

## OBLICZANIE STAŁYCH ANIZOTROPII MAGNETYCZNEJ W CIENKICH WARSTWACH MIERZONYCH METODĄ FMR

### WSTĘP

Pomiar anizotropii magnetycznej dostarcza szeregu informacji, w wyniku których można oceniać przydatność badanego materiału w zastosowaniach.

Stale anizotropii w cienkich warstwach magnetycznych mierzy się na ogół trzema metodami: metodą FMR, metodami magnetoptycznymi oraz przez pomiar momentu skręcającego. W niniejszej pracy przedstawione będą sposoby obliczania stałych anizotropii na podstawie pomiarów metodą rezonansu ferromagnetycznego FMR.

### 1. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA

Istnieje kilka modeli wyjaśniających mechanizm powstawania anizotropii jednoosiowej: 1/ model uporządkowanych par, 2/ model preferencyjnego obsadzenia, 3/ opis fenomenologiczny.

W podejściu fenomenologicznym energię anizotropii rozpatruje się niezależnie od fizycznych mechanizmów wpływających na jej powstanie. Punktem wyjściowym do obliczeń jest metoda rozwiązywania równania ruchu magnetyzacji z uwzględnieniem anizotropii, przeprowadzona przez J. Smiła, H. Bellerse [1] i H. Suhla [2]. Metoda niniejsza podana jest także w pracach [3, 4, 5, 6].

Całkowita energia swobodna  $F$  układu składa się z energii anizotropii  $E_K$ , energii oddziaływania z polem  $E_H$  oraz energii odmagnesowania  $E_M$ .

$$E_K = \frac{3}{4} K_1 \sin^2 \angle M K_1$$
$$E_H = -M H = M H \cos \angle M H$$

$$E_M = 1/2 \vec{M} \cdot \vec{N} \cdot \vec{M}$$

$$F = E_k + E_{if} + E_M$$

$K_1$  - stała anizotropii kubicznej

$K_2 = K_u$  stała anizotropii osłowej

$K_3 = K_p$  stała anizotropii w pł. warstwy

W przypadku, gdy os łatwego magnesowania jest prostopadła do płaszczyzny próbki  $N_x = 0, N_y = 0, N_z = 4\pi$ , wtedy  $E_M = 2\pi M^2 \cos^2\theta$

W doświadczeniu FMR badana próbka umieszczona jest w jednorodnym polu magnetycznym o natężeniu dostatecznie dużym, aby namagnesować ją do stanu nasycenia. Prostopadle do stałego pola magnetycznego przyłożone jest zmienne pole mikrofalowe, które oddziałuje z poruszającą się ruchem precyzyjnym magnetyzacją.

Z warunku rezonansu mamy:

$$\omega = \gamma H_{\text{eff}} \quad (2)$$

$$H_{\text{eff}} = \frac{1}{M \sin\theta} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} - \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \varphi} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

gdzie:

$\omega$  - pulsacja zmiennego pola mikrofalowego,

$\gamma$  - współczynnik żyromagnetyczny,

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\left( \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 = \frac{1}{M^2 \sin^2\theta} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} - \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \varphi} \right)^2 \right]_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} \quad (4)$$

$\theta_0$  i  $\varphi_0$  oblicza się z warunków równowagi:

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0 \quad (5)$$

W oparciu na relacji (1) całkowita energia swobodna uwzględniająca anizotropię ortorombową i kubiczną dla warstwy o orientacji (111) przyjmie postać:

$$F = - (K_u - 2\pi M^2) \cos^2\theta - K_p \sin^2\theta \cos^2(\varphi - \varphi_p) + \frac{1}{2} K_1 \left[ \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{8} \cos 4\theta + \sqrt{2} \cos 3\varphi (\sin 2\theta - \frac{1}{2} \sin 4\theta) \right] - MH \left[ \sin\theta \sin\beta \cos(\varphi - \varphi_u) + \cos\theta \cos\beta \right] \quad (6)$$

Wstawiając wyrażenie (6) do równania (4) z uwzględnieniem warunków równowagi (5) możemy obliczyć interesujące nas wartości.

Problem komplikuje się jednak z uwagi na fakt konieczności rozwiązania układu trzech równań nieliniowych o dość złożonej postaci. Dlatego też przy

rozwiązaniu analitycznym musimy założyć szereg uproszczeń, ułatwiających wprowadzić rachunki, ale powodujących błędy w obliczanych wartościach.

## 2.1. Symetria ortorombowa

W symetrii tej zakłada się obecność dwu osi łatwych, oś  $K_U$  prostopadłej do płaszczyzny warstwy i oś  $K_P$  leżącej w płaszczyźnie. Obliczenia przeprowadzamy stosując wzór (6) z pominięciem członu zawierającego  $K_P$ .

Przyjmujemy następujące założenia: dominującą symetrią jest symetria jednoosiowa  $K_U$ ;  $K_P$  traktujemy jako zaburzenie, wektor pola magnetycznego  $H$  pokrywa się z wektorem magnetyzacji  $M$ .

Rozważamy dwa przypadki: w pierwszym pole magnetyczne obraca się w płaszczyźnie, próbkę, jest to tak zwany pomiar 1, w drugim (pomiar 2) wektor pola magnetycznego znajduje się w płaszczyźnie, której normalną jest oś  $K_P$ .

W przypadku pomiaru 1 wyrażenie na energię swobodną (6) przyjmie postać:

$$F = -(K_U - 2\pi M^2) \cos^2\theta - K_P \sin^2\theta \cos^2(\varphi - \varphi_0) - MH \sin\theta \cos(\varphi - \varphi_H) \quad (7)$$

Wstawiając (7) do (4) i (5) przy pominięciu wyrazów kwadratowych oraz oznaczając  $H_U = 2 \left( \frac{K_U}{M} - 2\pi M \right)$ ,  $H_P = \frac{K_P}{M}$  otrzymamy:

$$H_{rez} = \frac{\omega}{\gamma} + \frac{1}{2} H_U - \frac{1}{4} H_P - \frac{3}{4} H_P \cos 2(\varphi_H - \varphi_P) \quad (8)$$

Widzimy iż kształt funkcji  $H_{rez} = f(\varphi_H)$   $\theta = 90^\circ$  zależy wyłącznie od stałej  $H_P$ .

Analiza pomiaru 2 prowadzi do przekształcenia wyrażenia na energię swobodną:

$$F = -(K_U - 2\pi M^2) \cos^2\theta - K_P \sin^2\theta \cos^2(\varphi - \varphi_P) - MH \left[ \sin\theta \sin\beta \cos(\varphi - \varphi_U) + \cos\theta \cos\beta \right] \quad (9)$$

Postępując jak poprzednio otrzymamy:

$$H_{rez} = \frac{\omega}{\gamma} + \frac{H_U}{2} - \frac{H_P}{4} - \frac{3}{4} H_U \cos 2\beta \quad (10)$$

W tym przypadku na kształt krzywej wpływa wyłącznie  $H_U$ .

## 2.2. Symetria osłowa i kubiczna

W większości spotykanych przypadków, gdy orientacja podkładki, na której osadzona jest warstwa magnetyczna, wykonana jest z dokładnością nie gorszą niż  $1^\circ$ , wielkość stałej  $H_p$  można pominąć. Oprócz symetrii osłowej występuje jednakże zawsze symetria kubiczna  $K_1$ .

Ze względu na łatotny wpływ stałej  $K_1$  na funkcję  $n_{rz} = f(\theta, \varphi)$  rozważymy powyższy przypadek szczegółowo. Tym razem w wzorze (6) pomijamy człon zawierający  $K_p$ . Z warunków równowagi (5), otrzymujemy:

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = MH \sin \theta \sin \beta \sin(\varphi - \varphi_u) - \frac{\sqrt{2}}{4} K_1 \sin 3\varphi (\sin 2\theta - \frac{1}{2} \sin 4\theta) = 0 \quad (11)$$

podobna znika, gdy  $\varphi = \varphi_u$ , oraz gdy zaniedbamy  $K_1$  lub gdy  $\varphi = \varphi_H$  oraz  $\varphi = 0, 60, 120$  przy uwzględnieniu  $K_1$ , z  $\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$  oznaczając

$$H_u = 2 \left( \frac{K}{M} - 2 \pi M \right); H_1 = \frac{K}{M} \quad \text{oraz przyjmując } \varphi = \varphi_u \text{ otrzymamy}$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta - \beta) = & -\frac{H_u}{2H} \sin 2\theta + \frac{1}{12} \frac{H_1}{H} \left[ \sin 2\theta + \frac{7}{2} \sin 4\theta \right. \\ & \left. - 2\sqrt{2} \cos 3\varphi (\cos 2\theta - \cos 4\theta) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

uwzględniając że

$$\sin \beta = \sin \theta \cos(\theta - \beta) - \cos \theta \sin(\theta - \beta) \quad (13)$$

otrzymamy

$$\begin{aligned} \left( \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 = & \left\{ H \cos(\theta - \beta) + \frac{H_u}{2} + \frac{H_1}{2} \cos 2\theta - \right. \\ & \left. \frac{H_1}{12} \left[ \frac{9}{2} + 8 \cos 2\theta + \frac{7}{2} \cos 4\theta + 2\sqrt{2} \cos 3\varphi (\sin 2\theta - \sin 4\theta) \right] \right\} \\ & \cdot \left\{ H \cos(\theta - \beta) + H_u \cos 2\theta - \frac{H_1}{12} \left[ 2 \cos 2\theta + 4 \cos 4\theta + 4\sqrt{2} \cos 3\varphi (\sin 2\theta - 2 \sin 4\theta) \right] \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

Rozwiązując względem  $H$  przy zaniedbaniu wyrazów kwadratowych oraz zakładając  $\varphi = \beta$  otrzymamy końcowy wynik w postaci

$$\begin{aligned} H_{\text{rez}} = & \frac{\omega}{\gamma} - \frac{1}{4} H_u - \frac{3}{4} H_u \cos 2\beta + \frac{H_1}{12} \left[ \frac{9}{4} + 5 \cos 2\beta + \frac{35}{4} \cos 4\beta + \right. \\ & \left. 5\sqrt{2} \cos 3\varphi (2 \sin 2\beta - \sin 4\beta) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Wprowadzając następujące oznaczenia:

$$A_0 = a_0^u + a_0^k = -1/4 H_u + 3/16 H_1 + \frac{\omega}{\gamma}$$

$$A_2 = a_2^u + a_2^k = -3/4 H_u + 5/12 H_1$$

$$A_4 = a_4^k = 35/48 H_1 \quad (16)$$

$$B_2 = b_2^k = 10 \sqrt{2} / 12 H_1 \cos 3\varphi$$

$$B_4 = b_4^k = -5 \sqrt{2} / 12 H_1 \cos 3\varphi$$

możemy przekształcić wzór (15)

$$H_{rez} = A_0 + A_2 \cos 2\beta + A_4 \cos 4\beta + B_2 \sin 2\beta + B_4 \sin 4\beta \quad (17)$$

lub rozdzielając symetrię osiową od kubicznej

$$H_{rez} = a_0^{**} + a_2^u \cos 2 + a_0^k + a_2^k \cos 2 + a_4^k \cos 4 + b_2^{**} \sin 2 + b_4^k \sin 4 \quad (18)$$

Rozważmy obecnie przypadek szczególny, gdy  $\cos 3\varphi = 0$  wzór (17) przyjmie postać:

$$H_{rez} = A_0 + A_2 \cos 2\beta + A_4 \cos 4\beta \quad (19)$$

Ze wzorów (16) i (19) wynika, że na term dwukrotny wpływa głównie  $H_u$  (w praktyce  $H_1 \approx 10^5/4 \pi [A/m]$ ,  $H_u \approx 10^6/4 \pi [A/m]$ , natomiast na term czterokrotny tylko symetria kubiczna. Zdając sobie sprawę z przyjętych w trakcie wyprowadzeń założeń i uproszczeń, możemy z dużym przybliżeniem obliczyć szukane stałe  $H_u$ ,  $H_1$  ze współczynników  $A_m$ ,  $B_m$  otrzymanych z analizy eksperymentalnej krzywej  $H_{rez} = f(\beta, \varphi)$ , np. metodą Fouriera. Z relacji (16) mamy:

$$H_1 = 48/35 A_4, H_u = -4/3 A_2 - 5/12 H_1 \quad (20)$$

Dla pomiaru 1  $B = 90^\circ$  i wzór (15) przyjmie postać:

$$H_{rez} = 1/2 (H_u + H_1) \quad (21)$$

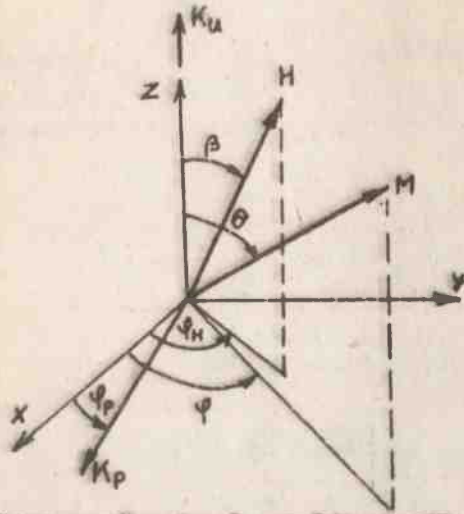
Jak widać,  $H_{rez}$  nie będzie zależało od kierunku pola magnetycznego znajdującego się w płaszczyźnie warstwy.

Powyższy tok obliczeń przeprowadzono w pracach [7] i [8].

### 3. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Jak wynika z rozważań przeprowadzonych w poprzednich rozdziałach, rozwiązanie analityczne postawionego problemu możliwe jest jedynie przy wprowadzeniu założeń upraszczających, które ze zrozumiałych względów odbijają się na końcowych wynikach, a w szczególnych przypadkach mogą doprowadzić do fałszywych wniosków. Dlatego też oraz w celu porównania wyników i określenia błędów wnoszonych przez wprowadzone uproszczenia w niniejszym rozdziale przeprowadzimy analizę numeryczną.

W pierwszej kolejności rozważymy sposób otrzymania funkcji  $H_{rez} = f(\beta)$  przy zadanych wartościach  $\frac{B}{H_1}$ ,  $H_u$ ,  $H_p$ ,  $H_1$ .



Rys. 1. Układ współrzędnych przyjęty w obliczeniach

Przyjmujemy następujący sposób postępowania:

Rozwiązujemy układ dwu równań otrzymanych z warunków równowagi, metodą iteracyjną Newtona-Raphsona

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0$$

Wprowadzając oznaczenia

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{H} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \quad g(\theta, \varphi) = \frac{2}{M} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (22)$$

możemy napisać:

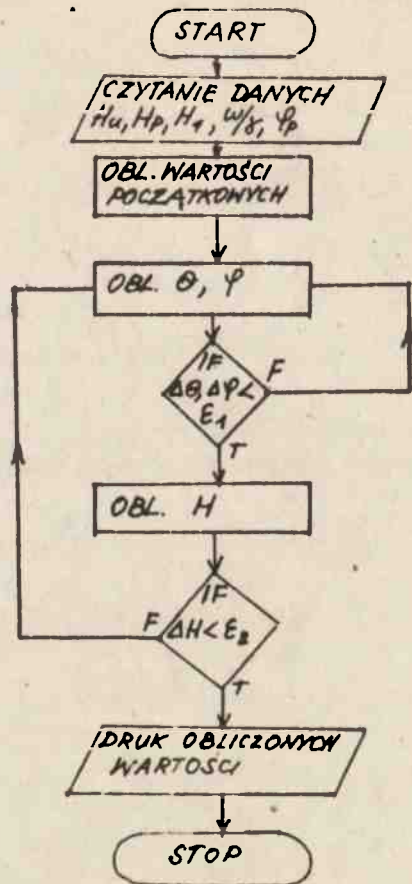
$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \varphi} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g}{\partial \varphi} & \frac{\partial g}{\partial \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f \\ -g \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\theta = \theta_0 + \Delta \theta \quad \varphi = \varphi_0 + \Delta \varphi \quad (24)$$

Funkcje  $f(\theta, \varphi)$  oraz  $g(\theta, \varphi)$  układamy dla parametrów  $\frac{\omega}{V}$ ,  $H_u$ ,  $H_p$ ,  $H_1$ ,  $\varphi_p$  kolejno dla każdego B przy założonym:  $H = H_0$ , gdzie  $H_0$  przewidywana wartość średnia. W tym przypadku przez wartość średnią rozumiemy wartość  $H_{\max} - H_{\min}$

$H_0$  otrzymaną z relacji  $\frac{2}{M}$  Jeżeli zależy nam na zmniejszeniu ilości iteracji, możemy obliczać  $H_0$  z wzoru przybliżonego uwzględniającego tylko symetrię osiową. Przyjmujemy wartości początkowe dla kątów  $\theta_0 = \beta, \varphi_0 = \varphi_H$ .

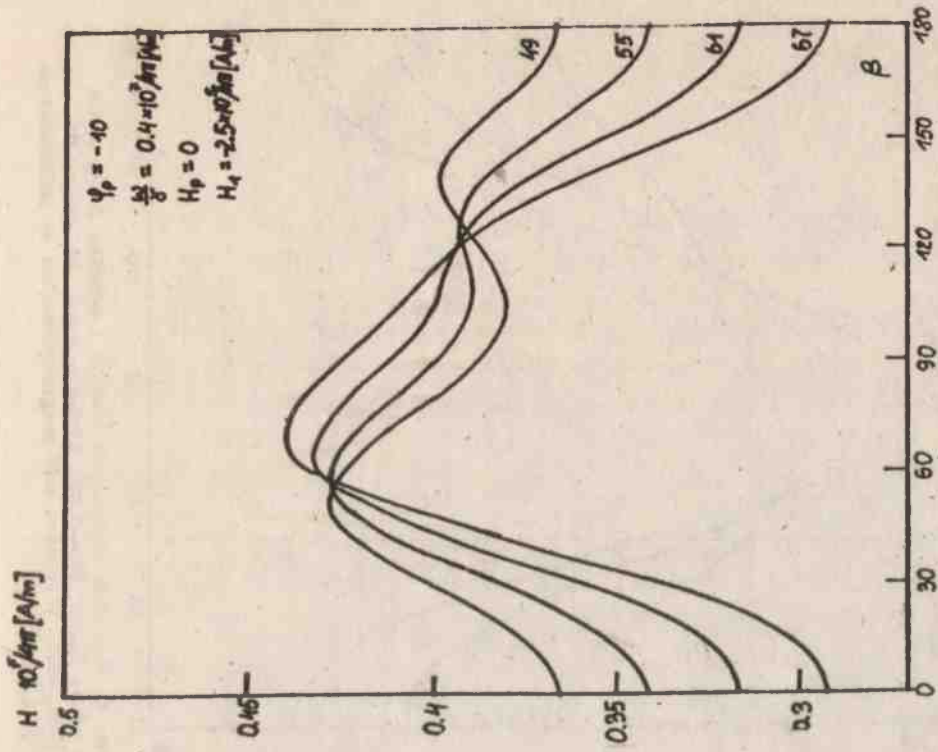
Pętla iteracyjna działa aż kolejny przyrost  $\Delta\theta$  i  $\Delta\varphi$  osiągnie żadaną wartość, po czym obliczamy nową wartość  $H$  z wyrażenia (4), dla której ponownie obliczamy  $\theta$  i  $\varphi$ . Proces powtarzamy tyle razy, aż kolejne przyrosty  $H$  przyjmą żadaną wartość.



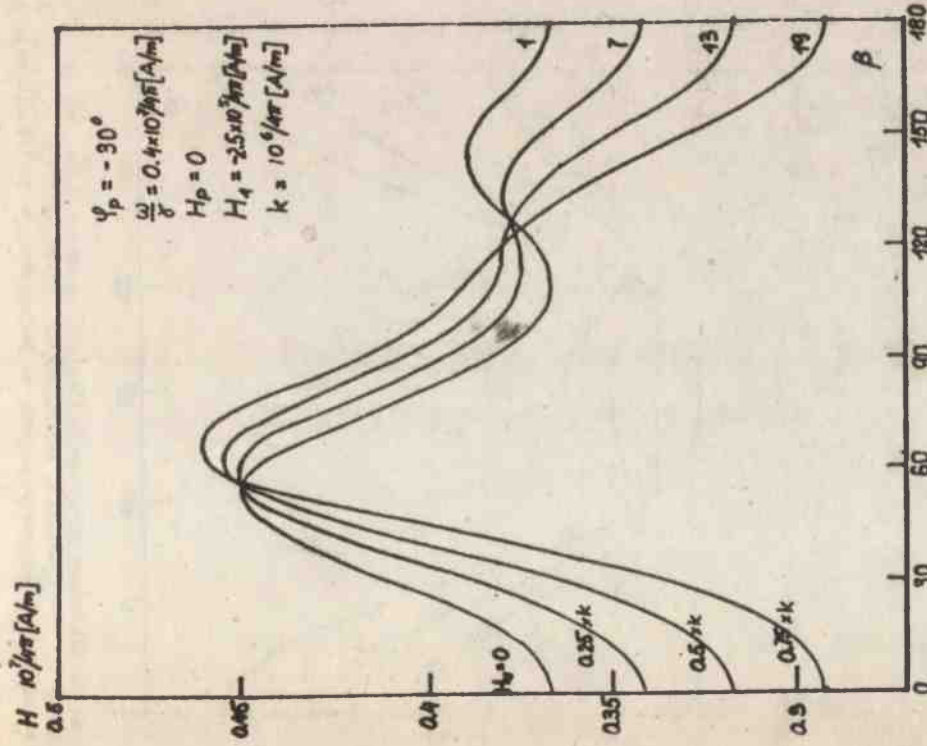
Rys. 2. Schemat blokowy programu ANKORT

Przedstawiony na rysunku 2 program ANKORT drukuje tablice wartości  $\theta$ ,  $\beta = \theta$ ,  $\varphi$ ,  $H_w$ ,  $H$ ,  $H_w - H$  dla kątów  $\beta$  od  $-20^\circ$  do  $+200^\circ$  z krokiem co  $10^\circ$ . Wykorzystując powyższy program otrzymano szereg krzywych  $H_{rez} = f(\beta)$ , na których widać zmianę kształtu w zależności od wartości parametrów  $\frac{w}{g}$ ,  $H_u$ ,  $H_p$ ,  $H_r$ . Rysunki 3, 4, 5 pokazują krzywe, dla których  $\frac{w}{g} = 0,4 \times 10^7 / 4 \pi \text{ [A/m]}$ ,  $H_p = 0$ ,  $H_r = -2,5 \times 10^5 / 4 \pi \text{ [A/m]}$ , dla  $H_u$  przybierającego wartości:  $(0, 0, 0, 05, 0, 075) \times 10^5 / 4 \pi \text{ [A/m]}$  oraz  $\varphi_0 = -30^\circ$  (rys.3),  $\varphi_0 = -10^\circ$  (rys.4),  $\varphi_0 = -0, 0$  (rys.5).

Przy ustalonym  $\varphi_0$  w miarę zmniejszania wartości  $H_u$  od  $0, 075$  (T) do  $0, 0$  (T) widać wpływ symetrii kubicznej, za którą zgodnie z wzorem (15) odpowiedzialne są stałe  $b_2^k$ ,  $b_4^k$ .

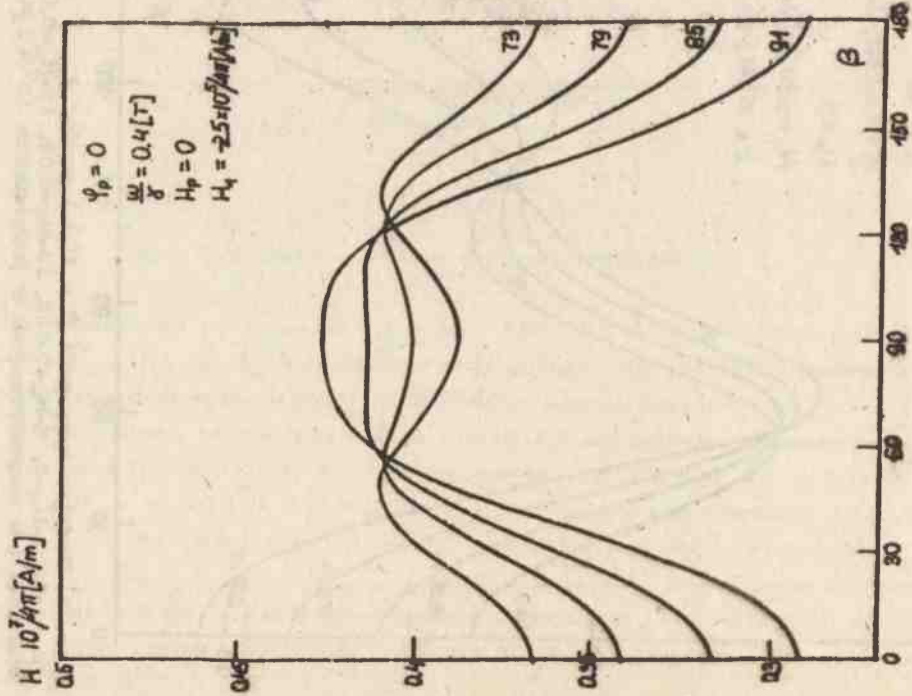


Rys. 4. Rodzina krzywych  $H=f(\beta)$  pomiar 2  $\psi_p = -10$   
 $49-H_A=0, 55-H_A=0,025, 61-H_A=0,05, 67-H_A=0,075$ .  
 Wartości pól magnetycznych w jednostkach  $10^7/4 \pi \text{ [A/m]}$ .

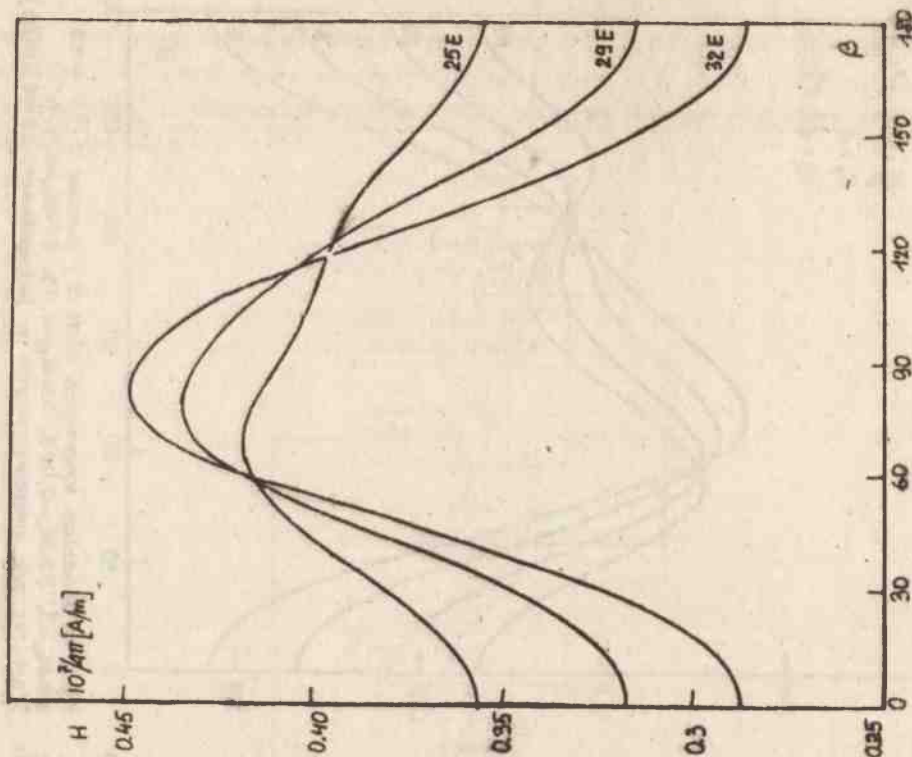


Rys. 3. Rodzina krzywych  $H = f(\beta)$  pomiar 2  
 $\psi_p = -30$   $1-H_A=0, 7-H_A=0,025, 13-H_A=0,05, 19-H_A=0,075$ .  
 Wartości pól magnetycznych w jednostkach  $10^7/4 \pi \text{ [A/m]}$ .

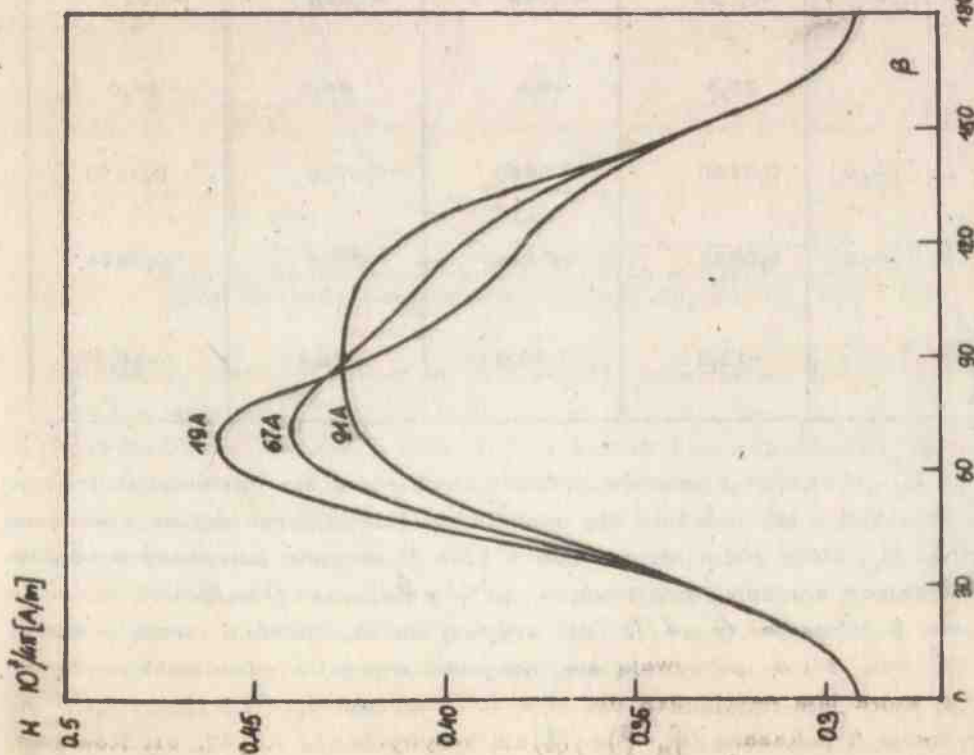




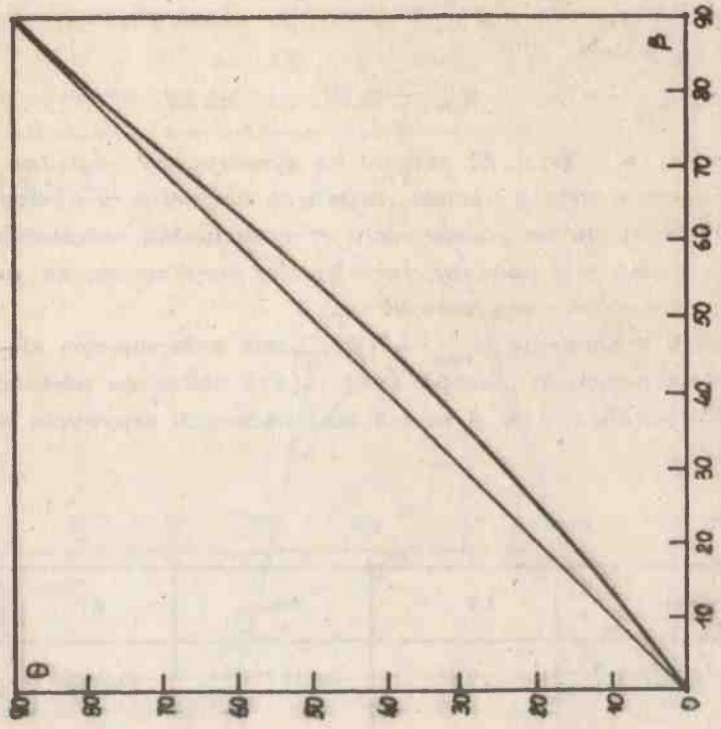
Rys. 5. Rodzina krzywych  $H=f(\beta)$  pomiar  $2\psi_p = 0$   
 $73-H_u=0, 79-H_u=0,025, 85-H_u=0,05, 91-H_u=0,075$ .  
 Wartości pól magnetycznych w jednostkach  $10^7/4 \pi [A/m]$ .



Rys. 6. Rodzina krzywych  $H=f(\beta)$  pomiar  $2\psi_p = 15$ ,  
 $25-H_u=0, 29-H_u=0,01, 32E-H_u=0,03, 29E-H_u=0,07$ ,  
 $32E-H_u=0,1$ . Wartości pól magnetycznych w jednostkach  
 $10^7/4 \pi [A/m]$ .



Rys. 7. Rodzina krzywych  $H=f(\beta)$  pomiar  $2u/\chi = 0,4$ ,  
 $H_1=0,075$ ,  $H_2=0,025$ ,  $19A-\psi_p=30$ ,  $67A-\psi_p=10$ ,  
 $91A-\psi_p=0$



Rys. 8.  $\theta = f(\beta)$  dla krzywej Nr 91

Ponieważ  $\psi_{II} - \varphi_p = 90^\circ$ , to przy  $\varphi_p$  dążącym do zera wpływ wyrazów  $b_2^k$  oraz  $b_4^k$  maleje.

$$\varphi_p \rightarrow 0 \quad \varphi_H \rightarrow 90 \quad \text{także } \varphi \rightarrow 0$$

Stąd dla  $\varphi_p = 0$  (rys. 5) krzywe są symetryczne względem  $\beta = 90^\circ$ . Rysunek 6 pokazuje zmianę kształtu badanych krzywych w funkcji  $H_u$  przy wartości  $H_1$  mniejszej niż na poprzednich wykresach. Jak należało się spodziewać, charakter zmian jest podobny, lecz słabiej zarysowany, ze względu na przeszło dwukrotnie mniejszą wartość  $H_1$ .

Rysunek 7 pokazuje  $H_{rez} = f(\beta)$ , gdzie zmieniającym się parametrem jest kąt  $\varphi_p$ . Na podstawie wzorów (16) i (17) obliczono wartości  $H_1$  i  $H_u$  analizą Fouriera i porównano je z wartościami badanych krzywych. Z tablicy 1 wynika,

T a b l i c a 1

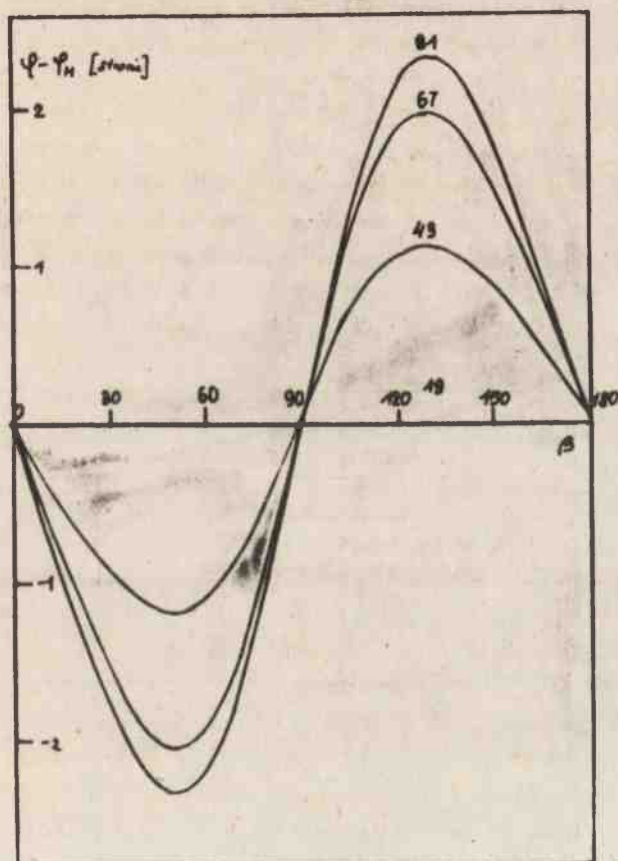
Nr krzywej	19	43	67	91
$H_1^F / 10^7 / 4 \text{ l} [\text{A/m}]$	-0,0186	-0,0177	-0,0138	-0,0135
$H_1 / 10^7 / 4 \text{ l} [\text{A/m}]$	-0,025	-0,025	-0,025	-0,025
$\frac{H_1 - H_1^F}{H_1} \%$	25,6	29,2	44,8	46,0
$H_u / 10^7 / 4 \text{ l} [\text{A/m}]$	0,0750	0,0750	0,0750	0,0750
$H_u^F / 10^7 / 4 \text{ l} [\text{A/m}]$	0,0834	0,0844	0,0886	0,0874
$\frac{H_u - H_u^F}{H_u} \%$	-11,2	-12,53	-15,47	-16,53

iz wartość  $H_1^F$  obliczona z wzorów przybliżonych różni się od faktycznej o 25-46%. Natomiast - jak należało się spodziewać - mniejszym błędem obarczona jest wartość  $H_u$ , która różni się średnio o 15%. Przyczyną powyższych błędów są upraszczające założenia przyjmujące, że  $\varphi = \varphi_H$  oraz  $\theta = \beta$ .

Rysunek 8 pokazuje  $\bar{n} = f(\beta)$  dla krzywej Nr 91. Widać z niego, iż dla  $\beta = 0, 90^\circ$  kąty  $\beta$  i  $\theta$  pokrywają się, natomiast wewnątrz przedziału występują różnice, która jest największa dla  $\beta = 40^\circ$  i wynosi  $6,46^\circ$ .

Na rysunku 9 pokazano  $(\varphi_H - \varphi) = f(\beta)$  dla krzywych 19, 43, 67, 91. Równość

całków  $\Psi$  i  $\Psi_H$  zachodzi dla krzywej 19, gdzie  $\Psi_p = -30^\circ$ . Ponieważ  $\Psi_H \cdot \Psi_p + 90^\circ = -30^\circ + 90^\circ = 60^\circ$ ,  $\sin 3\Psi = 0$  i wtedy  $\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0$ . Zgodnie jest to z obliczeniami zestawionymi w tabelcy 1.

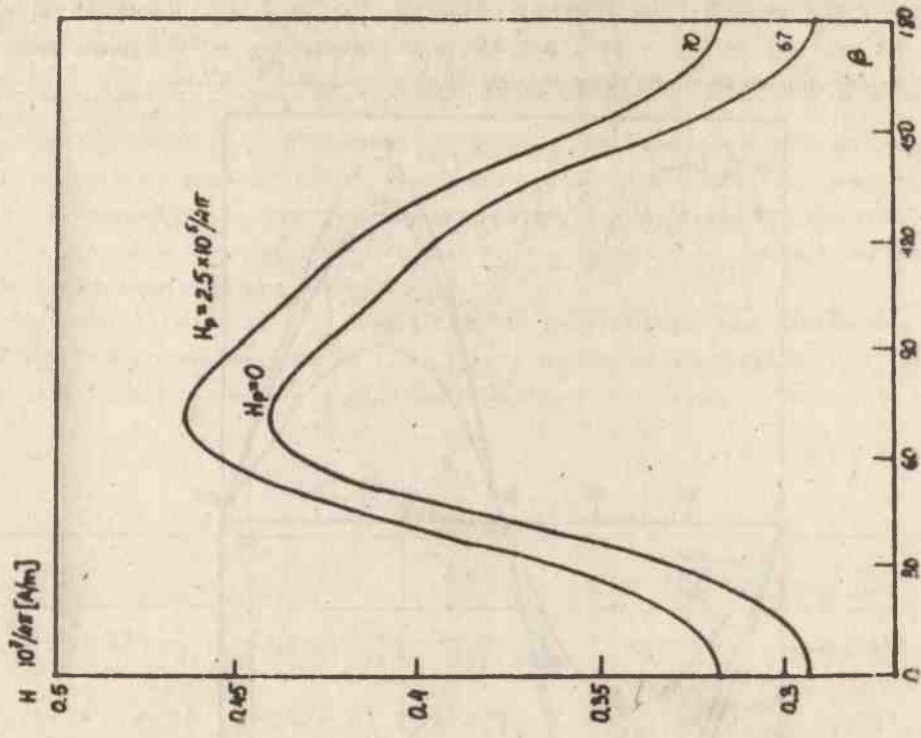


Rys. 9. Rodzina krzywych  $(\Psi - \Psi_H) = f(\beta)$ , poszczególne wykresy odpowiadają krzywym 19, 43, 67, 91

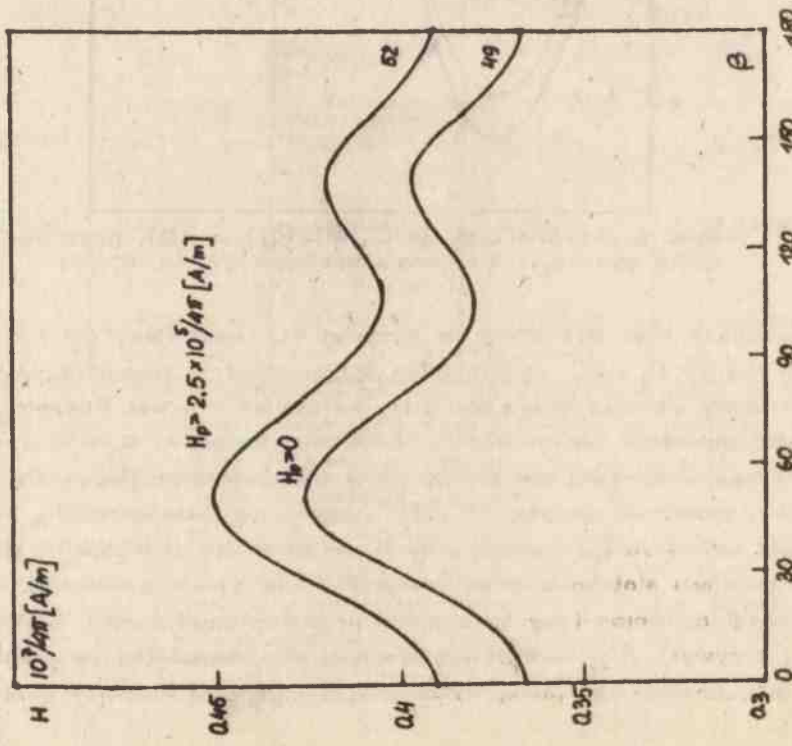
Największy błąd otrzymany dla krzywej 91, najmniejszy dla 19, w której różnica między  $H_1$  i  $H_1^*$  wynika tylko z niespełnienia równości  $Q = \beta$

Rozważmy obecnie wpływ stałej  $H_u$  na kształt krzywej. Rozpatrzmy dwa przypadki pokazane na rysunku 10 i 11. Jest to pomiar 2, w którym wg wzoru (10) kształt krzywej nie zależy od  $H_u$ , natomiast przesuwa się tylko poziom stały. Jak widać na rysunku 10 i 11, wniosek ten jest spełniony przy  $H_u = 0$ , natomiast pewne różnice widać przy  $H_u = 0,035 / 10^7 / 1 \text{ J} [\text{A/m}]$ , gdzie oprócz zmiany poziomu stałego zmodyfikowany jest nieco kształt krzywej.

Z uwagi na wnioski wypływające z przedstawionej analizy porównawczej badanych krzywych  $H_{\text{oc}} = f(\beta)$  ułożono program dopasowujący ADOP, który umożliwia obliczenia z żądaną dokładnością interesujących nas parametrów.



Rys. 11.  $H=f(\beta)$   $\psi_p = -10$ ,  $\omega/\gamma = 0.4$ ,  $H_p = 0.025$ ,  $H_0 = 0.075$ ,  $H_p = 0$ ,  $52-H_p = 0.025$ ,  $49-H_p = 0$ . Wartości pól magnetycznych w jednostkach  $10^3 \text{ A/m}$ .



Rys. 10.  $H=f(\beta)$  pomiar 2,  $\psi_p = -10$ ,  $\omega/\gamma = 0.4$ ,  $H_p = 0.025$ ,  $H_0 = 0$ ,  $52-H_p = 0.025$ ,  $49-H_p = 0$ . Wartości pól magnetycznych w jednostkach  $10^3 \text{ A/m}$ .

Obliczenia przeprowadzono w dwóch wariantach ADOP1 oraz ADOP2. ADOP1 wykorzystuje program ANKORT oraz program 11.1 GRIDLS. ADOP2 wykorzystuje program ANKORT oraz program 11.5 CURFIT. SUBROUTINE GRIDLS oraz SUBROUTINE CURFIT (11) zmodyfikowano przystosowując je do pracy z kompilatorem XFAT w EMC ÓDRA 1305.

T a b l i c a 2

PROGRAM 11-1 GRIDLS

DANE POCZĄTKOWE: Z, HU, HI = 0.4100 0.0900 -0.025

FY, FAS, FAD = 1000.0 20.0 20.0

E1 = 0.050 MODE = 1 HP = 0.0000 FIPP = -15.0

MAPA ZMIANY PARAMETRÓW A

CHISOR	Z  T	HU  T '	HI  T
474.1469	0.4010	0.0899	-0.0161
119.4545	0.3971	0.0925	-0.0123
58.1658	0.3968	0.0951	-0.0109
27.8844	0.3976	0.0970	-0.0103
11.6169	0.3984	0.0982	-0.0101
4.4212	0.3990	0.0990	-0.0100
1.5477	0.3994	0.0994	-0.0100
0.5170	0.3995	0.0997	-0.0100
0.1690	0.3996	0.0998	-0.0100
0.0565	0.3999	0.0999	-0.0100
0.0215	0.3999	0.0999	-0.0100
0.0105	0.4000	0.1000	-0.0100
0.0075	0.4000	0.1000	-0.0100

CZAS = 466 SEK

Uwaga: wartości Z, HU, HI podano w jednostkach  $10^7/4 \mu [A/m]$

W tablicach 2 i 3 pokazano mapę dopasowań parametrów A. Jak wynika, z załączonych wydruków, przy założonym  $\xi = 0,01$  program ADOP1 realizuje się w 16 krokach w ciągu około 600 sek., natomiast ADOP2 w 3 krokach w czasie 100 sek.

WNIOSKI

Z przedstawionych rozważań porównawczych między przybliżonymi metodami analitycznymi a dokładnymi metodami numerycznymi wynika, iż stosowalność przybliżonych wzorów analitycznych jest możliwa tylko w przypadku zgrubnej oceny

## PROGRAM 11-5 CURFIT

DANE POCZĄTKOWE: Z, HU, HI = 0.4100 0.0900 -0.0250

FY, FAS, FAD = 1000.0 20.0 20.0

FLAMDA = 0.0010

EI = 0.010 MODE =1 HP = 0.0000 FIPP = -15.0

## MAPA ZMIANY PARAMETRÓW A

CHISOR	Z  T	HU  T	HI  T
2.3405	0.3995	0.0994	-0.0098
0.0060	0.4000	0.1000	-0.0100
0.0060	0.4000	0.1000	-0.0100

CZAS = 99 SEK

Uwaga: wartości Z, HU, HI podano w jednostkach  $10^7/4 \mu$  [A/m]

parametrów. Najmniejszy błąd, około 15%, występuje przy obliczaniu stałej  $H_u$ , natomiast obliczając stałą anizotropii kubicznej  $H_1$  popełniamy błąd rzędu 50%. Obliczenia numeryczne pozwalają nam otrzymać poszukiwane stałe z dokładnością uwarunkowaną tylko danymi pomiarowymi. Przydatność obliczeń analitycznych oprócz zgrubej oceny szukanych parametrów mogą mieć zastosowanie jako dane początkowe w programie dopasowującym, pozwalając w ten sposób skrócić czas jego pracy. Jak wynika z map dopasowań (tablica 2, 3), należy stosować program wykorzystujący SUBROUTINE CURFIT ze względu na krótki czas pracy, około 100 sek. Czas ten można by skrócić do kilku sekund przy pracy na szybszych maszynach, np. CYBER 60 lub IBM 360.

(Wpłynęło 10.1.1981)

## LITERATURA

1. Smit J., Bellers H.G., Philips Res. Rep., **10**, 113, (1955).
2. Suhi H., Phys. Rev., **97**, 855 (1955).
3. Gurewicz A.G., Magnitnyj rezonans w ferritach i antiferromagnetykach, Moskwa (1973).
4. Morrish A.H., Fizyczna podstawa magnetyzmu, PWN, Warszawa (1970).
5. Vittoria C., Lessoff H., Wiley D., Intermag Conference, 273 (1972).
6. Wades R., Zjawiska rezonansowe w ferrytach, PWN (1964).
7. Maryška M., Nitch K., Czech. J. Phys., **B 28**, 343 (1978).
- Jabłoński R., Palcaśwski M., Barnecki J., 4th International Conf. on Microwave Ferrite 268, Jabłonna (1978).
- Bevington P.R., Data reduction and error analysis for physical sciences, New York (1989).