

Polska Akademia Nauk  
Instytut Podstawowych Problemów Techniki

Rozprawa doktorska

**Monitorowanie, ocena i przewidywanie rozwoju  
zniszczeń w budynkach historycznych**

**mgr inż. Dariusz Wiącek**

Promotor:  
**prof. dr hab. inż. Jan Holnicki-Szulc**

Warszawa 2001

# Spis treści

## Rozdział 1: Problematyka bezpieczeństwa budynków historycznych

1.1 Bezpieczeństwo budowli historycznych jako współczesne wyzwanie badawcze	1
1.2 Specyfika analizy budowli historycznych uniemożliwiająca zastosowanie standardowych procedur analizy konstrukcji stosowanych we współczesnym budownictwie	1
1.3 Podstawowe koncepcje stosowane w analizie numerycznej budynków historycznych	3
1.4 Możliwości i ograniczenia systemów pomiarowych monitorowania budowli	7
1.5 Katedra Meksykańska jako przykład budowli historycznej w której zrealizowano system pomiarowy monitorowania oraz wykonano obliczenia przy użyciu modelu komputerowego	10
1.5.1 Nierównomierne osiadania jako główna przyczyna degradacji	11
1.5.2 Charakterystyka konstrukcji budynku	13
1.5.3 Doświadczenia i wnioski wynikające z zastosowania analizy komputerowej do oceny bezpieczeństwa katedry	13
1.5.4 Zastosowanie oryginalnej metody wymuszonego osiadania do wyrównywania poziomu posadowienia	16
1.5.5 Opis systemu pomiarowego zastosowanego w katedrze	17
1.5.6 Ostateczne efekty projektu ratowania budowli	19

## Rozdział 2: Koncepcja systemu DAMON (DAMage MONitoring) monitorowania budowli historycznych

2.1 Miejsce systemu DAMON w problematyce ratowania budowli historycznych	20
2.2 Potrzeba komputerowego wspomagania procesu monitorowania, uwzględniająca analizę globalną obiektu	21
2.3 Koncepcja współbieżnego i wzajemnie weryfikującego się rozwoju sieci monitorowania i modelu numerycznego obiektu	21
2.4 Opis systemu DAMON	22
2.5 Kościół Św. Jana w Gdańsku jako poligon doświadczalny pozwalający na wdrożenie systemu DAMON i przetestowanie jego skuteczności w praktyce inżynierskiej	25
2.5.1 Osiadanie jako główna przyczyna zniszczeń	26
2.5.2 Model numeryczny obiektu	27
2.6 Cel pracy	28
2.7 Zakres pracy	28

### **Rozdział 3: Metoda Dystorsji Wirtualnych w analizie budowli historycznych**

3.1 Zasada, założenia, podstawowe równania .....	29
3.2 Macierz wpływu .....	30
3.3 Modelowanie zmiany cech fizycznych materiału .....	33

### **Rozdział 4: Komputerowa symulacja postępującego zniszczenia**

4.1 Założenia .....	37
4.2 Modelowanie rozwoju zniszczenia .....	39
4.3 Układ równań do obliczania dystorsji .....	40
4.4 Przykład numeryczny .....	42

### **Rozdział 5: Optymalna lokalizacja sensorów w budynku zagrożonym osiadaniem podpór i identyfikacja osiadań**

5.1 Projekt sieci pomiarowej do monitorowania kościoła Św. Jana w Gdańsku .....	46
5.1.1 Czujniki osiadania .....	46
5.1.2 Czujniki rozwarcia szczelin .....	47
5.1.3 Ekstensometry linowe .....	48
5.1.4 Optoelektroniczne czujniki przemieszczeń .....	48
5.2 Projektowanie optymalnego rozlokowania sensorów .....	49
5.2.1 Potrzeba poszukiwania optymalnej lokalizacji ekstensometrów linowych .....	49
5.2.2 Określenie zbioru dopuszczalnych położenia ekstensometrów .....	49
5.2.3 Modelowanie osiadań przy znanej tendencji ruchu fundamentów oraz w przypadku ogólnym .....	50
5.2.4 Warunek najlepszego uwarunkowania macierzy podatności pomiarów na bazowe wektory osiadań jako matematyczne kryterium optymalnego położenia sensorów .....	51
5.2.5 Algorytm wyznaczania optymalnego położenia przyrządów pomiarowych .....	52
5.2.6 Przykład wyznaczania optymalnej lokalizacji ekstensometrów przy znanej tendencji osiadania i w przypadku ogólnym .....	53
5.3.1 Identyfikacja osiadań .....	
5.3.1 Warunek jednoznaczności identyfikowanych osiadań .....	57
5.3.2 Przykład identyfikacji osiadań przy użyciu ekstensometrów linowych .....	58

### **Rozdział 6: Przewidywanie rozwoju zniszczeń w oparciu o analizę wrażliwości**

6.1 Wrażliwość naprężeń głównych na przemieszczenia podpór .....	61
6.2 Przykład obliczeniowy .....	64

### **Rozdział 7: Projektowanie wzmocnień budowli**

7.1 Zadanie projektowania optymalnego rozłożenia zbrojenia w konstrukcji .....	67
7.2 Modelowanie wzmocnienia materiału .....	69
7.2.1 Wzmocnienie w strefie nie spękanej .....	70
7.2.2 Wzmocnienie w strefie spękanej .....	74

## **Rozdział 8: Analiza numeryczna złożonych przestrzennych obiektów**

8.1 Brak wystarczającej dokumentacji jako powszechny problem modelowania budowli historycznych .....	77
8.2 Technika budowania siatki metody elementów skończonych w dużych obiektach na przykładzie modelu kościoła Św. Jana .....	78
8.3 Problem modyfikacji istniejącego modelu .....	79
8.3.1 Przykład aproksymacji geometrii filara kościoła Św. Jana na podstawie rzeczywistych pomiarów .....	78
8.4 Model numeryczny kościoła Św. Jana .....	80
8.5 Analiza liniowa modelu kościoła Św. Jana .....	81
8.6 Możliwość przeprowadzenia analizy nieliniowej dużych obiektów Metodą Dystorsji Wirtualnych .....	85
8.7 Koncepcja dekompozycji modelu .....	85
Oryginalne koncepcje i osiągnięcia pracy .....	87
Bibliografia .....	88

# **1. Problematyka bezpieczeństwa budynków historycznych**

## **1.1 Bezpieczeństwo budowl historycznych jako współczesne wyzwanie badawcze**

Obserwowany w ostatnich latach rozwój zniszczeń w budynkach historycznych spowodowany agresywnym działaniem środowiska (np. degradacja Bazyliki Św. Marka w Wenecji a także dramatyczna katastrofa Wieży Miejskiej w Pawii, zawalenie się części sklepień w katedrze w Noto i kościele Św. Jana w Gdańsku) prowadzi do wzrostu zainteresowania oceną i metodami renowacji tych konstrukcji. Podczas gdy wysoka wartość kulturowa tych obiektów uzasadnia konieczność podjęcia prac renowacyjnych, trudności z właściwym rozdysponowaniem środków na konserwację i prace naprawcze czyni te przedsięwzięcia bardzo kosztownymi. Z drugiej strony dokonany ostatnio postęp w technikach pomiarowych oraz metodach analizy konstrukcji umożliwia zastosowanie zaawansowanych metod komputerowych, potencjalnie poprawiających racjonalność użycia dostępnych środków. Nowoczesny system monitorowania często łączony jest z zaawansowaną analizą konstrukcji, dostarcza danych dla modelu numerycznego oraz pozwala weryfikować trafność podejmowanych decyzji. Zwiększa wiedzę o deformacjach i rozkładzie wewnętrznych sił w budynku, pomagając wyobrazić sobie kierunki dalszej degradacji. Takie kompleksowe podejście jest nieodzowne dla wiarygodnego oszacowania stanu budowli, szczególnie w przypadku złożonych obiektów jakimi są wykonywane z cegły historyczne katedry. Spośród wielu przykładów ważnych budowli w których zrealizowano system monitorowania oraz przeprowadzono analizę przy użyciu modeli numerycznych wymienimy katedry we Florencji, Padwie i Meksyku, Bazylikę Św. Marka w Wenecji, wieżę w Pizie i Padwie.

## **1.2 Specyfika budowl historycznych uniemożliwiająca zastosowanie standardowych procedur analizy konstrukcji stosowanych we współczesnym budownictwie**

Budynki historyczne, ze względu na to że powstały wiele wieków temu (na ogół badane są budowle średniowieczne), nie mogą być badane w taki sam sposób jak konstrukcje współczesne. Przede wszystkim problemy obserwowane obecnie, zwykle występowały także w przeszłości, w związku z czym budynki te doznawały wielu awarii i były poddawane naprawom. Każda z nich miała trwały wpływ na rozkład sił wewnętrznych, gdyż remonty powstrzymywały rozwój procesu zniszczenia ale nie były w stanie

przywrócić konstrukcję do jej pierwotnego stanu. Przy braku dokładnej dokumentacji, co jest powszechną sytuacją w dziedzinie budowli historycznych, odtworzenie stanu naprężenia w konstrukcji tylko na podstawie znajomości geometrii i zapisów kronikarskich dotyczących awarii jest dziś niemożliwe.

Budowle te odznaczają się dużą niejednorodnością materiału, jego cechy różnią się w różnych punktach konstrukcji i często są trudne do ustalenia. Tak jest np. w przypadku gruzu wypełniającego filary i ściany czy też spojonych zaprawą wapienną kamieni w blokach fundamentowych. W okresie wznoszenia tych budowli typową sytuacją było też używanie materiałów z pobliskich wytwórni wykorzystujących miejscowe surowce i stosujące lokalne technologie. Wiele budowli powstawało bardzo długo (100 i więcej lat), w tym czasie zmieniał się styl architektoniczny a co za tym idzie, rozwiązania konstrukcyjne. Zakłady dostarczające materiały w początkowej fazie budowy nie istniały już w trakcie jej kończenia. Dodatkowym utrudnieniem są mniejsze i większe spękania które często występują w wielkiej ilości. Wszystko to powoduje że każdy budynek wymaga indywidualnego podejścia i doświadczenia nabyte przy badaniu jednego z nich nie mogą być bezpośrednio przeniesione na inny.

Pomimo indywidualnego charakteru każdego z budynków historycznych można wyodrębnić grupy cech wspólnych.

*Główne przyczyny zniszczeń i podstawowe zagrożenia:*

- osiadanie gruntu (np. Katedra Miasta Meksyk, Krzywa Wieża w Pizie, Kościół Św. Jana w Gdańsku)
- błędy popełnione w trakcie wznoszenia budowli oraz niewłaściwe rozwiązania konstrukcyjne (np. rozbudowa kościoła Św. Jana w Gdańsku na fundamentach zaprojektowanych dla mniejszej budowli)
- dodatkowe, nieprzewidziane obciążenia (ruchy sejsmiczne, pożary, wybuchy bomb)
- zmniejszenie wytrzymałości spowodowane degradacją materiałów pod wpływem niszczącego oddziaływania środowiska - zmiany temperatury, wilgoć, wiatr, ruch uliczny, zanieczyszczenia środowiska.

*Główne przyczyny trudności w analizie:*

- duża ilość spękań o zróżnicowanych rozmiarach i trudnym do oszacowania znaczeniu (nierazko o długości kilku metrów , przechodzących przez cały przekrój ściany)
- geometria jest na ogół znana w stopniu niewystarczającym, nie uwzględnia odchyłań od pionu, ugięć i skręceń filarów, niedokładności wykonania
- parametry materiału wypełniającego elementy konstrukcyjne nie są znane (gruz)
- ustalenie cech materiałowych jest bardzo trudne, gdyż wykluczone są niszczące metody badań i na ogół są one przedmiotem mniej lub bardziej dokładnych oszacowań
- brak dokumentacji konstrukcyjnej i wykonawczej z okresu wznoszenia budowli i dokonywania napraw
- zróżnicowanie technik budowania w zależności od miejsca i czasu, przy jednoczesnym braku opisów

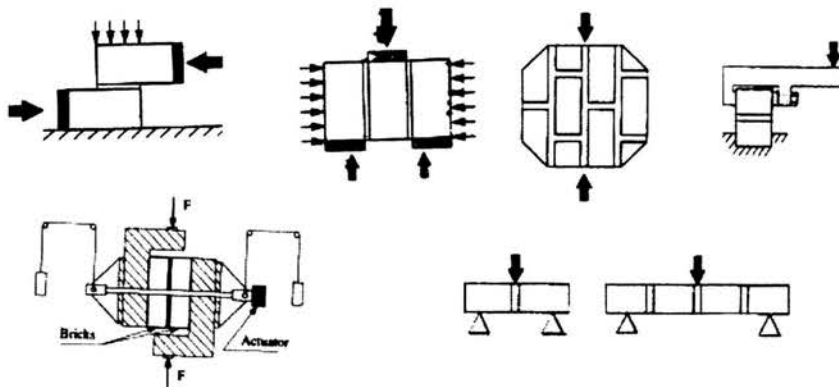
### Specyfika budowli historycznych ze względu na zastosowane materiały

- najczęściej stosowano cegłę łączoną zaprawą wapienną bądź kamień
- bardzo mała wytrzymałość na rozciąganie
- duże zróżnicowanie materiału wynikające z braku unifikacji, wykorzystywania lokalnych surowców i technologii
- zróżnicowanie materiałów w obrębie jednej budowli i trudności w zidentyfikowaniu stref ich lokalizacji.

### 1.3 Podstawowe koncepcje stosowane w analizie numerycznej budynków historycznych

Ze względu na złożoność i omówioną wyżej specyfikę budynków historycznych podstawowe znaczenie w ich analizie odgrywają metody doświadczalne, a w szczególności tzw. monitorowanie budowli, polegające na instalowaniu trwałych systemów pomiarowych umożliwiających ciągły odczyt stanu przemieszczenia i deformacji budowli. Pozwalają one uzyskać wiele informacji dających następnie możliwość wyznaczenia nieznanymi parametrów. W zależności od charakteru pomiarów rozwijane są procedury analizy numerycznej i tak wyróżnić można bazujące na badaniach laboratoryjnych *podjęcie mikro* i *makro* (por. Laurencio [18], Goszko [10]) oraz stosowane wraz z monitorowaniem budowli *podjęcie strukturalne*.

W pierwszym przypadku wytrzymałość i przebieg procesu niszczenia muru określane są na podstawie właściwości jego poszczególnych składników oraz jakości istniejącego między nimi połączenia. W tym celu buduje się modele numeryczne, w których poszczególne cegły i spoiny reprezentowane są przez oddzielne elementy skończone. Każdemu z nich można przypisać wyznaczone w badaniach doświadczalnych cechy materiałowe, a więc możliwe jest przeprowadzenie analizy w oparciu o mechanikę pęknięcia. Ponieważ metoda taka wymaga zastosowania wielu elementów i w realistycznych zadaniach byłaby trudna do przeprowadzenia, wprowadza się uproszczenia.

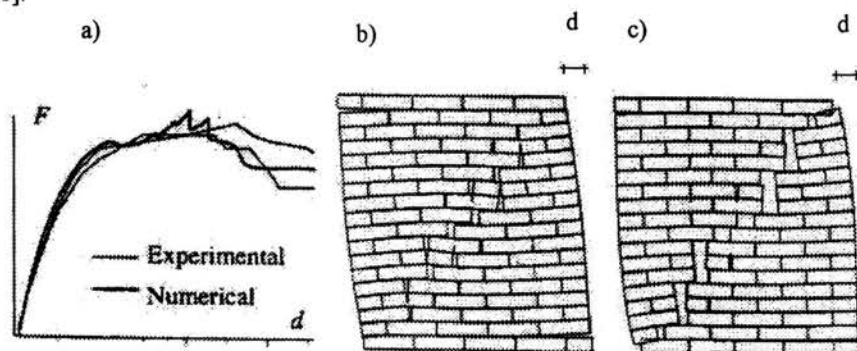


Rys. 1.1 Przykłady wyznaczania cech materiałowych dla połączeń w murze (modelowanie na poziomie mikro) [19]

Typowym rozwiązaniem jest przyjęcie, że mur złożony jest z bloków liniowo-sprężystych, posiadających zdolność utraty nośności przy rozciąganiu, oraz połączeń cechujących się nieliniową charakterystyką i zerową powierzchnią, opisanych przez tzw. elementy typu *interface*. W takich modelach uszkodzenia skoncentrowane są w spoinach. Przypisuje się im cechy materiału sprężysto-kruchego, sprężysto-plastycznego, bądź sprężysto-lepko-plastycznego. Opisy takie sformułowali m. in. Laurencio [19], Page [26], Gambarotta i Lagomarsino [8]. Model oparty na teorii plastyczności opublikowali Lofti i Shing [20]. Alpa i Moneto [1] rozważają konstrukcję zbudowaną z bloków bez zaprawy. W ich opisie bloki mają cechy sprężyste i zawierają dwa typy szczelin: mikropeknięcia, scharakteryzowane przez wielkości przypisane do punktów materialnych oraz duże szczeliny. Odształcenia dekomponują na część sprężystą i niesprężystą, związaną z nieciągłościami pola przemieszczeń.

Dane dotyczące parametrów materiałowych takich jak energia pęknięcia, wytrzymałość na rozciąganie, początkowy moduł sprężystości spoin, moduł sieciowy przy obciążeniu granicznym, zależność przemieszczeń od obciążeń próbki w teście ścinania spoiny w murze opublikowali m. in. Van der Pluijm [42] i Atkinson [2].

Zasadniczym celem podejścia mikro jest stworzenie lokalnego modelu konstytutywnego, który poprzez homogenizację mógłby być rozszerzony na całą konstrukcję i następnie użyty w koncepcji *makro*, traktującej mur jako materiał kompozytowy. W podejściu tym wprowadza się pojęcia odształceń i naprężeń średnich, poszczególne cegły i spoiny przestają być widoczne. Analiza numeryczna staje się bardziej efektywna i możliwe jest przeprowadzenie obliczeń dla większych powierzchni muru. Makroskopowa wytrzymałość takiego niejednorodnego materiału zależy od własności fizycznych składników konstrukcji oraz geometrii mikrostruktury. Modele takie opisali m. in. Laurencio [19], Pietruszczak i Niu [28], Luciano i Sacco [21].



Rys. 1.2 Rezultaty otrzymane dla ścinania muru (por. Laurencio [13]), a) zależność siła wymuszająca - poziome przemieszczenie górnej powierzchni, b) i c) - postać deformacji dla obciążenia maksymalnego i końcowego.

Rys 1.2 przedstawia wyniki analizy numerycznej otrzymane przez Laurencio (por. [18]) i porównanie ich z rezultatami doświadczeń. W eksperymencie badano prostokątną, murowaną z cegieł ścianę, obciążoną wstępnie równomiernie rozłożonym na jej górnej powierzchni ściskającym ciśnieniem a następnie wymuszono jej ścinanie poprzez przyłożenie poziomej siły  $F$ . Dolna i górna powierzchnia ściany były utwierdzone i pozostały płaskie w trakcie eksperymentu. Rys. 1.2a przedstawia zależność pomiędzy



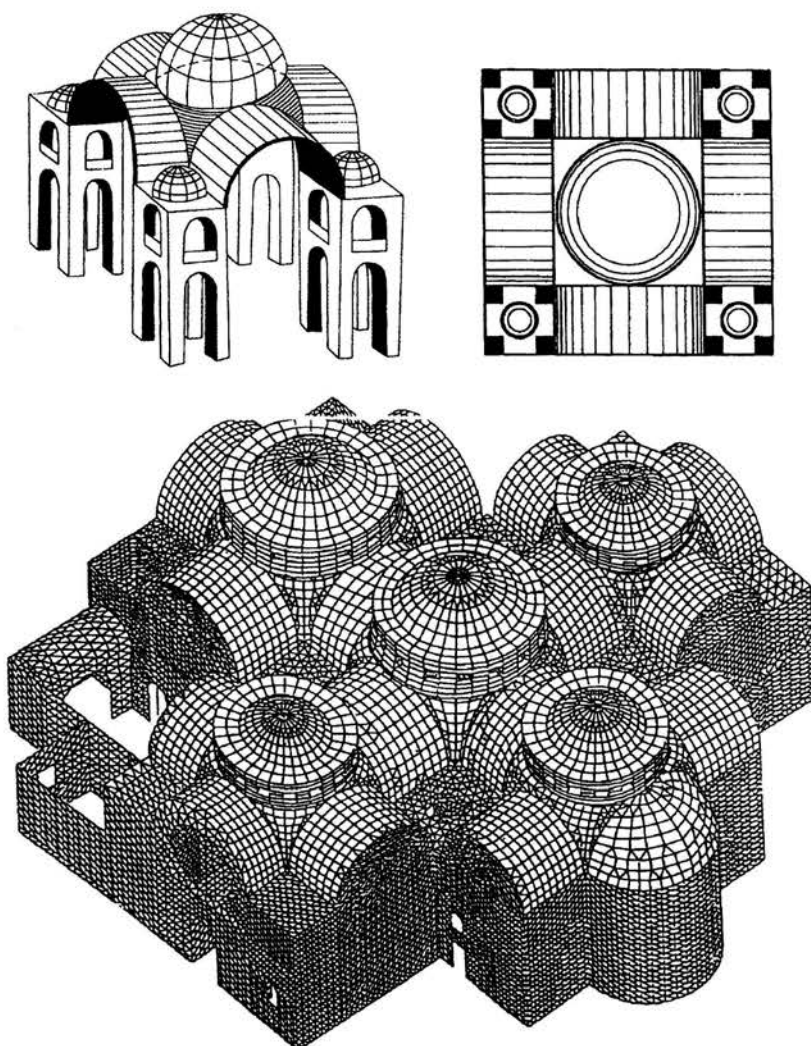
siłą wymuszającą  $F$  i poziomym przemieszczeniem górnego, prawego rogu ściany. Wyniki analizy numerycznej zostały naniesione na obwiednię rezultatów doświadczeń. Rys. 1.2b i 1.2c przedstawiają postać deformacji ściany obliczoną odpowiednio dla obciążenia maksymalnego i końcowego.

Celem podejścia *makro* jest stworzenie efektywnego modelu numerycznego mogącego być poddany weryfikacji w ramach powtarzalnych badań laboratoryjnych. Porównywane są obciążenia niszczące oraz odpowiadające im lokalizacje uszkodzeń. Jak widać na przedstawionych rysunkach osiągnięcie zgodności pomiędzy metodami doświadczalnymi i numerycznymi, w zakresie konstrukcji murowych, jest możliwe. Nie mniej możliwość powszechnego zastosowania omawianego podejścia ograniczają dwa istotne powody. Po pierwsze w ramach istniejących możliwości współczesnych komputerów metoda ta nie jest możliwa do zastosowania w analizie przestrzennych skomplikowanych obiektów jakimi są historyczne katedry. Po drugie zakłada ona znajomość parametrów materiału i jego jednorodność, co na ogół jest warunkiem niemożliwym do spełnienia. Dlatego wartość tego podejścia leży przede wszystkim w jego roli poznawczej.

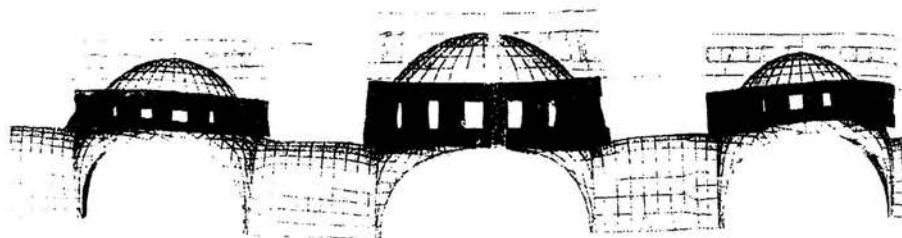
Wiarygodna ocena bezpieczeństwa budowli nie jest możliwa bez zastosowania zintegrowanego z systemem monitorowania budowli podejścia strukturalnego. Obejmuje ono analizę całej konstrukcji, weryfikowanej przez pomiary deformacji i naprężeń wykonywane na rzeczywistym obiekcie. Ze względu na złożoność problemu wprowadza się uproszczenia w zakresie modelowania cech materiału. W pierwszym przybliżeniu wykonuje się analizę liniową, która chociaż nie daje możliwości poznania mechanizmów zniszczenia oraz dostarcza wartości na ogół różniące się od rzeczywistych / to jednak pozwala dokonać jakościowej oceny konstrukcji. Jest stosowana głównie w celu rozpoznania schematu rozłożenia obciążeń na poszczególnych elementach budowli.

Tam gdzie możliwe jest zastosowanie obciążeń dynamicznych lub występują one w sposób naturalny (np. ruchy sejsmiczne) porównuje się wartości pomiarów z wynikami analizy dynamicznej. Pozwala to np. ustalić sposób podparcia filarów dając odpowiedź na pytanie o możliwość obrotu ich podziemnej części, ocenić jakość połączenia pomiędzy stykającymi się częściami konstrukcji czy też oszacować moduły sprężystości materiału.

Trudniejsza do przeprowadzenia jest analiza nieliniowa, nie mniej jest ona nieodzowna gdyż dostarcza informacji o sposobie zniszczenia budowli i wskazuje potencjalne zagrożenia. W tym zakresie brakuje dotychczas efektywnych rozwiązań. W rozdziale drugim przedstawiony zostanie system DAMON stanowiący oryginalną propozycję przeprowadzenia efektywnych obliczeń w omawianym zakresie.



Rys. 1.3 Model metody elementów skończonych wykonany dla Bazyliki Św. Marka w Wenecji ([24])



Rys. 1.4 Przemieszczenia pionowe Bazyliki Św. Marka w Wenecji wywołane ciężarem własnym, otrzymane z analizy numerycznej [24]

## 1.4 Możliwości i ograniczenia systemów pomiarowych monitorowania budowli

Z zastosowania systemów pomiarowych monitorowania budowli wypływają dwie generalne korzyści:

- poznanie konstrukcji,
- racjonalizacja wykorzystania środków przeznaczonych na renowację budowli.

Poznanie konstrukcji rozumiane jako ocena jej pracy na podstawie obserwacji zależności pomiędzy oddziaływaniem środowiska a odpowiedzią budowli, umożliwia w konsekwencji zbudowanie modelu komputerowego. Natomiast racjonalizacja wykorzystania środków jest możliwa dzięki kontroli obciążeń oraz częstym rejestrowaniu deformacji miejsc istotnych dla bezpieczeństwa budynku.

Stosuje się automatyczne systemy monitorowania, oparte na elektronicznych przekaźnikach i automatycznej rejestracji pomiarów, oraz systemy odczytów okresowych prowadzonych przy pomocy przyrządów przenośnych (monitorowanie ręczne). Zaletą pierwszego rozwiązania jest wysoka wydajność, wygoda, możliwość dokonywania pomiarów w trudno dostępnych miejscach, automatyczne generowanie sygnałów awaryjnych w przypadku przekroczenia dopuszczalnych wartości istotnych parametrów. Należy jednak pamiętać, że czujniki muszą pracować przez długi okres czasu w związku z czym wymagają dobrych warunków eksploatacji. Zaletą sposobu ręcznego pomiaru jest jego prostota i niezawodność, wadą natomiast duża pracochłonność, konieczność częstego przebywania w obiekcie osób wykonujących pomiary i w związku z tym duże koszty, brak ciągłej kontroli obiektu.

W ramach typowych systemów monitorowania wykonuje się następujące pomiary (por. Rossi [38]):

### a) Zmiana szerokości rozwarcia rys

Stosuje się zarówno pomiar automatyczny jak też manualny. Osiągana dokładność 0.002 mm. Standardowo mierzona jest zmiana odległości pomiędzy punktami leżącymi po przeciwnych stronach szczeliny ale możliwy jest także pomiar w jej płaszczyźnie. Pomiar automatyczny możliwy jest dzięki zastosowaniu sensometrów indukcyjnych, przekazujących sygnał przez przetworniki do komputera. Zastosowane były między innymi w Hanging Church, Coptic Museum, Roman Church i Babilon Fortress.

### b) Pomiar ruchów względnych odległych punktów konstrukcji

Mierzona jest zmiana odległości pomiędzy odległymi punktami np. położonymi na sąsiednich filarach. Służą do tego ekstensometry linowe, umożliwiające automatyczny odczyt ale także stosowane są manualne. Osiągana dokładność wynosi 0.1 mm. Ekstensometrów automatycznych użyto między innymi do monitorowania zmiany średnicy Krzywej Wieży w Pizie, manualnych np. w Luxor Temple w Egipcie.

### c) Przemieszczenia poziome pionowych elementów konstrukcyjnych

Pomiary wykonuje się przy pomocy specjalnie do tego celu zaprojektowanego wahadła. Wyposażone jest ono w tłumik eliminujący drgania i przypadkowe ruchy oraz w układ optycznego odczytu dwóch składowych przemieszczeń. Zastosowano je np. w Wieży Zuccaro w Montowa i w Bitonto Cathedral.

d) Pomiar nierównomiernych osiadań

Monitorowane są zarówno ruchy fundamentów jak też znajdującego się pod nimi podłoża. W pierwszym przypadku stosuje się system hydrauliczny w którym położenie poszczególnych fundamentów odnosi się do jednakowego dla wszystkich czujników poziomu cieczy. Odczytu zmiany położenia punktu pomiarowego względem cieczy dokonuje się czujnikami elektronicznymi, umożliwiającymi pomiar automatyczny. W zakresie monitorowania podłoża rejestruje się położenie warstw gruntu względem poziomu wody gruntowej.

e) Kontrola parametrów środowiskowych

Wyznaczany jest rozkład temperatury wzdłuż przekroju ściany, wilgotność, prędkość i kierunek wiatru oraz promieniowanie słoneczne.

Sposób budowy systemu pomiarowego zależy od funkcji jaką ma spełniać i tak mogą być wyróżnione trzy przeznaczenia:

- a) kontrola stanu budowli w trakcie przeprowadzania prac renowacyjnych
- b) obserwacja zmian zachodzących w konstrukcji w długich okresach czasu
- c) nadzór budynku w którym istnieje groźba szybkiego zniszczenia.

W pierwszym przypadku dochodzi do ingerencji człowieka w aktualny stan konstrukcji, zmieniają się warunki brzegowe lub pojawiają się nie występujące wcześniej obciążenia, co w konsekwencji generuje nowy rozkład sił wewnętrznych i nowe deformacje. Przykładem takich działań jest Katedra Meksykańska, gdzie wymuszono obrót całej budowli i pochylenie jej wybranych części (por. Meli, Sanchez Ramirez [23]). Także taka sytuacja zaistniała w kościele Św. Jana w Gdańsku, gdzie przeprowadzono iniekcję gruntu pod częścią budynku. W przypadkach tego typu znane są wartości wymuszeń a ich wpływ na konstrukcję stosunkowo łatwo można zmierzyć. Dzięki temu pojawia się dobra sytuacja do weryfikacji modelu numerycznego i w konsekwencji rezultaty obliczeń stają się bliższe wielkościom rzeczywistym. Drugim ważnym celem w tym przypadku jest konieczność zapewnienia bezpieczeństwa budynkowi w trakcie prac renowacyjnych. W Katedrze Meksykańskiej system monitorowania obejmował wahadła, ekstensometry, czujniki rozwarcia szczelin, przyrządy do optycznego odczytu przemieszczeń punktów, czujniki temperatury i radiometr. Pomiarów dokonywano automatycznie co 6 godzin. Szczegółowo projekt ten zostanie opisany w punkcie 1.5.

Przykładem drugiego typu monitorowania jest system zainstalowany w Bazylice Św. Marka w Wenecji (por. Mola, Vitaliani [24]). W tym przypadku nie ma silnych, znanych wymuszeń, dlatego aby zidentyfikować udział poszczególnych obciążeń w deformacji konstrukcji konieczne jest prowadzenie badań przez okres co najmniej kilku lat. Ruchy budowli następują głównie pod wpływem zmian temperatury. Proces ten jest jednak powolny i nie może być łatwo zmierzony. Konieczna jest szczegółowa analiza sygnałów generowanych przez czujniki w celu wyodrębnienia z nich pożądaných informacji. Pomocne jest badanie zależności pomiędzy pomiarami poszczególnych

przyrządów. W Bazylice Św. Marka stwierdzono że różnica temperatury 15° C spowodowała zmianę odległości pomiędzy filarami o około 3 mm.

W trzeciej sytuacji, kiedy to istnieje groźba szybkiego zniszczenia budynku, nie ma czasu na zainstalowanie automatycznego systemu pomiarowego, a odczyt ręczny jest niebezpieczny. W takim przypadku stosuje się czujniki elektryczne z przewodami wyprowadzonymi do strefy bezpiecznej. W kaplicy Św. Simone w Turynie (por. Rossi [38]) po pożarze w 1997 r. zastosowano 10 czujników rozwarcia rys z 2000-tu metrowymi kablami. Odczyty mogły być prowadzone już po kilku godzinach. Zarejestrowano zamykanie się pęknięć wraz ze stygnięciem konstrukcji oraz propagację nowych.

Przy projektowaniu systemu monitorowania należy zwrócić uwagę na następujące istotne czynniki (por. Rossi [38]):

a) warunki środowiskowe

b) konieczność ochrony systemu

Musi istnieć stabilne źródło zasilania. Czujniki nie mogą być narażone na zakłócenia elektryczne. Musi istnieć możliwość wymiany kabli. Należy przewidzieć potrzebę przeprowadzania prac remontowych mogących mieć wpływ na pomiary

c) dokładność pomiaru

Przy określaniu dokładności pomiaru należy brać pod uwagę wszystkie rodzaje błędów. Należy uwzględnić dokładność poszczególnych odczytów, odseparować zakłócenia, opracować rezultaty statystycznie. Dokładność systemu jest niższa od dokładności jego części składowych.

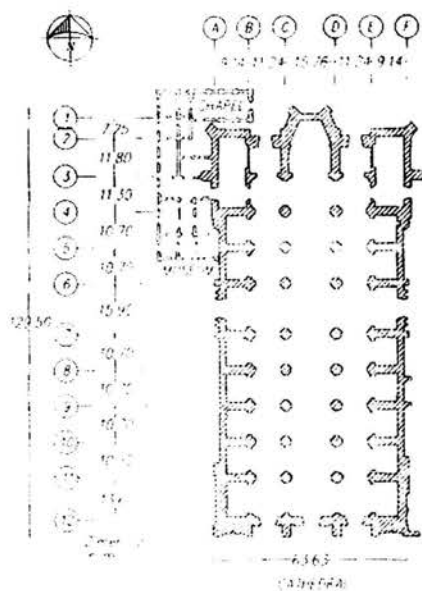
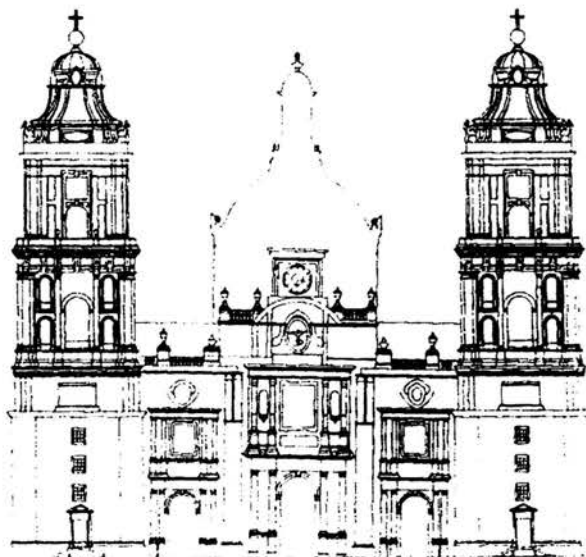
d) niezawodność systemu

System monitorowania musi być sprawny przez długi okres czasu i musi istnieć możliwość przeprowadzania okresowych kontroli systemu. Powinien zawierać wewnętrzny moduł samokontroli, wykrywać przerwania obwodu, brak odczytu pomiaru lub pomiar przekraczający zakres dopuszczalny. Powinien kontrolować parametry środowiskowe poprzez porównywanie ich z dopuszczalnymi dla stosowanych czujników. Pomiary powinny być porównywane z przewidywanymi a anomalie zgłaszane operatorowi.

e) elastyczność systemu

Musi istnieć możliwość rozbudowy i modyfikacji systemu. Cena jest możliwość dostosowywania go do innego zakresu pomiarowego, możliwość wprowadzania nowych punktów pomiarowych i zmiany częstotliwości odczytów. Poszczególne składniki systemu powinny być kontrolowane stąd ważna jest łatwość dostępu. Należy też uwzględnić historię obiektu i obserwowanych tendencji.

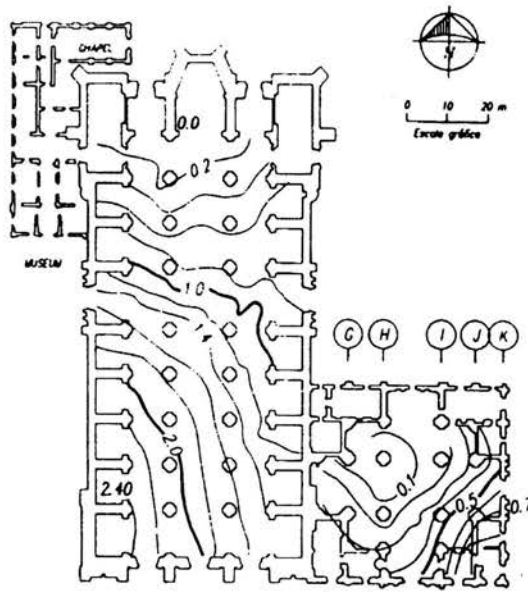
**1.5 Katedra miasta Meksyk jako przykład budowli historycznej, w której zrealizowano system pomiarowy monitorowania oraz wykonano obliczenia przy użyciu modelu komputerowego**



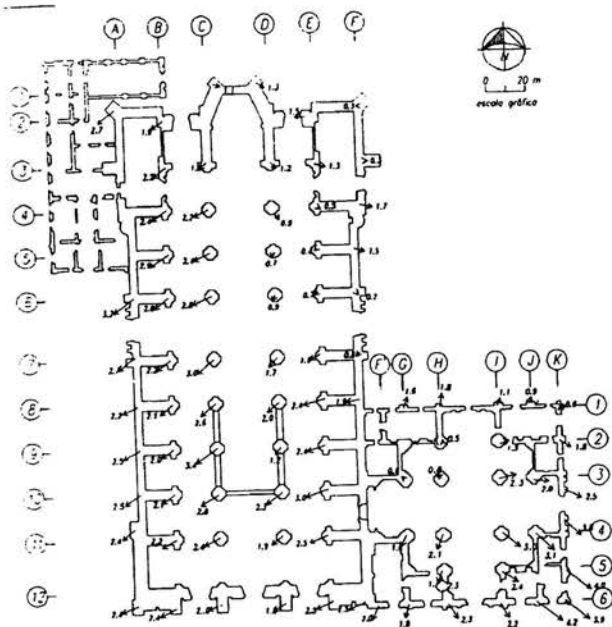
Rys. 1.5 Widok frontowy katedry i jej przekrój poziomy ([16])

### 1.5.1 NIERÓWNOMIERNE OSIADANIA JAKO PRZYCZYNA DEGRADACJI

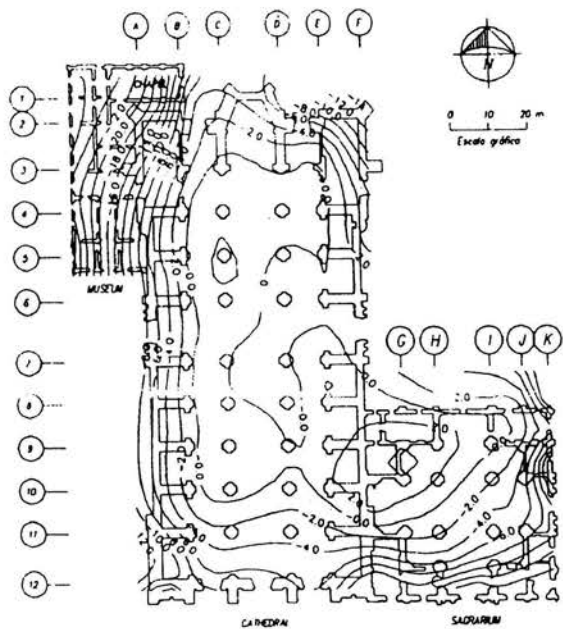
Katedra Miasta Meksyk uważana jest za jeden z najcenniejszych zabytków epoki kolonialnej. Jej budowę rozpoczęto w XVI w. i prowadzono przez około 240 lat. Od początku ulegała ona awariom spowodowanym nierównomiernym osiadaniami poszczególnych części konstrukcji (por. Meli, Sanchez-Ramirez [23]). Przyczyną było miękkie, gliniaste podłoże, na którym wzniesiono ten ciężki ważący 127 tys. ton budynek. Dodatkowo sytuację pogorszyło miejscowe skonsolidowanie gruntu przez istniejącą wcześniej świątynię. Wszystko to spowodowało, że już w trakcie wznoszenia katedry konieczne było jej przebudowanie w celu dostosowania jej geometrii do aktualnej sytuacji. Widocznym efektem tych działań są dziś różnice w długości filarów, dochodzące do 0.85 m, obecność zróżnicowanych co do wysokości warstw wyrównawczych w ścianach zewnętrznych, wprowadzonych w celu otrzymania poziomej powierzchni pod konstrukcją dachową oraz różnice w rozpiętości i wysokości sklepień. Ukończenie budowli spowodowało jej wzmocnienie wynikające ze zwiększonej sztywności, niemniej z obecności wielu spękań i widocznych napraw konstrukcji wynika, że proces rozwoju zniszczeń nie został całkowicie zahamowany. W XX w. intensywne zużycie wody przez rozrastające się miasto Meksyk spowodowało zmianę warunków gruntowych, a to z kolei przyniosło ponowne uaktywnienie się osiadań. Na początku lat dziewięćdziesiątych, kiedy to podjęto prace mające na celu ratowanie budowli, stwierdzono, że osiadaania wzrastają ze średnią prędkością 12 mm rocznie, maksymalna różnica poziomu posadzki osiągnęła 2.4 m a pochylenie kolumn dochodziło do 3%. W osuwaniu się podłoża zauważono dwie tendencje: obniżanie się południowo-zachodniego narożnika katedry oraz zapadanie się ściany północnej. Aby powstrzymać degradację budynku zdecydowano się zastosować nie używaną nigdy wcześniej w tego rodzaju budowlach metodę kontrolowanego osiadania, dzięki której chciano obrócić całą katedrę jako bryłę sztywną.



Rys. 1.6 Różnice poziomów posadowienia, stan z 1991 r. [23]



Rys. 1.7 Pochylenie pionowych elementów konstrukcyjnych, stan z 1991 r. [23]



Rys. 1.8 Roczny przyrost osiadań, stan z 1991 r. [23]

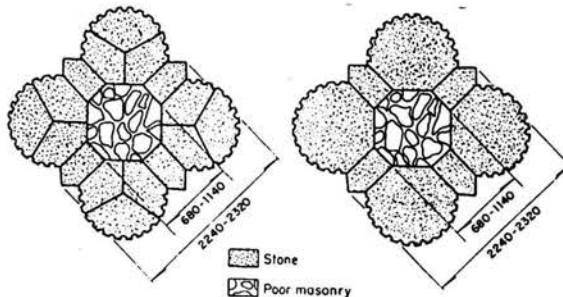


## 1.5.2 CHARAKTERYSTYKA KONSTRUKCJI BUDYNKU KATEDRY

Katedra Meksykańska została wykonana jako pięcionawowa bazylika o długości 115 m, szerokości 66 m i wysokości mierzonej przy wierzchołku głównej kopuły 17 m. Posiada dwie, wysokie na 62 m wieże. Nawa główna przykryta została sklepieniem cylindrycznym, opartym na szesnastu kamiennych kolumnach, natomiast w bocznych wykonano sklepienia półkoliste. Od zewnątrz podtrzymują je nawy skrajne, poprzecinane siecią grubych ścian, które znacznie zwiększają sztywność konstrukcji. Najbardziej newralgiczną częścią konstrukcji jest duża kopuła znajdująca się nad centralną częścią obiektu, w miejscu przecięcia transeptu i nawy głównej.

Konstrukcja fundamentu składa się z ław ułożonych na głębokości 3.5 m oraz grubej na 2 m płyty. Całość oparto na drewnianych palach o średnicy 0.2 m, wbijanych co 0.6 m.

Budynek został wykonany z materiału otrzymanego przez połączenie kamieni pochodzenia wulkanicznego, piasku i zaprawy wapiennej. Jego gęstość objętościowa zmienia się w zależności od miejsca w konstrukcji. Na podstawie badań wytrzymałościowych próbek wyjętych z budowli stwierdzono, że w górnych partiach budynku zastosowano materiał lżejszy i mniej wytrzymały, a w dolnej cięższy i bardziej odporny na zniszczenie. Jego wytrzymałość na ściskanie waha się od 10 do 30 MPa. Wszystkie łuki zostały wykonane z bloków kamiennych, podobnie zewnętrzne warstwy kolumn, natomiast w środku wypełniono je materiałem opisanym powyżej.



Rys. 1.9 Przekrój poprzeczny filarów [23]

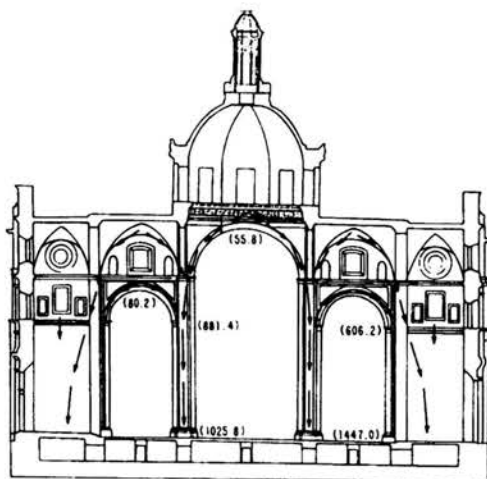
## 1.5.3 DOŚWIADCZENIA I WNIOSKI WYNIKAJĄCE Z ZASTOSOWANIA ANALIZY KOMPUTEROWEJ DO OCENY BEZPIECZEŃSTWA KATEDRY

W celu sprawdzenia poprawności konstrukcyjnej katedry przeprowadzono liniowo sprężystą analizę tego obiektu wykorzystując do tego trójwymiarowy model metody elementów skończonych. Jako obciążenie przyjęto ciężar własny, natomiast niejednorodne osiadania, jako nie przewidywane przez budowniczych, w tym przypadku pominięto. Przy takim założeniu obliczenia wykazały poprawność projektu. Siły wypadkowe w poszczególnych elementach nie wychodzą poza ich przekroje poprzeczne, a obciążenie każdej z części konstrukcji odpowiada jakości zastosowanego w niej materiału.

Analiza ta potwierdziła hipotezę, że przyczyną istniejących w budowlu zniszczeń są nierównomierne osiadania fundamentów. Pozwoliła także oszacować rozkład obciążenia na poszczególnych elementach konstrukcji i wskazać miejsca potencjalnie zagrożone zniszczeniem. Ze względu jednak na to, że model zakładał ciągłość przy jednoczesnym występowaniu wielu pęknięć w rzeczywistym obiekcie oraz, że nie uwzględniał obciążenia wynikającego z osuwania się podłoża, wyniki tych obliczeń nie mogą być podstawą do oceny bezpieczeństwa budowli.

W celu weryfikacji modelu numerycznego porównano rozkład naprężeń w przekroju poprzecznym kolumny otrzymany z obliczeń, z wynikami pomiarów przeprowadzonych metodą mieszków sprężystych (ang. „Flat Jack”). Rezultaty otrzymane z komputera wykazały jego stałą wartość natomiast z doświadczeń wynikał rozkład liniowy, a więc obecność momentów gnących. W wyniku dalszej analizy ustalono, że tylko część przekroju filara przenosi obciążenia. Po wprowadzeniu do obliczeń numerycznych zmniejszonego przekroju efektywnego oraz faktu pochylenia kolumny osiągnięto zgodność rezultatów obydwu metod.

Dalsze uwiarygodnienie modelu komputerowego uzyskano wprowadzając elementy o bardzo małym module sprężystości, w miejscach występowania dużych pęknięć oraz tam gdzie w trakcie analizy pojawiło się rozciąganie. Przyjęto także, że części konstrukcji pomiędzy największymi spękaniem nie współpracują ze sobą i mogą być poddane obliczeniom niezależnie.



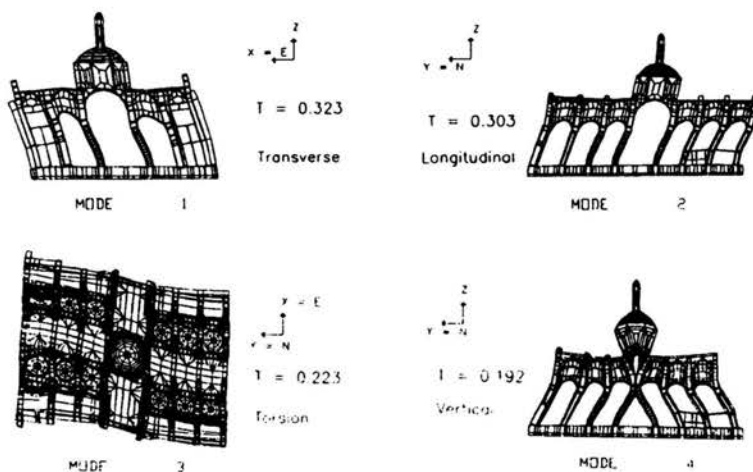
Rys. 1.10 Wypadkowe sił występujących w poszczególnych elementach. Obliczenia przeprowadzono przy obciążeniu ciężarem własnym i pominięciu osiadań. Obciążenia w tonach. ([23])

Oceny możliwości zniszczenia konstrukcji dokonano poprzez oszacowanie współczynników bezpieczeństwa dla jej krytycznych elementów. Analiza dotyczyła sklepienia głównej kopuły oraz kolumn części środkowej kościoła. Z rezultatów wynika, że maksymalne naprężenie ściskające na skutek obciążenia mimośrodowego wzrosło 2.3 krotnie i jest bliskie wytrzymałości na ściskanie wyznaczonej dla górnych partii filarów (tam zastosowano lżejsze, mniej wytrzymałe materiały). Analizę

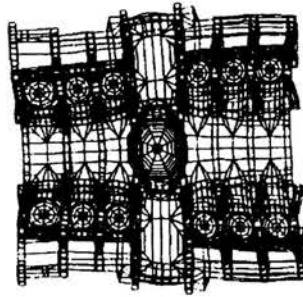
plastyczna sklepień przeprowadzono przy przyjęciu obciążenia geometrycznego odpowiadającego obserwowanemu wychyleniu się północnej ściany katedry na zewnątrz. Wykazała ona, że pomimo wystąpienia pęknięć są one bezpieczne. Uzasadniono to specyfiką ceglanych sklepień, dla których zarysowanie jest stanem naturalnym i nie stanowi zagrożenia o ile ich rozpiętość nie przekroczy wartości krytycznej. W omawianym przypadku tego nie stwierdzono.

Analiza sejsmiczna budynków historycznych nie może być przeprowadzona w oparciu o procedury zbudowane dla nowoczesnych budynków. Stwierdzono, że drgania Katedry Meksykańskiej wywołane trzęsieniem ziemi są dużo mniejsze od występujących w analogicznych budynkach współczesnych. Wy tłumaczono to tym, że część energii wstrząsów jest przejmowana przez miękki grunt, część jest zużywana na otwieranie i zamykanie wielu pęknięć, część jest tłumiona przez wzajemne ocieranie się odizolowanych części budowli i w końcu część na unoszenie jej ogromnej masy. Z tych powodów budynek odznacza się dużą odpornością na ruchy sejsmiczne. Natomiast obciążenia te pogłębiają uszkodzenia powstałe z innych przyczyn. Obliczenia wykonano wykorzystując przestrzenny model katedry. W analizie dynamicznej wyznaczono postać drgań własnych oraz ich okresy. Rezultaty pokazały, że kopuła koncentrująca dużą masę wywołuje znaczące drgania pionowe poza tym konstrukcja ma tendencję do skręcania się i pochylania na boki. Okresy drgań obliczone okazały się mniejsze od zmierzonych, co tłumaczy się omówioną wyżej większą sztywnością modelu komputerowego od rzeczywistego obiektu (obecność spękań, elastyczność gruntu umożliwiającą obrót fundamentów).

Ostatecznie oceniono, że konstrukcja jako całość jest bezpieczna, natomiast istnieje lokalne zagrożenie związane z pochyleniem się kolumn. W wyniku wstrząsów może nastąpić przeciążenie i w konsekwencji lokalne zniszczenie któregoś z filarów.



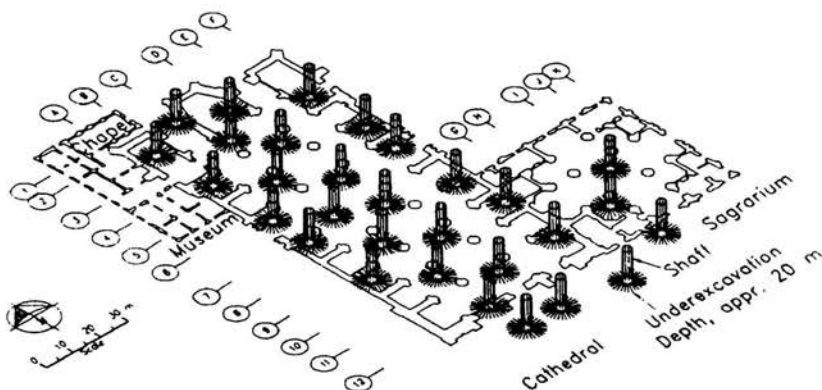
Rys 1.11 Postacie drgań własnych modelu katedry ([23])



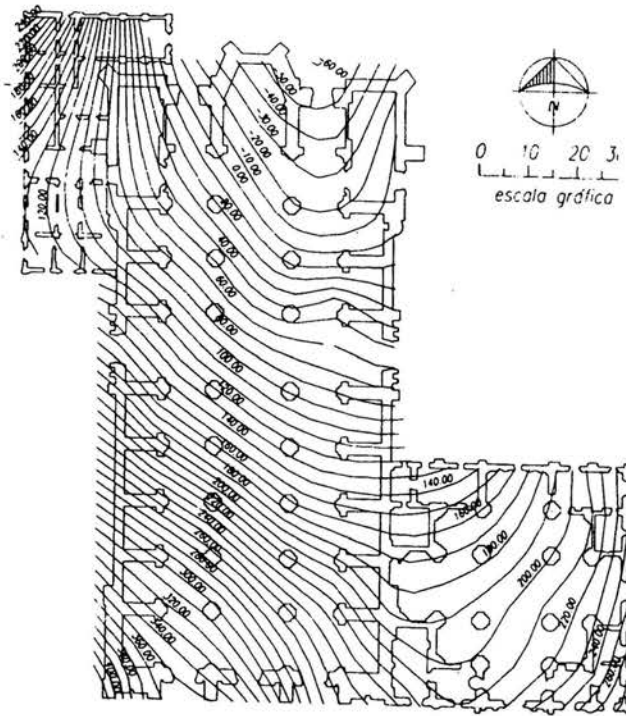
Rys. 1.12 Postać drgań własnych modelu katedry ([23])

#### 1.5.4 ZASTOSOWANIE ORYGINALNEJ METODY WYMUSZONEGO OSIADANIA DO WYRÓWNYWANIA POZIOMU POSADOWIENIA

Na podstawie przeprowadzonych analiz ustalono, że bezpieczeństwo budowli jest zagrożone ze względu na trzy czynniki: pochylenie kolumn centralnej części budynku, ogromne różnice w poziomie posadowienia różnych części budynku (powstałe na skutek nierównomiernego osiadania) oraz występowania dużych spękań. W celu ratowania katedry zdecydowano się na częściowe wyrównanie poziomu fundamentów poprzez kontrolowane obniżenie wyżej położonych części. Aby to zrealizować wykonano 30 grup, leżących blisko siebie otworów, o małej średnicy i dochodzących do głębokości 20 m. Następnie zgodnie z przygotowanym planem i przy ciągłej obserwacji deformacji budowli zaczęto wydobywać grunt spod wybranych miejsc, umożliwiając w ten sposób wypieranie go przez naciskające fundamentey poszczególnych części budowli. w efekcie uzyskano ich ruch do dołu. Objętość wydobywanego gruntu z każdego z otworów regulowano w zależności od rezultatów pomiaru osiadań i w ten sposób ustalono jego prędkość na 20 mm miesięcznie. Sklepienia oparto na konstrukcji wykonanej ze stalowych rur, wyposażoną w możliwość regulacji wysokości jej poszczególnych partii. W ten sposób można było dostosowywać ją do aktualnej geometrii konstrukcji.



Rys. 1.13 Rozkład nawierconych otworów służących do kontrolowanego wydobywania gruntu spod budowli ([23])



Rys. 1.14 Osiągnięte redukcje osiadań [mm] ([23])

Za cel przyjęto obrót budynku jako bryły sztywnej w kierunku północno wschodnim oraz pochylenie naw bocznych do wewnątrz budowli. W dużym stopniu udało się go zrealizować. W latach 1993-94 początkową różnicę poziomów fundamentów wynoszącą 2.4 m, zredukowano o około 0.42 m. Osiągnięto zgodność tendencji osiadania konstrukcji z zamierzoną. Całą operację przeprowadzono przy niewielkiej ilości zniszczeń (spadła część ornamentów), większość spękań zmniejszyła swoją szerokość. Niektóre z zamurowanych wcześniej pęknięć musiano otworzyć ponownie w celu umożliwienia konstrukcji powrotu do postaci pierwotnej i likwidując w ten sposób źródło potencjalnych koncentracji naprężeń. Przesunięcia kolumn w większości przypadków odpowiadały kierunkowi redukcji pochyłeń jednak efekt był mniejszy od oczekiwanego. Przypisano to faktowi większej sztywności zamocowania kolumn w górnych częściach niż w gruncie.

### 1.5.5 OPIS SYSTEMU POMIAROWEGO ZASTOSOWANEGO W KATEDRZE

Początkowo zastosowano system manualnych pomiarów. Co dwa miesiące określano przesunięcia kilkuset punktów konstrukcji i pochylenia kolumn. Co miesiąc sprawdzano szerokość rozwarcia głównych szczelin. Wszystkie informacje gromadzone były w komputerze wyposażonym w oprogramowanie do prezentacji graficznej wyników. Zmiany wychylenia kolumn rejestrowano na kilku wysokościach. Do pomiaru stosowano specjalnie do tego celu zaprojektowane wahadła. Pomiar przesunięć punktów usytuowanych w niewłaściwych miejscach konstrukcji (np.

wierzchołki sklepień) przeprowadzano metodą optyczną. Szerokość rozwarcia rys kontrolowano przy pomocy przyrządów przenośnych.

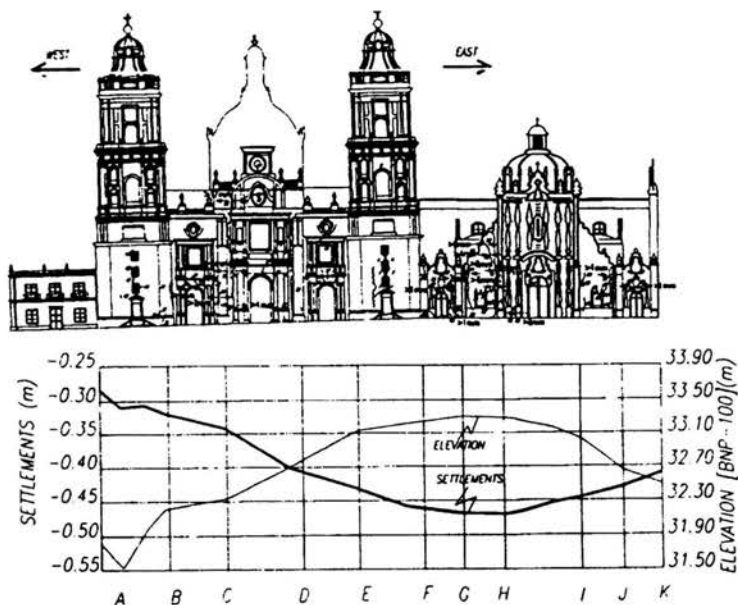
W trakcie operacji wymuszonego osiadania budowli, w celu zapewnienia sobie pełnej kontroli nad deformacją budynku zdecydowano się na zastosowanie systemu pomiarów automatycznych. Pierwsza jego wersja z 1994 r. obejmowała następujące przyrządy:

- 4 wahadła do pomiaru odchyień przy kolumnach centralnej kopuły
- 8 ekstensometrów do pomiaru zmiany rozpiętości łuków nawy głównej
- 3 ekstensometry przy kolumnach centralnej części przylegającego do katedry budynku „El Sacratio”
- 4 czujniki pomiaru temperatury umieszczone zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz budynku
- 1 radiometr.

W 1996 wprowadzono dodatkowo dalsze instrumenty:

- 6 wahań (2 przy fasadach wież, 2 przy kolumnach centralnych „El Sacratio”, 2 przy apsydach)
- 11 ekstensometrów.

Wszystkie odczyty były dokonywane w sposób automatyczny co 4 godziny i gromadzone w komputerze. Ich analiza wykazała stałe tempo zmniejszania pochylenia kolumn. System okazał się wrażliwy na zmiany zachodzące w konstrukcji a dostarczane rezultaty zgodne z obserwowanymi tendencjami deformacji.



Rys. 1.15 Uzyskana redukcja różnic posadowienia katedry ([23])

#### 1.5.6 OSTATECZNE EFEKTY PROJEKTU RATOWANIA KATEDRY MIASTA MEKSYK

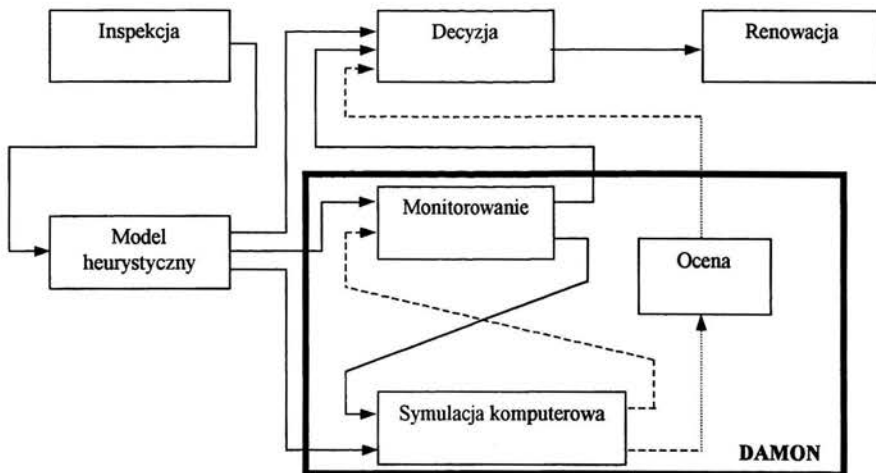
Poza trudnymi do przecenienia wartościami poznawczymi, projekt przyniósł wymierne korzyści dla samej konstrukcji. Poprzez kontrolowane, wymuszone osiadanie udało się zmniejszyć maksymalną różnicę poziomów posadowienia o 0.42 m, co stanowi około 18% początkowej wartości, wynoszącej 2.4 m. Osiągnięto ten efekt w ciągu trzech lat prowadzenia prac. Rozpiętość nawy głównej na wysokości podstawy sklepień zmalała o 32 mm. Prawie wszystkie kolumny zmniejszyły swe wychylenie. W najbardziej krytycznych filarach, w pobliżu centralnej kopuły osiągnięto redukcję pochylenia o około 10%. Mimo to, stwierdzono, że wiele kolumn jest nadal zagrożone. Obrótu budynku jako bryły sztywnej dokonano bez większych zniszczeń, nie mniej pochylenie bocznych naw do środka zwiększyło sztywność konstrukcji. Oceniono, że prowadzone prace powinny być kontynuowane i oszacowano, że możliwe jest jeszcze około dwukrotne zwiększenie osiągniętej korekty geometrii budynku bez zagrożenia jego bezpieczeństwem.

## 2. Koncepcja systemu DAMON (DAMage MONitoring) monitorowania budowli historycznych

### 2.1 Miejsce systemu DAMON w problematyce ratowania budowli historycznych

Oceny bezpieczeństwa budowli oraz decyzji o kierunkach prac renowacyjnych dokonuje się na podstawie analizy trzech typów informacji (por. rys. 2.1):

- doświadczenia z innych obiektów, studiów historycznych i dokumentacji budynku (wiedza inżynierska ekspertów budowlanych, opisy literaturowe, historia katastrof obiektu),
- dane z sieci pomiarowej sprawującej ciągły nadzór stanu deformacji i aktualnych obciążeń,
- rezultaty analizy komputerowej konstrukcji.



Rys. 2.1 Miejsce sytemu DAMON w problematyce ratowania budowli historycznych

Pierwszy typ informacji jest przedmiotem studiów wstępnych i stanowi bazę do zaprojektowania sieci pomiarowej oraz modelu numerycznego obiektu. Zarówno sieć jak i model na tym etapie są traktowane jako swoje pierwsze przybliżenie i następnie w



miarę „uczenia się konstrukcji” są udoskonalane aż do momentu osiągnięcia zgodności pomiędzy deformacjami mierzonymi oraz wyliczonymi na podstawie wiedzy o aktualnie występujących obciążeniach.

System DAMON obejmuje monitorowanie stanu deformacji i obciążeń obiektu oraz jego analizę numeryczną, definiuje istotne moduły tego systemu i reguluje istniejące pomiędzy nimi powiązania. Jego usytuowanie w problematyce ratowania obiektów historycznych przedstawia schemat 2.1. Ścieżki wychodzące z bloku symulacji komputerowych oznaczone zostały linią przerywaną, gdyż tego typu analiza stanowi aktualne wyzwanie badawcze i jest przedmiotem intensywnie prowadzonych badań. Sedno omawianej pracy doktorskiej stanowi oryginalne rozwiązanie tego problemu.

## **2.2 Potrzeba komputerowego wspomagania procesu monitorowania uwzględniająca analizę globalną obiektu**

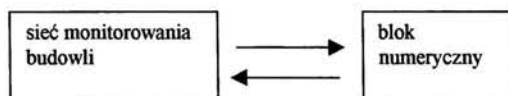
Osiadanie gruntu, jako główna przyczyna postępujących zniszczeń, ma daleki zasięg i wywołuje redystrybucję naprężeń w całym obiekcie. Dlatego też, globalna analiza konstrukcji jest niezbędna dla zrozumienia zachodzących w niej procesów rozwoju zniszczeń i przewidywania dalszego ich przebiegu. Przeprowadzenie jej stało się możliwe dzięki postępowi jaki w ostatnich latach został dokonany w zakresie technik pomiarowych oraz możliwości obliczeniowych komputerów.

Jakkolwiek współczesne czujniki pozwalają mierzyć przemieszczenia konstrukcji z dokładnością do setnych części milimetra (np. ruchy budowli wywołane dobową zmianą temperatur) to ich stosowanie jest bardzo kosztowne i ze względu na złożoną strukturę budowli trudne. Dodatkowo, degradacja materiału oraz pojawianie się nowych, nie przewidywanych obciążeń takich jak np. osiadanie wywołane awarią fundamentu lub zmianami gruntowo wodnymi, powoduje, że techniki obliczeniowe i doświadczenia wypracowane w analizie nowych budynków, w przypadku budowli historycznych są bardzo zawodne. Z tych powodów monitorowanie obiektu musi być sprzęgnięte z zaawansowaną analizą komputerową, dającą możliwość przeprojektowywania położenia czujników w procesie niszczenia konstrukcji, obliczania wrażliwości parametrów krytycznych na aktualnie występujące bądź spodziewane obciążenia, wskazywania miejsc zagrożonych oraz przewidywania skutków ewentualnych wzmocnień. Takie sprzęgnięcie sieci pomiarowej z modelem numerycznym pozwala zracjonalizować użycie dostępnych środków.

## **2.3 Koncepcja współbieżnego i wzajemnie weryfikującego się rozwoju sieci monitorowania i modelu numerycznego obiektu**

System DAMON traktowany jest jako samo-adaptujący się do rozpoznawanego obiektu. Ze względu na wysoki stopień niepewności co do wartości stałych materiałowych, geometrii obiektu, etc., należy z góry założyć pewną liczbę parametrów, które zostaną „dostrojone” w ten sposób, aby globalna odpowiedź modelu numerycznego zbliżyła się maksymalnie do odpowiedzi ustroju rzeczywistego mierzonych poprzez sieć monitorowania. Z drugiej strony, „dostrajany” model numeryczny obiektu, pozwala na modyfikowanie optymalnego rozmieszczenia przyrządów pomiarowych sieci monitorowania. W szczególności, na przewidywanie

pojawienia się nowych stref zagrożeń, wymagających szczególnej obserwacji. W rezultacie, stały wpływ bloku numerycznego (software) na sieć pomiarową (hardware) i odwrotnie powoduje ciągle samo-dostrajanie się systemu DAMON.



Rys 2.3 Wzajemne sprzężenie sieci monitorowania i modelu komputerowego

## 2.4 Opis systemu DAMON

W systemie DAMON wyodrębnić można trzy grupy zadań (por. rys. 2.2):

- blok modelowania (obiekt, obciążenia)
- blok monitorowania (pomiar deformacji i obciążeń)
- blok analizy numerycznej

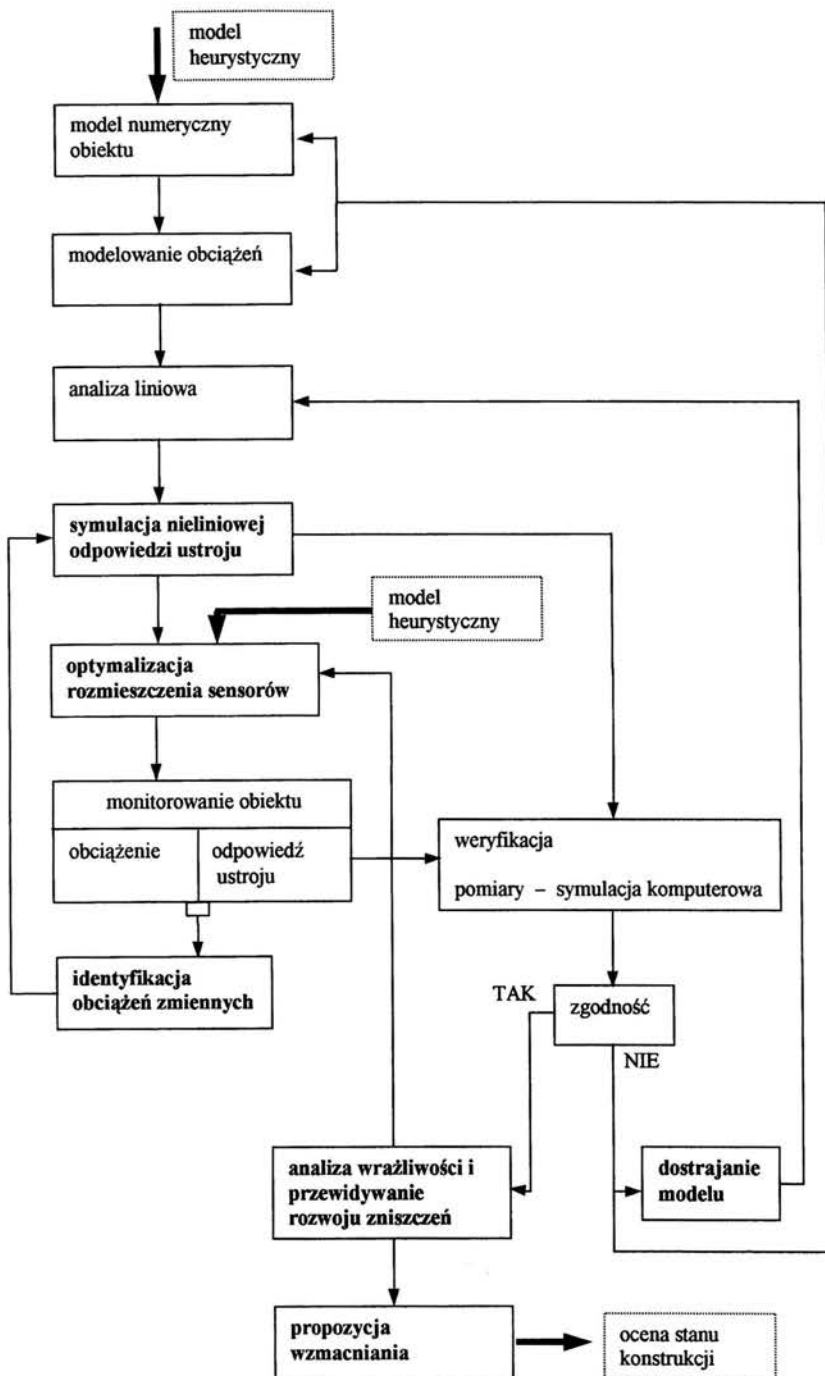
W bloku modelowania podejmowane są zasadnicze decyzje, determinujące dalszą analizę takie jak: ustalenie typów obciążeń mogących prowadzić do zniszczenia konstrukcji, wybór metody obliczeń, oprogramowania i sprzętu komputerowego, przyjęcie wyjściowej sieci pomiarowej. Metoda obliczeń musi dawać możliwość przeprowadzenia analizy postępującego zniszczenia dla spodziewanych obciążeń. Powinna także odznaczać się efektywnością przy analizie dużych, przestrzennych obiektów.

W bloku monitorowania wyróżnić można dwa typy pomiarów: obciążeń i deformacji. Mają one na celu z jednej strony alarmowanie o pojawiających się zagrożeniach, z drugiej dostarczanie danych do weryfikacji modelu numerycznego. Sieć pomiarowa projektowana jest wstępnie na podstawie obserwacji występujących w budowlach zniszczeń, a następnie weryfikowana obliczeniami komputerowymi. Oprócz pomiarów ciągłych przeprowadza się także jednorazowe, mające na celu identyfikację parametrów konstrukcji (np. pomiar naprężeń pionowych w murze, badania materiału, itp.).

Ważniejsze moduły bloku komputerowego wspomaganie monitorowania:

- a) projektowanie rozmieszczenia sensorów
- b) nieliniowa analiza globalna i symulacja postępującego zniszczenia
- c) identyfikacja nierównomiernego osiadania
- d) analiza wrażliwości i przewidywania rozwoju zniszczeń
- e) projektowanie wzmocnień ustroju
- f) „dostrajanie” modelu numerycznego

Po zbudowaniu modelu komputerowego pierwszym etapem jest przeprowadzenie analizy liniowej dla obciążeń stałych i niezależnie dla każdego z potencjalnie możliwych obciążeń zmiennych. W rezultacie otrzymuje się stany deformacji konstrukcji od obciążeń bazowych, wykorzystywane następnie przez pozostałe moduły. Dla danego modelu numerycznego ten etap obliczeń wykonuje się tylko raz.



Rys 2.2 Schemat systemu DAMON monitorowania budynków historycznych

Moduł symulacji nieliniowej odpowiedzi ustroju pozwala przeanalizować różne warianty zniszczenia budowli odpowiadające potencjalnie możliwym schematom obciążenia. Drugą jego ważną funkcją w systemie jest możliwość szybkiego aktualizowania rozkładu sił wewnętrznych i deformacji w modelu obiektu, w zależności od aktualnie otrzymanych wyników pomiarów.

Moduł optymalizacji rozmieszczenia sensorów pozwala zmniejszyć liczbę koniecznych czujników pomiarowych poprzez wskazywanie ich najbardziej racjonalnego położenia. Przyjmuje się, że istnieje grupa sensorów, których lokalizacja wynika z obserwacji obiektu (np. pomiar szerokości rozwarcia głównych rys, pochylenia zagrożonych filarów), natomiast położenia pozostałych należy tak dobrać aby uniknąć sytuacji w której pewne parametry są identyfikowane wielokrotnie natomiast pozostałe pozostają nieznanne. Z tego powodu ważne jest wcześniejsze rozpoznanie potencjalnych zagrożeń, tak aby można było je uwzględnić w analizie numerycznej.

Na podstawie pomiarów przeprowadzonych w ograniczonej liczbie punktów dokonuje się ich ekstrapolacji na całą konstrukcję. Służy do tego moduł identyfikacji obciążeń zmiennych. Jest on ściśle powiązany z blokiem optymalizacji położenia sensorów i bada zależności pomiędzy bazowymi schematami obciążeń a poszczególnymi pomiarami. Pozwala to identyfikować obciążenia w miejscach niedostępnych. Rezultaty obliczeń przekazywane są do modułu symulacji odpowiedzi ustroju.

W trakcie monitorowania budowli dokonywane jest porównanie deformacji otrzymanych z symulacji komputerowych dla aktualnych obciążeń z otrzymanymi z pomiarów. Jeżeli stopień zgodności jest zadowalający przeprowadzana jest analiza wrażliwości oraz wzmocnienia, jeżeli nie, to możliwe są trzy drogi (por. rys. 2.2):

- numeryczne dostrajanie modelu (optymalizacja parametrów)
- weryfikacja rozpoznanych przyczyn degradacji budowli – modelowanie obciążeń
- poprawianie modelu (metoda obliczeń, siatka dyskretyzacji)

W przypadku tak skomplikowanych konstrukcji jakimi są budowle historyczne zawsze istnieje grupa nieznanymi parametrów których wartości przyjmowane są początkowo jako przybliżone a następnie weryfikowane. Można je wyznaczyć na podstawie mierzonych w procesie monitorowania obciążeń i wywołanych nimi deformacji, przeprowadzając zadanie optymalizacji. W systemie DAMON funkcję tę spełnia moduł dostrajania modelu. Po wyznaczeniu tych parametrów konieczny jest powrót do wyjściowej analizy liniowej.

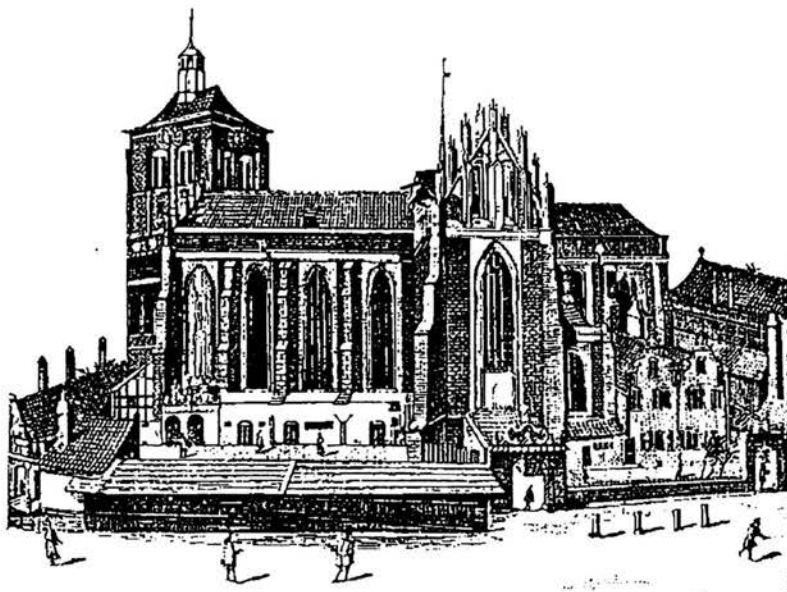
Moduł wrażliwości służy do przewidywania rozwoju zniszczeń. Wskazuje miejsca koncentracji naprężeń odpowiadających prognozowanym zmianom obciążenia co przy wykorzystaniu wiedzy o aktualnie istniejącym stanie wyteżenia konstrukcji pozwala zidentyfikować lokalizacje nowych pęknięć oraz przewidzieć rozwój już istniejących rys. Rozpoznanie zagrożonych stref dostarcza informacji determinujących kierunki modyfikacji sieci pomiarowej.

Ostatni blok systemu służy do projektowania optymalnego wzmocnienia budowli. Daje możliwość przeprowadzenia komputerowych symulacji wprowadzania lokalnie do

konstrukcji włókien wykonanych z mocniejszego materiału. W efekcie pozwala blokować w trakcie analizy rozszerzanie się rys przy jednocześnie wzrastającym obciążeniu.

## **2.5 Kościół Św. Jana w Gdańsku jako poligon doświadczalny pozwalający na wdrożenie systemu DAMON i przetestowanie jego skuteczności w praktyce inżynierskiej**

System DAMON został zaprojektowany w ramach projektu celowego „Monitorowanie i ocena stanu kościoła Św. Jana w Gdańsku” (KBN 7 T07E 010 96C/3049) oraz grantu promotorskiego „Monitorowanie, ocena i przewidywanie rozwoju zniszczeń w budynkach historycznych” (KBN 7 T07A 013 16). W czasie tych prac wykonany został projekt sieci pomiarowej oraz system komputerowego wspomaganie monitorowania budowli. Kościół Św. Jana został wybrany do przetestowania systemu z tego względu, że jest to z jednej strony jeden z najcenniejszych zabytków architektury średniowiecznej w Polsce, z drugiej budowlę tę dotknęło wyjątkowo wiele katastrof a zagrożenie zniszczenia jest wciąż realne.



Rys 2.4 Kościół Ś. Jana w Gdańsku. Sztych Willera z XVII w.

### **2.5.1 OSIADANIE JAKO GŁÓWNA PRZYCZYNA ZNISZCZEŃ**

Od początku historii kościoła wiadano, że przyczyną jego awarii są nierównomierne osiadania, z tego powodu pochyliła się wschodnia ściana a także zapadały się i wykrzywiały filary. Sygnałem ostrzegawczym o istniejącym zagrożeniu było pojawianie się nowych spękań. Miejsca osunięć podłoża identyfikowano na podstawie analizy ich położenia i kierunków. Kronikarze wielokrotnie odnotowywali kolejne awarie i następujące po nich remonty. Wykonywano je niewłaściwie i choć doraźnie

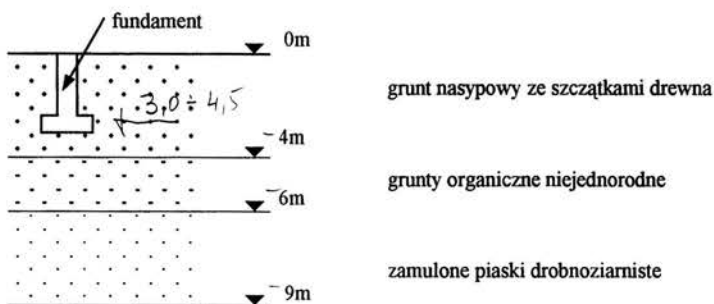
polepszały one bezpieczeństwo konstrukcji to w dłuższym okresie czasu okazywały się nieskuteczne. Z badań przeprowadzonych w 1965 r. przez R. Wielocha i W. Witkiewicza wynika że stan większości fundamentów jest zły (por. Wieloch, Witkiewicz [47]). W opisie jednego z nich odnotowują:

-dookoła fundamentu grunt nasypowy oraz szczątki drewnianych trumien

-budowa: kamienie polne układane na zaprawie wapiennej wymieszanej z ceglany gruzem

-znaczne spęknięcia, pod kątem około 40° do osi filara, głębokość szczelin około 1m, rozwarłość około 10 cm

Opis ten dotyczy fundamentu nie wzmocnionego, jednak większość z nich była remontowana. Jak podają źródła historyczne opierano je na drewnianych rusztach, wprowadzano żelazne kotwy mające zapobiegać ich rozpadowi, podmurowywano je ale jednocześnie pozostawiano bezpośrednio pod nimi warstwę gruntu organicznego. Podłoże takie cechuje duża niejednorodność, jego właściwości zmieniają się w czasie na skutek rozkładu składników roślinnych. Proces ten trwa bardzo wolno i bezpośrednio nie stwarza zagrożenia nie mniej z faktu, że gęstość jego rozłożenia poniżej budowli jest różna w różnych miejscach, wynika, że rozkład naprężeń pod fundamentami może zmieniać się w czasie. R. Cebertowicz, Z. Przewłócki i W. Knabe (por. Cebertowicz [5]), przeprowadzili w 1966 r badania geotechniczne podłoża pod kościołem Św. Jana, w ramach których dokonano odwiertów do głębokości 9m, pobrano próbki gruntu z różnych miejsc i głębokości, a następnie poddano je badaniom laboratoryjnym. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzili, że proces rozpadu części organicznych w bezpośrednim sąsiedztwie fundamentów prawdopodobnie będzie trwał nadal. Z przedstawionego przez nich raportu wynika następująca struktura gruntu pod budowlą (rys. 2.5): do około 4 m głębokości grunt nasypowy, pomiędzy 4 m a 6 m grunty organiczne i poniżej zamulone piaski średnie. Woda gruntowa pojawia się na poziomie około 4 m. Ponieważ fundamenty posadowione są na głębokości od 3.4 do 4.5 m to oznacza to, że bezpośrednio pod nimi znajduje się około 2 m gruntu organicznego mającego decydujący wpływ na cechy podłoża.



Rys. 2.5 Rozkład warstw gruntu pod kościołem Św. Jana. Poziom wody gruntowej na głębokości około 4m. Fundament na głębokości: nie remontowane 3.4 m, remontowane 4.0-4.5 m

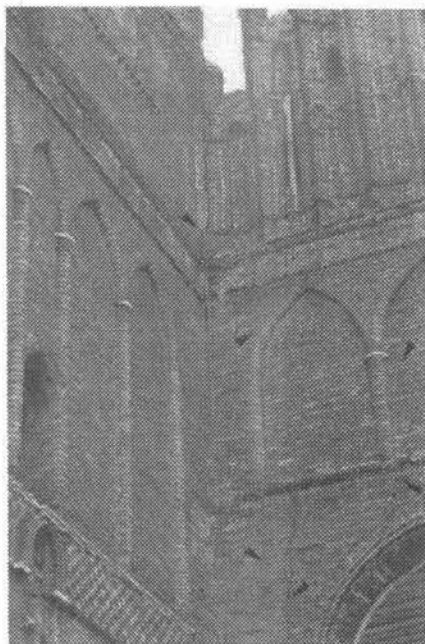
Ponieważ fundamenty posadowione są na głębokości od 3.4 do 4.5 m to oznacza to że bezpośrednio pod nimi znajduje się około 2 m gruntu organicznego.

W celu zabezpieczenia budowli przed dalszymi osiadaniami przeprowadzono w ostatnich latach iniekcję gruntu pod wschodnią częścią obiektu. Wzmocniono fundamenty palami sięgającymi do głębokości 9m. Wywołało to ruchy filarów średnio o kilka milimetrów, w ekstremalnym przypadku osiągające 18 mm. Projektowany system monitorowania ma sprawdzić skuteczność tego rozwiązania, oraz potrzebę przeprowadzenia podobnego wzmocnienia części zachodniej budynku.

W kościele Św. Jana wystąpiły trzy typy osiadań:

- naturalne, zakończone wraz z ukończeniem budowy
- raptowne, spowodowane działalnością człowieka taką jako grzebanie zmarłych we wnętrzu budowli, nieprawidłowo prowadzonymi remontami bądź też awariami fundamentów
- nierównomierne osiadanie związane z przemianami zachodzącymi w gruntach organicznych

Dwa pierwsze typy zakończyły się już kilka wieków temu i wydaje się, że ich wpływ na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji został zniwelowany na skutek zaniku naprężeń w czasie (rozładowanie napięć w procesie pęknięcia). Natomiast osiadania związane z obecnością gruntu organicznego mogą trwać nadal i uaktywnić się w przypadku zmian poziomu wody gruntowej. Dlatego konieczna jest ciągła obserwacja obiektu.



Rys 2.6 lokalizacja głównych rys na ścianie południowo zachodniej części kościoła Św. Jana w Gdańsku

### 2.5.2 MODEL NUMERYCZNY OBIEKTU

Obliczenia zostały przeprowadzone metodą elementów skończonych. Tak duża i skomplikowana budowla wymagała stworzenia modelu o około 180 000 stopni

swobody. Gęsty podział siatki wynikał ze skomplikowania geometrycznego budowli, oraz konieczności uwzględniania w obliczeniach pojawiających się pęknięć. Użyte zostały standardowe dwudziesto i piętnastowęzłowe elementy bryłowe, dające możliwość wprowadzenia obciążenia temperaturą, siłami węzłowymi oraz wymuszeniem przemieszczenia węzłów (osiadania). Do generacji modelu został użyty program FEMGEN a do prezentacji wyników obliczeń FEMVIEW. Przyjęte zostało założenie, że analiza liniowa całego obiektu wykonywana będzie komercyjnym programem ASAS, natomiast nieliniowa analiza postępującego zniszczenia przeprowadzona zostanie przy pomocy własnych oryginalnych programów, opartych na Metodzie Dystorsji Wirtualnych. Cechą tej metody jest jej wysoka efektywność w przypadku niewielkiej ilości lokalnych defektów. Pozwala uwzględniać w analizie nowe pojawiające się rysy bez konieczności modyfikacji macierzy sztywności (por. rozdział 3). Przeprowadzenie obliczeń na tak dużym modelu wymaga jego dekompozycji na mniejsze części. Ponieważ pęknięcia pojawiają się w ograniczonej liczbie punktów, większa część konstrukcji pozostaje liniowa, stąd znając zależność pomiędzy poszczególnymi blokami zdekomponowanego modelu, możemy sprowadzić analizę do obliczeń wykonywanych na jego części (por. rozdział 8)

## 2.6 Cel pracy

Celem pracy jest zaprezentowanie oryginalnej koncepcji systemu komputerowego wspomagania procesu monitorowania budowli historycznych posiadającego następujące cechy:

- a) zdolność określania najlepszego położenia czujników pomiarowych sieci monitorowania
- b) zdolność symulacji postępującego zniszczenia obiektu (nieliniowości fizyczne) prowadzonej na gruncie analizy globalnej (wielka liczba stopni swobody)
- c) zdolność identyfikacji składowych osiadania podłoża, nie rejestrowanych przez czujniki pomiarowe
- d) zdolność przewidywania rozwoju zniszczeń
- e) zdolność projektowania wzmocnień obiektu
- f) zdolność „dostrajania” modelu numerycznego do pomiarów, w trakcie procesu monitorowania

## 2.7 Zakres pracy

Zakres pracy obejmuje:

- rozwiązanie wymienionych wyżej (punkty a-f) problemów numerycznych
- opracowanie części softwarowej systemu DAMON, wykorzystującego uogólnienie tzw. Metody Dystorsji Wirtualnych na przypadek układów kontynuacyjnych, a w szczególności implementacji modułów a-f
- ilustrację rozważań przykładami numerycznymi sformułowanymi dla fragmentu konstrukcji kościoła Św. Jana w Gdańsku
- sporządzenie modelu numerycznego kościoła Św. Jana w Gdańsku i uruchomienie modułu jego analizy liniowej
- przygotowanie modelu numerycznego kościoła Św. Jana w Gdańsku do współpracy z siecią monitorowania (w trakcie projektowania) i instalacji systemu DAMON

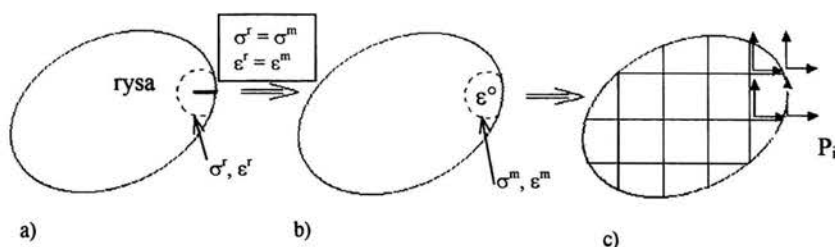


### 3. Metoda Dystorsji Wirtualnych w analizie budynków historycznych

Budynki historyczne dla których wykonuje się analizy komputerowe to na ogół katedry o skomplikowanym kształcie, z wieloma spękaniem, niejednorodne ze względu na rozkład właściwości materiałowych. Zbytne powiększanie wymiarów elementów skończonych może prowadzić do zbyt dużych niedokładności. Z drugiej strony, analiza nieliniowa bardzo złożonych modeli (np. 100 000 stopni swobody) jest bardzo kosztowna i aby mogła być przeprowadzona wymaga zastosowania specjalnych metod. Nadaje się do tego metoda MDW - Metoda Dystorsji Wirtualnych (por. Holnicki, Gierliński [13]). W rozdziale tym przedstawione zostaną jej podstawowe równania i pojęcia oraz sposób i możliwości jej użycia w analizie konstrukcji historycznych.

#### 3.1 Zasada, założenia, podstawowe równania

W Metodzie Dystorsji Wirtualnych przyjmuje się, że zmiana cech fizycznych materiału modelowana jest poprzez wprowadzenie do konstrukcji specjalnych pól odkształceń (będących uogólnieniem dystorsji termicznych związanych liniowo z dowolnym polem generującej je temperatury) tzw. dystorsji wirtualnych. W odpowiedzi wywołane zostają w ustroju samorzównoważone pola naprężeń oraz geometrycznie zgodne pola deformacji. Wpływ pola dystorsji na wywołane wynikowe pole deformacji może być wyrażony poprzez odpowiedni układ samorzównoważonych sił węzłowych (tzw. sił kompensacyjnych) (por. rys. 3.1).



Rys. 3.1 Modelowanie rysy metodą dystorsji wirtualnych a) ciało z rysą, b) ciało z polem dystorsji wirtualnych modelujących rysę, c) ostateczna reprezentacja rysy w modelu MES

Dystorsje oblicza się z warunku równości pól naprężeń i odkształceń w konstrukcji z rzeczywistymi zniszczeniami oraz w konstrukcji w której zniszczenia modelowane są przez pole dystorsji. Zakłada się, że konstrukcja wykonana jest z materiału liniowo-

sprężystego z wyjątkiem punktów w których występuje zniszczenie. Stąd pole odkształceń  $\epsilon$  może być obliczane jako superpozycja stanu wywołanego przez obciążenie zewnętrzne i wpływ dystorsji:

$$\epsilon = \epsilon^L + D \epsilon^o \quad (3.1)$$

gdzie:  $\epsilon^L$  - odkształcenie wywołane obciążeniem zewnętrznym  
 $D$  - macierz wpływu - odkształcenia wywołane jednostkowymi dystorsjami (por. rozdział 3.2)  
 $\epsilon^o$  - dystorsje wirtualne

Naprężenia określone są następująco:

$$\sigma = E (\epsilon - \epsilon^o) \quad (3.2)$$

gdzie  $E$  - stała dla danego punktu macierz konstytutywna

Obliczenia przeprowadzane są dla skończonej liczby punktów. Przyjęto w pracy, że każdy element reprezentowany jest przez jego punkt środkowy. Oznacza to, że warunek zniszczenia materiału sprawdzany jest w środkach elementów. Także równania, z których wyznaczane są dystorsje, układane są dla tych samych miejsc. Pole dystorsji w elemencie reprezentowane jest więc przez trzy składowe stanu odkształcenia w zagadnieniach płaskich oraz sześć składowych w przypadku przestrzennym.

Efektywność metody VDM wynika z faktu, że nie wymaga ona zmian w macierzy sztywności w trakcie analizy postępującego zniszczenia. Także numeryczny koszt obliczania dystorsji jest mały, gdyż są one wyznaczane z układu równań liniowych o wymiarze - liczba elementów zawierających punkty zniszczenia razy liczba składowych dystorsji w punkcie. Efektywność metody jest szczególnie widoczna w analizie konstrukcji o niewielu elementach przeciążonych. Taka sytuacja występuje w budynkach historycznych, gdzie przez zniszczenie zagrażające bezpieczeństwu konstrukcji rozumie się na ogół powstanie dużych rys.

### 3.2 Macierz wpływu

Macierz wpływu występująca we wzorze (3.1) zawiera wartości odkształceń wywołanych w konstrukcji poprzez obciążenie jej jednostkowymi dystorsjami (rys. 3.2, 3.3). Obciążenie to realizuje się wprowadzając do modelu układ samo zrównoważonych sił (rys. 3.1). W przypadku stosowania elementów prostokątnych ich wartości mogą być wyznaczone poprzez rozwiązanie prostych zadań przedstawionych na rys. (3.4). Sytuacja taka występuje rzadko, na ogół do tworzenia modeli budowli historycznych używa się elementów izoparametrycznych. Wartości sił równoważących oddziaływanie dystorsji w tym przypadku można obliczyć następująco:

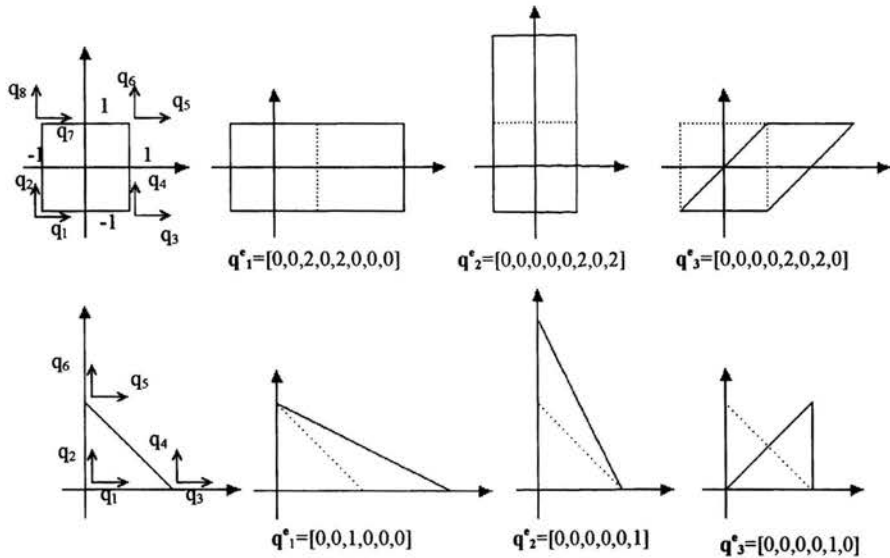
- określić wektory przemieszczeń w układzie lokalnym elementu izoparametrycznego, odpowiadające jednostkowym dystorsjom (rys 3.2, 3.3)  $q^e$
- wyznaczyć reprezentację tych wektorów w układzie globalnym konstrukcji  $q^g$
- wyznaczyć odpowiadające im odkształcenia elementu, tworzą one macierz odkształceń bazowych  $B$  o wymiarze  $k=3$  w zagadnieniu płaskim i  $k=6$  w przestrzennym

- poprzez rozwiązanie układów równań liniowych  $B \varepsilon_i = \varepsilon_i$  wyznaczyć układy dystorsji  $\varepsilon_i^o$  realizujących jednostkowe stany odkształceń  $\varepsilon_i$
- wyznaczyć wektory przemieszczeń  $q_j$  realizujące jednostkowe stany odkształceń  $\varepsilon_i$ :  $q_i = (\varepsilon_i^o)_1 q^{g_1} + \dots + (\varepsilon_i^o)_k q^{g_k}$
- wyznaczyć odpowiadające im wektory sił węzłowych  $Q_i = K q_i$ , gdzie  $K$  – macierz sztywności elementu

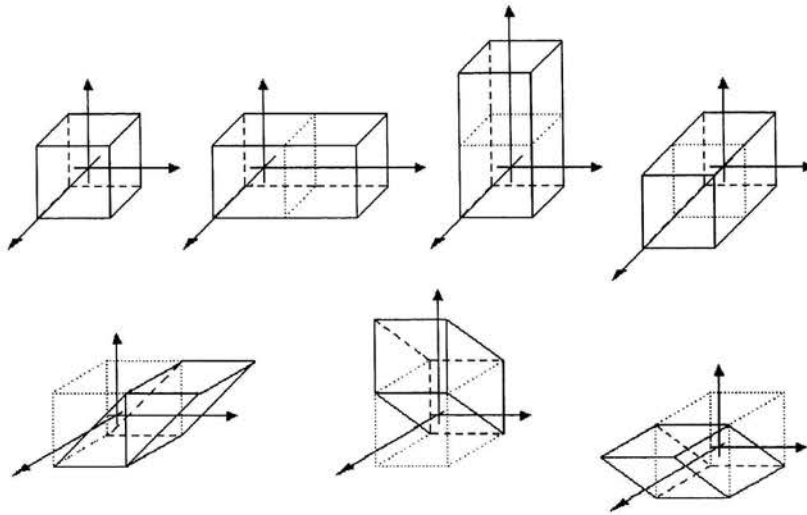
Na rysunku 3.5 przedstawiona została graficzna interpretacja jednej z kolumn macierzy wpływu, otrzymanej dla płaskiego modelu fragmentu ściany kościoła św. Jana z Gdańska. Przedstawia ona wpływ jednostkowej dystorsji  $\varepsilon_{11}^o$  na rozkład w konstrukcji wartości odkształceń  $\varepsilon_{11}$ . Macierz wpływu ma wymiary:

$$(Le \ Lso) \times (Lep \ Lso)$$

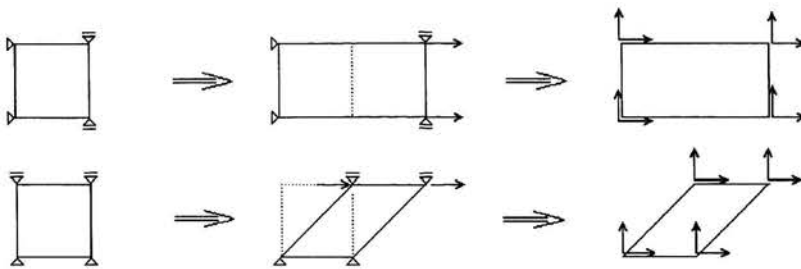
gdzie:  $Le$  – liczba elementów,  $Lso$  – liczba składowych odkształceń w punkcie,  $Lep$  – liczba elementów przeciężonych (zawierających punkty zniszczenia)



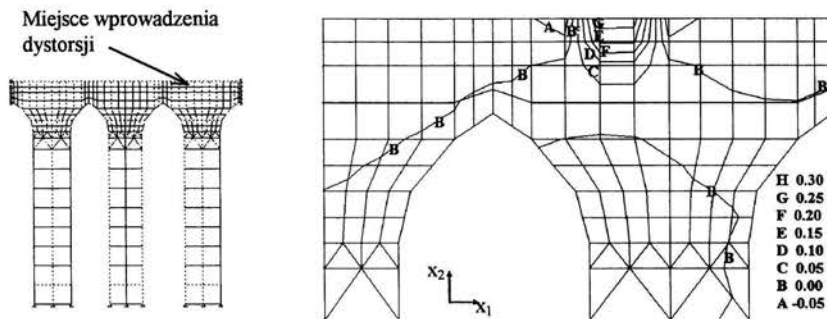
Rys. 3.2 Jednostkowe dystorsje w elementach prostokątnych i trójkątnych



Rys. 3.3 Jednostkowe dystorsje w elementach prostokątnych



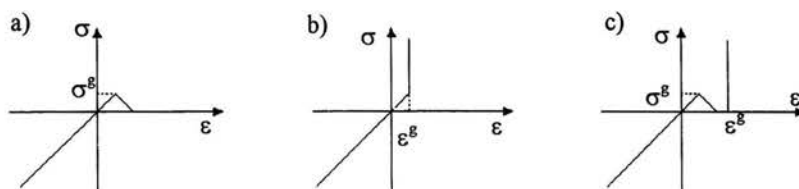
Rys. 3.4 Przykład obliczania sił węzłowych równoważących oddziaływanie jednostkowych dystorsji



Rys. 3.5 Graficzna prezentacja jednej z kolumn macierzy wpływu – odkształcenia  $\epsilon_{11}$  wywołane jednostkową dystorsją  $\epsilon^{\circ}_{11}$  przyłożoną we wskazanym elemencie

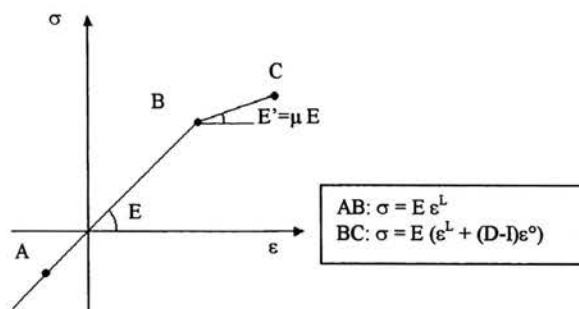
### 3.3 Modelowanie zmiany cech fizycznych materiału

Ze względu na zastosowanie omawianych obliczeń do analizy konstrukcji murowych, w pracy tej używany będzie model materiału Nadai'a. Przyjęte zostało, że w trakcie zwiększania obciążenia materiał zachowuje się liniowo sprężysto aż do momentu w którym naprężenia lub odkształcenia główne osiągną ich wartości graniczne. Jednocześnie założono że naprężenia ściskające są przenoszone przez konstrukcję w sposób bezpieczny. Jest to zgodne z obserwacjami budowli historycznych, gdzie zniszczenia obserwuje się w strefach rozciąganych. Na rysunku 3.6 przedstawione zostały charakterystyki materiału w stanie jednoosiowym. Przypadek a) opisuje konstrukcję nie zbrojoną, natomiast b) i c) konstrukcję wzmocnioną prętami o znacznie wyższym module Young'a, blokującymi wzrost odkształceń w określonym kierunku.



Rys. 3.6 Charakterystyki materiałów używanych w pracy: a) pęknięcie, materiał sprężysto-kruchy, b) materiał wzmocniony w strefie nie spękanej, c) materiał wzmocniony w strefie spękanej.  $\sigma^g, \epsilon^g$  – graniczne wartości naprężeń i odkształceń głównych.

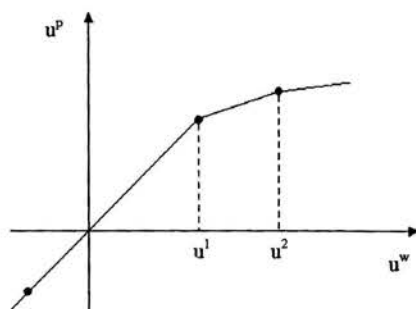
Wpływ wprowadzanych dystorsji na stan naprężenia i przemieszczenia konstrukcji ilustrują rysunki (3.7) i (3.8).



Rys 3.7 Modelowanie dystorsjami zmiany prawa konstytutywnego.  
 $\mu = 0$  - przypadek pęknięcia,  $\mu \rightarrow \infty$  - przypadek wzmocnienia lokalnego odpowiadającego tzw. materiałowi zakleszczającemu się (ang. „locking”)

Odcinek AB na rys. (3.7) dotyczy punktu konstrukcji w którym zależność  $\epsilon - \sigma$  jest liniowa. Jeżeli w jakimś miejscu nastąpi spełnienie warunku granicznego np. pojawienia się rysy bądź konieczności wzmocnienia, wprowadzane są dystorsje. Ich obecność powoduje zmianę sztywności konstrukcji a więc zależności  $\epsilon - \sigma$  we wszystkich punktach ulegają zmianie. W przypadku pęknięcia odpowiada to fizycznej sytuacji rozwierania się rysy w której nie zachodzi wzajemne ścieranie się jej przeciwległych powierzchni. Przy założeniu monotoniczności obciążenia (rozpatrujemy

w każdym przypadku konkretną formę osiadania) taki obiekt pozostaje liniowo sprężysty (o zmiennej sztywności w stosunku do początkowej) aż do momentu ponownego osiągnięcia warunku granicznego. Analogicznie do pęknięcia rozpatrywane jest modelowanie wzmocnienia rozumianego jako lokalne zablokowanie możliwości odkształcania materiału w określonym kierunku np. poprzez zainstalowanie kotew. Każdemu obciążeniu odnoszącemu się do odcinka BC odpowiada inna wartość dystorsji, algorytm ich wyznaczania będzie omówiony w rozdziale czwartym.



$u^p$  przemieszczenie punktu konstrukcji  
 $u^w$  wymuszenie np. przesunięcie podpór  
 $u^i$  obciążenie przy którym wprowadzane są nowe dystorsje (modelujące spękania) do układu

Rys 3.8 Zależność pomiędzy przemieszczeniami punktów konstrukcji a obciążeniem w modelu do którego wprowadzane są dystorsje

Dla każdego z punktów w którym osiągnięty został warunek graniczny, zmiany cech fizycznych modelowane są poprzez wprowadzenie do modelu dystorsji wirtualnych. Ich wartości oblicza się postulując spełnienie następujących równań:

a) modelowanie rysy propagującej się w kierunku  $x_2$ :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 0, \\ \sigma_{12} &= 0, \\ (\varepsilon^{\circ}_2 = 0) &\equiv (\sigma_2 = E \varepsilon_2) \end{aligned} \quad (3.3)$$

b) modelowanie wzmocnienia (blokowanie odkształceń) w kierunku  $x_1$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon^B \\ \varepsilon^{\circ}_1 v + \varepsilon^{\circ}_2 &= 0 \\ \varepsilon^{\circ}_{12} &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

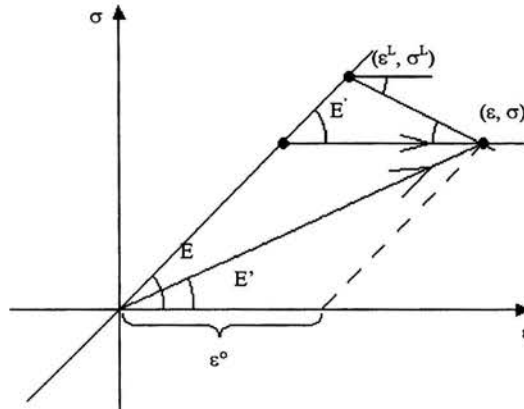
Warunki (3.3) i (3.4) po podstawieniu związków (3.1) i (3.2) prowadzą do formuł pozwalających na obliczenie pól dystorsji, symulujących postulowane w (3.3) i (3.4) właściwości. Zostaną one szczegółowo omówione w rozdziałach 4 i 7.

Trzy składowe stanu dystorsji (dla płaskiego zadania) nie pozwalają na dokładne zamodelowanie lokalnego przebiegu szczeliny. Ale też nie to jest naszym celem. Jej wpływ na globalne zachowanie ustroju wyrażony zostanie przy użyciu macierzy

wpływu  $D$ , wykorzystując wszystkie możliwe do uwzględnienia w przyjętym modelu oddziaływania modyfikacji lokalnych na odpowiedź globalną.

W celu zilustrowania efektu lokalnego osłabienia konstrukcji modelowanego dystorsjami wirtualnymi rozważmy prosty przypadek ustroju kratowego.

Symulując dystorsjami wirtualnymi lokalne osłabienie ustroju wpływające na zmniejszenie jego sztywności (z  $E$  na  $E'$ ) w obranym kierunku otrzymujemy zmianę liniowo-sprężystej odpowiedzi lokalnej ustroju ( $\varepsilon^L, \sigma^L$ ) (por. rys. 3.9), na odpowiedź nieliniową ( $\varepsilon, \sigma$ ).



Rys. 3.9 Wpływ wprowadzenia dystorsji na związki konstytutywne

Widać z rysunku, że zależność opisującą żądanie aby stany deformacji  $\varepsilon$  i naprężeń  $\sigma$  w ustroju wyjściowym (o sztywności  $E$ ) z dystorsjami oraz w ustroju zmodyfikowanym (o sztywności  $E'$ ) lecz bez dystorsji, były identyczne można wyrazić następująco:

$$E' \varepsilon = E (\varepsilon - \varepsilon^o) \quad (3.5)$$

Wynika stąd następująca zależność pozwalająca określić dystorsje modelujące osłabienie lokalne

$$\mu = \frac{E'}{E} = \frac{\varepsilon - \varepsilon^o}{\varepsilon} \quad (3.6)$$

Zwróćmy uwagę na fakt, że  $\varepsilon = \varepsilon(\varepsilon^o)$  (por. 3.1) więc powyższy związek jest nieliniowy.

Podstawiając związki typu (3.1) do (3.6) i zapisując je dla elementu o numerze  $i$  otrzymujemy następujący układ równań determinujący poszukiwane pole dystorsji  $\varepsilon^o$ :

$$\sum_j [(1 - \mu_i) D_{ij} - \delta_{ij}] \varepsilon_j^o = -(1 - \mu_i) \varepsilon_i^L \quad (3.7)$$

W przypadku 2D związki te przyjmują bardziej skomplikowaną postać (por. 4.8). Sytuacja  $\mu < 1$  opisuje lokalne osłabienie i w przypadku granicznym  $\mu = 0$  otrzymuje się symulację lokalnego zniszczenia, wtedy zachodzi:  $E' = 0$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon^0$ , natomiast wartości  $\mu > 1$  modelują lokalne wzmocnienie a przypadek graniczny -  $\mu \rightarrow \infty$  opisuje materiał zakleszczający się (ang. locking material).



## 4. Komputerowa symulacja postępującego zniszczenia

Nawet niewielkie zmiany w warunkach posadowienia mają duży wpływ na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji, mogą powodować koncentracje naprężeń oraz pojawianie się spękań. W przypadku budowli takich jak kościół Św. Jana, gdzie istnieje realna groźba uaktywniania się ruchów podłoża, szczególnie ważna jest możliwość przewidzenia reakcji budynku na różnorodne formy osiadań. Proponowany system komputerowy został zaprojektowany jako narzędzie do wspomagania monitorowania. Jego istotną częścią jest moduł do aktualizacji pól naprężeń i odkształceń w przypadku pojawienia się nowej rysy lub ruchu fundamentów. Pozwala to na wykrywanie miejsc szczególnie zagrożonych oraz wrażliwych na osiadania, a co za tym idzie na racjonalne projektowanie położenia i rodzaju czujników pomiarowych.

W rozdziale tym zostanie omówiona metoda modelowania rys, uaktualniania stanu odkształcenia i naprężenia oraz przewidywania wpływu różnorodnych form osiadania na propagację spękań w budowlu.

### 4.1 Założenia

W pracy tej zostało przyjęte, że poprzez rysy będą rozumiane pęknięcia o długość porównywalnej z grubością ściany, przechodzące przez cały jej przekrój poprzeczny. Podejście takie wynika z następujących argumentów:

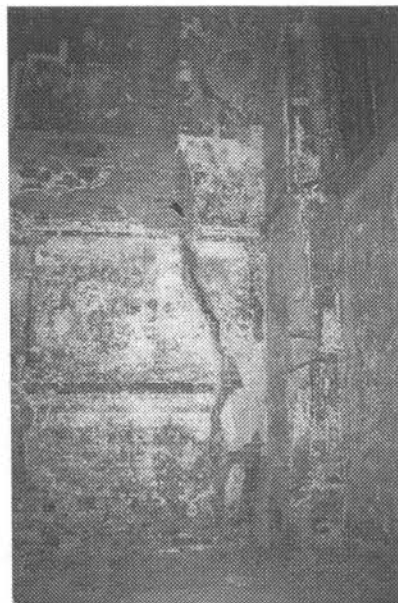
- wymiary elementów skończonych są rzędu grubości ściany, dalsze ich zmniejszanie prowadziłoby do zbyt dużego zadania numerycznego
- poprzez zniszczenie zagrażające bezpieczeństwu konstrukcji rozumie się zwykle powstanie dużych pęknięć
- rysy takie są obserwowane w rzeczywistych konstrukcjach (por. rys. 4.1)

Przyjęte zostało założenie, że zniszczenie występuje w strefach rozciąganych, natomiast naprężenia ściskające przenoszone są w sposób bezpieczny. Jako obciążenia rozpatrywany będzie ciężar własny oraz wzrastające w trakcie analizy osiadanie podpór.

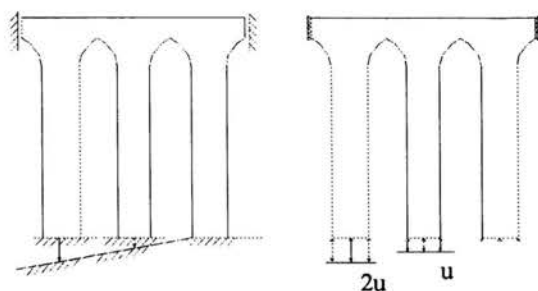
Równania (3.1), (3.2), określające rozkład odkształceń i naprężeń w modelu konstrukcji z dystorsjami, wygodnie będzie teraz zapisać następująco:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon^L + \mathbf{D} \varepsilon^o = \varepsilon^c + \mathbf{D}^u u + \mathbf{D} \varepsilon^o, \\ \sigma &= \mathbf{E} (\varepsilon - \varepsilon^o),\end{aligned}\tag{4.1}$$

gdzie:  $\epsilon^c$  – odkształcenia wywołane ciężarem własnym,  $D^u$  – odkształcenia wywołane jednostkowymi przemieszczeniami podpór,  $u$  – współczynniki wielkości osiadania,  $D$  – macierz wpływu dystorsji,  $\epsilon^o$  - dystorsje modelujące rysy,  $E$  – stała dla danego punktu macierz konstytutywna.



Rys. 4.1 Jedna z większych rys w kościele Św. Jana w Gdańsku



Rys. 4.2 Przykład modelowania osiadania a) spodziewana forma osiadania, b) przyjęty sposób modelowania

Macierze  $\epsilon^c$ ,  $D^u$  i  $D$  obliczane są dla konstrukcji nie zarysowanej, oznacza to, że raz wyznaczone mogą być przechowywane w bazie danych i potem wielokrotnie używane w kolejnych analizach. Wartości macierzy  $D^u$  są wyznaczone dla konkretnej formy osiadania, np. jeżeli spodziewamy się osiadania gruntu jak na rys. (4.2.a), to jednym z możliwych sposobów modelowania jest przyjęcie ruchu podpór jak na rys. (4.1.b). Na podstawie analizy pomiarów przemieszczenia podpór można ustalić kilka najbardziej prawdopodobnych form rozwoju osiadania, natomiast decyzja o tym czy podpora może

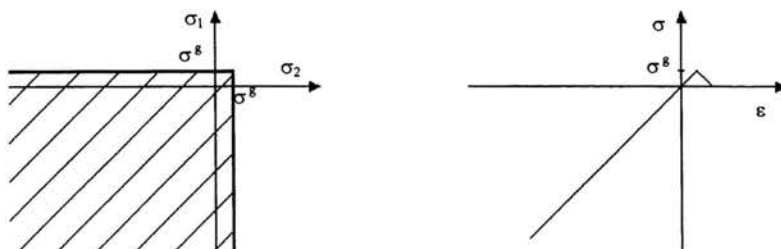
się obracać czy nie, zależy od konkretnego przypadku i powinna być podjęta przez osobę przeprowadzającą analizę. W przypadku przedstawionym na rys. (4.2) składnikami macierzy  $\mathbf{D}^u$  są odkształcenia obliczane dla jednostkowej wartości współczynnika osiadania  $u$ .

## 4.2 Modelowanie rozwoju zniszczenia

Niejednorodne osiadanie podpór powoduje wzrost naprężeń w konstrukcji. W omawianym programie do analizy postępującego zniszczenia przyjęte zostało, że w konstrukcji pojawia się pęknięcie w momencie kiedy maksymalne naprężenie główne osiągnie jego wartość graniczną (rys. 4.3). W takim przypadku mówimy że element został przecięzony i wprowadzamy do niego pole dystorsji wirtualnych modelujących rysę biegnącą w kierunku  $x_2$ . Ich wartości są dobrane poprawnie jeżeli spełniają następujące warunki:

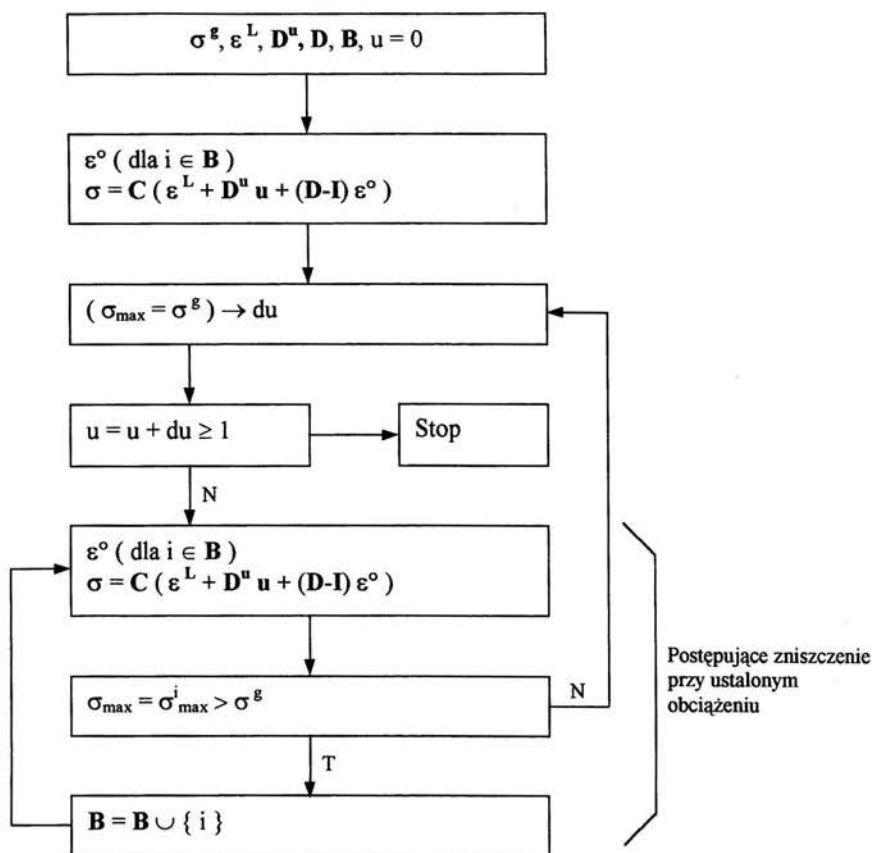
$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 0, \\ \sigma_{12} &= 0, \\ \sigma_{22} &= E \varepsilon_{22} \equiv \varepsilon_{22}^0 = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\varepsilon_{22}$  są wyznaczone w układzie naprężeń głównych a przez  $E$  oznaczony został moduł sprężystości. Pierwsze dwa warunki odpowiadają znikaniu naprężenia normalnego oraz stycznego na powierzchni rysy, natomiast trzeci wynika z faktu, że przy braku naprężeń  $\sigma_{11}$  oraz  $\sigma_{12}$  prawo Hooke'a powinno się zapisywać tak samo jak w stanie jednoosiowym. Można wykazać, że jest ono równoznaczne równaniu po prawej stronie.



Rys 4.3 Materiał sprężysto-kruchy,  $\sigma^s$  – wartość graniczna naprężenia głównego, a) zagadnienie płaskie, b) stan jednoosiowy

Wprowadzenie dystorsji wpływa na rozkład sił wewnętrznych w sąsiednich elementach, często powoduje to przekroczenie dopuszczalnych naprężeń w innych miejscach. Sytuacja taka odpowiada rozwojowi rysy przy ustalonym obciążeniu. W takich przypadkach wprowadza się dystorsje w kolejnych miejscach, dotąd aż zostanie uzyskany stan stabilny. Następnie zwiększa się obciążenie zmienne. Jeżeli macierz z której obliczane są dystorsje staje się osobliwa to oznacza to, że konstrukcja przekształca się w mechanizm i traci równowagę globalną. W praktyce nie dopuszcza się do takiej sytuacji poprzez kontrolę jej uwarunkowania (stosunek największej do najmniejszej wartości własnej), które stanowi miarę zbliżania się do stanu krytycznego. Szczegółowy sposób postępowania przedstawia schemat 4.4.



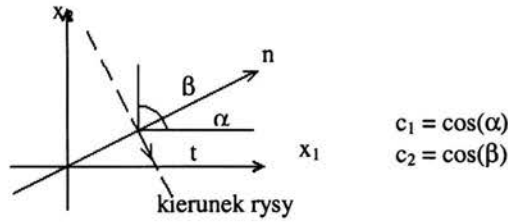
Rys. 4.4 Schemat blokowy programu do symulacji postępującego zniszczenia. **B** – zbiór elementów przeciążonych (z dystorsjami),  $u$  – współczynnik osiadania.

### 4.3 Układ równań do obliczania dystorsji

Rozważmy zagadnienie płaskiego stanu naprężenia. Wykorzystując wzory transformacyjne naprężeń i odkształceń, warunki do obliczania dystorsji (4.2) można zapisać w układzie współrzędnych konstrukcji następująco:

$$\begin{aligned}
 c_1^2 \sigma_{11} + c_2^2 \sigma_{22} + 2c_1 c_2 \sigma_{12} &= 0 \\
 -c_1 c_2 \sigma_{11} + c_1 c_2 \sigma_{22} + 2c_1 c_2 \sigma_{12} &= 0 \\
 c_2^2 \varepsilon_{11}^o + c_1^2 c_2^2 \varepsilon_{22}^o + c_1 c_2 \varepsilon_{12}^o &= 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

gdzie  $c_1 c_2$  są cosinusami kierunkowymi normalnej do powierzchni rysy (por. rys. 4.5).



Rys. 4.5 Układ współrzędnych związany z rysą

Ze względu na implementację komputerową wprowadzanych wzorów wygodnie jest uporządkować składowe naprężenia i odkształceń zapisując je w macierzach jednowymiarowych:

$$\begin{array}{lll}
 (\varepsilon_{11})^{nc} = \varepsilon_{m+1}, & (\sigma_{11})^{nc} = \sigma_{m+1}, & (\varepsilon^{\circ}_{11})^{nc} = \varepsilon^{\circ}_{n+1}, \\
 (\varepsilon_{22})^{nc} = \varepsilon_{m+2}, & (\sigma_{22})^{nc} = \sigma_{m+2}, & (\varepsilon^{\circ}_{22})^{nc} = \varepsilon^{\circ}_{n+2}, \\
 (\varepsilon_{12})^{nc} = \varepsilon_{m+3}, & (\sigma_{12})^{nc} = \sigma_{m+3}, & (\varepsilon^{\circ}_{12})^{nc} = \varepsilon^{\circ}_{n+3},
 \end{array} \quad (4.4)$$

gdzie:

$$\begin{array}{ll}
 m = 3(ne-1), & ne = 1..le, \\
 n = 3(ned-1), & ned = 1..led,
 \end{array}$$

ne – numer elementu, le – liczba elementów, ned – numer elementu z dystorsjami, led – liczba elementów z dystorsjami. Z powyższych definicji indeksów m i n wynika że element macierzy wpływu

$$D_{(m+i)(n+j)}$$

oznacza i-te odkształcenie w elemencie o numerze ne, spowodowane j-tą, jednostkową dystorsją w elemencie, który został przeciążony jako ned-ty. Przyjmując powyższe oznaczenia, możemy zapisać równania (4.3) w nowej formie:

$$\begin{array}{l}
 c_1^2 \sigma_{m+1} + c_2^2 \sigma_{m+2} + 2c_1 c_2 \sigma_{m+3} = 0 \\
 -c_1 c_2 \sigma_{m+1} + c_1 c_2 \sigma_{m+2} + 2c_1 c_2 \sigma_{m+3} = 0 \\
 c_2^2 \varepsilon^{\circ}_{m+1} + c_1^2 c_2^2 \varepsilon^{\circ}_{m+2} + c_1 c_2 \varepsilon^{\circ}_{m+3} = 0
 \end{array} \quad (4.5)$$

Wzory na naprężenia (4.1) w układzie globalnym konstrukcji, dla płaskiego stanu naprężenia, wyglądają teraz następująco:

$$\begin{array}{l}
 \sigma_{m+1} = \{[\varepsilon^L_{m+1} + (D_{(m+1)j} - I^D_{(m+1)j})\varepsilon^{\circ}_j] + [\varepsilon^L_{n+2} + (D_{(m+2)j} - I^D_{(m+2)j})\varepsilon^{\circ}_j]v\}E/(1-v^2), \\
 \sigma_{m+2} = \{[\varepsilon^L_{m+1} + (D_{(m+1)j} - I^D_{(m+1)j})\varepsilon^{\circ}_j]v + [\varepsilon^L_{n+2} + (D_{(m+2)j} - I^D_{(m+2)j})\varepsilon^{\circ}_j]\}E/(1-v^2), \\
 \sigma_{m+3} = \{[\varepsilon^L_{m+3} + (D_{(m+3)j} - I^D_{(m+3)j})\varepsilon^{\circ}_j](1-v)/2\}E/(1-v^2),
 \end{array} \quad (4.6)$$

gdzie przez  $I^D$  oznaczono macierz o wymiarach macierzy wpływu  $D$  ( $3le \times 3led$ ), powstałą poprzez wybranie z macierzy jednostkowej kolumn odpowiadających elementom przeciążonym (z dystorsjami). Ze względu na efektywność numeryczną programu, korzystniej jest nie wprowadzać macierzy  $I^D$ , zamiast tego można wtedy gdy to potrzebne modyfikować macierz  $D$ .

$$D^1 = D - I^D$$

Równania (4.6) przybiorą teraz następującą formę:

$$\begin{aligned} \sigma_{m+1} &= \{ [\varepsilon_{m+1}^L + D_{(m+1)j}^1 \varepsilon_j^o] + [\varepsilon_{m+2}^L + D_{(m+2)j}^1 \varepsilon_j^o] v \} E / (1-v^2), \\ \sigma_{m+2} &= \{ [\varepsilon_{m+1}^L + D_{(m+1)j}^1 \varepsilon_j^o] v + [\varepsilon_{m+2}^L + D_{(m+2)j}^1 \varepsilon_j^o] \} E / (1-v^2), \\ \sigma_{m+3} &= \{ [\varepsilon_{m+3}^L + D_{(m+3)j}^1 \varepsilon_j^o] (1-v) / 2 \} E / (1-v^2), \end{aligned} \quad (4.7)$$

Podstawiając naprężenia (4.7) do warunków z których obliczane są dystorsje (4.3) otrzymujemy:

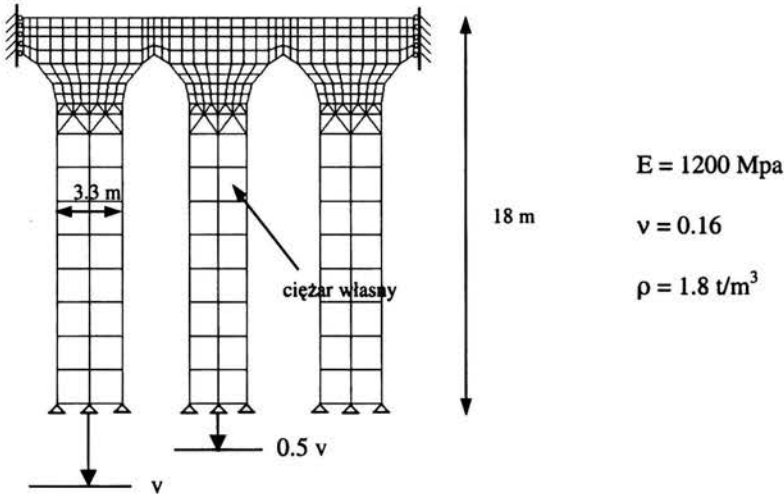
$$\begin{aligned} (D_{(m+1)j}^1 (c_1^2 + v c_2^2) + D_{(m+2)j}^1 (v c_1^2 + c_2^2) + D_{(m+3)j}^1 (1-v) c_1 c_2) \varepsilon_j^o &= F_{n+1}, \\ ((D_{(m+2)j}^1 - D_{(m+1)j}^1) (1-v) c_1 c_2 + D_{(m+3)j}^1 (1-v) / 2 (c_1^2 - c_2^2)) \varepsilon_j^o &= F_{n+2}, \\ \varepsilon_{n+1}^o c_2^2 + \varepsilon_{n+2}^o c_1^2 + - \varepsilon_{n+3}^o c_1 c_2 &= F_{n+3}, \end{aligned}$$

gdzie (4.8)

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= -\varepsilon_{m+1}^L (c_1^2 + v c_2^2) - \varepsilon_{m+2}^L (v c_1^2 + c_2^2) - \varepsilon_{m+3}^L (1-v) c_1 c_2, \\ F_{n+2} &= (\varepsilon_{m+1}^L - \varepsilon_{m+2}^L) (1-v) c_1 c_2 - \varepsilon_{m+3}^L (1-v) (c_1^2 - c_2^2) / 2, \\ F_{n+3} &= 0. \end{aligned}$$

Zapisując powyższe równania dla kolejnych przeciążonych elementów otrzymujemy układ równań liniowych determinujący wartości dystorsji.

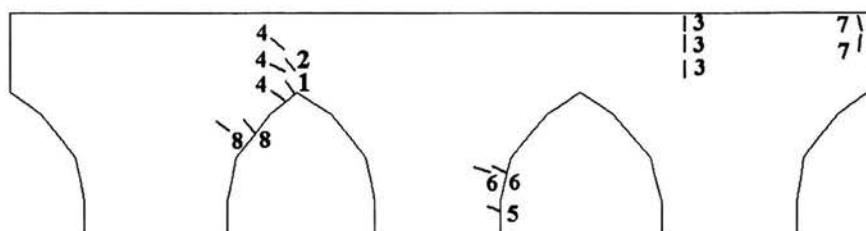
#### 4.4 Przykład numeryczny



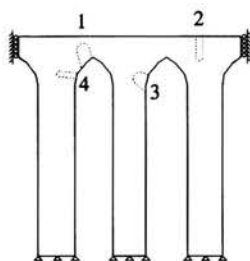
Rys. 4.6 Dwuwymiarowy przykład analizy pęknięcia metodą MDW

Rozważmy tarczę, znajdującą się w płaskim stanie naprężenia o dyskretyzacji, wymiarach i warunkach brzegowych jak na rysunku 4.6. Jako obciążenie przyjęty został ciężar własny konstrukcji oraz wzrastające stopniowo osiadanie dwóch kolumn.

Konstrukcja początkowo jest niezarysowana. Wraz z przemieszczeniem podpór warunek graniczny pojawiania się spękań jest osiągany w kolejnych elementach. W takich sytuacjach wprowadzane są dystorsje modelujące wpływ rys na rozkład pola odkształceń i naprężeń w obiekcie. Rysunek (4.7) przedstawia rezultaty otrzymane dla parametru osiadania  $v = 10$  mm. Środki odcinków odpowiadają miejscom generowanych dystorsji, ich kierunki - kierunkom modelowania pęknięć, natomiast długość jest przypadkowa. Liczby widoczne obok każdego z nich informują dla którego z kolejnych obciążeń granicznych zostało osiągnięte przeciążenie danego elementu. Zwróćmy uwagę na fakt, że przy tego rodzaju modelowaniu rys na ogół nie można wskazać ich dokładnej lokalizacji, można mówić tylko o ich przybliżonym położeniu i przybliżonym kierunku. Wynika to z faktu, że warunek zniszczenia materiału analizowany jest w skończonej liczbie punktów, stąd wniosek, że dokładność analizy silnie zależy od gęstości siatki podziału MES.

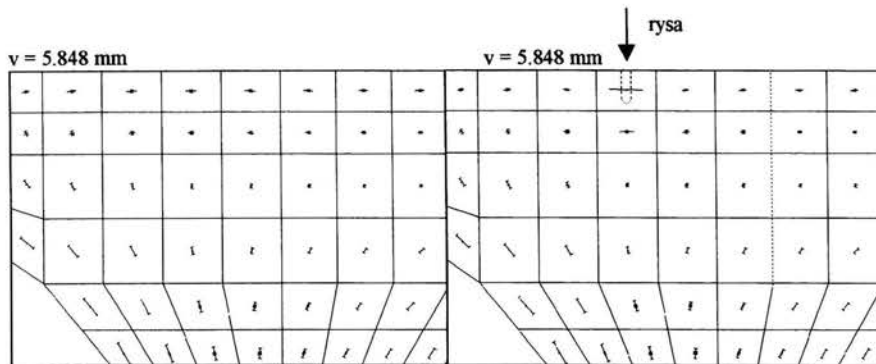


Rys. 4.7 Rozkład położenia i kierunków rys oraz kolejność pęknięcia otrzymane dla obciążenia  $v = 10$  mm. Środki odcinków odpowiadają punktom obliczania dystorsji natomiast ich długość jest przypadkowa.



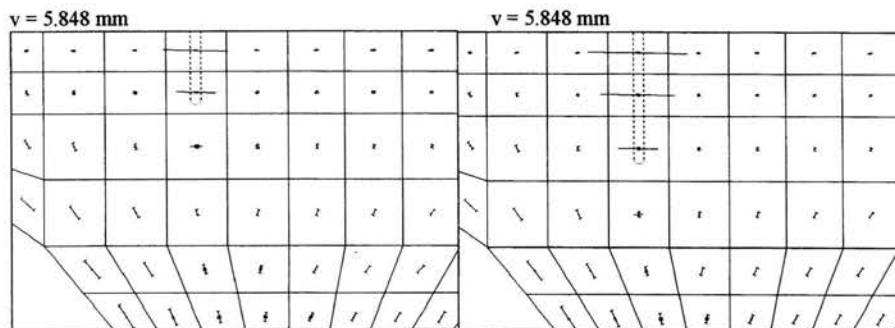
Rys. 4.8 Strefy zarysowania odpowiadające obciążeniu z rys. 4.6

Na rysunkach 4.9 i 4.10 pokazane są rozkłady odkształceń oraz naprężeń głównych w sąsiedztwie strefy zarysowania nr 2 (por rys. 4.8). Jak widać wprowadzenie dystorsji silnie wpływa na rozkład odkształceń w elemencie, w którym modelowana jest rysa. Są one wielokrotnie większe od wartości obliczonych dla sąsiednich punktów. Sytuacja jest więc analogiczna do występującej w zjawisku fizycznym. Podobnie satysfakcjonujące rezultaty zostały otrzymane dla naprężeń, gdzie wprowadzenie dystorsji spowodowało zniknięcie rozciągania w kierunku prostopadłym do symulowanej rysy i pozostała tylko składowa do niej prostopadła.



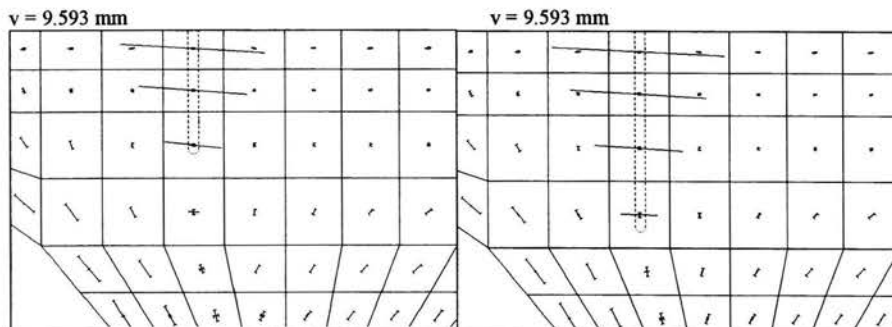
a) przed pęknięciem

b) dystorsje w jednym elemencie



c) dystorsje w dwóch elementach

d) dystorsje w trzech elementach



e) dystorsje w trzech elementach

f) dystorsje w czterech elementach

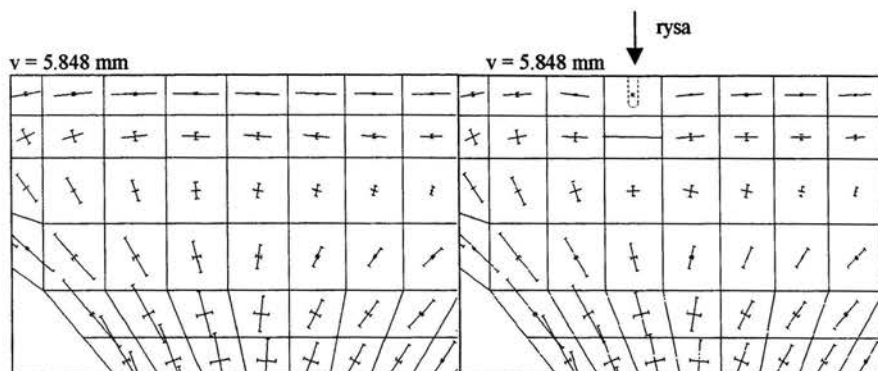
— rozciąganie

—> ściskanie

—  $\epsilon_1^{\max} = 0.00126$

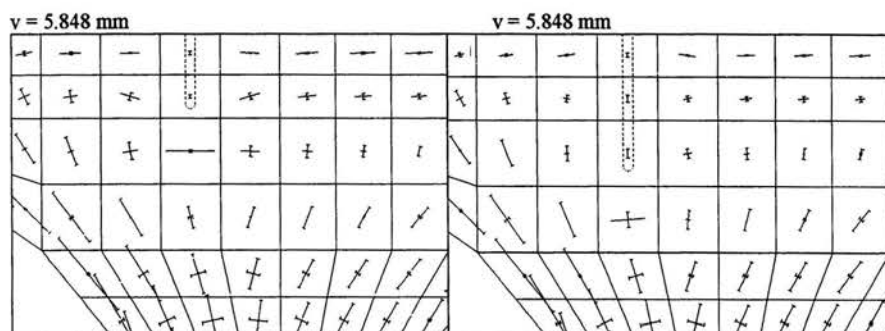
Rys. 4.9 Odształcenia główne w sąsiedztwie rysy nr 2 dla różnych poziomów osiadania.





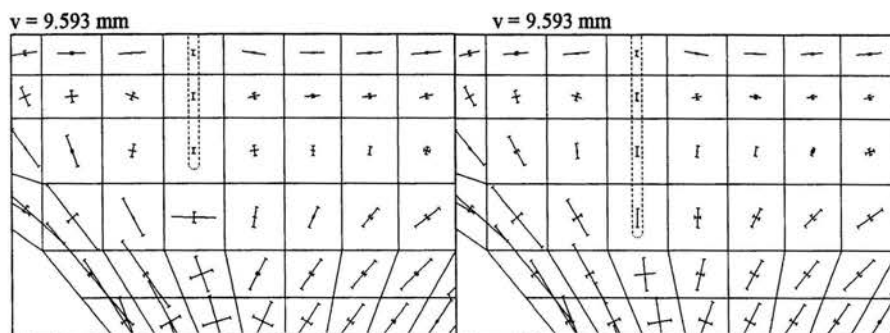
a) przed pęknięciem

b) dystorsje w jednym elemencie



c) dystorsje w dwóch elementach

d) dystorsje w trzech elementach



e) dystorsje w trzech elementach

f) dystorsje w czterech elementach

— rozciąganie

— ściskanie

— 0.1 MPa

Rys. 4.10 Naprężenia główne w sąsiedztwie rysy nr 2 dla różnych poziomów osiadania.

## **5. Optymalna lokalizacja sensorów w budynku zagrożonym osiadaniem podpór i identyfikacja osiadań**

Problem optymalnego rozlokowania sensorów pojawił się w trakcie projektowania sieci pomiarowej do monitorowania kościoła Św. Jana. Ze względu na ich wysoki koszt zaistniała konieczność ograniczenia liczby miejsc pomiarowych do minimum. Powstało więc pytanie: w ilu miejscach należy zainstalować sensory i jak je rozmieścić aby zidentyfikować wpływ osiadania na stan odkształcenia konstrukcji. Aby wesprzeć intuicję osób wykonujących pomiary opracowany został program komputerowy. W rozdziale tym zostanie sformułowany powyższy problem, następnie zostanie przedstawiona metoda jego rozwiązania, bazujący na niej program oraz przykład numeryczny.

### **5.1 Projekt sieci pomiarowej do monitorowania kościoła Św. Jana w Gdańsku**

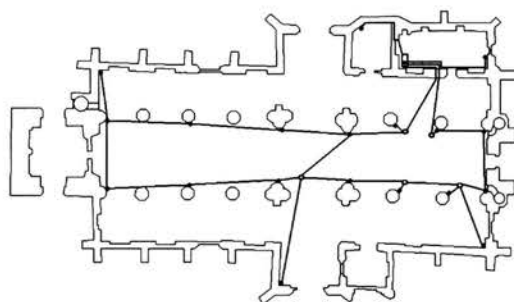
Dla potrzeb monitorowania kościoła Św. Jana został opracowany w IPPT PAN, przez dr M. Skłodowskiego oraz dr W. Cudnego, projekt sieci pomiarowej. Z tego opracowania oraz opinii rzeczoznawcy budowlanego wynika, że w budynku zainstalowane będą następujące systemy pomiarowe:

- czujniki osiadania
- czujniki rozwarcia szczelin
- ekstensometry linowe
- optoelektroniczne czujniki przemieszczeń

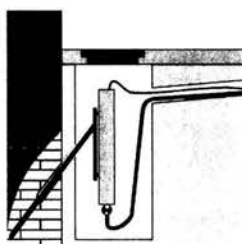
Każdy z tych systemów działa niezależnie i wnosi uzupełniające się informacje.

#### **5.1.1 CZUJNIKI OSIADANIA**

Układ pomiarowy składa się z przewodów hydraulicznych wypełnionych elektrolitem, studzienek oraz czujników mierzących zmiany poziomu cieczy (rys. 5.1). Odczytu dokonuje się w sposób elektroniczny, wyniki przesyłane są bezpośrednio do komputera. Umożliwia to stałą kontrolę stabilności podłoża. System umożliwia pomiar przemieszczeń pionowych z dokładnością 0.1 mm. Czujniki instalowane są do filarów i przypór, poniżej poziomu posadzki (rys 5.2).



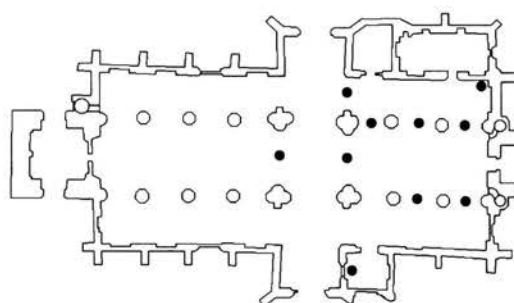
Rys. 5.1 Schemat systemu czujników osiadania filarów i przypór, • - czujniki osiadania filarów, przypór i wieżyczek schodowych, ◻ - studzienki rozgałęźne



Rys. 5.2 Schemat mocowania czujników w studziencie pomiarowej

### 5.1.2 CZUJNIKI ROZWARCIA SZCZELIN

Do pomiaru rozwarcia szczelin używane będą czujniki indukcyjne. Są one montowane prostopadle do rysy. Jej rozwarcie powoduje przesunięcie trzpienia wewnątrz czujnika, to z kolei zmienia sygnał elektryczny, przesyłany do komputera. Metoda ta zapewnia stałą kontrolę szerokości rys. Mierzona jest zmiana odległości pomiędzy punktami leżącymi po przeciwnych stronach szczeliny. Dokładność pomiaru 0.02 mm.



Rys. 5.3 Schemat rozmieszczenia indukcyjnych czujników rozwarcia szczelin, • - położenie czujnika

### 5.1.3 EKSTENSOMETRY LINOWE

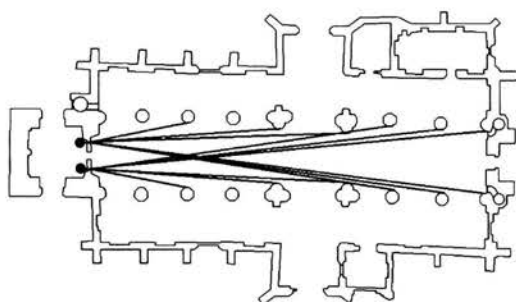
Ekstensometry linowe służą do mierzenia zmiany odległości pomiędzy punktami leżącymi w znacznym oddaleniu, np. na sąsiednich filarach (około 5 m). Schemat ich działania przedstawia rysunek 5.4. Punkty pomiarowe połączone są liną, obciążoną ciężarkiem. Odształcanie się konstrukcji powoduje jej przesunięcie, co mierzone jest czujnikiem indukcyjnym. Wynik pomiaru przesyłany jest do komputera. Metoda zapewnia dokładność 0.1 mm.



Rys. 5.4 Schemat ekstensometru linowego

### 5.1.4 OPTOELEKTRONICZNE CZUJNIKI PRZEMIESZCZEŃ

System składa się ze stanowiska, z którego generowana jest wiązka laserowa oraz czujników rejestrujących położenie plamki świetlnej. Czujniki instalowane będą na filarach, na wysokości sklepień. Mają kształt płytek kwadratowych i umożliwiają rejestrację ruchów plamki w kierunkach równoległych do ich krawędzi. Są to w przybliżeniu kierunki prostopadłe do osi optycznej układu. Schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych przedstawia rysunek 5.5. Dokładność metody zależy od odległości pomiędzy elementami układu i w analizowanym budynku wynosi około 0.1 mm. Natomiast zakres pomiaru zależy od liczby użytych czujników i przewidywany jest na 10 mm w poziomie i 60 mm w pionie.



Rys. 5.5 Schemat rozmieszczenia optoelektronicznych czujników przemieszczeń,  
• - miejsce generowania wiązki laserowej

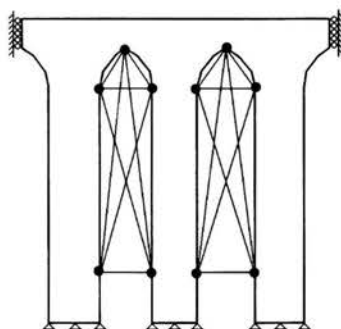
## 5.2 Projektowanie optymalnego rozlokowania sensorów

### 5.2.1 POTRZEBA POSZUKIWANIA OPTYMALNEJ LOKALIZACJI EKSTENSOMETRÓW LINOWYCH

O ile lokalizacja czujników rozwarcia rys jest zdeterminowana położeniem głównych pęknięć, optoelektroniczną możliwością zainstalowania sprzętu pomiarowego, a czujniki osiadania są mocowane do wszystkich filarów i głównych podpór, o tyle położenie ekstensometrów linowych jest trudniejsze do ustalenia. Celowość ich zastosowania wynika z potrzeby kontrolowania rozpiętości sklepień jako elementów najbardziej zagrożonych oraz z tezy, że dla bezpieczeństwa konstrukcji istotny jest nie tyle sam fakt wystąpienia osiadania, co jego wpływ na odkształcanie się górnych partii budowli. O ile w pierwszym przypadku można wskazać uzasadnione położenie przyrządów pomiarowych na podstawie obserwacji przebiegu głównych rys o tyle w drugim konieczne jest przeprowadzenie obliczeń. Ich głównym celem jest wyeliminowanie sytuacji, w której grupa czujników dobrze rejestruje odpowiedź konstrukcji na jedną formę osiadania natomiast nie reaguje na inną. Z tego powodu za optymalną będzie rozumiana taka lokalizacja ekstensometrów, która w największym stopniu zapewni możliwość identyfikowania wpływu na budowlę wszystkich spodziewanych schematów osiadania oraz będzie zawierać położenia czujników konieczne do kontroli wybranych sklepień.

### 5.2.2 OKREŚLENIE ZBIORU DOPUSZCZALNYCH POŁOŻEŃ EKSTENSOMETRÓW

Ze względu na praktyczne możliwości instalowania czujników problem znalezienia optymalnej lokalizacji sprowadza się do zadania wyboru najlepszego ich położenia spośród grupy możliwych usytuowań. Informacji o tym, które położenia są możliwe dostarczają osoby projektujące sieć pomiarową. Istnieje szereg ograniczeń takich jak konstrukcyjne, estetyczne, konieczność dostępu w celu przeprowadzenia kontroli lub konserwacji, możliwość zainstalowania i eksploataowania przyrządu w danym miejscu. W praktycznym zadaniu istnieje zbiór alternatywnych położzeń ekstensometrów i celem analizy komputerowej jest wybór najlepszego z nich. Przykład takich potencjalnych lokalizacji przedstawia rys. 5.6.



Rys 5.6 Przykład możliwych usytuowań ekstensometrów linowych

### 5.2.3 MODELOWANIE OSIADAŃ W PRZY ZNANEJ TENDENCJI RUCHU FUNDAMENTÓW ORAZ W PRZYPADKU OGÓLNYM

Ze względu na charakter rozpatrywanych budowli przyjęto, że powierzchnia ich styku z gruntem może być aproksymowana odcinkami płaskimi i analizowany będzie tylko ruch pionowy i obrót fundamentów. W tej sytuacji wektor identyfikowanych osiadań może być opisany następująco:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \dots + \mathbf{v}_n = u_1 \mathbf{v}_1^b + \dots + u_n \mathbf{v}_n^b \quad (5.1)$$

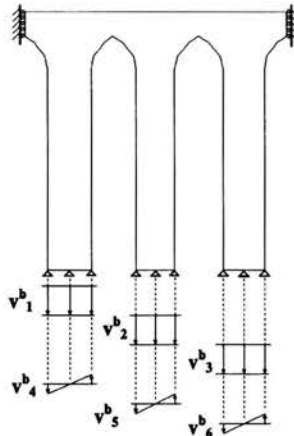
gdzie:  $\mathbf{v}$  - wektor identyfikowanych osiadań

$\mathbf{v}_i$  - niezależne składowe wektora osiadań

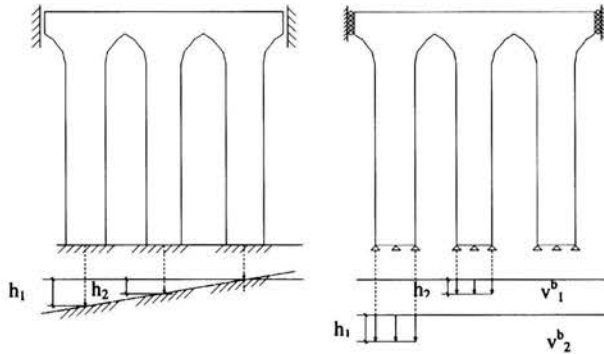
$u_i$  - współczynniki określające udział poszczególnych form ruchu fundamentów w całkowitej postaci osiadania

$\mathbf{v}_i^b$  - bazowe wektory osiadań, reprezentujące niezależne przesunięcia pionowe i obroty rozpatrywanych fundamentów

Aby określić sposób przyjmowania wektorów bazowych rozpatrzmy dwa przypadki: ogólny, w którym nic nie wiemy o formie osiadania oraz szczególny, odpowiadający sytuacji w której jesteśmy w stanie przewidzieć kierunek ruchu podłoża. Tak jest na przykład wtedy, gdy z badań geologicznych wynika, że pod częścią budynku znajduje się grunt bardziej wrażliwy na zmianę warunków wodnych lub układ rys sugeruje, że konstrukcja ma tendencję do osuwania się w kierunku rzeki. W pierwszym przypadku identyfikowane jest przesunięcie i obrót każdego z fundamentów (por. rys. 5.7), a ich superpozycja pozwala zrealizować dowolną postać powierzchni osiadania. W drugim zakłada się, że proporcje pomiędzy poszczególnymi przemieszczeniami pionowymi i obrotami podpór są w przybliżeniu przewidywalne. W tej sytuacji decyzja o liczbie analizowanych form osiadania i ich postaci zależy od warunków posadowienia konkretnej budowli. Przykład takiego modelowania przedstawia rys. 5.8 opisujący przypadek, w którym przyjęto, że obroty fundamentów są mało prawdopodobne oraz, że osunięcie lewej części konstrukcji będzie większe niż prawej.



Rys. 5.7 Modelowanie osiadań w przypadku braku informacji o tendencjach ruchu fundamentów



Rys. 5.8 Przykład modelowania osiadań przy znanej tendencji osuwania się fundamentów.

#### 5.2.4 WARUNEK NAJLEPSZEGO UWARUNKOWANIA MACIERZY PODATNOŚCI POMIARÓW NA BAZOWE WEKTORY OSIADAŃ JAKO MATEMATYCZNE KRYTERIUM OPTIMALNEGO POŁOŻENIA SENSORÓW

Mając ustalony zbiór dopuszczalnych położenia ekstensometrów oraz bazowe wektory osiadania można zbudować macierz podatności pomiarów na ruch podpór  $S$ . Przyjmijmy, że jej element  $S_{ij}$  oznacza odczyt sensometru o numerze  $i$  wywołany bazową formą osiadania  $v_j^b$ . Wprowadźmy ponadto wektor rejestrowanych pomiarów  $S^p$ . W analizie numerycznej wygodnie jest odnosić pomiary (zmiana odległości pomiędzy punktami) do stanu bez obciążeń. Aby sytuacja była analogiczna do występującej w rzeczywistym obiekcie, należy je zredukować o wpływ ciężaru własnego. W ten sposób otrzymujemy układ równań:

$$S u = S^p - S^c, \quad (5.2)$$

gdzie:  $S$  - macierz podatności pomiarów na obciążenie bazowymi wektorami osiadania  
 $u$  - identyfikowane parametry osiadania (por. 5.1)

$S^p$  - zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi wywołana osiadaniami podpór i ciężarem własnym

$S^c$  - zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi wywołana ciężarem własnym.

Z powyższego układu równań wynika matematyczne kryterium definiujące optymalną lokalizację przyrządów pomiarowych. Można je wyrazić następująco (por. rozdział 5.2.1):

*optymalna lokalizacja przyrządów pomiarowych to taka, która zapewni dokładne rozwiązanie układu równań (5.2).*

Matematycznie warunek ten jest równoważny żądaniu najlepszego uwarunkowania macierzy podatności  $S$  a więc osiągnięcia minimalnej wartości stosunku największej do najmniejszej jej wartości własnej:

$$\min \left( \frac{S_v^{\max}}{S_v^{\min}} \right), \quad (5.3)$$

gdzie:  $S_v^{\max}$ ,  $S_v^{\min}$  - największa i najmniejsza wartość własna macierzy podatności  $S$ .

Można pokazać, że niepożądana sytuacja braku reakcji czujników na którąś z form osiadania odpowiada złemu uwarunkowaniu macierzy  $S$ .

### 5.2.5 ALGORYTM WYZNACZANIA OPTYMALNEGO POŁOŻENIA PRZYRZĄDÓW POMIAROWYCH

Z omówionych wcześniej punktów wynika, że algorytm poszukiwania optymalnego położenia przyrządów pomiarowych powinien zapewnić zrealizowanie następujących celów:

- dobre uwarunkowanie macierzy podatności pomiarów na bazowe formy osiadań,
- w grupie wybranych lokalizacji powinny znajdować się pomiary, o których wiadomo, że muszą być zainstalowane w celu kontroli rozpiętości sklepień,
- wśród wybranych pomiarów powinny znajdować się najbardziej podatne na przyjęte bazowe wektory osiadań,
- położenia pomiarów oraz wektory osiadań bazowych powinny spełniać warunki,
- opisane w rozdz. 5.2.2 i 5.2.3.

Powyższe żądania realizuje następujący sposób postępowania:

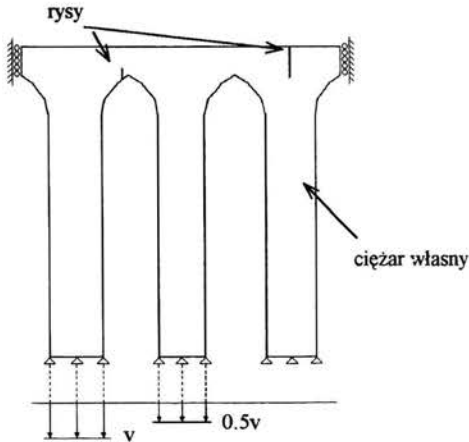
1. Zbuduj macierz podatności  $S^*$ . Element  $S_{ij}^*$  oznacza zmianę odległości pomiędzy punktami pomiarowymi, odpowiadającymi czujnikowi o numerze  $i$ , wywołaną bazową formą osiadań  $v_j^b$ .
2. W kolumnach odpowiadających osiadaniom  $v_j^b$  wyznacz elementy dominujące. Wiersze zawierające je określają najlepsze położenie sensorów dla identyfikacji danej formy osuwania się podpór.
3. Z wszystkich wierszy zawierających elementy dominujące oraz odpowiadającym pomiarom określonym jako konieczne, utwórz macierze kwadratowe  $S$  o wymiarze równym liczbie identyfikowanych form osiadań.
4. Spośród macierzy  $S$  wybierz macierz najlepiej uwarunkowaną. Odpowiadające jej pomiary determinują optymalną lokalizację sensorów.

Powyższy algorytm nie rozstrzyga ile najbardziej podatnych pomiarów dla każdej z form osiadania należy wziąć pod uwagę (dominujących elementów w wierszu). Ze względu na efektywność obliczeń lepiej wykonać je dla małej liczby pomiarów, jeśli jednak algorytm nie doprowadzi do znalezienia układu zapewniającego satysfakcjonujące uwarunkowanie macierzy podatności  $S$ , należy ich liczbę sukcesywnie zwiększać aż do spełnienia tego warunku.

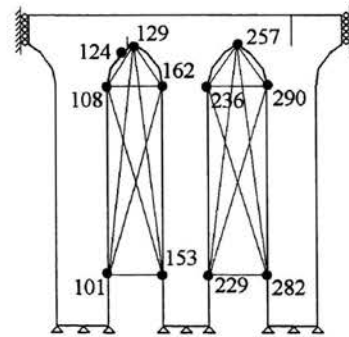


## 5.2.6 PRZYKŁAD WYZNACZANIA OPTYMALNEJ LOKALIZACJI EKSTENSOMETRÓW PRZY ZNANEJ TENDENCJI OSIADANIA I W PRZYPADKU OGÓLNYM

Rozpatrzmy tarczę jak na rysunku 5.9 obciążoną ciężarem własnym oraz przesunięciem podpór z dwoma pęknięciami. Naszym celem będzie wybór najlepszego położenia sensorów spośród 17 możliwych usytuowań przedstawionych na rysunku 5.10.



Rys. 5.9 Identyfikowane formy osiadań –  
 $E=1200\text{Mpa}$ ,  $\nu = 0.16$ ,  $\rho = 1.8 \text{ T/m}^3$



Rys. 5.10 Położenie stanowisk pomiarowych

Nr.pom	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Nr.1	101	101	108	129	101	108	108	129	229	229	236	257	229	236	236	257	124
Nr.2	129	162	153	153	153	162	129	162	257	290	282	282	282	290	257	290	129

Tab. 5.1 Położenie stanowisk pomiarowych

Przyjmijmy, że mierzona będzie zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi, przy czym jej wzrost jest oznaczany znakiem dodatnim a zmniejszenie ujemnym. Do przeprowadzenia zadania identyfikacji według wzoru 5.1 potrzebna jest znajomość pomiarów w konstrukcji obciążonej ciężarem własnym, bez osiadań, mierzonych w stosunku do stanu bez obciążeń. Przedstawia je tabela Tab. 5.2. Wyniki otrzymane zostały omówionym w rozdziale czwartym, programem do modelowania postępującego zniszczenia metodą VDM.

$S^c$	5	10	15
1	-0.46604E-03	11	0.68197E-03
2	-0.12288E-02	12	0.43551E-03
3	0.12665E-02	13	0.10187E-03
4	0.86840E-03	14	0.20125E-04
	6	15	-0.10161E-03
	7	16	0.33529E-03
	8	17	-0.35840E-04
	9		

Tab.5.2 Zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi przy obciążeniu ciężarem własnym, bez osiadania

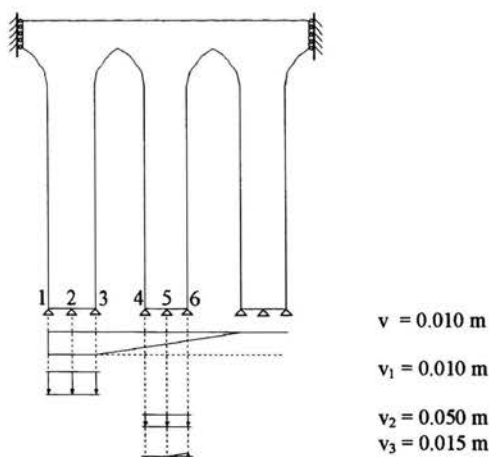
Potrzebna jest także znajomość pomiarów w konstrukcji obciążonej ciężarem własnym i osiadaniami. Przyjmijmy najpierw, że przemieszczenia podpór są znane, pozwoli to na wyznaczenie ich wartości a następnie rozwiązanie zadania odwrotnego w którym na bazie wyznaczonych pomiarów będą identyfikowane osiadania. Schematowi obciążenia przedstawionemu na rysunku 5.9, przy parametrze  $v = 0.007$  m odpowiadają różnice przemieszczeń zamieszczone w tabeli Tab.5.3.

S <sup>P</sup>		5	0.20180E-02	10	0.10861E-02	15	-0.71837E-03
1	-0.18505E-03	6	0.19127E-02	11	0.28942E-02	16	0.13582E-02
2	0.14102E-02	7	-0.27566E-03	12	0.66648E-03	17	0.42356E-04
3	0.32017E-02	8	0.16373E-02	13	0.14866E-02		
4	0.14294E-02	9	-0.48832E-03	14	0.28481E-02		

Tab. 5.3 Zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi przy obciążeniu ciężarem własnym oraz przesunięciem podpór  $v = 0.007$ m (rys.5.9)

### Wybór najlepszego usytuowania stanowisk pomiarowych przy znanej tendencji osiadania

Zauważmy że na podstawie obserwacji konstrukcji możemy przyjąć formę osiadania przedstawioną na rysunku 5.11. Oznacza to, że dopuszczana jest możliwość obrotu podpory środkowej, oraz, że przesunięcie pionowe filara lewego spodziewane jest jako mniej więcej dwa razy większe niż środkowego. Wartości parametru osiadania  $v_i$  przyjęte zostały tak aby zachować kształt spodziewanej linii osiadań oraz by ich wartości były zbliżone do oczekiwanych.



Rys. 5.11 Identyfikowane formy osiadań

Dla tak przyjętych obciążeń macierz podatności (zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi wywołana jednostkowymi osiadaniami  $v_i$ ) wygląda następująco:

Np	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	9	-0.64207E-04	0.89722E-03	0.16027E-02
1	0.84803E-03	-0.44509E-03	-0.14182E-03	10	0.10637E-02	0.36042E-02	-0.10384E-02
2	0.54725E-02	-0.16988E-02	-0.59838E-03	11	0.25010E-02	0.65885E-03	-0.71740E-03
3	0.56347E-02	-0.28681E-02	0.15482E-02	12	0.14110E-03	0.18846E-03	-0.10269E-03
4	0.18908E-02	-0.10884E-02	0.16933E-02	13	0.83785E-03	0.11405E-02	-0.23740E-02
5	0.55497E-02	-0.28200E-02	0.15737E-02	14	0.15351E-02	0.25058E-02	0.12883E-03
6	0.35710E-02	-0.64270E-03	-0.73232E-03	15	-0.14990E-02	0.61799E-03	0.67720E-03
7	-0.62391E-03	0.37202E-03	-0.23291E-03	16	0.10257E-03	0.13589E-02	0.15015E-03
8	0.25179E-02	-0.19717E-03	-0.65232E-03	17	0.11569E-03	-0.39494E-05	-0.13681E-03

Tab. 5.4 Macierz podatności - zmiana odległości pomiędzy punktami pomiarowymi wywołana jednostkowymi osiadaniami v<sub>i</sub> (rys.5.11)

Każdej z form osiadań można przypisać kilka najlepszych położzeń sensometrów. Poniżej wypisane są numery wierszy macierzy podatności odpowiadające dwóm dominującym wartościom dla każdej z jej kolumn, jednoznaczne z numerami pomiarów najbardziej odpowiednimi dla identyfikowania poszczególnych form osiadań.

v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>
3	10	13
5	3	4

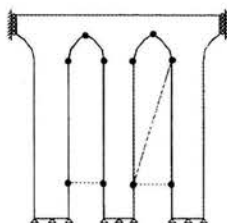
Tab. 5.5 Najbardziej odpowiednie pomiary dla poszczególnych form osiadań

Komponując z nich wszystkie możliwe układy pomiarowe i obliczając uwarunkowania odpowiadających im podmacierzy otrzymujemy:

1	uw = 0.38242E+01	3 - 10 - 13
2	uw = 0.70901E+01	3 - 4 - 10
<b>3</b>	<b>uw = 0.37740E+01</b>	<b>5 - 10 - 13</b>
4	uw = 0.71486E+01	4 - 5 - 10
5	uw = 0.45677E+03	3 - 5 - 13
6	uw = 0.14600E+04	3 - 4 - 5

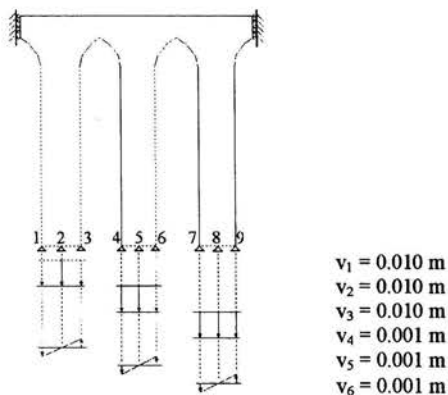
Tab. 5.6 Możliwe układy pomiarowe i uwarunkowania opowiadających im macierzy podatności

Stąd najlepiej uwarunkowana podmacierz odpowiada pomiarom **5, 10, 13** i jej uwarunkowanie wynosi: **uwm = 3.8**. Optymalne położenie przyrządów pomiarowych:



Rys. 5.12 Optymalne położenie przyrządów pomiarowych dla identyfikacji form osiadań z rys 5.11

*Wybór najlepszego usytuowania stanowisk pomiarowych przy nieznanym sposobie osiadania*



Rys. 5.13 Identyfikowane formy osiadań – przypadek ogólny

W przypadku ogólnym, kiedy forma osiadań nie jest znana, należy przyjąć że wszystkie ruchy podpór są jednakowo prawdopodobne, nie mniej w praktycznych zagadnieniach można ograniczyć się do rozpatrzenia obrotu i pionowego przesunięcia podpór. Schemat takich bazowych osiadań przedstawia rysunek 5.13. Odpowiadająca im macierz podatności wygląda następująco:

Np	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
1	0.84803E-03	-0.88969E-03	0.43604E-04	0.12535E-02	-0.94546E-04	-0.30627E-04
2	0.54725E-02	-0.33962E-02	-0.20708E-02	0.10079E-02	-0.39893E-03	0.54297E-04
3	0.56347E-02	-0.57352E-02	0.10612E-03	-0.41859E-03	0.10321E-02	-0.23295E-05
4	0.18908E-02	-0.21760E-02	0.28933E-03	0.48864E-04	0.11288E-02	-0.43831E-04
5	0.55497E-02	-0.56378E-02	0.98581E-04	-0.14043E-02	0.10491E-02	0.28839E-05
6	0.35710E-02	-0.12844E-02	-0.22826E-02	0.69289E-03	-0.48822E-03	0.56620E-04
7	-0.62391E-03	0.74425E-03	-0.11949E-03	0.62364E-03	-0.15527E-03	-0.26799E-04
8	0.25179E-02	-0.39412E-03	-0.21228E-02	0.12592E-03	-0.43488E-03	0.72863E-04
9	-0.64207E-04	0.17952E-02	-0.17268E-02	-0.35012E-05	0.10684E-02	-0.52510E-05
10	0.10637E-02	0.72089E-02	-0.82708E-02	0.40352E-04	-0.69243E-03	0.29874E-03
11	0.25010E-02	0.13187E-02	-0.38154E-02	0.11135E-03	-0.47827E-03	0.12480E-02
12	0.14110E-03	0.37747E-03	-0.51647E-03	0.12229E-04	-0.68459E-04	0.12496E-02
13	0.83785E-03	0.22827E-02	-0.31134E-02	0.34856E-04	-0.15827E-02	0.12603E-02
14	0.15351E-02	0.50121E-02	-0.65454E-02	0.76915E-04	0.85860E-04	0.20819E-03
15	-0.14990E-02	0.12361E-02	0.26497E-03	-0.58752E-04	0.45147E-03	-0.57531E-04
16	0.10257E-03	0.27186E-02	-0.28180E-02	0.14102E-04	0.10009E-03	0.14661E-03
17	0.11569E-03	-0.78845E-05	-0.10775E-03	0.14046E-03	-0.91208E-04	-0.14734E-04

Tab. 5.7 Macierz podatności - zmiany odległości pomiędzy punktami pomiarowymi spowodowane bazowymi formami osiadań  $v_i$  (rys. 13)

Numery pomiarów najbardziej podatnych na poszczególne formy osiadań:

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
3	10	10	5	13	13
5	3	14	1	4	12

Tab. 5.8 Najbardziej odpowiednie pomiary dla poszczególnych form osiadań

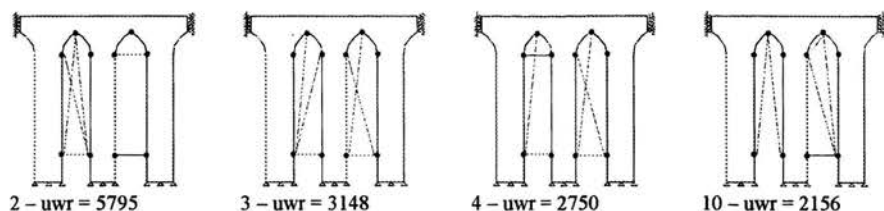
Możliwe położenia sensorów i uwarunkowanie podmacierzy:

1	$uwm = 0.21874E+05$	3 - 5 - 10 - 12 - 13 - 14
2	$uwm = 0.19975E+05$	3 - 4 - 5 - 10 - 13 - 14
3	$uwm = -0.18968E+05$	3 - 4 - 5 - 10 - 12 - 14
4	$uwm = -0.31107E+05$	1 - 3 - 10 - 12 - 13 - 14
5	$uwm = -0.21098E+05$	1 - 3 - 4 - 10 - 13 - 14
6	$uwm = -0.19901E+05$	1 - 3 - 4 - 10 - 12 - 14
7	$uwm = -0.70207E+05$	1 - 5 - 10 - 12 - 13 - 14
8	$uwm = -0.29862E+05$	1 - 4 - 5 - 10 - 13 - 14
9	$uwm = -0.28134E+05$	1 - 4 - 5 - 10 - 12 - 14
10	$uwm = -0.74135E+04$	1 - 3 - 5 - 10 - 12 - 13
11	$uwm = -0.64675E+04$	1 - 3 - 4 - 5 - 10 - 13
12	$uwm = -0.64357E+04$	1 - 3 - 4 - 5 - 10 - 12
13	$uwm = -0.65185E+04$	1 - 3 - 5 - 12 - 13 - 14
14	$uwm = -0.57951E+04$	1 - 3 - 4 - 5 - 13 - 14
15	$uwm = -0.58207E+04$	1 - 3 - 4 - 5 - 12 - 14

Tab. 5.9 Możliwe układy pomiarowe i uwarunkowania opowiadających im macierzy podatności

Najlepiej uwarunkowana podmacierz odpowiada pomiarom 1, 3, 4, 5, 13, 14 i jej uwarunkowanie wynosi:  $uwm = 5795$  z porównania wyników wynika, że układy pomiarowe 10,11,12,13 i 15 dają zbliżone rezultaty i także mogą być zaakceptowane.

Rysunek 5.14 pokazuje wpływ liczby pomiarów przyjętych do analizy dla każdego z bazowych ruchów podpór, na rozwiązanie zadania optymalnego położenia sensorów (por. rozdział 5.2.5). Widać, że w rozpatrywanym przypadku wystarczy wziąć pod uwagę po dwa z nich, gdyż różnica pomiędzy uwarunkowaniem macierzy podatności otrzymanym dla przypadku dwóch pomiarów dla każdej z form, i dziesięciu jest nieistotna (rozwiązania są tego samego rzędu).



Rys. 5.14 Optymalne położenie sensorów oraz uwarunkowanie odpowiadającej im macierzy podatności w zależności od liczby przyjętych położen sensorów dla jednej formy osiadania

## 5.3 Identyfikacja osiadań

### 5.3.1 WARUNEK JEDNOZNACZNOŚCI IDENTYFIKOWANYCH OSIADAŃ

Mając ustalone bazowe formy osiadań  $v^b_i$  oraz odpowiadające im optymalne położenie układów pomiarowych można rozważyć zadanie identyfikacji osiadań (por. 5.1):

$$\mathbf{u} = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{S}^p - \mathbf{S}^c) \quad (5.4)$$

gdzie:  $\mathbf{u}$  - parametry osiadań (mnożniki wektorów osiadań bazowych  $\mathbf{v}^b_i$ )  
 $\mathbf{S}$  - macierz podatności pomiarów na bazowe formy osiadań  $\mathbf{v}^b_i$   
 $\mathbf{S}^p$  - wartości pomiarów  
 $\mathbf{S}^c$  - wartości pomiarów odpowiadających obciążeniu ciężarem własnym

Wyznaczenie parametrów  $\mathbf{u}$  pozwala określić wartości osiadań:

$$\mathbf{v} = u_1 \mathbf{v}^b_1 + \dots + u_n \mathbf{v}^b_n \quad (5.5)$$

Ważną zaletą takiego podejścia jest możliwość identyfikacji osiadań w miejscach, w których bezpośredni pomiar nie jest możliwy.

Należy zauważyć, że sieć pomiarowa złożona z czujników zainstalowanych wewnątrz konstrukcji jest niewrażliwa na ruchy sztywne budowli, dlatego umożliwia ona identyfikację różnicy osiadań a nie ich wartości bezwzględnej. Wynika stąd, że rejestrowane odczyty  $\mathbf{S}^p$  reprezentują nie jedno konkretne rozwiązanie ale ich klasę:

$$\mathbf{v}^k = \mathbf{v} + \mathbf{w} \quad (5.6)$$

gdzie:  $\mathbf{v}^k$  - klasa wektorów osiadań generujących tą samą macierz podatności pomiarów  
 $\mathbf{v}$  - wektor opisujący różnicę osiadania poszczególnych podpór  
 $\mathbf{w}$  - wektor stałych wartości odpowiadający równomiernemu, pionowemu ruchowi podpór

Aby więc otrzymać jednoznaczną wartość osiadań należy uwzględnić warunki brzegowe. Najprostszym sposobem jest przyjęcie, że jedna z podpór nie zmienia swego położenia. Otrzymuje się wtedy jednoznaczne rozwiązanie, odpowiadające sytuacji rzeczywistej:

$$\mathbf{v}^*_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i(k) \quad (5.7)$$

gdzie  $k$  - numer podpory.

### 5.3.2 PRZYKŁAD NUMERYCZNY IDENTYFIKACJI OSIADAŃ PRZY UŻYCIU EKSTENSOMETRÓW LINOWYCH

W przypadku znanej formy osiadania (por. rozdział 5.3.5) najlepszy układ pomiarowy tworzą ekstensometry o numerach 5, 10, 13 a odpowiadające im macierze wyglądają następująco:

<b>S</b>		
0.55497E-02	-0.28200E-02	0.15737E-02
0.10637E-02	0.36042E-02	-0.10384E-02
0.83785E-03	0.11405E-02	-0.23740E-02

Tab. 5.10 Macierz podatności

<b>S<sup>c</sup></b>
0.11128E-03
-0.21812E-02
0.10187E-03

Tab. 5.11 Wpływ ciężaru własnego

<b>S<sup>p</sup></b>
0.20180E-02
0.10861E-02
0.14866E-02

Tab. 5.12 Pomiary

*ole  
by  
s'*

Rozwiązania układu równań daje następujące rezultaty:

u
0.69935E+00
0.70009E+00
-0.13851E-03

Tab.5.13 Współczynniki osiadania

v
1 -0.69935E-02
2 -0.69935E-02
3 -0.69935E-02
4 -0.35002E-02
5 -0.35004E-02
6 -0.35006E-02

Tab.5.14 Wyznaczone osiadania

Przemieszczenia podpór v odpowiadają założonym w rozdziale 5.3.5 osiadaniom.

W przypadku ogólnym (por. roz 5.3.5) najlepszy układ pomiarowy tworzą ekstensometry o numerach: 1, 3, 4, 5, 13, 14 a odpowiadające im tabele wyglądają następująco:

S					
0.84803E-03	-0.88969E-03	0.43604E-04	0.12535E-02	-0.94546E-04	-0.30627E-04
0.56347E-02	-0.57352E-02	0.10612E-03	-0.41859E-03	0.10321E-02	-0.23295E-05
0.18908E-02	-0.21760E-02	0.28933E-03	0.48864E-04	0.11288E-02	-0.43831E-04
0.55497E-02	-0.56378E-02	0.98581E-04	-0.14043E-02	0.10491E-02	0.28839E-05
0.83785E-03	0.22827E-02	-0.31134E-02	0.34856E-04	-0.15827E-02	0.12603E-02
0.15351E-02	0.50121E-02	-0.65454E-02	0.76915E-04	0.85860E-04	0.20819E-03

Tab. 5.15 Macierz podatności

S <sup>c</sup>
-0.46604E-03
0.12665E-02
0.86840E-03
0.11128E-03
0.10187E-03
0.20125E-04

Tab. 5.16 Wpływ ciężaru własnego

S <sup>p</sup>
-0.18505E-03
0.32017E-02
0.14294E-02
0.20180E-02
0.14866E-02
0.28481E-02

Tab. 5.17 Pomiary

u
0.91402E-01
-0.25863E+00
-0.60848E+00
0.16108E-03
0.14694E-02
0.50786E-02

Tab.5.18 Parametry osiadania

v
1 -0.91418E-03
2 -0.91402E-03
3 -0.91386E-03
4 0.25849E-02
5 0.25863E-02
6 0.25878E-02
7 0.60798E-02
8 0.60848E-02
9 0.60899E-02

Tab.5.19 Osiadania

Jak widać wyznaczone osiadania  $v$  różnią się od założonych w rozdziale 5.3.5. Wynika to z niewrażliwości sieci pomiarowej na ruchy sztywne konstrukcji (por. rozdział 5.4.1). Aby uwzględnić ten fakt przyjmijmy że podpora nr 9 (por. rys. 5.13) nie uległa przesunięciu, w tej sytuacji należy otrzymane wyniki (tab. 5.19) zmniejszyć o odpowiadającą jej wartość osiadania:

$$v^* = u_i - v_1 - v(9)$$

W ten sposób otrzymujemy:

$v^*$	
1	-0.70041E-02
2	-0.70039E-02
3	-0.70038E-02
4	-0.35050E-02
5	-0.35036E-02
6	-0.35021E-02
7	-0.10157E-04
8	-0.50786E-05
9	0.00000E+00

Tab. 5.20 Osiadania pomniejszone o stałą wartość

Przedstawione powyżej rezultaty są zgodne z oczekiwanymi.



## 6. Przewidywanie rozwoju zniszczeń w oparciu o analizę wrażliwości

Do przewidywania rozwoju zniszczenia w konstrukcji konieczna jest znajomość aktualnego stanu naprężenia oraz wrażliwości konstrukcji na zmianę parametrów. W omawianym systemie przez zniszczenie rozumiane jest pęknięcie spowodowane zmianą warunków posadowienia budowli oraz jako kryterium pojawienia się i rozwoju rysy przyjęty został warunek przekroczenia naprężenia granicznego przez największe z naprężeń głównych. Z tego względu przedmiotem rozważań w tym rozdziale będzie wrażliwość tego naprężenia na zmianę parametru osiadania:  $d\sigma_1/du$ . Przedstawiony zostanie efektywny algorytm jej obliczania w trakcie procesu zniszczenia, oparty na metodzie dystorsji wirtualnych. Omówiona będzie procedura numeryczna zilustrowana przykładem analizy fragmentu konstrukcji.

### 6.1 Wrażliwość naprężeń głównych na przemieszczenia podpór

Rozważmy konstrukcję obciążoną ciężarem własnym oraz przemieszczeniem podpór, zawierającą rysy oraz przyjmijmy, że są one modelowane metodą dystorsji wirtualnych (MDW). Stan odkształcenia i naprężenia oblicza się z następujących wzorów:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon^L + \mathbf{D} \varepsilon^\circ = \varepsilon^c + \mathbf{D}^u \mathbf{u} + \mathbf{D} \varepsilon^\circ \\ \sigma &= \mathbf{C} (\varepsilon - \varepsilon^\circ) = \mathbf{C}(\varepsilon^c + \mathbf{D}^u \mathbf{u} + (\mathbf{D} - \mathbf{I}^D) \varepsilon^\circ)\end{aligned}\quad (6.1)$$

gdzie:

- $\varepsilon^L$  – odkształcenie od obciążeń zewnętrznych,
- $\mathbf{D}$  – macierz wpływu – odkształcenia wywołane jednostkowymi dystorsjami (por. 4.4)
- $\varepsilon^\circ$  - dystorsje,
- $\varepsilon^c$  – odkształcenia wywołane ciężarem własnym konstrukcji,
- $\mathbf{D}^u$  – macierz wpływu osiadań - odkształcenia od jednostkowych osiadań,
- $\mathbf{C}$  – macierz konstytutywna.

Macierz  $\mathbf{P}^D$  jest prostokątną częścią macierzy jednostkowej, zbudowaną z kolumn odpowiadającym elementom przeciężonym i zdefiniowana jest następująco:

$$\begin{aligned}I_{ij}^D &= 1 \text{ dla } i = (ned-1) lde, & ned &= 1..led \\ & \quad j = (nd-1) lde, & nd &= 1..led lde \\ I_{ij}^D &= 0 \text{ dla pozostałych}\end{aligned}$$

gdzie:  $ned$  – numer elementu z dystorsjami,  
 $lde$  – liczba dystorsji w elemencie,  
 $led$  – liczba elementów z dystorsjami,  
 $nd$  – numer dystorsji.

Jeżeli przemieszczenia podpór  $u$  są zmienne w czasie to zmiany naprężeń opisuje wzór:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^o} \frac{\partial \varepsilon^o}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6.2)$$

Proces osiadania zwykle postępuje bardzo wolno dlatego, dalej rozważana będzie sytuacja dla ustalonej chwili  $t$ , poszukiwana będzie wrażliwość pola naprężeń względem parametru osiadań. Rozpatrzmy pochodną:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial u} = \frac{\partial \sigma}{\partial u} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^o} \frac{\partial \varepsilon^o}{\partial u} \quad (6.3)$$

Zauważmy że pochodną  $\partial \sigma / \partial u$  oraz  $\partial \sigma / \partial \varepsilon^o$  można otrzymać bezpośrednio z różniczkowania wzoru (6.1):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial u} = CD^u, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^o} = C(D - I^D) \quad (6.4)$$

Zajmijmy się dalej obliczaniem pochodnej  $\partial \varepsilon^o / \partial u$

Pochodna  $\partial \varepsilon^o / \partial u$  nie może być wyznaczona w sposób bezpośredni, aby ją policzyć przypomnijmy, że dystorsje  $\varepsilon^o$  są wyznaczone z układu równań liniowych (por. 4.8):

$$B \varepsilon^o = F(\varepsilon^L(u)) \quad (6.5)$$

Różniczkując powyższe wyrażenie względem  $u$  oraz pamiętając, że składniki macierzy  $B$  nie są funkcjami przemieszczeń podpór (por. 4.8) otrzymujemy nowy układ równań:

$$B \frac{\partial \varepsilon^o}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial u} \quad (6.6)$$

Składniki macierzy  $F$  w zagadnieniu płaskiego stanu naprężenia określone są funkcjami (por. 4.8):

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= -\varepsilon_{m+1}^L(c_1^2 + \nu c_2^2) - \varepsilon_{m+2}^L(\nu c_1^2 + c_2^2) - \varepsilon_{m+3}^L(1-\nu)c_1c_2, \\ F_{n+2} &= (\varepsilon_{m+1}^L - \varepsilon_{m+2}^L)(1-\nu)c_1c_2 - \varepsilon_{m+3}^L(1-\nu)(c_1^2 - c_2^2)/2, \\ F_{n+3} &= 0. \end{aligned} \quad (6.7)$$

gdzie

$$n = 3(ned-1), \quad ned = 1..led,$$

$m = 3 (ne-1), \quad ne = 1..le,$   
 $ned, led, ne, le$  - jak wyżej

oraz

$$\varepsilon_i^L = \varepsilon_i^c + D_i^u u \quad (6.8)$$

Wykonując różniczkowanie:

$$\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^L} \frac{\partial \varepsilon^L}{\partial u} \quad (6.9)$$

otrzymujemy:

$$\begin{aligned} F_{(n+1),u} &= -D_{m+1}^u(c_1^2 + v c_2^2) - D_{m+2}^u(v c_1^2 + c_2^2) - D_{m+3}^u(1-v)c_1 c_2, \\ F_{(n+2),u} &= (D_{m+1}^u - D_{m+2}^u)(1-v)c_1 c_2 - D_{m+3}^u(1-v)(c_1^2 - c_2^2)/2, \\ F_{(n+3),u} &= 0. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Układ (6.6) ma wymiar  $led \times 3$  w zadaniach płaskich oraz  $led \times 6$  w przestrzennych, gdzie  $led$  jest liczbą elementów z dystorsjami. Ponieważ  $led$  jest zwykle małe, gdyż pęknięcia są na ogół symulowane w kilku lub kilkunastu elementach, to koszt wyznaczenia pochodnej  $\partial \varepsilon^o / \partial u$  jest bardzo mały. Z powyższych rozważań wynika że, przy zastosowaniu metody MDW do modelowania zniszczeń, wrażliwość  $\partial \sigma / \partial u$  jest otrzymywana prawie bezpośrednio.

Ponieważ jako kryterium pęknięcia zostało przyjęte kryterium największego naprężenia głównego, do przewidywania rozwoju zniszczenia potrzebna jest znajomość wrażliwości naprężeń głównych na przemieszczenia podpór. Rozpatrzymy zagadnienie dwuwymiarowe. Największe naprężenie główne określone jest wzorem:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2} \quad (6.11)$$

gdzie  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$  składowe tensora naprężeń wyrażone w układzie globalnym.

Wrażliwość naprężeń głównych określona jest następująco:

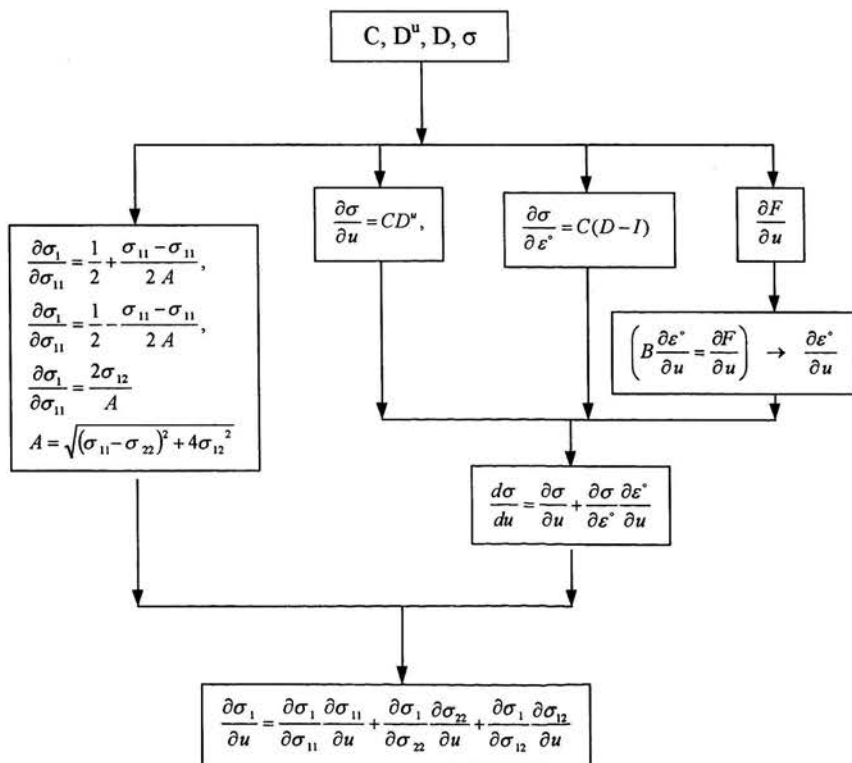
$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial u} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{11}} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{22}} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial u} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{12}} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial u} \quad (6.12)$$

gdzie:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{11}} = \frac{1}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{11}}{2A}, \quad \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{22}} = \frac{1}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{11}}{2A}, \quad \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{12}} = \frac{2\sigma_{12}}{A} \quad (6.13)$$

$$A = \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}$$

Szczegółowy algorytm postępowania przy obliczaniu gradientów  $\partial\sigma_1/\partial u$  w zagadnieniach płaskich przedstawia schemat na rys. (6.1).

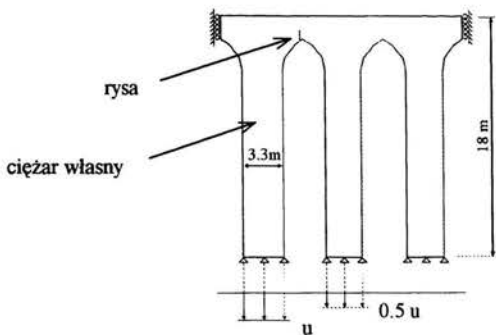


Rys 6.1 Schemat obliczania wrażliwości naprężeń głównych  $\partial\sigma_1/\partial u$  w zadaniu płaskim, metoda MDW.

Zwróćmy uwagę na fakt, że występująca w algorytmie funkcja  $F$  zależy od parametru osiadania  $u$  w sposób jawny (por. 6.7), a więc gradient  $\partial F/\partial u$  może być wyznaczony analitycznie. Podobnie pozostałe gradienty z wyjątkiem  $\partial\varepsilon^*/\partial u$ , który wymaga rozwiązania układu równań liniowych.

## 6.2 Przykład obliczeniowy

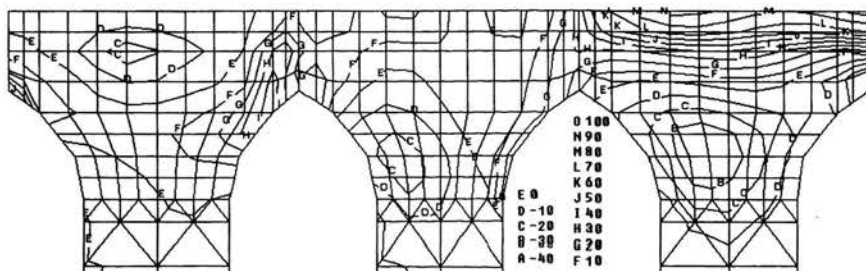
Rozpatrzmy tarczę jak na rys. (6.2) znajdującą się w płaskim stanie naprężenia, obciążoną ciężarem własnym oraz przemieszczeniem podpór  $u=5.5\text{ mm}$ . Pęknięcie modelowane jest tak jak w poprzednich przykładach metodą MDW.



Rys. 6.2 Tarcza obciążona ciężarem własnym i osiadczeniem podpór.

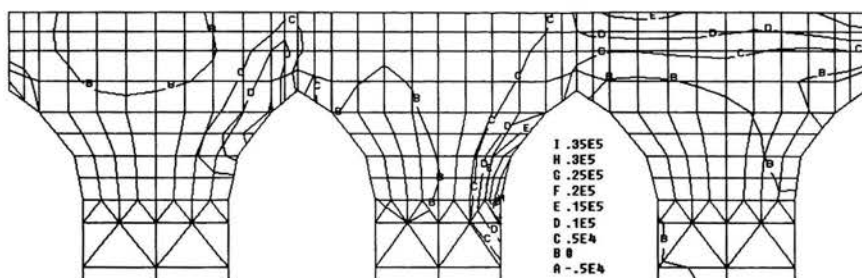
$E=1200 \text{ Mpa}$ ,  $\nu=0.16$ ,  $\rho=1.8 \text{ T/m}^3$ ,  $u=5.5 \text{ mm}$ .

Dla tak postawionego zadania rozkład maksymalnych naprężeń głównych przedstawia rys. 6.3.



Rys. 6.3 Rozkład maksymalnego naprężenia głównego [kN/m<sup>2</sup>]

Postępując według schematu przedstawionego na rys. 6.1 (metoda analityczna znajdowania gradientów) otrzymuje się w wyniku następujący rozkład gradientów maksymalnego naprężenia głównego względem parametru osiadania  $d\sigma_1/du$ :

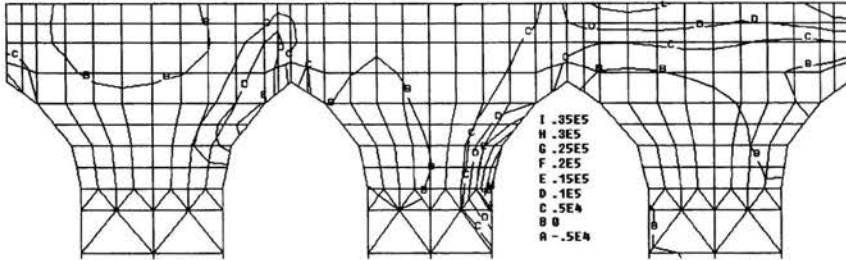


Rys. 6.4 Rozkład wrażliwości  $d\sigma_1/du$  liczonej bezpośrednio (por. schemat (6.1)).

Dla sprawdzenia zostały wykonane obliczenia metodą różnic skończonych. Ponieważ konstrukcja zawiera rysę użyty został program metody MDW do symulacji jej wpływu. Obliczenia przeprowadzone zostały według schematu:

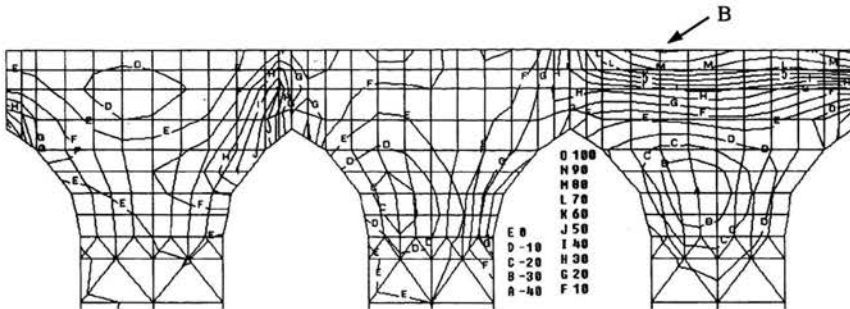
$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial u} = \frac{\sigma_1(u) - \sigma_1(u + du)}{du} \quad (6.14)$$

Wyniki dla przyrostu  $du = 0.1 \text{ mm}$  przedstawione zostały na rys. 6.5. Jak widać są one zgodne otrzymanymi metodą bezpośrednią (por. rys. 6.4).



Rys. 6.5 Rozkład wrażliwości  $d\sigma_1/du$  otrzymanych metodą różnic skończonych dla  $du = 0.1 \text{ mm}$

Obliczone wrażliwości oraz rozkłady naprężeń umożliwiają przewidywanie dalszego kierunku rozwoju zniszczeń. Na rysunku 6.6 przedstawiony jest rozkład maksymalnych naprężeń głównych, zwiększonych o ich liniowy przyrost  $\sigma_1 + d\sigma_1/du$



Rys. 6.6 Rozkład maksymalnych naprężeń głównych zwiększonych o ich liniowy przyrost  $\sigma_1 + d\sigma_1/du$ , dla  $du = 0.5 \text{ mm}$ . Wartości podane w  $\text{KN/m}^2$ .

Widać z porównania wykresów 6.3 i 6.6, że koncentracja naprężeń w okolicy punktu *B* zwiększy się na tyle, że może to spowodować powstanie tam nowej rysy przy dalszym osiadaniu podpory. Należy się spodziewać, że przy wartości naprężenia głównego  $0.1 \text{ Mpa}$  i przyroście osiadania  $0.5 \text{ mm}$  (symulacja takiej sytuacji przedstawiona jest na rys. 6.6) wystąpi nowe pęknięcie. Prawdopodobnie nastąpi to w okolicy punktu *B* nie mniej kontrolowana powinna być cała strefa oznaczona liniami *M* i *N*.

## 7. Projektowanie wzmocnień budowli

W rozdziale omówiony zostanie problem projektowania optymalnego rozłożenia zbrojenia w konstrukcji i gęstości włókien wzmacniających o minimalnej objętości użytego materiału. Zostanie on rozwiązany poprzez analogię do analizy ciała wykonanego z materiału typu „locking”. Rozważone zostaną dwa przypadki: pierwszy, w którym zbrojenie montowane jest w strefie rozciąganej jako zabezpieczenie przed pojawieniem się pęknięć i drugi, w którym pręty wzmacniające mają powstrzymać rozwieranie się istniejących rys.

Omówiony zostanie sposób znajdowania lokalizacji i kierunków włókien oraz gęstości ich rozłożenia. Metoda zostanie zilustrowana przykładami numerycznymi analizy płaskiego modelu fragmentu ściany kościoła.

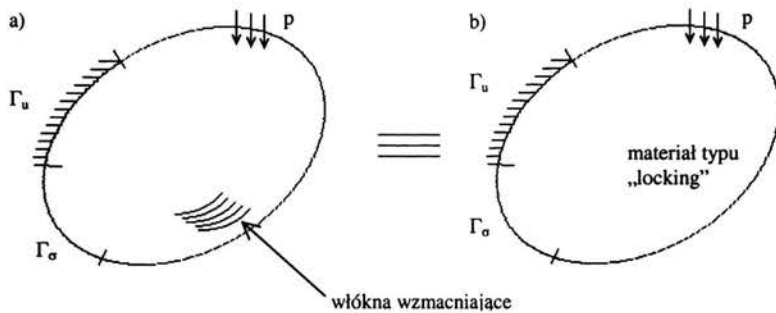
### 7.1 Zadanie projektowania optymalnego rozłożenia zbrojenia w konstrukcji

Problem projektowania optymalnego rozłożenia zbrojenia w konstrukcji można sformułować następująco (por. Holnicki [11]) - znaleźć rozmieszczenie i gęstość włókien wzmacniających o minimalnej objętości zużytego materiału (rys. 7.1a) tak aby przy założonym obciążeniu był spełniony wszędzie warunek:

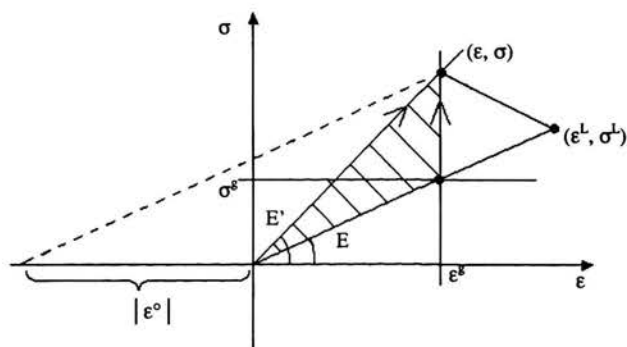
$$\varepsilon_i \leq \varepsilon^g$$

gdzie:  $\varepsilon_i$  - wartość odkształcenia głównego  
 $\varepsilon^g$  - przyjęta, graniczna wartość składowych odkształcenia.

Sformułowane powyżej skomplikowane zadanie projektowania optymalnego sprowadzone zostanie do zadania analizy nieliniowej konstrukcji wykonanej z materiału „zakleszczającego się”, o cechach tzw. „locking materials”. Teoria tych ośrodków, analogicznych do ośrodków o cechach idealnie sprężysto-plastycznych sformułowana została i rozwijana przez Pragera (por. [29]) a następnie Philipsa (por. [27]). Ogólną koncepcję polegającą na modelowaniu dystorsjami lokalnego wzmocnienia ustroju opisać można wykorzystując rysunek (7.2) opisujący przypadek jednowymiarowy.



Rys. 7.1 Analogia zadania optymalizacji i zadania analizy konstrukcji z materiałem typu „locking”



Rys. 7.2 Modelowanie wzmocnienia poprzez wprowadzenie dystorsji

Jeśli lokalna odpowiedź liniowa  $(\epsilon^L, \sigma^L)$  ustroju przekracza przyjęte wartości graniczne  $(\epsilon^s, \sigma^s)$  materiału, co spowodowałoby lokalne zniszczenie, możemy poszukać takiego rozwiązania  $(\epsilon, \sigma)$ , które poprzez wprowadzenie materiału wzmacniającego zwiększyłoby lokalną sztywność z  $E$  na  $E'$  i pozwoliło spełnić ograniczenie  $\epsilon \leq \epsilon^s$ . W wyniku tego zabiegu materiał matrycy pozostanie niezniszczony, zaś lokalną nadwyżkę naprężenia przejmą włókna wzmacniające.

Widać z rysunku (7.2), że żądanie aby stany deformacji  $\epsilon$  i naprężeń  $\sigma$  w ustroju wyjściowym ( $E$ ) z dystorsjami oraz w ustroju wzmocnionym ( $E'$ ) bez dystorsji były identyczne, można zapisać następująco:

$$E' \epsilon = E \epsilon + E |\epsilon^0|.$$

Zwróćmy jednak uwagę na fakt, że dystorsje modelujące lokalne osłabienie spowodowane powstaniem szczelin mają ten sam znak co deformacje, zaś dystorsje modelujące wzmocnienie materiału mają znak przeciwny do znaku lokalnych deformacji. Uwzględniając to otrzymuje się:

$$E' \epsilon = E \epsilon - E \epsilon^0. \quad (7.1)$$



Stąd wynika zależność (por. 3.5):

$$\mu = \frac{E'}{E} = \frac{\varepsilon - \varepsilon^o}{\varepsilon}$$

określająca dystorsje modelujące dane wzmocnienie materiału:  $\mu = E' / E$ .

Dalsza droga postępowania polega na zaadaptowaniu Metody Dystorsji Wirtualnych do analizy nieliniowej postępującego ( w miarę narastania obciążenia) „zakleszczania się” ustroju. Warunki naprężeniowe w strefie spękań (3.3) zamienione zostają na warunki blokowania deformacji (3.4).

W efekcie tej analizy otrzymujemy rozwiązanie spełniające zasadę wariacyjną (analogiczną do zasady Haara Karmana z teorii plastyczności, por. Prager [29]) minimalizacji wyrażenia energetycznego związanego z dystorsjami wirtualnymi.

$\min f = \min \int E(\varepsilon^o)^2 dV$  przy ograniczeniach nierównościowych stanu deformacji oraz

równościowych wyrażających: równania równowagi, nierozdzielności deformacji oraz uogólnione związki konstytutywne (uwzględniające wpływ dystorsji na naprężenia).

Jak się okaże, minimalizowany funkcjonal  $f$  można wyrazić (przechodząc do równoważnego opisu ośrodka wzmacnianego bez dystorsji) poprzez całkę z modyfikacji

lokalnych sztywności  $\int_V \mu^2 = \int_V \left(\frac{E'}{E}\right)^2 dV$  w obszarze całej konstrukcji, co z kolei

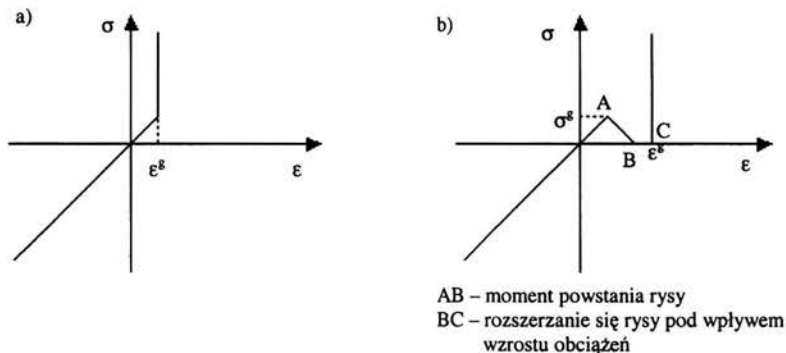
odpowiada objętości wprowadzonego materiału wzmacniającego.

Tak więc, rozwiązanie zadania analizy globalnej ustroju o cechach „locking material” zinterpretować będzie można jako rozwiązanie zadania optymalnego wzmacniania wiązką włókien zagrożonego ustroju.

## 7.2 Modelowanie wzmocnienia materiału

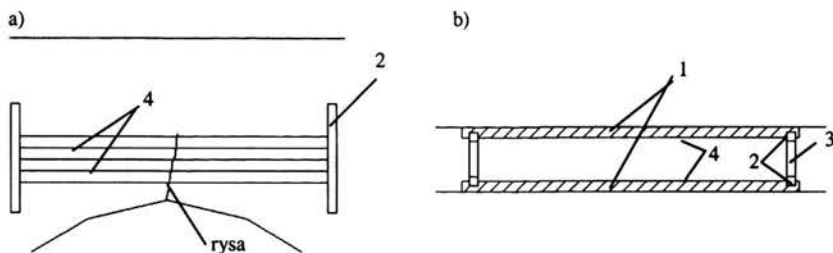
Rozważmy dwa rodzaje materiału przedstawione na rys (7.3). W pierwszym przypadku (rys. 7.3a) wartość odkształcenia głównego wzrasta aż do momentu osiągnięcia przez nie granicznej wartości  $\varepsilon^g$ , dalszy wzrost obciążenia powoduje jedynie wzrost naprężenia. Sytuacja taka odpowiada wprowadzeniu do konstrukcji prętów wzmacniających o znacznie wyższym module sprężystości, ułożonych wzdłuż kierunków głównych odkształceń i przekroju, zapewniającym bezpieczne przeniesienie powstałych naprężeń. Graniczna wartość odkształcenia głównego  $\varepsilon^g$  jest przyjmowana tak aby zabezpieczyć konstrukcję przed pękaniem. Drugi przypadek (rys. 7.3b) opisuje sytuację w której w momencie osiągnięcia przez naprężenie główne granicznej wartości  $\sigma^g$  następuje pęknięcie. Dalszy wzrost obciążenia powoduje rozszerzanie się rysy aż do granicznej wartości, odpowiadającej odkształceniu  $\varepsilon^g$ . Wówczas następuje zmiana w modelowaniu cech fizycznych materiału. Przyjmujemy, że zostaje on wzmocniony włóknami tak jak w poprzednim przypadku oraz, że rysa zostaje zasklepiona, tak że znów możliwe jest przenoszenie naprężeń ścinających w tym punkcie. Przypadek ten

odpowiada sytuacji zamurowywania zbrojenia w ścianie w miejscach występowania rys.



Rys. 7.3 Charakterystyka materiału ze wzmocnieniem a) wzmocnienie w strefie nie spękanaj, b) wzmocnienie w strefie spękanaj

Propozycję praktycznej realizacji wzmocnienia konstrukcji prętami obrazuje rys. 7.4. Przedstawia on rozwiązanie, w którym założono że konstrukcja wzmacniająca ma być niewidoczna z zewnątrz ze względu na zabytkowy charakter budowli. W tym celu proponuje się zdjęcie wierzchniej warstwy cegieł (ściany mają grubość 1m i więcej), wzmocnienie wewnątrz muru a następnie ponowne ułożenie tych samych cegieł na poprzednim miejscu.



- 1 – Warstwa cegieł wyjęta na czas montowania wzmocnienia, następnie wmurowywana na poprzednie miejsce, tak że zbrojenie jest niewidoczne
- 2 – Bela stalowa montowana w płaszczyźnie ściany
- 3 – Belka stalowa montowana w wywierconym otworze, prostopadle do ściany
- 4 – Struny uniemożliwiające rozszerzanie się rys.

Rys. 7.4 Propozycja praktycznej realizacji wzmocnienia w budynkach historycznych a) widok wzmocnienia w płaszczyźnie ściany, b) przekrój poziomy

### 7.2.1 WZMOCNIENIE W STREFIE NIE SPĘKANAJ

Wpływ lokalnego wzmocnienia materiału włóknami jest realizowany w modelu numerycznym poprzez wprowadzenie do przeciążonych elementów pola dystorsji spełniającego następujące warunki:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{\circ}_{22} &= -\nu\varepsilon^{\circ}_{11}, \\ \varepsilon^{\circ}_{12} &= 0.\end{aligned}\tag{7.1}$$

Aby pokazać że wpływ dodatkowych odkształceń wynikających z powyższych równań dobrze symuluje oddziaływanie włókien podstawmy je do równań konstytutywnych płaskiego stanu naprężenia zapisanych dla konstrukcji z dystorsjami:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= [(\varepsilon_{11} - \varepsilon^{\circ}_{11}) + \nu(\varepsilon_{22} - \varepsilon^{\circ}_{22})] E/(1-\nu^2), \\ \sigma_{22} &= [(\varepsilon_{22} - \varepsilon^{\circ}_{22}) \nu + (\varepsilon_{11} - \varepsilon^{\circ}_{11})] E/(1-\nu^2), \\ \sigma_{12} &= (\varepsilon_{12} - \varepsilon^{\circ}_{12}) E/2(1+\nu).\end{aligned}\tag{7.2}$$

Zapisując wynik podstawienia w układzie głównym odkształceń otrzymamy:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= [(\varepsilon_{11} - \beta^{\circ}_{11}) + \varepsilon_{22} \nu] E/(1-\nu^2), \\ \sigma_{22} &= [\varepsilon_{11} \nu + \varepsilon_{22}] E/(1-\nu^2), \\ \sigma_{12} &= 0\end{aligned}\tag{7.3}$$

$$\text{gdzie: } \beta^{\circ}_{11} = (1-\nu^2)\varepsilon^{\circ}_{11}.$$

Naprężenia w analizowanym punkcie można podzielić na część opisującą naprężenia w matrycy ( $\sigma'$ ) i we włóknach wzmacniających ( $\sigma''$ ):

$$\sigma = \sigma'(\varepsilon) + \sigma''(\varepsilon^{\circ}).\tag{7.4}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\sigma'_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2}(1-\mu_1)\varepsilon_{11} + \frac{E}{1-\nu^2}\varepsilon_{22}, & \sigma''_{11} &= E''\mu_1\varepsilon_1 \\ \sigma'_{22} &= \frac{E}{1-\nu^2}\varepsilon_{22} + \frac{E\nu}{1-\nu^2}\varepsilon_{11}, & \sigma''_{22} &= 0 \\ \sigma'_{12} &= \sigma''_{12} = 0\end{aligned}$$

oraz:

$E''$  opisuje moduł Younga w materiale wzmacniającym

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \rho \left( \frac{-\varepsilon^{\circ}_{11}}{\varepsilon_{11}} \right) \\ \rho &= \frac{(1-\nu^2)\frac{E}{E''}}{(1-\nu^2) - \frac{E}{E''}}\end{aligned}\tag{7.5}$$

Parametr  $\mu_1$  ( $0 \leq \mu_1 \leq 1$ ) opisuje gęstość wiązki włókien wzmacniających zaś  $(1-\mu_1)$  opisuje odpowiadające osłabienie matrycy.

Wartość deformacji  $\varepsilon_{11}$  musi być równa  $\varepsilon^g$  w strefie wzmocnienia ( $\mu_1 = \rho |\varepsilon_{11}^o| / \varepsilon^g$ , lub  $\mu_1 = 0$  w nie wzmocnionych miejscach). Zauważmy, że  $(1 - \nu^2) > E/E''$  (zazwyczaj  $E'' \gg E$ ) oraz  $-\varepsilon_{11}^o / \varepsilon_{11} \geq 0$  (dystorsje modelujące wzmocnienie lokalne są przeciwnego znaku do lokalnych deformacji). Zatem dystorsje symulujące wzmocnienie spełniają ograniczenia:

$$0 \leq -\frac{\varepsilon_{11}^o}{\varepsilon_{11}} \leq \frac{(1 - \nu^2) \frac{E}{E''}}{(1 - \nu^2) \frac{E}{E''}}$$

Jeśli  $\varepsilon_{11}^o = 0$  wtedy włókna wzmacniające znikają i pozostaje jednorodna matryca ( $\mu_1 = 0$ ). Jeśli prawe ograniczenie jest aktywne, wtedy matryca znika i pozostaje jedynie faza wzmacniająca ( $\mu_1 = 1$ ). Ograniczenia powyższe powinny być uwzględnione w procesie analizy postępującego „zakleszczania się”. Analiza powyższa może być analogicznie zastosowana do przypadku, gdy włókna wzmacniające biegną wzdłuż trajektorii naprężeń głównych  $\sigma_{22}$ .

Biorąc pod uwagę, że  $|\varepsilon_{11}| = \varepsilon^g$  w strefie wzmocnienia, zatem (por. (7.5)<sup>1</sup>)  $|\varepsilon_{11}^o| = \mu_1 \varepsilon^g / \rho$  oczywista staje się zapowiadana równoważność funkcjonałów

$$\min_V \int E(\varepsilon^o)^2 dV = \min_V \int (\mu)^2 dV.$$

Można to podsumować następująco: dystorsje wirtualne generowane w trakcie analizy nieliniowej ustroju „zakleszczającego” się modelują optymalne rozłożenie włókien wzmacniających.

Warunki, z których obliczane są dystorsje w materiale ze wzmocnieniem w strefie nie spękaney wyglądają następująco:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon^g \\ \varepsilon_{11}^o + \varepsilon_{22}^o &= 0 \\ \varepsilon_{12}^o &= 0 \end{aligned} \quad (7.6)$$

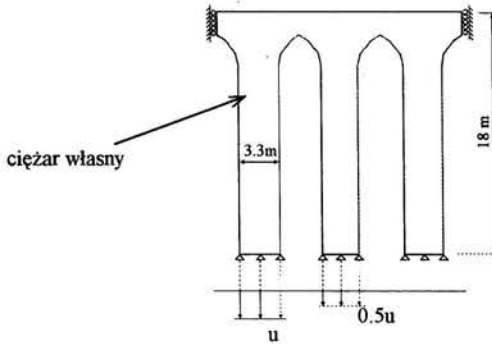
Aby zbudować układ równań mogący być bezpośrednio zaimplementowany w programie komputerowym należy postępować zgodnie z procedurą opisaną wcześniej, w rozdziale (4.3). Stosując wprowadzone tam oznaczenia otrzymamy:

$$\begin{aligned} (c_1^2 D_{(m+1)j} + c_2^2 D_{(m+2)j} + c_1 c_2 D_{(m+3)j}) \varepsilon_{ij}^o &= F_{n+1}, \\ (c_1^2 \nu + c_2^2) \varepsilon_{n+1}^o + (c_1^2 + c_2^2 \nu) \varepsilon_{n+2}^o - c_1 c_2 (1 - \nu) \varepsilon_{n+3}^o &= F_{n+2}, \\ -2 c_1 c_2 \varepsilon_{n+1}^o + 2 c_1 c_2 \varepsilon_{n+2}^o + (c_1^2 - c_2^2) (1 - \nu) \varepsilon_{n+3}^o &= F_{n+3}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= \varepsilon^g - c_1^2 \varepsilon_{m+1}^L + c_2^2 \varepsilon_{m+2}^L - c_1 c_2 \varepsilon_{m+3}^L, \\ F_{n+2} &= 0, \\ F_{n+3} &= 0. \end{aligned}$$

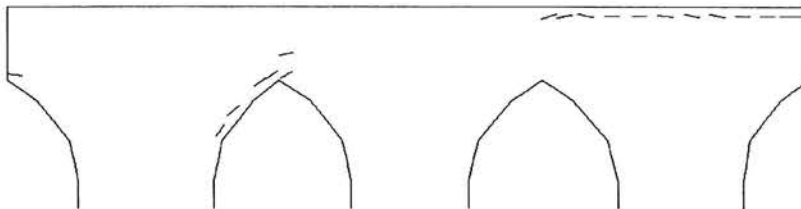
*Przykład obliczeniowy*

Rozpatrzmy tarczę jak na rys. 7.5, znajdującą się w płaskim stanie naprężenia, obciążoną ciężarem własnym oraz wzrastającym osiadaniem podpór.

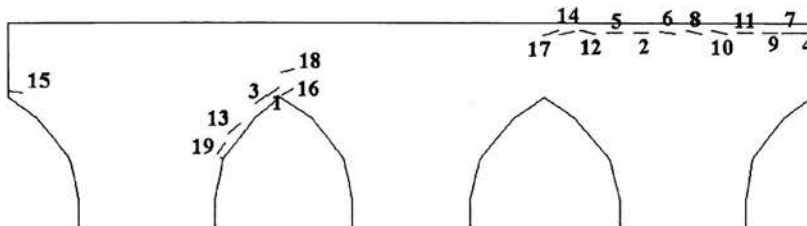


Rys 7.5 Tarcza obciążona ciężarem własnym i osiadaniami podpór.  
 $E=1200 \text{ Mpa}$ ,  $\nu=0.16$ ,  $\rho=1.8 \text{ T/m}^3$

W chwili początkowej tarcza nie zawiera rys a osiadania mają wartość zerową. Zwiększanie obciążenia powoduje zmianę stanu odkształcenia i naprężenia. Dystorsje modelujące wzmocnienie włóknami są wprowadzane kolejno w każdym elemencie w którym odkształcenia główne osiągną wartość graniczną  $\epsilon^s$ . Rys 7.6 przedstawia miejsca i kierunki rozlokowania włókien wzmacniających dla parametru osiadań  $u = 7.5 \text{ mm}$  zaś rys. (7.7) podaje sekwencję rozwoju strefy zniszczenia.



Rys 7.6 Rozkład zbrojenia w konstrukcji odpowiadający osiadaniami  $u = 7.5 \text{ mm}$  i granicznej wartości odkształcenia głównego  $\epsilon^s = 0.00008$

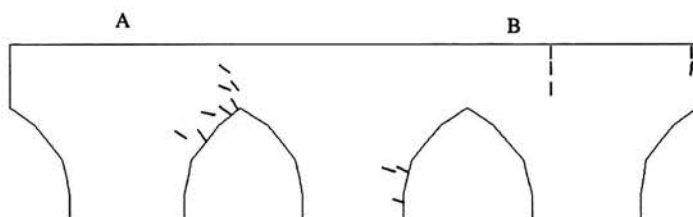


Rys 7.7 Kolejność wprowadzania włókien

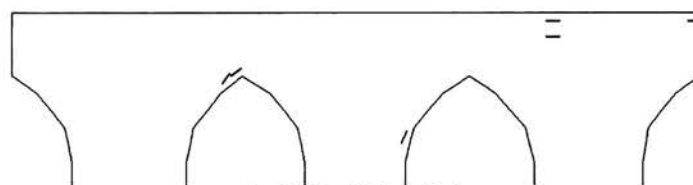
## 7.2.2 WZMOCNIENIE W STREFIE SPEKANEJ

W przypadku wzmocnienia w strefie spękanej rozpatrywane są dwa etapy: w pierwszym dystorsje obliczane są z układu równań używanym przy modelowaniu rys (por. 4.8), w drugim stosowane są wyrażenia (7.7) opisujące wzmocnienie.

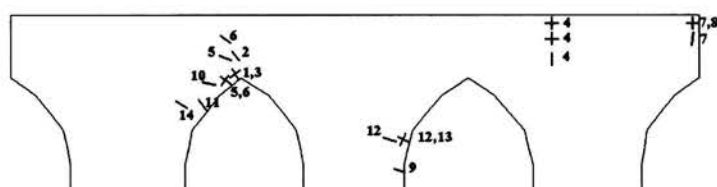
Rozpatrzmy tarczę jak na rys. (7.5), która w chwili początkowej nie zawiera rys. Pojawiają się one w miarę wzrostu osiadań. Wartości graniczne odkształceń i naprężeń głównych  $\varepsilon^g$ ,  $\sigma^g$  przyjęte zostały tak aby umożliwić powstawanie pęknięć. Rysunek 7.8 przedstawia rozkład rys dla wartości parametru osiadania  $u = 10$  mm a 7.9 rozkład zbrojenia. Na rysunku 7.10 przedstawiona jest kolejność pęknięcia i wzmocniania materiału. Środki zaznaczonych odcinków odpowiadają miejscom spełnienia warunku granicznego ( $\varepsilon_l = \varepsilon^g$ ,  $\sigma_l = \sigma^g$ ) i generowania dystorsji, kierunki - kierunkom modelowanych rys i włókien wzmocniających, natomiast ich długości nie wynikają z analizy.



Rys 7.8 Rozkład rys

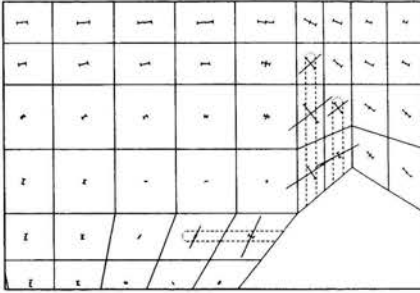
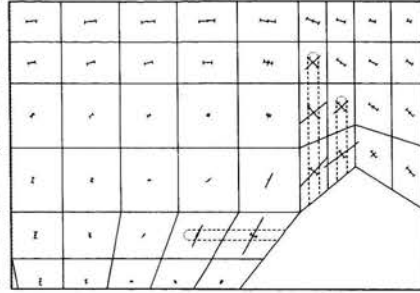
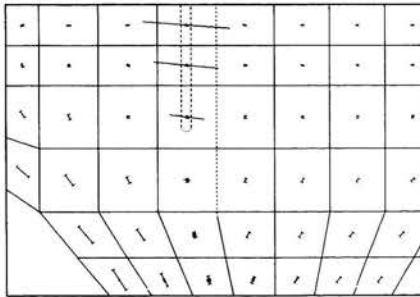
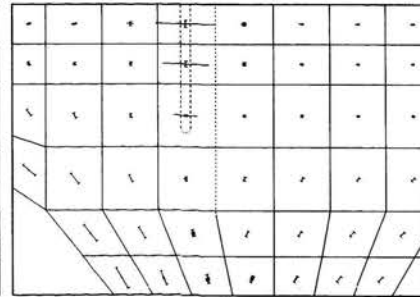
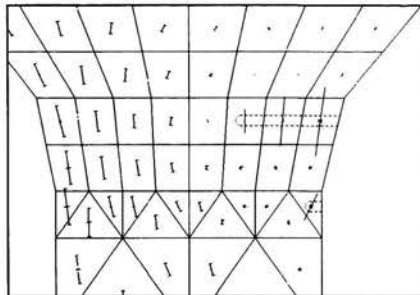
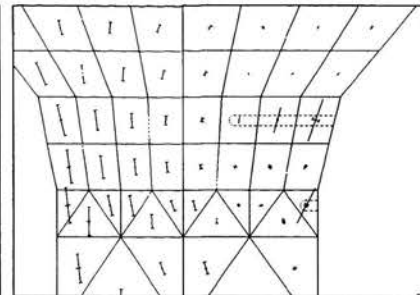


Rys 7.9 Rozkład zbrojenia



Rys 7.10 Kolejność pęknięcia i wzmocniania rys

Na rysunkach (7.11) i (7.12) przedstawione zostały wykresy stanu odkształcenia i naprężenia, w konstrukcji nie wzmocnionej (lewa kolumna) i wzmocnionej (prawa kolumna). Jak widać wartości odkształceń głównych w pierwszym przypadku są mniejsze, a więc wprowadzona symulacja wzmocnienia powoduje zahamowanie rozwoju deformacji konstrukcji. Rozkłady naprężeń głównych przedstawione na rys. 7.12 pokazują że po wprowadzeniu dystorsji modelujących wzmocnienie ponownie pojawiają się naprężenia prostopadłe do kierunku symulowanej rysy. Są to efekty zgodne z fizyczną naturą opisywanych zjawisk, można więc przyjąć że metoda MDW aproksymuje je w sposób właściwy.

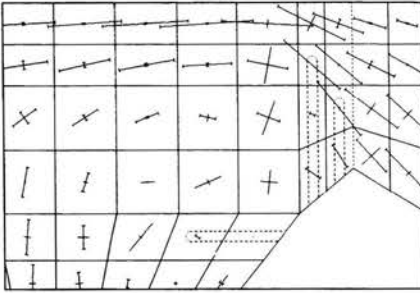
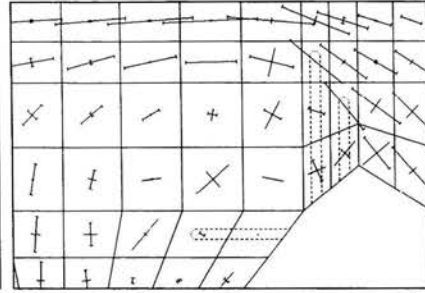
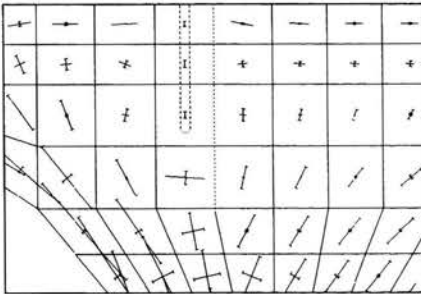
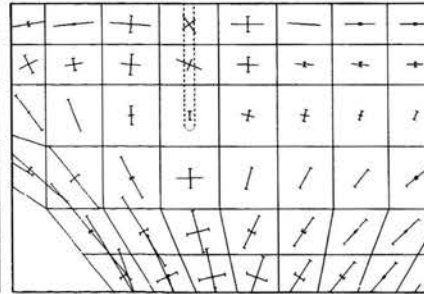
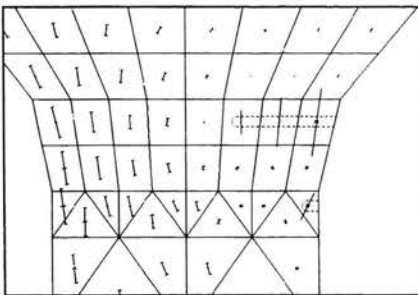
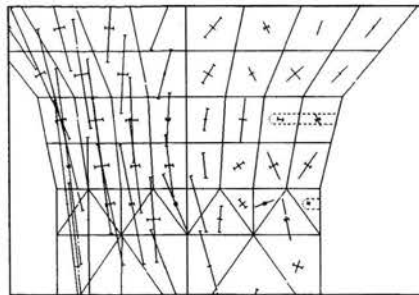
**A****A****B****B****C****C**

— rozciganie

—+— ściskanie

—  $\epsilon_1^{\max} = 0.0007$ 

Rys. 7.11 Rozkłady odkształceń głównych w sąsiedztwie rys *A*, *B* i *C*, otrzymane dla wartości osiadania  $u = 10\text{mm}$ . Rysunki po lewej stronie odpowiadają konstrukcji nie wzmocnionej, natomiast po prawej konstrukcji wzmocnionej prętami.

**A****A****B****B****C****C**

— rozciąganie

—→ ściskanie

—  $\sigma_1 = 0,1 \text{ Mpa}$ 

Rys. 7.12 Rozkłady naprężeń głównych w sąsiedztwie rys *A*, *B* i *C*, otrzymane dla wartości osiadania  $u = 10 \text{ mm}$ . Rysunki po lewej stronie odpowiadają konstrukcji nie wzmocnionej, natomiast po prawej konstrukcji wzmocnionej prętami.



## 8 Analiza numeryczna złożonych przestrzennych obiektów

### 8.1 Brak wystarczającej dokumentacji jako powszechny problem modelowania budowli historycznych

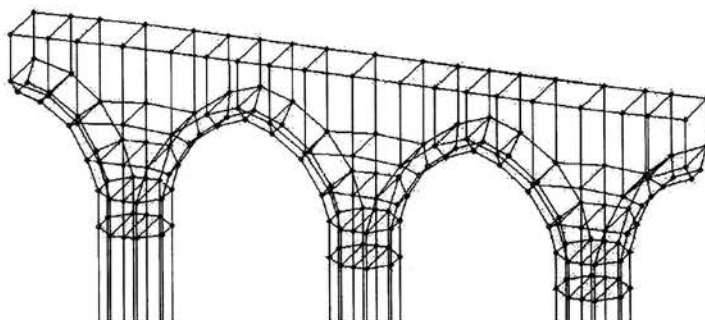
Powszechnym problem modelowania budowli historycznych jest brak wystarczającej dokumentacji. Na ogół dysponuje się rysunkami architektonicznymi, które nie oddają dokładnie geometrii budowli. Wynika to z faktu że tworzona jest ona bez możliwości dokonywania pomiarów na dużych wysokościach. Naturalną metodą jest liczenie warstw cegieł i w ten sposób ustalanie położenia elementów konstrukcyjnych i pęknięć. Technika ta nie daje możliwości ocenienia wielkości odchylenia od pionu filarów i murów, ani też nie określa różnic wysokości elementów poziomych, które mogły się pojawić na skutek nierównomiernego osiadania budowli. Stąd wynika konieczność poprzedzenia rozpoczęcia budowy modelu inwentaryzacją geodezyjną. Ze względu na specyfikę problemu – wystarczająca jest stosunkowo mała dokładność rzędu 1cm, duża ilość punktów pomiarowych, ich lokalizacja na znacznych wysokościach i w miejscach trudnodostępnych – wskazane jest opracowanie specjalnego przyrządu do prowadzenia tego typu pomiarów. Należy też pamiętać że średniowieczne budowle powstawały przy użyciu prymitywnych przyrządów mierniczych takich jak sznurek budowniczy, nie zunifikowanych miar i bez planów.

Oddzielnym problemem jest identyfikacja materiałowa budowli. Cechuje je duża różnorodność. Wiadomo że były przebudowywane i wielokrotnie naprawiane. Na ogół używano do tego nowych materiałów. Badania przeprowadzone w kościele Św. Jana wykazały że w miejscach napraw mury wykonane są od zewnątrz z nowszych cegieł a wewnątrz wypełnione gruzem ze starszych. Także fakt, że budowa trwała ponad sto lat ma z pewnością znaczenie. Dużym problemem jest występowanie wielu spękań o trudnym do ustalenia znaczeniu dla konstrukcji. Z tych powodów koniecznością jest przyjmowanie przybliżonych parametrów i następnie poddawania ich weryfikacji w systemie monitorowania budowli.

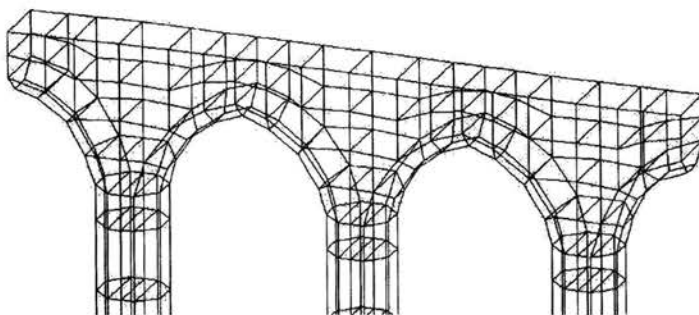
## 8.2 Technika budowania siatki metody elementów skończonych w dużych obiektach na przykładzie modelu kościoła Św. Jana

Wspólną cechą programów komercyjnych do generacji siatek MES jest ich duża efektywność w przypadku modelowania obiektów regularnych i trudności w zastosowaniu do sytuacji nietypowych. Jednym z nich jest zastosowany do budowania modelu kościoła Św. Jana program FEMGEN. Próba automatycznego wygenerowania siatki MES zakończyła się niepowodzeniem, gdyż otrzymywane położenia elementów były nieracjonalne z punktu widzenia analizy numerycznej i w efekcie liczba stopni swobody była zbyt duża. Efekt taki wynika z faktu, że program analizuje tylko geometrię obiektu natomiast nic nie wie o jego wymaganej specyfice obliczeniowej (np. miejsca koncentracji naprężeń). W celu wprowadzenia kontroli przebiegu procesu generacji zastosowana została metoda półautomatyczna, polegająca na dzieleniu modelu na bloki, w obrębie których możliwa była automatyzacja, natomiast w miejscach ich połączeń często konieczne było wprowadzanie współrzędnych węzłów ręcznie. W metodzie półautomatycznej wyodrębnić można następujące etapy:

1. Podział przestrzennego obiektu na mniejsze segmenty, dla których tworzone są niezależnie macierze sztywności. Miejsca podziału powinny być dobierane tak aby na połączeniach znajdowało się jak najmniej węzłów oraz żeby pasmo macierzy sztywności segmentu było jak najmniejsze. Podnosi to znacznie efektywność późniejszej analizy. Segmenty te traktowane są w obliczeniach jako superelementy
2. Podział głównych segmentów na mniejsze, zbliżone do płaskich, części tak aby w miarę możliwości unikać pokrywania się punktów geometrycznych na ekranie. Przed samą analizą są one łączone automatycznie, a węzły dublowane na stykających się powierzchniach zespalone.
3. Dalszy podział na bloki, w obrębie których możliwe jest przeprowadzenie automatycznej generacji. W obrębie bloku może występować tylko jeden typ elementu.
4. Generacja siatki MES w kolejnych blokach, w szczególnych sytuacjach – wprowadzanie ręczne współrzędnych węzłów. Łączenie mniejszych części w większe segmenty z jednoczesnym zespalaniem węzłów podwójnych.



Rys 8.1 Podział segmentu na bloki



Rys. 8.2 Siatka MES. Fragment spągu i filarów kościoła Św. Jana

### 8.3 Problem modyfikacji istniejącego modelu

Ze względu na to, że model jest budowany na wiele lat w czasie których mogą nastąpić zmiany konstrukcyjne oraz że dotyczy budowli podatnych na awarie i deformacje, ważnym problemem jest możliwość jego modyfikacji. Wyodrębnić można następujące metody:

- Bezpośrednie wprowadzanie do modelu korekty współrzędnych punktów, definiujących geometrię konstrukcji, na podstawie pomiaru ich aktualnego położenia w budowli
- Automatyczne równomierne zagęszczania siatki całego obiektu. Rozwiązanie to poprawia jakość aproksymacji z tym że dla analizy całego modelu wymaga zastosowania komputerów bardziej efektywnych od aktualnie dostępnych, natomiast może być stosowane na mniejszych częściach konstrukcji.
- Zastosowanie wyspecjalizowanych programów do interpretacji wyników pomiarów (aproksymacja geometrii na podstawie informacji o położeniu punktów charakterystycznych)

Uwzględnianie defektów może odbywać się dwoma sposobami:

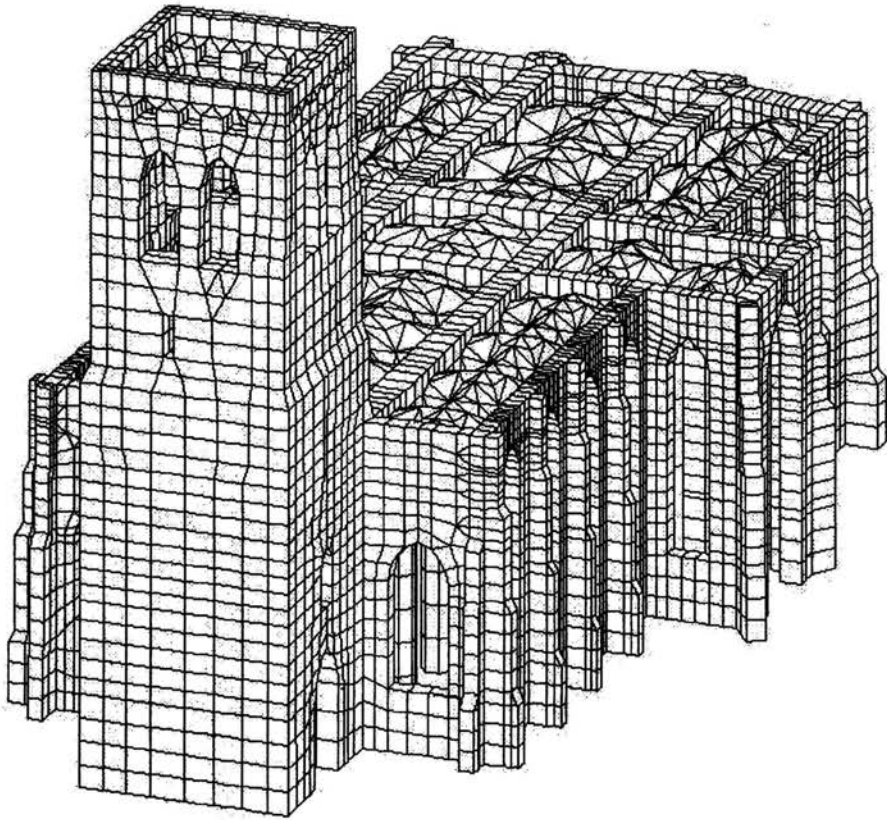
- W trakcie analizy - Metodą Dystorsji Wirtualnych
- Trwałe defekty – modyfikacja siatki MES

### 8.4 Model numeryczny kościoła Św. Jana

Model został utworzony przy pomocy programu FEMGEN, natomiast wizualizacja wyników obliczeń została wykonana programem FEMVIEW. Charakteryzują go następujące parametry:

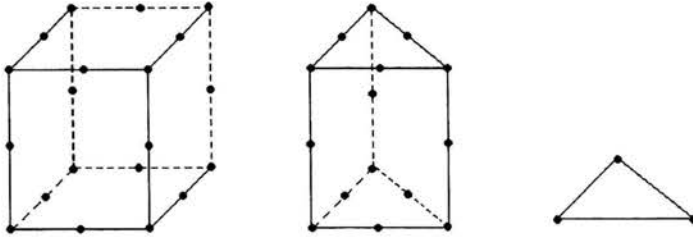
liczba elementów -	11 110
liczba węzłów -	61 824
liczba stopni swobody -	185 472

Model składa się z 27 niezależnie utworzonych segmentów, które łączy 1853 węzły. Możliwa jest analiza numeryczna obiektu złożonego z dowolnej ich konfiguracji.



Rys 8.4 Siatka MES kościoła Św. Jana. Widok od zachodniej

Istotnym problemem jest modelowanie sklepień. Ze względu na złożoność geometryczną, chęć ich dokładnego odwzorowania pociąga za sobą znaczne powiększenie zadania. Z tego powodu oraz ze względu na ich dużą wiotkość w porównaniu z pozostałymi elementami konstrukcji, przyjęte zostało założenie o dwustopniowej analizie. W pierwszym etapie uwaga skupiona jest na konstrukcji nośnej, sklepienia modelowane są prostymi elementami, tak że uwzględniony jest ich ciężar i siły rozporowe przekazywane na ściany i filary, natomiast występujący w nich rozkład sił wewnętrznych nie jest rozpatrywany. W drugim etapie, jeżeli konieczna jest analiza któregoś ze sklepień, budowany jest jego dokładny model, obciążony ciężarem własnym oraz przesunięciem węzłów podporowych otrzymanym w pierwszym etapie obliczeń.



Rys. 8.5 Izoparametryczne elementy skończone zastosowane w modelu budynku kościoła Św. Jana

Zastosowane zostały następujące elementy skończone:

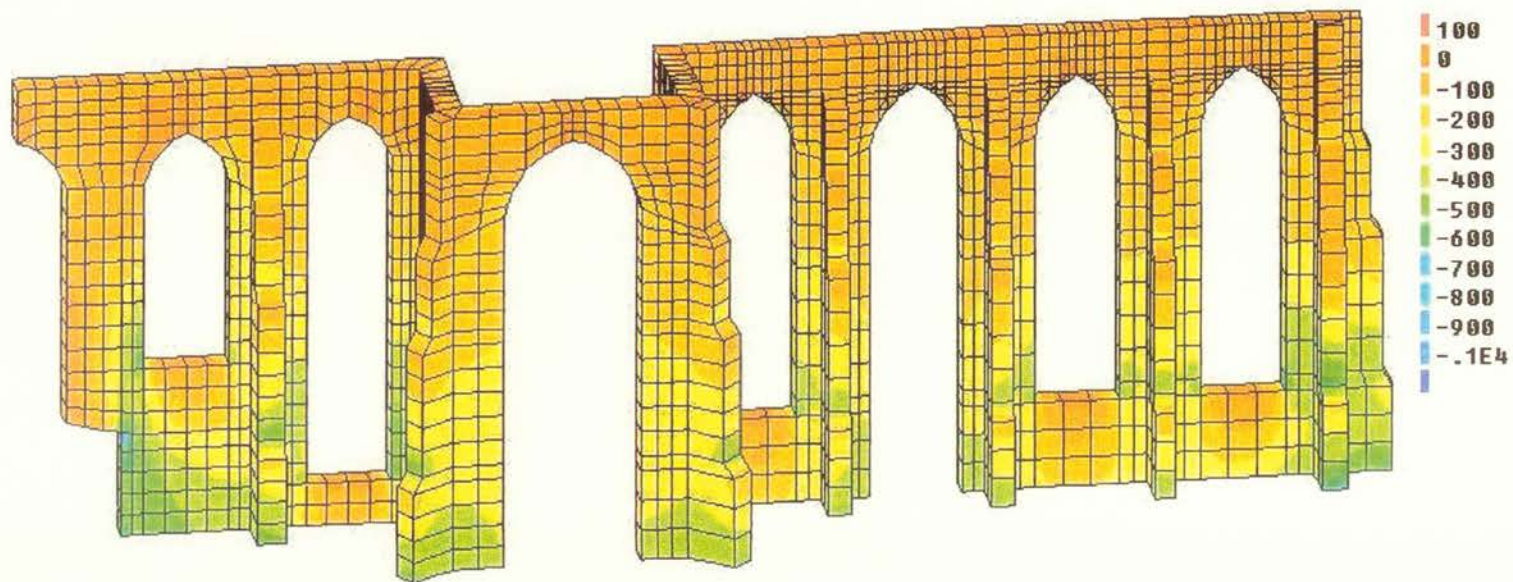
1. Dwudziestwęzłowy, izoparametryczny, element bryłowy z quasi-kwadratową funkcją pola naprężeń
2. Piętnastwęzłowy izoparametryczny, element bryłowy z quasi-kwadratową funkcją pola naprężeń
3. Trójwęzłowy element tarczy ze stałym polem naprężeń, przystosowany do analizy przestrzennej  $\rho$

Elementy te odznaczają się następującymi cechami (por. Zienkiewicz [49]):

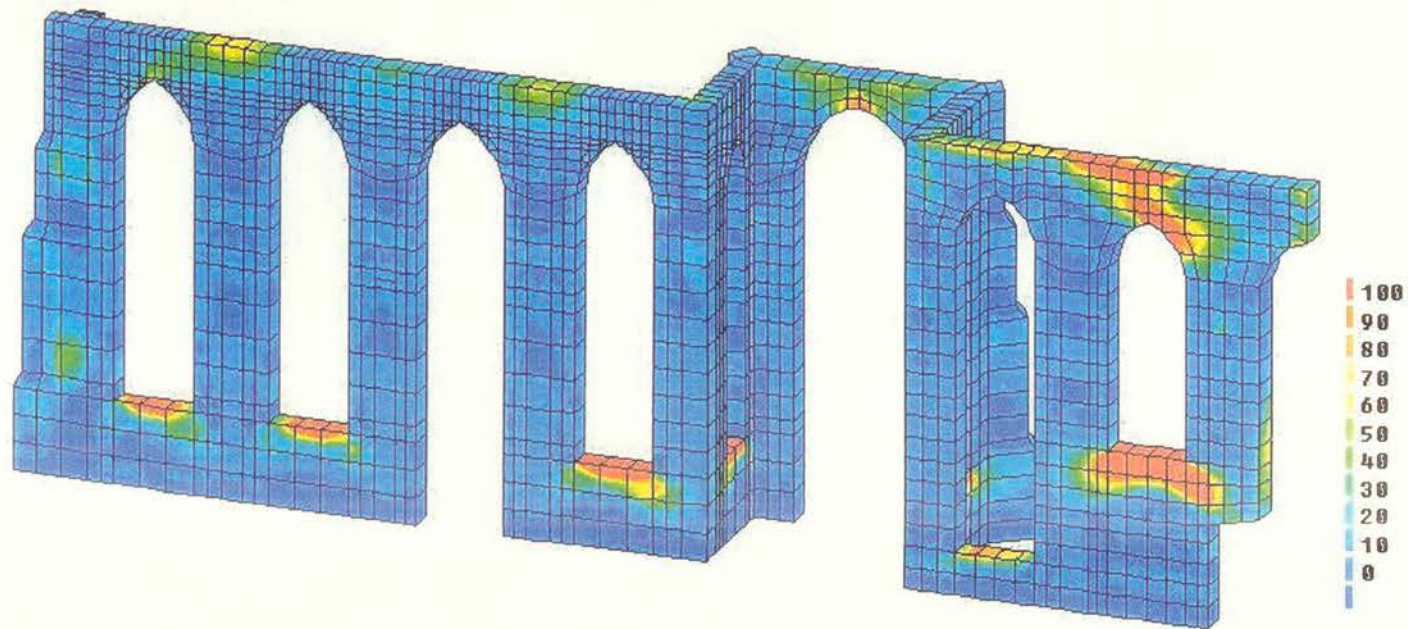
- stopnie swobody:  $X, Y, Z$  w każdym węźle
- cechy geometryczne: dla elementów tarczowych możliwość określenia grubości w każdym z węzłów
- cechy materiałowe: współczynnik sprężystości, współczynnik Poissona, liniowy współczynnik rozszerzalności cieplnej, gęstość, dla anizotropii możliwość zdefiniowania własnej macierzy sztywności
- typy obciążeń: siły skupione przyłożone do węzłów, wymuszone przemieszczenia węzłów, obciążenie siłowe rozłożone na powierzchni elementu, ciężar własny
- modelowanie masy: ciągła bądź skupiona
- wyniki: przemieszczenia węzłów:  $u_x, u_y, u_z$ , dla naprężeń:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ , w każdym węźle, w układzie współrzędnych globalnym (dla elementów tarczowych można otrzymać także wielkości w układzie lokalnym)  $\rho$

## 8.5 Analiza liniowa modelu kościoła Św. Jana

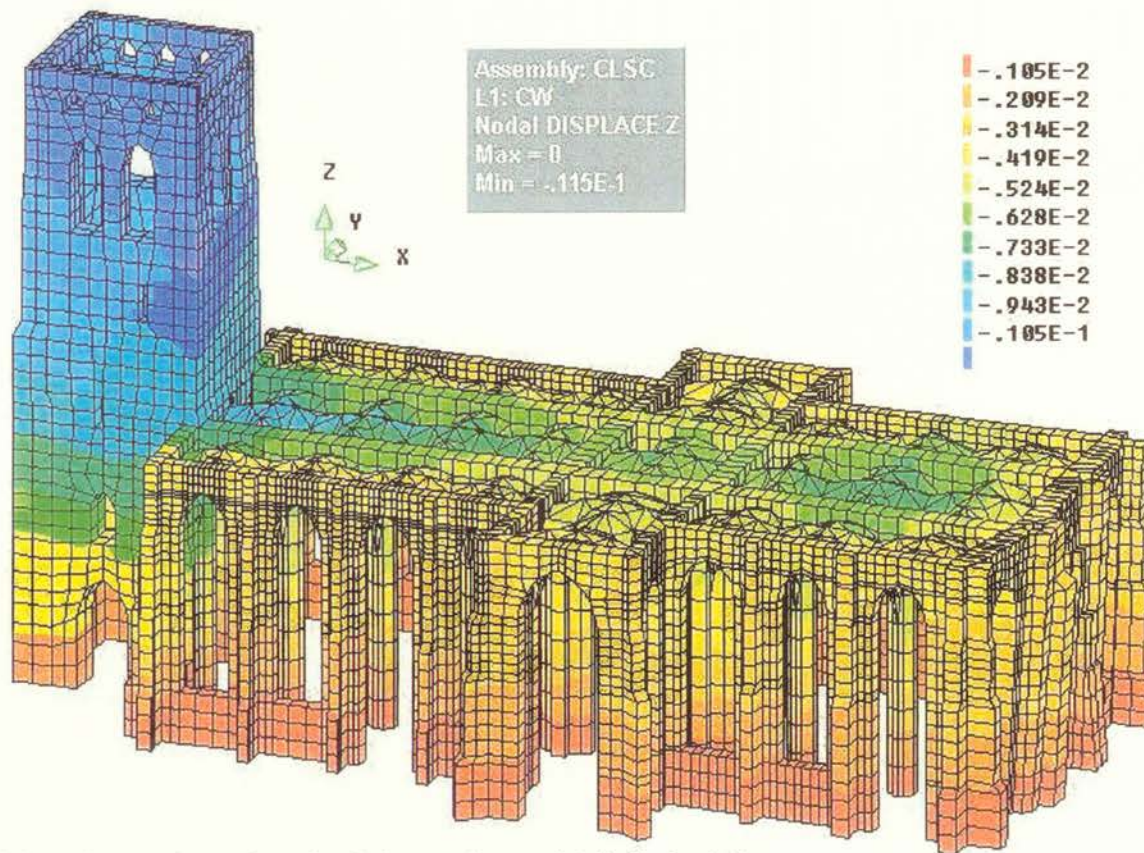
Analiza liniowa modelu kościoła Św. Jana została wykonana komercyjnym programem ASAS, zainstalowanym na komputerze PC Pentium II. Jej przeprowadzenie wymagało około 1.5 GB wolnej pamięci na dysku. Obliczenia trwały około 6 godzin. Wyniki obliczeń można oglądać na poszczególnych segmentach, w ich dowolnej konfiguracji, bądź na cały obiekt. Rys. 8.6 przedstawia obliczony rozkład naprężeń pionowych w północnej ścianie korpusu otrzymany dla obciążenia budowli ciężarem własnym. Natomiast na rys. 8.7 pokazany jest rozkład naprężeń głównych rozciągających otrzymanych dla tego samego obciążenia. Wyniki analizy dla całego obiektu prezentuje rys. 8.8.



Rys 8.6 Rozkład naprężeń pionowych w północnej części ściany korpusu kościoła Św. Jana [ $\text{kN/m}^2$ ]



Rys 8.7 Rozkład naprężeń głównych rozciągających w północnej części ściany korpusu kościoła Św. Jana [kN/m<sup>2</sup>]



Rys 8.8 Rozkład przemieszczeń pionowych wywołanych ciężarem własnym w kościele Św. Jana [m]



## 8.6 Możliwość przeprowadzenia analizy nieliniowej dużych obiektów Metodą Dystorsji Wirtualnych

Przeprowadzenie analizy nieliniowej <sup>4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100</sup> na tak dużych obiektach jak kościół Św. Jana wymaga zastosowania specjalnych metod. Nadaje się do tego Metoda Dystorsji Wirtualnych. Z punktu widzenia techniki prowadzenia obliczeń można wyodrębnić w niej dwa moduły:

- program do analizy liniowej
- małe, efektywne programy metody MDW do uwzględniania wpływu lokalnych zniszczeń lub wzmocnień na odpowiedź konstrukcji.

Moduły te są niezależne, z tego powodu do przeprowadzenia analizy liniowej można użyć dowolny program, także komercyjny, dający możliwość wykonania obliczeń dla modelu o dużej liczbie stopni swobody. Warto podkreślić, że wszystkie te analizy prowadzone są na tej samej macierzy sztywności, zmienia się tylko obciążenie.

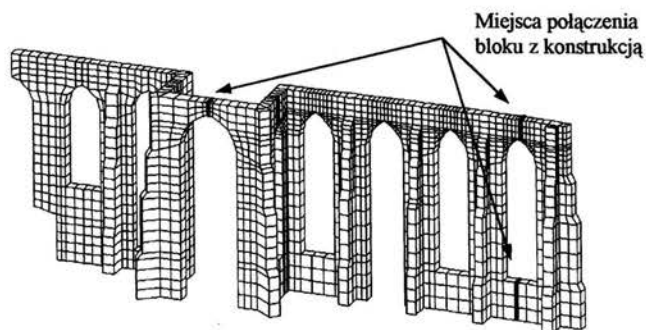
Podstawową przyczyną efektywności programów <sup>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100</sup> modułu /drugiego jest fakt, że w metodzie MDW defekty modelowane są przez układ dystorsji, a te z kolei reprezentowane są przez układ sił węzłowych. Stąd uwzględnianie wpływu uszkodzeń na stan deformacji i sił wewnętrznych w konstrukcji sprowadza się do przetwarzania rozwiązań liniowych (por. roz. 3).

Podstawową koncepcją <sup>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100</sup> metody MDW jest skrócenie czasu obliczeń poprzez wykorzystanie otrzymanych wcześniej wyników liniowych. Z jednej strony czyni to możliwym przeprowadzenie nieliniowej analizy dużych obiektów, z drugiej jednak bardzo obciąża pamięć komputera. Wydaje się jednak, że jest to rozumowanie uzasadnione, gdyż obecny rozwój techniki pokazuje, że znacznie łatwiej jest rozbudować pamięć komputera niż przyspieszyć jego działanie.

## 8.7 Koncepcja dekompozycji modelu

Cechą charakterystyczną analizy postępującego zniszczenia budowli historycznych jest pojawianie się nowych spękań w stosunkowo niewielkiej liczbie elementów. Oznacza to, że większa część obiektu pozostaje liniowa. Stąd <sup>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100</sup> wynikł pomysł potraktowania nieuszkodzonej części konstrukcji jako superelementu i skupieniu się na obliczeniach segmentów zawierających rysy. Dodatkowo, w przypadku modelu kościoła gotyckiego istnieje możliwość takiego podziału konstrukcji, aby na połączeniach znajdowało się mało węzłów. Podnosi to znacznie efektywność obliczeń. Miejscami takimi są np. wierzchołki okien (por. rys. 8.9).

Dalszym uproszczeniem może być wprowadzenie założenia sztywnego połączenia pomiędzy wydzielonymi częściami. Każde z takich połączeń ma 6 stopni swobody (trzy przesunięcia i trzy obroty). Co oznacza, że taki wyodrębniony segment miałby co najwyżej kilkadziesiąt połączeń z zasadniczą częścią konstrukcji. W przypadku wydzielenia fragmentu ściany mogłoby być ich nawet 12 a przy podzieleniu budynku na dwie części linią biegnącą wzdłuż transeptu - 24.



Rys. 8.9 Wyodrębnieni bloku szczegółowej analizy

W dalszej analizie wpływ konstrukcji na wyodrębniony fragment mógłby być zastąpiony przez wprowadzenie podpór sprężystych w miejscach połączeń, których charakterystyki byłyby wyznaczane w zadaniach wymuszeń jednostkowych przesunięć podpór.

## Oryginalne koncepcje i osiągnięcia pracy

Podstawowy cel pracy został osiągnięty. System DAMON może być zastosowany do monitorowania budowli historycznych, zapór lub innych dużych obiektów budowlanych. Do głównych osiągnięć pracy zaliczam:

- a) zaprezentowanie i wdrożenie w zakresie numerycznym koncepcji systemu DAMON
- b) opracowanie i implementacja metody optymalizacji rozlokowania czujników pomiarowych opartej na kryterium najlepszego uwarunkowania macierzy podatności pomiarów na przemieszczenia podpór
- c) opracowanie i implementacja metody identyfikacji składowych osiadania podłoża w miejscach, w których bezpośredni pomiar nie jest możliwy, opartej na analizie wpływu bazowych form osiadania na względną zmianę odległości pomiędzy wybranymi punktami konstrukcji
- d) opracowanie i implementacja metody przewidywania rozwoju zniszczeń opartej na analitycznej analizie wrażliwości, wykorzystującej pole dystorsji wirtualnych symulujących te zniszczenia
- e) opracowanie i implementacja metody optymalnego projektowania wzmocnień obiektu opartej na analogii do analizy konstrukcji wykonanej z materiału zakleszczającego się („locking materials”)

oraz: opracowanie modelu numerycznego kościoła Św. Jana w Gdańsku (co pochłonęło 12 osobomiesięcy) i przystosowanie go do współpracy z systemem monitorowania i systemem DAMON.

## Bibliografia

- [1] Alpa G., Monetto I. *Microstructural model for dry block masonry walls with in-plane loading*, J. Mech. Phys. Solids, 42(7):1159-1175, 1994
- [2] Atkinson R.H., Amadei B.P., Saeb S., Sture S. *Response of masonry bed joints in direct shear*, J. Struct. Eng., ASCE, 115(9):2276-2296, 1989
- [3] Bathe K. J., Wilson E. L. (1996) *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- [4] Bogdanowicz S. *Kościół Św. Jana w Gdańsku*, Nadbałtyckie Centrum Kultury, Gdańsk
- [5] Cebertowicz R., Przewłocki Z., Knabe W. *Ekspertyza geotechniczna podłoża w obrębie zabytkowego kościoła Św. Jana w Gdańsku*, VII 1966, dokumentacja budynku kościoła Św. Jana w Gdańsku, Nadbałtyckie Centrum Kultury, Gdańsk
- [6] Croci G. *The Conservation on Structural Restoration of Architectural Heritage*, WIT Press, Southampton, 1998
- [7] Cudny W., Skłodowski M., Wiacek D., Holnicki-Szulc J. (1998) *Damage Prediction Concept based on Monitoring and Numerical Modelling of a Medieval Church*, Proc. NATO Advanced Research Workshop SMART-98, Pultusk, 16-19 June, pp. 27-30
- [8] Gambarotta L., Lagomarsino S. *A microcrack damage model for brittle materials*, Int. J. Solids Struct., 30(2):177-198, 1993
- [9] Golub G.H., van Loan C.F. *Matrix Computations*, John Hopkins Univ.Press, 1989
- [10] Goszko W. *Efekty konfiguracyjne w elementach typu interface*, rozprawa doktorska, IPPT, w przygotowaniu
- [11] Holnicki J. *Optimal Design of Adaptive Composites - VDM Approach*, Proc. 5<sup>th</sup> AIAA/NASA/USAF ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Panama City, Florida USA, Sept. 1994
- [12] Holnicki-Szulc J., *Dystorsje w układach konstrukcyjnych*, PWN, Warszawa-Poznań, 1990
- [13] Holnicki-Szulc J., Gierliński J. T. *Structural Analysis, Design and Control by the VDM Method*, J.Wiley & Sons, Chichester, 95
- [14] Holnicki-Szulc J., *Virtual Distortion Method*, Springer-Verlag, Berlin 1991
- [15] Kleiber M. (1989) *Wprowadzenie do metody elementów skończonych*, PWN Warszawa-Poznań
- [16] Kleiber M. (1997) *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics*, J.Willey & Sons, Chchester, U.K.
- [17] Kołakowski P. *Analiza wrażliwości i optymalne projektowanie konstrukcji kratowych metodą dystorsji wirtualnych*, rozprawa doktorska, IPPT, Warszawa, 1997
- [18] Laurencio P. *Experimental and numerical issues in modelling of the mechanical behaviour of masonry*, Structural Analysis of Historical Constructions II, CIMNE, Barcelona, 1998

- [19] Laurencu. P. *Computational Strategies for masonry structures*, rozprawa doktorska, Delft, 1996
- [20] Lofti H.R., Shing P.B. *Interface model applied to fracture of masonry structures*, J. Struct. Eng., ASCE 120(1):63-80, January 1994
- [21] Luciano R., Sacco E., *Homogenization technique and damage model for old masonry material*, Int. J. Solid Struct., 34(24):3191-3208, 1997
- [22] Mackiewicz A, Holnicki-Szulc J., Lopez-Almansa F *Optimal Sensor Location in Active Control of Flexible Structures*, AIAA Journal, vol.34, No.4, April 1996
- [23] Meli R., Sanchez-Ramirez A. R. *Structural aspects of the rehabilitation of the Mexic City Cathedral*, Structural Analysis of Historical Constructions, CIMNE, Barcelona, 1995
- [24] Mola F., Vitaliani R. *Analysis, diagnosis and preservation of ancient monuments the St. Mark's Basilica in Venice*, Structural Analysis of Historical Constructions, CIMNE, Barcelona, 1995
- [25] Nappi A. *Non destructive techniques and system identification applied to historical constructions*, Structural Analysis of Historical Constructions II, CIMNE, Barcelona, 1998
- [26] Page A. W. *Finite element model for masonry*, J. Struct. Div., ASCE, 104 (ST8):1267-1285, August 1978
- [27] Philips A., *The theory of locking materials*, Trans. Soc. Rheology, 3, 13-26 1959
- [28] Pietruszczak S., Niu X. *A mathematical description of macroscopic behaviour of brick masonry*, Int. J. Solid Struct., 29(5):531-546, 1992
- [29] Prager W. *On ideal locking materials*, Trans. Soc. Rheology 1, pp. 169-175, 1975
- [30] Prager W., Symonds P. S., *Stress analysis in elastic-plastic structures*, Proc. 3-rd Symposium App. Math. (Ann Arbor, Mich. pp.187-197, 1949, N. York 1950
- [31] *Proc. of the Conf. on Structural Analysis of Historical Constructions II, Possibilities of the numerical and experimental techniques*, Barcelona, CIMNE 1998
- [32] *Proc. of the Conf. on Structural Preservation of the Architectural Heritage*, IABSE Symp. Rome 1993
- [33] *Proc. of the Conf. on The Engineering Geology of ancient works, monumental and historical sites*, Athens, september 1988
- [34] *Proc. of the Fourth International Conference on Structural Repairs and Maintenance of Historical Buildings*, Crete, Greece, May 1995, WIT Press, Southampton, 1995
- [35] *Proc. of the International Congress on Restoration of the Architectural Heritage and Buildings*, Canarias, July 1992
- [36] Rakowski G., Kacprzyk Z. *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, WPW, Warszawa 1993
- [37] Roca P. Gonzalez J.L. Onate E., Laurencu P. (ed), *Structural Analysis of Historical Constructions, Possibilities of the numerical and experimental techniques II*, Barcelona, CIMNE (1998)
- [38] Rossi P., Rossi Ch., *Surveillance and monitoring of ancient structures: recent developments*, Structural Analysis of Historical Constructions II, CIMNE, Barcelona, 1998

- [39] Skłodowski M., Cudny W. *Projekt sieci monitoringu kościoła Św. Jana w Gdańsku*, raport IPPT PAN w ramach projektu celowego Nr 7T07 010 96C/3049
- [40] *Structural Analysis of Historical Constructions, Possibilities of the numerical and experimental techniques*, Barcelona 8-10 Nov., CIMNE 1995
- [41] Tamez E., Santoyo E., Cuevas A., *The Metropolitan Cathedral in Mexico City, Correction of the behaviour of its foundations*, Mexico 1992
- [42] Van der Pluijm R. *Non-linear behaviour of masonry under tension*, Heron, 42(1):25-54, 1997
- [43] Wiacek D., Holnicki-Szulc J. (1997) *Damage Prediction in Historical Buildings*, Proc. of the 2nd World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimisation, 26-30 May, Zakopane, Poland, pp. 305-310
- [44] Wiacek D., Holnicki-Szulc J. (1999) *Optimal Reinforcement of Historical Buildings (Virtual Distortion Method Approach)*, Proc. 3rd World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimisation, 17-21 May, Buffalo, U.S.A.
- [45] Wiacek D., Holnicki-Szulc J., (1997) *Progressive Damage Analysis in Historical Buildings - VDM Approach*, Proc. of the 5th International Conference on Computational Plasticity, 17-20 March, Barcelona, Spain, pp. 1594-1599
- [46] Wiacek D., Holnicki-Szulc J., *Prognozowanie rozwoju zniszczeń w budynkach historycznych*, XXXI Polish Solid Mechanics Conference SolMec'96, book of abstracts, Mierki 9-14 IX 1996
- [47] Wieloch R., Witkiewicz W. *Badanie stanu fundamentów pod filarami w kościele Św. Jana w Gdańsku*, dokumentacja budynku kościoła Św. Jana w Gdańsku, Gdańsk, 1966, Nadbałtyckie Centrum Kultury
- [48] Wieloch R., Witkiewicz W. *Kościół Św. Jana w Gdańsku - zarys historii budowli ze szczególnym uwzględnieniem fundamentowań*, XII 1965, Nadbałtyckie Centrum Kultury, Gdańsk
- [49] Zienkiewicz O. C. *The finite Element Method in Engineering Science*, McGraw Hill 1971