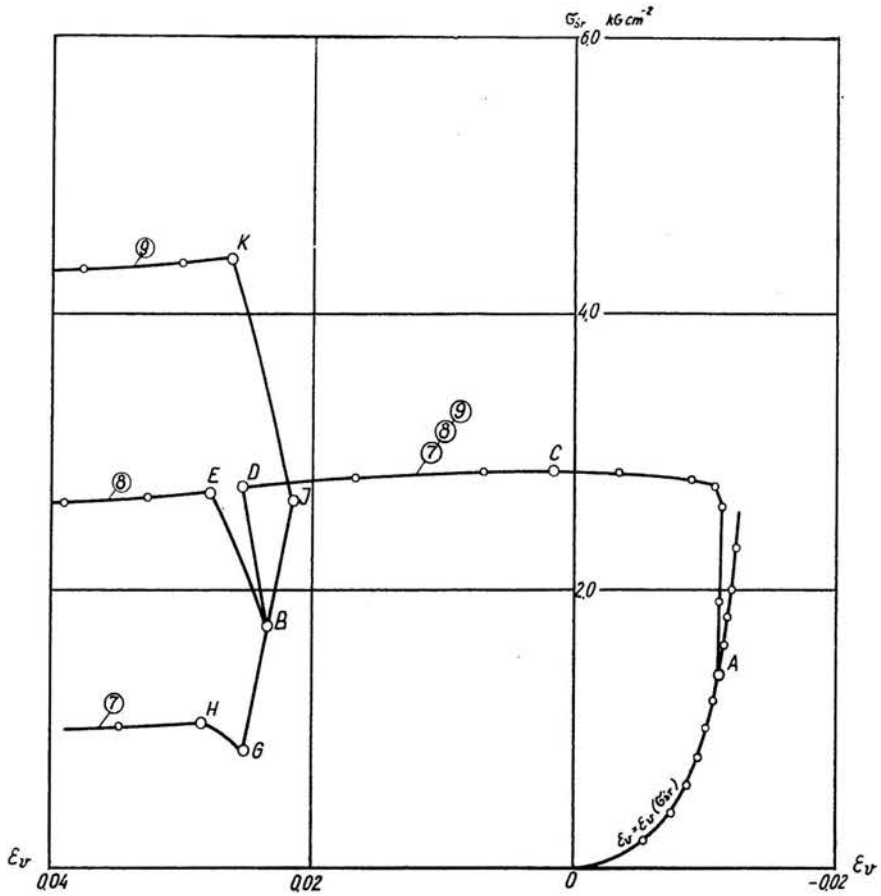
Wyniki trzeciej serii badań przedstawiono na rys.9a i b wykreślając dla porównania krzywe odpowiadające badaniom 1,3 i 4. Odciażenie od pktu D do B obejmuje zmniejsz-



Rys.10

szenie składowych dewiatora i tensora kulistego. W przypadku zmniejszenia jedynie naprężenia średniego odkształcenia objętościowe powinny wzrosnąć na skutek odprężenia się materiału. Z rys.9b i powiększonej jego części przedstawionej na rys.10 wynika, że drodze DB towarzyszy zmniejszenie się objętości. Efekt ten można wytłumaczyć przyjmując, że rozluźnienie materiału w punkcie D w stosunku do stanu początkowego /pkt 0/ jest wywołane i utrzymywane na skutek działania naprężeń stycznych. Stan ten nie jest trwały i w przypadku zmniejszenia się naprężeń stycznych materiał powraca częściowo do stanu początkowego. Podobny efekt zaobserwowano w pracy [16]. Zmiana samego naprężenia średniego z punktu B do G lub J powoduje odpowiednio rozluźnienie i zagęszczenie materiału /rys.10/. Dalszy przyrost intensywności naprężenia wywołuje we wszystkich trzech przypadkach wzrost objętości. Krzywe  $\epsilon_v = \epsilon_v(\epsilon_i)$  nie pokrywają się a ich wzajemne położenie

jest jakościowo podobne do badań 1, 3 i 4. Na rys.11 przedstawiono dla badań 7, 8 i 9 zależność  $\sigma_{sr} = \sigma_{sr}(\epsilon_V)$ . Krzywa OA oznacza krzywą ścisłości uzyskaną przy działaniu jedynie ciśnienia hydrostatycznego. Z rys.11 wynika wyraźnie, że odkształcenia objętościowe powyżej punktu A są spowodowane działaniem naprężeń stycznych.



Rys.11



Porównując wykresy  $\sigma_i = \sigma_i(\epsilon_i)$  /rys.9a/ widać, że w badaniu 8 zależność ta od pktu E pokrywa się z badaniem 3. Oznacza to, że dla stałego ciśnienia hydrostatycznego działającego na próbkę przy obciążeniu, odciążeniu i ponownym obciążeniu siłą osiową istnieje jedna krzywa  $\sigma_i = \sigma_i(\epsilon_i)$ , a odciążenie zaznacza się jedynie w postaci pętli [2]. Ze względu jednakże na niestateczny wykres

$\sigma_i = \sigma_i(\epsilon_i)$  maksimum  $\sigma_i$  po powtórnym obciążeniu osiąga mniejszą wartość /pkt E/, zależną od wartości wywołanego wstępnie  $\epsilon_i$ . W rezultacie położenie  $\sigma_{i \max}$  na płaszczyźnie /  $\sigma_1, \sqrt{2} \sigma_2$  / po wykonaniu cyklu ACDEE pokrywa się nie z prostą ON ale z krzywą odpowiadającą kurczeniu się powierzchni /por. rys.4/. Odmienne zachowanie się materiału obserwuje się w badaniach 7 i 9. W badaniu 7 po ponownym obciążeniu krzywa  $\sigma_i = \sigma_i(\epsilon_i)$  leży powyżej krzywej uzyskanej z badania 1 /położenie odpowiada w przybliżeniu poziomemu przesunięciu krzywej z badania 1/, a w badaniu 9 poniżej krzywej badania 4. Wraz z dalszym wzrostem  $\epsilon_i$  krzywe zbliżają się do siebie. Krzywa łącząca  $\sigma_{i \max}$  dla badań 7, 8 i 9 /HEK/ na rys.8 odbiega znacznie od prostej ON zakrzywiając się w kierunku prostej OH. Punkty IFL odpowiadają dalszemu kurczeniu się powierzchni dla  $\epsilon_i = 0,33$ .

Z powyższego wynika wniosek, że wstępna droga obciążania przekraczająca  $\sigma_{i \max}$  wpływa na późniejsze zachowanie się materiału a tym samym warunek plastyczności, jednakże w miarę dalszego odkształcania materiał wykazuje efekt zapominania wstępnej drogi. Przyczyną tego wpływu wstępnej drogi może być różnica pomiędzy gęstością materiału w momencie rozpoczęcia ściskania siłą osiową w badaniach 1, 3 i 4 /A, A', A'''/ a gęstością w momencie powtórnego obciążania /B, J, G/. Efekt ten można także rozumieć jako wpływ znacznych, wstępnych odkształceń plastycznych wywołanych na drodze OAC. W badaniach drugiej serii drogą obciążania do pktu G odpowiadają bardzo małe odkształcenia, których część plastyczna, porównywalna ze sprężystą, może być pominięta.

Inaczej mówiąc własności materiału i warunek plastyczności odniesiony do  $\tilde{\sigma}_{i\max}$  są funkcją odkształceń plastycznych.

## 5. Wnioski

Uzyskane z przeprowadzonych doświadczeń wyniki pozwalają sformułować następujące wnioski.

1. Złożona wstępna droga obciążania nie przekraczająca w żadnym momencie maksymalnej wartości intensywności naprężenia określonej z normalnych badań trójosiowego ściskania nie wpływa na dalsze zachowanie się materiału przy obciążaniu aż do zniszczenia.

2. W przypadku wstępnej drogi obciążania obejmującej obciążania przekraczające  $\tilde{\sigma}_{i\max}$ , odciążenie i powtórne obciążenie po różnych drogach obserwuje się zachowanie materiału różne od zachowania przy pierwotnym obciążaniu. Własności materiału zależą zatem od wstępnej drogi obciążania, przy czym jednakże w trakcie dalszego odkształcania materiał wykazuje efekt zanikania pamięci.

3. Wpływ wstępnego obciążania przekraczającego  $\tilde{\sigma}_{i\max}$  można rozumieć jako zależność cech materiału od wstępnych odkształceń plastycznych. W przypadku odkształceń porównywalnych ze sprężystymi nie obserwuje się zmian własności.

4. Zaobserwowany efekt oznacza, że warunek plastyczności Coulomba-Mohra dla badanego piasku, przy przyjęciu za moment zniszczenia  $\tilde{\sigma}_{i\max}$ , jest zależny od pewnych dróg obciążania /odkształceń plastycznych/, tzn. kąt tarcia wewnętrznego nie jest wielkością stałą.

5. Odpowiednie przekroje powierzchni plastyczności płaszczyzną /  $\sigma_1, \sqrt{2} \sigma_2$  / wykazują w trakcie obciążania po przekroczeniu  $\tilde{\sigma}_{i\max}$  zmianę położenia - kurczenie się. Podobny efekt kurczenia się powierzchni wywołuje wstępna droga obejmująca obciążanie powyżej  $\tilde{\sigma}_{i\max}$  i odciążenie /wstępne odkształcenie plastyczne/.

6. Przedstawione powyżej wnioski dotyczą jedynie

osiowosymetrycznych stanów naprężenia i badań przy  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ . Kwestią otwartą pozostaje zbadanie wpływu dróg obciążania przy dowolnych złożonych stanach naprężenia jak i badaniach "rozciągania" /  $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$  /.

Literatura cytowana w tekście

- 1 L.Barden, A.J.Khayatt, Incremental strain rate ratios and strength of sand in the triaxial test, Geotechnique, Vol. XVI, No 4, 1966.
- 2 J.Biarez, A.Belot, J.M.Pierrard, K.Wiendieck, Quelques aspects de la loi rhéologique des sols, Rheol. Soil Mech. Symp., Grenoble 1964.
- 3 A.W.Bishop, A.K.G.Eldin, The effect of stress history on the relation between  $\phi$  and porosity in sand, Proc. III-rd ICOSOMFE, Zurych 1953.
- 4 A.W.Bishop, D.J.Henkel, The Measurement of Soil Properties in the Triaxial Test, E.Arnold, London 1957.
- 5 A.W.Bishop, G.E.Green, The influence of end restraint on the compression strength of a cohesionless soil, Geotechnique, Vol. XV, No 3, 1965.
- 6 L.Bjerrum, S.Kringstad, O.Kummeneje, The shear strength of a fine sand, Proc. V-th ICOSOMFE, Paris 1961.
- 7 H.Borowicka, The mechanical properties of soils, Proc. V-th ICOSOMFE, Paris 1961.
- 8 A.Drescher, Wpływ prędkości odkształcenia na zachowanie się próbek gruntu spoiстого w warunkach ściskania jednoosiowego, Arch. Inż. Łąd., T. X, z. 4, 1964.
- 9 A.Drescher, Wpływ nagłej zmiany prędkości odkształcenia na charakterystykę wytrzymałościową gruntu spoiстого, Arch. Inż. Łąd., T. XII, z. 3, 1966.
- 10 Z.Gergowicz, Badania wytrzymałościowe ośrodków sypkich dla celów budownictwa podziemnego, Zeszyty Nauk. Polit. Wrocł., Budownictwo XIII, Wrocław 1962.
- 11 B.O.Hardin, W.L.Black, Sand stiffness under various triaxial stresses, Journ. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 92, No SM2, 1966.

- 12 D.J.Henkel, The relationship between the effective stresses and water content in saturated clays, Geotechnique, Vol. X, No 1960.
- 13 D.J.Henkel, The shear strength of saturated remoulded clays, Res. Conf. Shear Strength Coh. Soils, Colorado 1960.
- 14 M.J.Hvorslev, Physical components of the shear strength of saturated clays, Res. Conf. Shear Strength Coh. Soils, Colorado 1960.
- 15 B.Ladanyi, Etude des relations entre les contraintes et les déformations lors du cisaillement des sols pulvérulents, Ann. Trav. Publ., Belgique, No 3, 1960.
- 16 I.K.Lee, Stress-dilatancy performance of feldspar, Journ. Soil Mech. Found. Div. ASCE, Vol. 92, No SM 2, 1966.
- 17 K.H.Roscoe, A.N.Shofield, C.P.Wroth, On the yielding of soils, Geotechnique, Vol. 8, No 1958.
- 18 R.F.Scott, Principles of Soil Mechanics, Addison-Wesley, Mass. 1963.
- 19 D.W.Taylor, Fundamentals of Soil Mechanics, J.Wiley, New York 1948.
- 20 B.Wack, Détermination expérimentale de la densité d'un sable à l'état de plasticité. Existence d'une densité limite, Com. Rend. Acad. Sci. Paris, t. 260, 1965.
- 21 C.P.Wroth, R.H.Basset, A stress-strain relationship for the shearing behaviour of a sand, Geotechnique, Vol. XV, No 1, 1965.