

INSTYTUT
TECHNOLOGII
MATERIAŁÓW
ELEKTRONICZNYCH

PRACE ITME

ZASTOSOWANIE METODY MUELLERA DO ANALIZY ZJAWISKA DWÓJŁOMNOŚCI WYMUSZONEJ MECHANICZNIE W MATERIAŁACH PÓŁPRZEWODNIKOWYCH

1988

Zeszyt 25

<http://rcin.org.pl>

**INSTYTUT TECHNOLOGII
MATERIAŁÓW ELEKTRONICZNYCH**

**Andrzej BAJOR
Grażyna ADAMKIEWICZ**

**ZASTOSOWANIE METODY MUELLERA
DO ANALIZY ZJAWISKA DWÓJŁOMNOŚCI
WYMUSZONEJ MECHANICZNIE
W MATERIAŁACH PÓLPRZEWODNIKOWYCH**

Redaktor naczelny **PRAC ITME**: doc. dr hab. inż. Wiesław **MARCINIAK**
Redaktor działowy zeszytu: dr inż. Andrzej **BUKOWSKI**
Sekretarz redakcji: dr inż. Łukasz **KACZYŃSKI**

Adres redakcji:

Instytut Technologii Materiałów Elektronicznych
ul. Wólczyńska 133, 01-919 Warszawa

PL ISSN 0209 — 0066

Andrzej BAJOR, Grażyna ADAMKIEWICZ - "Zastosowanie metody Muellera do analizy zjawiska dwójłomności wymuszonej mechanicznie w materiałach półprzewodnikowych".

W pracy przedstawiono zasadę macierzowej metody Muellera, która może być zastosowana do analizy stanu wiązki promieniowania w układach polaryskopów wykorzystywanych do badań dwójłomności wymuszonej mechanicznie w materiałach półprzewodnikowych. Przeprowadzono analizę dla różnych układów polaryskopu liniowego lub kołowego, a także dla polaryskopów z jedną ćwierćfalówką. Zamieszczono wyniki doświadczalne badań dwójłomności w materiałach półprzewodnikowych, ilustrujące główne wnioski, uzyskane na drodze teoretycznej w wyniku analizy układów optycznych polaryskopów dokonanej za pomocą metody Muellera. Wykazano, że zastosowanie metody Muellera prowadzi do stosunkowo szybkiego uzyskania ogólnego wyrażenia na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, którego analiza umożliwia rozwinięcie nowych metod badania dwójłomności w materiałach półprzewodnikowych.

Andrzej BAJOR, Grażyna ADAMKIEWICZ - "Application of the Mueller calculus for the analysis of stress-induced birefringence in semiconductors".

This paper presents the principles of the Mueller calculus applied for the analysis of a polarized beam in different polariscope configurations. This analysis has been carried out both for the plane and circular polariscopes and also for polariscopes with only one quarter-wave plate. It has been shown that the use of the Mueller calculus enables rapid determination of the general expression for the intensity of light transmitted by the analyzer in a plane polariscope, which leads to a new class of methods of birefringence measurement. The experimental results of the investigation of stress-induced birefringence in semiconducting materials support theoretical predictions obtained with the use of the Mueller calculus.

А. Байер, Г. Адамкевич - "Использование метода Мюллера для анализа вынужденного двупреломления в полупроводниковых материалах"

В работе представлен принцип матричного метода Мюллера, который применяется для анализа пучка излучения в системах поляризаторов, использованных для исследования механически вынужденного двупреломления в полупроводниковых материалах. Анализ учитывает разные системы линейных и круговых поляризаторов, а также поляризаторов с одной круговой пластинкой. Представлены экспериментальные результаты исследования двупреломления в полупроводниках, иллюстрирующие главные выводы теоретического анализа. Показано, что использование метода Мюллера для системы линейного поляризатора позволяет получить формулу на интенсивность пучка излучения за анализатором, которая ведет к новым методом исследования двупреломления.

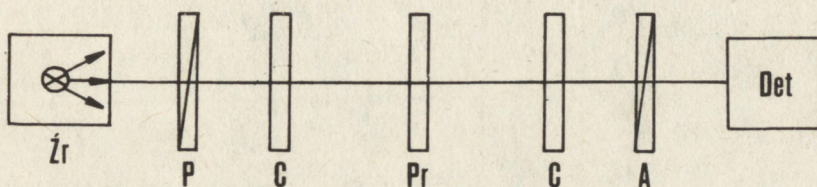
INDEKS OZNACZEŃ

- a - gradient parametru δ w badanym obszarze próbki
- C - parametr Stokesa
- d - grubość próbki
- D - średnica próbki
- I - parametr Stokesa
- I - natężenie wiązki promieniowania elektromagnetycznego
- I_{\max} - maksymalna wielkość natężenia wiązki promieniowania
- I_{\min} - minimalna wielkość natężenia wiązki promieniowania
- $I / -45^\circ /$ - wielkość natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora tworzy kąt -45° z osią przepuszczania polaryzatora
- $I / 0^\circ /$ - wielkość natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora jest równoległa do osi przepuszczania polaryzatora
- $I / +45^\circ /$ - wielkość natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora tworzy kąt $+45^\circ$ z osią przepuszczania polaryzatora
- $I / 90^\circ /$ - wielkość natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora jest prostopadła do osi przepuszczania polaryzatora
- k - parametr bezwymiarowy, bliski jedności
- M - parametr Stokesa
- [M] - macierz Muellera
- $[M_a]$ - macierz Muellera dla analizatora
- $[M_d]$ - macierz Muellera dla ćwierćfalówki
- $[M_{c0^\circ}]$ - macierz Muellera dla ćwierćfalówki, której pierwszy azymut jest równoległy do poziomu
- $[M_{c \pm 45^\circ}]$ - macierz Muellera dla ćwierćfalówki, której pierwszy azymut jest ustawiony pod kątem $\pm 45^\circ$ do poziomu
- $[M_d]$ - macierz Muellera dla liniowej płytki opóźniającej
- $[M_{d0^\circ}]$ - macierz Muellera dla płytki opóźniającej, której pierwszy azymut jest równoległy do poziomu
- $[M_d \pm 45^\circ]$ - macierz Muellera dla płytki opóźniającej, której pierwszy azymut tworzy kąt $\pm 45^\circ$ z kierunkiem poziomu
- $[M_p]$ - macierz Muellera dla polaryzatora
- n - liczby dodatnie całkowite $n = 0, 1, 2, \dots$
- Δn - dwójłomność
- x - położenie punktu pomiarowego / badanego obszaru próbki / licząc od środka płytki w kierunku krawędzi
- x_0 - położenie izochromy w przypadku $\mathcal{E} = 0$
- $\Delta x / \mathcal{E}$ - przemieszczenie pierścienia izochromy w przypadku $\mathcal{E} \neq 0$
- $[v_p]$ - wektor Stokesa wiązki padającej
- $[v_w]$ - wektor Stokesa wiązki wychodzącej

- α - kąt między osią przepuszczania polaryzatora a kierunkiem poziomym
- β - kąt między osią przepuszczania analizatora a kierunkiem poziomym
- γ - kąt między pierwszym azymutem ćwierćfalówki a kierunkiem poziomym
- δ - względna różnica dróg optycznych promieni nadzwyczajnego i zwyczajnego w próbce
- δ_0 - wielkość parametru δ wynikająca z przecięcia się krzywej $\delta/x/$ z osią rzędnych
- ε - kąt między osią przepuszczania analizatora a kierunkiem pionu
- λ - długość fali promieniowania elektromagnetycznego
- θ - kąt między pierwszym azymutem płytki opóźniającej a kierunkiem poziomym

1. WSTĘP

Zjawisko dwójłomności wymuszonej w materiałach jest zwykle analizowane w układach polaryskopu liniowego lub kołowego. W przypadku polaryskopu kołowego, którego schemat blokowy jest pokazany na rysunku 1, podstawowymi elementami optycznymi układu są: para polaryzatorów /z których jeden pełni funkcję analizatora/ przekształcających padającą wiązkę promieniowania na wiązkę spolaryzowaną liniowo w płaszczyźnie równoległej do osi przepuszczania polaryzatora, para ćwierćfalówek przekształcających polaryzację liniową na eliptyczną i odwrotnie oraz próbka, która gdy jest dwójłomna - podobnie jak ćwierćfalówka - zmienia stan polaryzacji wiązki przez nią przechodzącej. W układzie polaryskopu liniowego nie stosuje się ćwierćfalówek. Pozostałe elementy układu są takie jak na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy układu polaryskopu kołowego

Oznaczenia:

- Żr - źródło promieniowania,
- P - polaryzator,
- C - ćwierćfalówka,
- Pr - próbka pomiarowa,
- A - analizator,
- Det - detektor promieniowania

Głównym elementem będącym przedmiotem analizy są tzw. obrazy polaryskopowe próbek, powstające za analizatorem w wyniku przejścia wiązki promieniowania przez próbkę i elementy optyczne układu polaryskopu. Ponadto analizuje się zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem od położenia próbki oraz kierunków azymutów polaryzatora, analizatora i ćwierćfalówek.

Wiązka promieniowania przechodząca przez ćwierćfalówkę lub badaną próbkę jest w ogólności wiązką spolaryzowaną eliptycznie, którą można traktować jako geometryczne złożenie dwóch ortogonalnych wiązek spolaryzowanych liniowo. Kierunki tych wiązek są zależne od stanu polaryzacji wiązki padającej, a w przypadku próbki - ponadto od azymutów próbki i jej dwójłomności.

W przypadku materiałów półprzewodnikowych badaną próbką jest zwykle płytka półprzewodnika wycięta pod odpowiednim kątem od osi wyciągania kryształu. W takiej płytce jak wykazują liczne badania /np. /1-19// występują naprężenia wewnętrzne, wywołujące zjawisko dwójłomności wymuszonej. Ze względu na niejednorodność rozkładu naprężeń w płytce powinna być ona traktowana jako zbiór nieskończenie małych elementów,

z których każdy stanowi samoistny element dwójłomny, któremu może być przypisana odpowiednia wielkość dwójłomności i kierunki azymutów.

Analiza zjawiska dwójłomności wymuszonej w przypadku próbek, w których występuje anizotropia rozkładu dwójłomności, jest w ogólnym przypadku problemem skomplikowanym, nie poddającym się intuicyjnym ocenom. Do analizy takiej jest stosowany złożony aparat matematyczny, który znacznie upraszcza się w przypadku wykorzystania tzw. macierzowej metody Muellera.

2. METODA MUELLERA

W metodzie Muellera zakłada się, że do opisu stanu spolaryzowanej wiązki promieniowania wystarczy zestaw czterech parametrów charakterystycznych, tworzących łącznie tzw. wektor Stokesa:

$$[V_p] = \begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} \quad /1/$$

gdzie:

$[V_p]$ - wektor Stokesa,
 I, M, C, S - parametry Stokesa.

Parametr I charakteryzuje natężenie wiązki. Zwykle do obliczeń przyjmuje się znormalizowaną wielkość tego parametru równą 1. Parametr M wskazuje na uprzywilejowanie polaryzacji liniowej poziomej $M = 1/$ w stosunku do polaryzacji liniowej pionowej $M = -1/$. Parametr C wskazuje na uprzywilejowanie polaryzacji liniowej pod kątem $+45^\circ$ $C = 1/$ w stosunku do polaryzacji pod kątem -45° $C = -1/$. Parametr S wskazuje na uprzywilejowanie polaryzacji kołowej prawoskrętnej $S = 1/$ w stosunku do polaryzacji kołowej lewoskrętnej $S = -1/$. W tabelicy 1 podano przykładowo wektory Stokesa dla różnych stanów polaryzacji wiązki.

Tablica 1. Wektor Stokesa dla niektórych stanów polaryzacji wiązki promieniowania

| Stan polaryzacji | I | M | C | S |
|--|---|---|---------|----|
| Wiązka niespolaryzowana | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Wiązka spolaryzowana liniowo poziomo | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Wiązka spolaryzowana liniowo pod kątem $\pm 45^\circ$ do poziomu | 1 | 0 | ± 1 | 0 |
| Wiązka spolaryzowana kołowo prawoskrętnie | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Wiązka spolaryzowana kołowo lewoskrętnie | 1 | 0 | 0 | -1 |

W metodzie tej zakłada się ponadto, że każdy element optyczny oddziałujący z wiązką promieniowania może być scharakteryzowany przez macierz utworzoną z 4x4 elementów, które opisują łącznie wpływ elementu na zmianę stanu polaryzacji wiązki. Postacie tych macierzy, zwanych macierzami Muellera, wynikają głównie ze znalezionej doświadczalnie liniowej zależności między wiązką padającą na polaryzator lub płytkę opóźniającą, a wiązką wychodzącą. Doświadczenie wykazuje, że w normalnych warunkach każda własność /I, M, C, S/ wiązki wychodzącej zależy od pierwszej potęgi odpowiedniej własności wiązki padającej [20], a więc:

$$[V_w] = [M][V_p] \quad /2/$$

gdzie:

$[V_w]$ - wektor Stokesa wiązki wychodzącej,

$[M]$ - macierz Muellera,

$[V_p]$ - wektor Stokesa wiązki padającej.

Należy jednak zauważyć, że w niektórych przypadkach, np. użycia laserów, natężenie wiązki padającej może być na tyle duże, że zależność parametrów wiązki wychodzącej od parametrów wiązki padającej staje się nieliniowa.

Metoda Muellera jest szczególnie przydatna do rozwiązywania problemów dotyczących zestawów kilku lub kilkunastu elementów optycznych np:

$$[V_w] = [M_e] [M_d] [M_c] [M_b] [M_a] [V_p] \quad /3/$$

gdzie:

$[M_a]$ do $[M_e]$ - macierze Muellera kolejnych elementów optycznych w torze wiązki promieniowania.

W rozdziale 2.1 podano przykłady macierzy Muellera dla niektórych elementów optycznych [20-27].

2.1. Postacie macierzy Muellera dla polaryzatora /analizatora/

Jeżeli przez α oznaczymy kąt między osią przepuszczania polaryzatora a kierunkiem poziomym, to ogólna postać macierzy Muellera $[M_p]$ dla polaryzatora liniowego przyjmie postać:

$$[M_p] = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad /4/$$

Macierz Muellera dla polaryzatora /przedstawiona powyżej/ powinna być przemnożona przez stały czynnik, mniejszy od jedności, który charakteryzuje transmisję polaryzatora. Zwykle podaje się w literaturze wielkość tego czynnika równą 0,5 [20]. W rozważaniach przedstawionych w niniejszej pracy opuszcza się stały czynnik przed wszystkimi macierzami, co oznacza teoretycznie, że wiązka promieniowania przechodzi przez układ optyczny polaryzatoru bez strat. Opuszczanie stałych czyn-

ników przed macierzami nie wpływa na wnioski, które odnoszą się do wiązki promieniowania za analizatorem, której natężenie jest normalizowane.

Postać macierzy Muellera w przypadku analizatora, którego oś przepuszczania tworzy kąt β z kierunkiem poziomym jest analogiczna jak w przypadku polaryzatora:

$$[M_a] = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\beta & \sin 2\beta & 0 \\ \cos 2\beta & \cos^2 2\beta & \cos 2\beta \sin 2\beta & 0 \\ \sin 2\beta & \cos 2\beta \sin 2\beta & \sin^2 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad /5/$$

Poniżej podano przykładowo postacie macierzy Muellera dla polaryzatora /analizatora/ liniowego, którego oś przepuszczania jest ustawiona kolejno pod kątami 0° , $\pm 45^\circ$, 90° do kierunku poziomemu:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2.2. Postacie macierzy Muellera dla płytki opóźniającej

$$[M_d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\sin^2 2\theta \sin^2 \delta / 2 & \sin 4\theta \sin^2 \delta / 2 & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 4\theta \sin^2 \delta / 2 & 1 - 2\cos^2 2\theta \sin^2 \delta / 2 & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad /6/$$

gdzie:

$[M_d]$ - ogólna postać macierzy Muellera dla liniowej płytki opóźniającej,

θ - kąt między pierwszym azymutem płytki opóźniającej a kierunkiem poziomym,

δ - względna różnica dróg optycznych promieni nadzwyczajnego i zwyczajnego w płytce opóźniającej.

W przypadku, gdy pierwszy azymut płytki jest ustawiony równoległe do kierunku poziomemu $\theta = 0^\circ$, macierz ta przybiera postać:

$$[M_{d0^\circ}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad /7/$$

Natomiast w przypadku, gdy pierwszy azymut płytki jest ustawiony pod kątem $\theta = \pm 45^\circ$, macierz Muellera dla płytki opóźniającej przybiera postać:

$$[M_{d\pm 45^\circ}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & \pm \sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \pm \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{bmatrix} \quad /8/$$

<http://rcin.org.pl>

W przypadku stosowania ćwierćfalówki /tj. płytki opóźniającej wprowadzającej różnicę faz dróg optycznych/ $\delta = 90^\circ$, której pierwszy azymut jest ustawiony pod kątem γ do kierunku poziomu, macierz Muellera przybierze postać:

$$[M_c] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\gamma & \frac{1}{2}\sin 4\gamma & -\sin 2\gamma \\ 0 & \frac{1}{2}\sin 4\gamma & \sin^2 2\gamma & \cos 2\gamma \\ 0 & \sin 2\gamma & -\cos 2\gamma & 0 \end{bmatrix} \quad /9/$$

W przypadku, gdy pierwszy azymut ćwierćfalówki γ jest ustawiony pod kątem $\pm 45^\circ$ do kierunku poziomu, macierz Muellera przybiera postać:

$$[M_{c\pm 45^\circ}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad /10/$$

2.3. Płytką półprzewodnika jako optyczny element dwójłomny

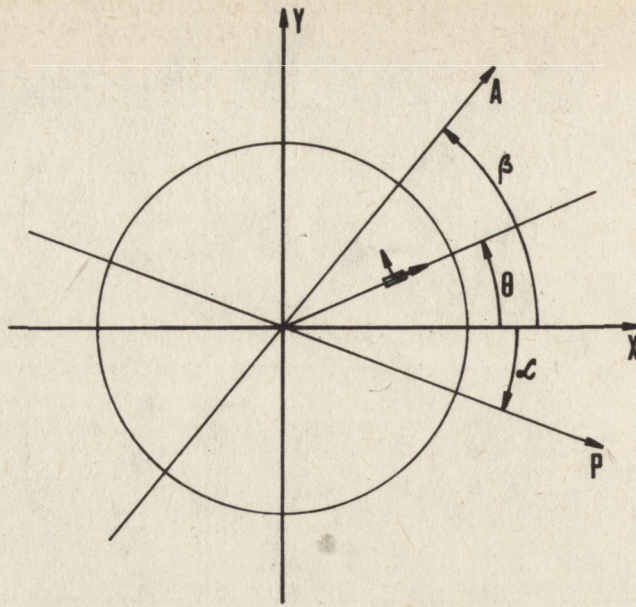
Jak już wspomniano we wstępie, płytka półprzewodnika powinna być traktowana jako zbiór infinitezymalnie małych elementów, z których każdy stanowi samoistną płytkę opóźniającą, z własnymi azymutami, wprowadzającą odpowiednią różnicę faz /dróg optycznych/ δ . W ogólnym przypadku jest to zbiór elementów nie uporządkowanych w tym sensie, że nie istnieją wyróżnione kierunki azymutów, a także rozkład parametru δ wzdłuż dowolnej linii przechodzącej przez środek geometryczny płytki jest funkcją nieregularną.

Sytuacja znacznie upraszcza się w przypadku, gdy płytka ma kształt regularnej bryły geometrycznej /np. walca o niewielkiej wysokości/, a także gdy w płytce występuje tzw. osiowo-symetryczny stan naprężeń. Przyjęcie tego ostatniego założenia oznacza, że kierunki azymutów poszczególnych elementów płytki półprzewodnika są odpowiednio równoległe i prostopadłe do promienia w dowolnym miejscu płytki.

W celu uproszczenia obliczeń przyjmuje się, że w rozpatrywanej płytce półprzewodnika istnieje osiowo-symetryczny stan naprężeń. Założenie to, jak wykazują wyniki badań przedstawione w rozdziale 7, jest często spełnione w praktyce, aczkolwiek należy nadmienić, że wnioski, które wynikają ze szczegółowych obliczeń dla przypadku płytki z osiowo-symetrycznym stanem naprężeń, mogą być ekstrapolowane również dla przypadków asymetrycznych.

Na rysunku 2 pokazano schematycznie widok płytki półprzewodnika w przyjętym układzie współrzędnych.

Na rysunku tym zaznaczono położenie infinitezymalnie małego elementu płytki o kształcie prostokąta, którego azymuty są odpowiednio równoległe i prostopadłe do promienia płytki przechodzącego przez środek prostokąta. Na rysunku zaznaczono również położenie osi polaryzatora i analizatora, a także odpowiednie kąty



Rys. 2. Schematyczny widok płytki półprzewodnika w przyjętym układzie współrzędnych

Oznaczenia:

P - oś przepuszczania polaryzatora,

A - oś przepuszczania analizatora,

α - kąt, jaki oś przepuszczania polaryzatora tworzy z kierunkiem poziomym,

β - kąt, jaki oś przepuszczania analizatora tworzy z kierunkiem poziomym,

θ - kąt, jaki pierwszy azymut w badanym obszarze próbki tworzy z kierunkiem poziomym

3. ANALIZA STANU POLARYZACJI WIĄZKI PROMIENIOWANIA W UKŁADZIE POLARYSKOPU LINIOWEGO

Poniżej zostaną rozpatrzone dwa ogólne przypadki, z których wynikają wszystkie szczegółowe konfiguracje elementów optycznych, spotykane w praktycznych układach polaryskopu liniowego.

3.1. Polaryzator pod dowolnym kątem α , analizator skrzyżowany z polaryzatorem

W przypadku skrzyżowania analizatora z polaryzatorem, oś analizatora zostanie ustawiona do poziomu pod kątem:

$$\beta = \pi/2 + \alpha$$

/11/

Stan wiązki wychodzącej z analizatora jest opisany zależnością:

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = [M_a][M_d][M_p] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad /12/$$

Po przemnożeniu tych macierzy oraz dokonaniu odpowiednich przekształceń otrzymuje się następującą zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem od rozpatrywanych parametrów:

$$I = /1 - \cos \delta / \cos^2 2\alpha \sin^2 2\theta + \sin^2 2\alpha \cos^2 2\theta - \frac{1}{2} \sin 4\alpha \sin 4\theta / \quad /13/$$

Można tu wyróżnić następujące przypadki szczególne:

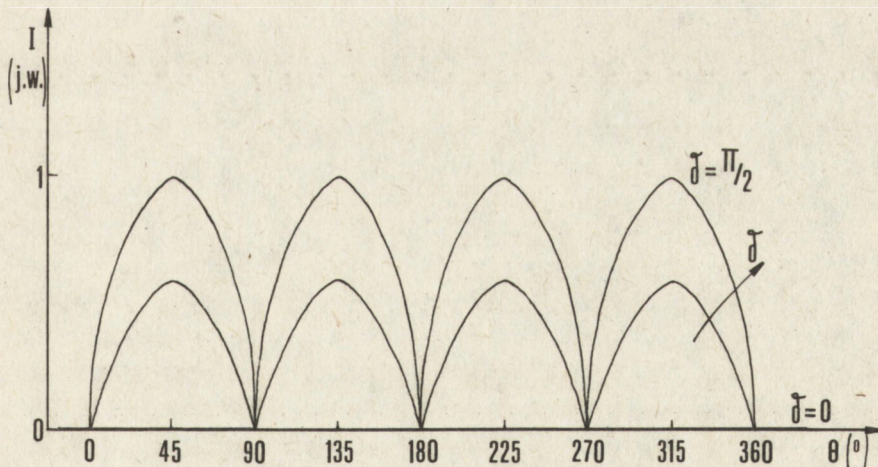
3.1.1. Polaryzator pod kątem $\alpha = 0^\circ$

Przy osi polaryzatora równoległej do kierunku poziomu /oś analizatora odpowiednio prostopadła do poziomu/ zależność /13/ redukuje się do postaci:

$$I = /1 - \cos \delta / \sin^2 2\theta \quad /14/$$

Wykres tej zależności jest pokazany na rysunku 3.

Nie trudno zauważyć, że gdy θ przybiera wartość 0° , 90° , 180° , 270° , tj. gdy rozpatrywany obszar półprzewodnika leży na linii pokrywającej się z osią przepuszczania polaryzatora lub analizatora, następuje całkowite wygaszenie wiązki promieniowania przez analizator. Pozostałe obszary płytki półprzewodnika są mniej lub bardziej rozjaśnione w zależności od azymutu θ i wielkości parametru δ . Jednakże w każdym przypadku obszar o największej intensywności leży na liniach leżących pośrodku osi przepuszczania polaryzatora i analizatora, tj. gdy θ przybiera wartości 45° , 135° , 225° i 315° .



Rys. 3. Zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego od azymutu badanego obszaru półprzewodnika θ i od względnej różnicy dróg optycznych promieni nadzwyczajnego i zwyczajnego δ

Należy również zauważyć, że gdy próbka jest nie naprężona, tj. gdy $\delta = 0$, zgodnie z zależnością /13/ $I = 0$, tj. następuje całkowite wygaszenie wiązki promieniowania przez analizator.

3.1.2. Polaryzator pod kątem $\alpha = -45^\circ$

Przy ustawieniu osi przepuszczania polaryzatora pod kątem -45° do kierunku poziomym /analizator odpowiednio pod kątem $+45^\circ$ / zależność /13/ przybiera postać:

$$I = \frac{1 - \cos \delta}{\cos^2 2\theta} \quad /15/$$

Wykres tej zależności jest identyczny jak w przypadku opisanym w rozdziale 3.1.1, z tym że rodzina krzywych jest przesunięta w lewo /o kąt -45° / w stosunku do krzywych pokazanych na rysunku 3.

Z rozważań przedstawionych w rozdziale 3.1.1 i 3.1.2 wynikają następujące wnioski:

- Polaryskopowym obrazem nie naprężonej próbki jest jednolicie ciemny obraz jej powierzchni.
- W przypadku, gdy w próbce istnieje osiowo-symetryczny stan naprężeń, wiązka promieniowania przechodząca przez elementy próbki ułożone wzdłuż linii równoległych do osi przepuszczania polaryzatora i analizatora będzie całkowicie wygaszona przez analizator. W wyniku tego polaryskopowym obrazem takiej próbki będzie rozjaśniony obraz jej powierzchni, na którym będzie widoczny ciemny krzyż ze środkiem położonym w środku próbki, którego ramiona będą odpowiednio równoległe lub prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora. Krzyż ten stanowi układ dwóch wzajemnie prostopadłych izoklin, tj. miejsc geometrycznych punktów, w których azymuty /kierunki naprężeń głównych w próbce/ są równoległe lub prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora.
- W przypadku jednoczesnego obrotu polaryzatora i analizatora /przy nieruchomej próbce/ ramiona krzyża będą obracać się na tle powierzchni próbki zgodnie z ruchem osi przepuszczania polaryzatora.
- Podobna sytuacja wystąpi w przypadku obrotu próbki przy unieruchomionym polaryzatorze i analizatorze. Ramiona krzyża pozostaną nieruchome względem kierunku osi przepuszczania polaryzatora, ale z uwagi na obrót próbki, będą pozornie przemieszczać się na jej powierzchni.
- W przypadku, gdy w próbce istnieje asymetryczny rozkład naprężeń, promieniowanie przechodzące przez elementy próbki, których indywidualne azymuty są odpowiednio równoległe i prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora, będzie również wygaszane przez analizator. W wyniku tego polaryskopowym obrazem takiej próbki będzie rozjaśniony obraz jej powierzchni, na którym będzie widoczny układ izoklin, w ogólności o niesymetrycznym kształcie.

W celu ustalenia pozostałych parametrów wiązki promieniowania za analizatorem /M, C, S/ nie jest konieczne obliczanie tych parametrów z zależności /12/, gdyż parametry te zależą tylko od kierunku osi przepuszczania analizatora. Widać, że wiązka opuszczająca analiza-

tor musi być wiązką spolaryzowaną liniowo w kierunku osi analizatora, bez względu na stan wiązki padającej. Dlatego wielkość parametru $S = 0$ w każdym z podanych przypadków. Pozostałe parametry M, C , zgodnie z ogólną postacią macierzy Muellera dla analizatora /zależność /5//, są odpowiednio proporcjonalne do $\cos 2\beta$ i $\sin 2\beta$, co można sprawdzić dokonując odpowiedniego mnożenia macierzy /zależność /12//.

3.2. Polaryzator pod kątem $\alpha = -45^\circ$, analizator pod dowolnym kątem β

Przy ustawieniu osi przepuszczania polaryzatora pod kątem -45° do kierunku poziomu stan polaryzacji wiązki za analizatorem, którego os przepuszczania jest ustawiona pod dowolnym kątem β , wyrazi się zależnością:

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_a \\ M_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad /16/$$

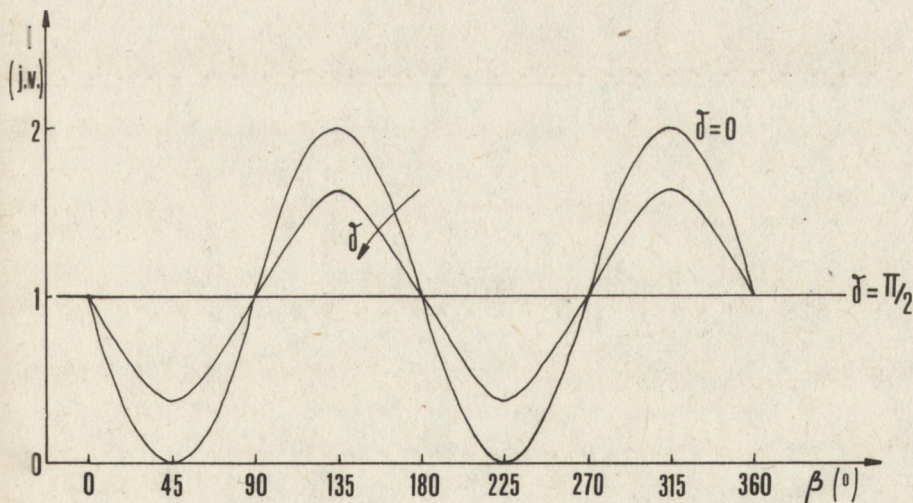
Dokonując mnożenia odpowiednich elementów macierzy otrzymuje się następującą zależność na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem:

$$I = 1 - \sin 2\beta + \frac{1 - \cos \delta}{\cos 2\theta} \frac{\sin 2\beta \cos 2\theta - \cos 2\beta \sin 2\theta}{\sin 2\theta} \quad /17/$$

W przypadku, gdy badane elementy płytki półprzewodnika, w której istnieje osiowo-symetryczny stan naprężeń są rozmieszczone wzdłuż średnicy płytki równoległej do kierunku poziomu, tzn. gdy $\theta = 0$, zależność powyższa redukuje się do postaci:

$$I = 1 - \sin 2\beta \cos \delta \quad /18/$$

Wykres tej zależności jest pokazany na rysunku 4.



Rys. 4. Zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego od azymutu analizatora β i od parametru δ

Ekstremalne wielkości natężenia wiązki promieniowania wyrażają się zależnościami:

$$I_{\max} = 1 + \cos \delta \quad /19/$$

$$I_{\min} = 1 - \cos \delta \quad /20/$$

Z zależności tych można wyznaczyć względną różnicę dróg optycznych promieni nadzwyczajnego i zwyczajnego w próbce, np.

$$\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \cos \delta \quad /21/$$

Powyższe zależności są podstawą tzw. metody fotometrycznej [28-31], w której w celu wyznaczenia wielkości δ najpierw w polaryskopowym obrazie próbki wyszukuje się izokliny /tj. miejsca geometryczne punktów, w których kierunki naprężeń głównych /azymutów/ są odpowiednio równoległe i prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora, ustawionej początkowo poziomo/, następnie - "wycelowując" detektor promieniowania w punkt leżący na izoklinie - ustawia się oś przepuszczania polaryzatora pod kątem -45° do kierunku poziomu i odnotowuje ekstremalne wielkości natężenia wiązki przy obrocie analizatora.

Uwagi odnośnie do wielkości pozostałych parametrów wiązki promieniowania /N, C, S/ są identyczne z uwagami przedstawionymi w rozdziale 3.1.2.

4. ANALIZA STANU POLARYZACJI WIĄZKI PROMIENIOWANIA W UKŁADZIE POLARYSKOPU KOŁOWEGO

Przed przystąpieniem do analizy stanu polaryzacji wiązki promieniowania w układzie polaryskopu kołowego rozpatrzmy układ elementów polaryzator-ćwierćfalówka.

4.1. Układ elementów polaryzator-ćwierćfalówka

Wektor Stokesa dla wiązki promieniowania wychodzącej z ćwierćfalówki wyraża się zależnością:

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_C \\ M_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad /22/$$

Dokonując mnożenia odpowiednich macierzy w zależności /22/ otrzymuje się następującą postać wektora Stokesa dla wiązki promieniowania wychodzącej z ćwierćfalówki:

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos^2 2\gamma \cos 2\alpha + 0,5 \sin 4\gamma \sin 2\alpha \\ 0,5 \sin 4\gamma \cos 2\alpha + \sin^2 2\gamma \sin 2\alpha \\ \sin 2\gamma \cos 2\alpha \end{bmatrix} \quad /23/$$

łatwo zauważyć, że jeżeli:

$$2/\gamma - \alpha/ = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /24/$$

lub

$$\gamma = \alpha + n\pi/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /25/$$

to $S = 0$. Innymi słowy mówiąc, jeżeli pierwszy azymut ćwierćfalówki jest równoległy lub prostopadły do osi przepuszczania polaryzatora, to wtedy ćwierćfalówka nie zmienia stanu polaryzacji wiązki.

Natomiast w przypadku, gdy:

$$2/\gamma - \alpha/ = \pi/2 + 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /26/$$

lub

$$\gamma = \alpha + \pi/4 + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /27/$$

wtedy $S = 1$.

Podobnie, gdy:

$$\gamma = \alpha - \pi/4 + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /28/$$

wtedy $S = -1$. Oznacza to, że jeżeli pierwszy azymut ćwierćfalówki jest ustawiony pod kątem $+45^\circ$ do osi przepuszczania polaryzatora, to wtedy wiązka promieniowania wychodząca z ćwierćfalówki jest spolaryzowana kołowo prawoskrętnie. Gdy azymut ten jest ustawiony pod kątem -45° , wtedy wiązka jest spolaryzowana kołowo lewoskrętnie.

4.2. Układ polaryskopu z jedną ćwierćfalówką

Rozpatrujemy układ polaryskopu, w którego torze znajdują się kolejno następujące elementy: polaryzator, którego oś przepuszczania jest ustawiona poziomo; ćwierćfalówka, której pierwszy azymut jest ustawiony pod kątem -45° do poziomu; badana próbka oraz analizator, którego oś przepuszczania jest ustawiona pod kątem β do poziomu. Wektor Stokesa dla wiązki wychodzącej z analizatora jest opisywany zależnością:

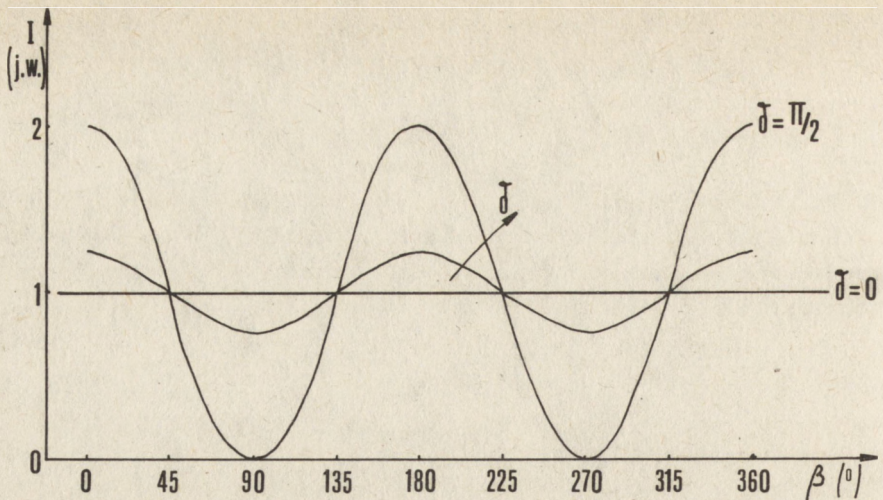
$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_a \\ M_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad /29/$$

Wektor Stokesa po prawej stronie zależności /29/ opisuje wiązkę promieniowania spolaryzowaną kołowo lewoskrętnie, która jest wynikiem działania polaryzatora i ćwierćfalówki ustawionej pod kątem -45° do osi przepuszczania polaryzatora. Dokonując mnożenia odpowiednich elementów macierzy otrzymuje się zależność na natężenie wiązki za analizatorem:

$$I = 1 + \cos 2\beta \sin 2\theta \sin \delta - \sin 2\beta \cos 2\theta \sin \delta \quad /30/$$

W przypadku próbki z osiowo-symetrycznym stanem naprężeń, w której badane elementy są położone wzdłuż linii tworzącej kąt 45° z osią przepuszczania polaryzatora zależność ta redukuje się do postaci:

$$I = 1 + \cos 2\beta \sin \delta \quad /31/$$



Rys. 5. Zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem od azymutu analizatora β i od parametru δ w układzie polaryskopu, w którym na próbkę pada wiązka promieniowania spolaryzowana kołowo lewoskrętnie

Wykres tej zależności jest pokazany na rysunku 5.

Ekstremalne wielkości natężenia wiązki promieniowania przy obrocie analizatora wyrażają się zależnościami:

$$I_{\max} = 1 + \sin \delta \quad /32/$$

$$I_{\min} = 1 - \sin \delta \quad /33/$$

a wzór służący do wyznaczania wielkości δ przybiera postać:

$$\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \sin \delta \quad /34/$$

Z porównania rysunku 5 z rysunkiem 4, a także z porównania zależności /34/ z zależnością /21/ wynika wniosek, iż układ polaryskopu z jedną ćwierćfalówką jest szczególnie przydatny do stosowania w przypadku, gdy w próbce istnieją niewielkie naprężenia / δ jest bliskie zera/, co w zwykłym układzie polaryskopu liniowego - opisanym w rozdziale 3.2 - mogłoby spowodować trudności w pomiarze wielkości I_{\min} i wyznaczeniu wielkości δ .

4.3. Klasyczny układ polaryskopu kołowego

W powszechnie stosowanych układach polaryskopu kołowego [32], [33], które można traktować jako układy klasyczne, oś przepuszczania polaryzatora jest ukierunkowana poziomo, natomiast pierwszy azymut pierwszej ćwierćfalówki jest ustawiony pod kątem $+45^\circ$ lub -45° do kierunku poziomu. Pierwszy azymut drugiej ćwierćfalówki jest równoległy lub prostopadły do pierwszego azymutu pierwszej ćwierćfalówki, analizator jest skrzyżowany z polaryzatorem.

W pierwszej kolejności rozpatrzmy układ polaryskopu kołowego, w którym pierwszy azymut pierwszej ćwierćfalówki jest ustawiony pod kątem -45° , natomiast azymuty drugiej ćwierćfalówki γ i analizatora β są ustawione pod dowolnymi kątami.

4.3.1. Azymut drugiej ćwierćfalówki pod dowolnym kątem γ , analizator pod dowolnym kątem β

Wektor Stokesa wiązki wychodzącej z analizatora w tym przypadku jest opisany zależnością:

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = [M_a] [M_c] [M_d] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad /35/$$

Po przemnożeniu odpowiednich macierzy otrzymuje się zależność na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem:

$$I = 1 + \cos 2\beta / \sin \delta \sin 2\theta \cos^2 \gamma - 0,5 \sin \delta \cos 2\theta \sin 4\gamma + \cos \delta \sin 2\gamma / + \\ + \sin 2\beta / 0,5 \sin \delta \sin 2\theta \sin 4\gamma - \sin \delta \cos 2\theta \sin^2 \gamma + \cos \delta \cos 2\gamma / \quad /36/$$

Rozpatrzmy następujące przypadki szczególne:

4.3.2. Polaryzator skrzyżowany z analizatorem $/\beta = 90^{\circ}/$, azymut drugiej ćwierćfalówki równoległy do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $/\gamma = -45^{\circ}/$

W tym przypadku zależność $/36/$ redukuje się do postaci:

$$I = 1 + \cos \delta \quad /37/$$

Z powyższej zależności wynika, że natężenie wiązki promieniowania za analizatorem nie zależy od azymutu badanego elementu $/a$ więc nie zależy od położenia punktu pomiarowego/; jest natomiast uzależnione od wielkości parametru δ . Natężenie wiązki jest równe zero w przypadku, gdy parametr δ przybiera kolejno następujące wartości:

$$\delta = /2n + 1/ \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /38/$$

W przypadku, gdy w badanej próbce półprzewodnika istnieje osiowo-symetryczny stan naprężeń, polaryskopowym obrazem próbki będzie rozjaśniony obraz jej powierzchni, na którym będzie widoczny układ koncentrycznych ciemnych pierścieni, zwanych izochromami, odpowiadających kolejnym wielkościom $\delta / \pi, 3\pi, 5\pi, \dots /$. Izochromy te są zwane izochromami rzędów połówkowych, gdyż wymienione wielkości δ odpowiadają wielokrotnościom połowy długości fali promieniowania.

4.3.3. Polaryzator skrzyżowany z analizatorem $\beta = 90^\circ$, azymut drugiej ćwierćfalówki prostopadły do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $\gamma = +45^\circ$

Podstawiając odpowiednie wielkości kątów do zależności /36/ otrzymuje się:

$$I = 1 - \cos \delta \quad /39/$$

Natężenie wiązki promieniowania jest równe zeru w przypadku, gdy parametr δ przybiera kolejno wartości:

$$\delta = 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /40/$$

Podobnie jak w przypadku opisanym w rozdziale 4.3.2, na jasnym tle próbki będzie widoczny układ pierścieni izochrom odpowiadających kolejnym wielkościom $\delta / 0, 2\pi, 4\pi, \dots /$. Izochromy te są zwane izochromami rzędów całkowitych, gdyż wymienione wielkości δ odpowiadają całkowitym wielokrotnościom długości fali promieniowania.

4.3.4. Azymut drugiej ćwierćfalówki prostopadły do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $\gamma = +45^\circ$, analizator pod kątem β do poziomu

W tym przypadku zależność /36/ przybierze postać:

$$I = 1 + \cos 2\beta \cos \delta - \sin 2\beta \sin \delta \cos 2\theta \quad /41/$$

Zakłada się, że analizator jest "prawie" skrzyżowany z polaryzatorem, tj.:

$$\beta = \pi/2 + \varepsilon \quad /42/$$

gdzie:

ε - niewielki kąt.

Podstawiając zależność /42/ do zależności /41/ i dokonując odpowiednich przekształceń otrzymuje się:

$$I = 1 - \cos 2\varepsilon \cos \delta + \sin 2\varepsilon \sin \delta \cos 2\theta \quad /43/$$

Zakładając ponadto, że w realnej próbce półprzewodnika istnieją niewielkie wartości naprężeń δ bliskie zera/ można stwierdzić, iż trzeci człon wyrażenia /43/ jest pomijalny względem członu drugiego i zależność na natężenie wiązki promieniowania przybierze postać:

$$I = 1 - \cos 2\varepsilon \cos \delta \quad /44/$$

Powyzsza zaleznosc umozliwia dowiadczalne stwierdzenie, czy w badanym obszarze probki gradient naprzen /parametru δ / jest dodatni czy ujemny. W zaleznosci bowiem od kierunku zmian parametru δ , przy obrocie analizatora /zmienia sie kat \mathcal{E} / nastepuje przesuwanie sie w polaryskopowym obrazie probki pierścienia izochromy w kierunku srodka probki lub w kierunku jej krawedzi.

W celu uzasadnienia powyzszego stwierdzenia mozna przeprowadzic nastepujace rozumowanie. Zaklada sie, ze w badanym obszarze probki gradient parametru δ jest staly, tj.:

$$\delta/x/ = ax + \delta_0 \quad /45/$$

gdzie:

x - polozenie punktu pomiarowego /badanego obszaru/ liczac od srodka plytki w kierunku krawedzi,

a - gradient parametru δ w badanym obszarze plytki,

δ_0 - wielkosc parametru δ wynikajaca z przeciecia sie krzywej $\delta/x/$ z osia rzędnych.

Podstawiajac zaleznosc /45/ do zaleznosci /44/ otrzymuje sie:

$$I = 1 - \cos 2\mathcal{E} \cos /ax + \delta_0/ \quad /46/$$

Natęzenie wiązki promieniowania będzie bliskie zera, gdy iloczyn dwóch cosinusów w zaleznosci /46/ będzie bliski jedności, tj.:

$$\cos 2\mathcal{E} \cos /ax + \delta_0/ = k \quad /47/$$

gdzie:

k - parametr bezwymiarowy, bliski jedności.

Stąd

$$\cos /ax + \delta_0/ = \frac{k}{\cos 2\mathcal{E}} \quad /48/$$

lub

$$x = \frac{2n\pi - \delta_0}{a} + \frac{1}{a} \arccos \frac{k}{\cos 2\mathcal{E}}, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /49/$$

Zaleznosc /49/ opisuje polozenie punktu, w którym wystepuje najwieksze wygaszenie wiązki promieniowania, które w praktyce jest tozsame z powstaniem pierścienia izochromy. Zaleznosc te mozna rowniez przedstawic w postaci:

$$x_0 + \Delta x/\mathcal{E}/ = \frac{2n\pi - \delta_0}{a} + \frac{1}{a} \arccos \frac{k}{\cos 2\mathcal{E}}, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /50/$$

lub

$$\Delta x/\mathcal{E}/ = \frac{1}{a} \arccos \frac{k}{\cos 2\mathcal{E}} \quad /51/$$

gdzie:

x_0 - polozenie izochromy w przypadku $\mathcal{E} = 0$,

$\Delta x/\mathcal{E}/$ - przemieszczenie polozenia izochromy w przypadku $\mathcal{E} \neq 0$.

Wielkość funkcji arcus cosinus w zależności /51/ maleje wraz ze wzrostem kąta \mathcal{E} . Dlatego w przypadku, gdy gradient parametru δ w badanym obszarze półprzewodnika jest ujemny, wtedy $\Delta x/\mathcal{E}$ jest ujemne i jego wielkość zmierza do zera przy zwiększaniu kąta \mathcal{E} . Analogicznie, w przypadku, gdy gradient parametru δ w badanym obszarze jest dodatni, wtedy $\Delta x/\mathcal{E}$ jest dodatnie i jego wielkość zmierza do zera przy zwiększaniu kąta \mathcal{E} . Innymi słowy mówiąc, w przypadku, gdy w badanym obszarze półprzewodnika gradient δ jest dodatni /naprężenie wzrasta/, wtedy obrót analizatora o kąt \mathcal{E} w dowolnym kierunku względem położenia, w którym analizator jest skrzyżowany z polaryzatorem/ spowoduje przemieszczenie pierścienia izochromy w kierunku środka płytki. Gdy gradient δ jest ujemny /naprężenie maleje/, wtedy obrót analizatora spowoduje przemieszczenie pierścienia izochromy w kierunku krawędzi płytki.

Ponimo tego, że zależności /44/ i /51/ są zależnościami przybliżonymi, wnioski jakościowe, które z nich wynikają, mogą być wykorzystywane do analizy charakteru rozkładów wielkości naprężeń wzdłuż średnic płytek półprzewodników.

5. METODY POMIARU DWÓJŁOMNOŚCI

W rozdziale 3.2 przedstawiono ideę metody fotometrycznej, która umożliwia w układzie polaryskopu liniowego wyznaczenie wielkości dwójłomności w badanej próbce, pod warunkiem uprzedniego wyznaczenia kierunków azymutów.

Poniżej przedstawiono przykładowo trzy inne metody wyznaczenia wielkości dwójłomności, które oprócz metody fotometrycznej są wykorzystywane w praktyce pomiarowej. Metody te bazują wprost na analizie stanu wiązki promieniowania za analizatorem, która najprościej może być przeprowadzona za pomocą macierzowej metody Muellera.

Zaprezentowane poniżej metody są historycznie najstarszymi metodami pomiaru dwójłomności, mającymi praktyczne zastosowanie przede wszystkim w analizie naprężeń w materiałach. Zaletą metody pomiaru dwójłomności w oparciu o ustalenie rzędu izochromy jest prostota tej metody oraz możliwość szybkiego uzyskania ilościowej informacji na temat stanu dwójłomności /naprężeń/ w badanej próbce półprzewodnika.

Zaletą metod Sénarmonta i Tardy'ego jest to, że w obydwu przypadkach pomiaru dwójłomności dokonuje się poprzez wygaszenie wiązki promieniowania za analizatorem, obracając analizator o kąt, będący miarą dwójłomności. Analizator może więc zostać umieszczony w obudowie z podziałką kątową wyskalowaną w sposób umożliwiający bezpośredni odczyt wielkości dwójłomności. W przypadku obu metod w układach polaryskopów stosuje się jedynie polaryzatory i ćwierćfalówki, co korzystnie wyróżnia te metody w porównaniu z grupą metod kompensacyjnych /bezpośrednich/, które wymagają stosowania dodatkowych precyzyjnych elementów optycznych, tzw. kompensatorów. W obu metodach moment wygaszenia wiązki

promieniowania za analizatorem może zostać ustalony detektorem promieniowania o dowolnej charakterystyce czułości, w przeciwieństwie do metod fotometrycznych, które wymagają zastosowania detektora o charakterystyce liniowej lub dodatkowych przeliczeń w przypadku stosowania detektora o charakterystyce nieliniowej. W przypadku stosowania wiązki promieniowania w zakresie widzialnym moment wygaszenia wiązki może zostać ustalony wzrokowo /historycznie w ten sposób obie metody zostały zastosowane po raz pierwszy/, co znacznie upraszcza aparaturę pomiarową. Wadą tych metod, jak zresztą wszystkich metod, w których wykorzystuje się ćwierćfalówki, są błędy pomiaru wynikające z odstępstwa rzeczywistych parametrów ćwierćfalówek od wielkości znamionowych /34/, a ponadto konieczność ustalenia kierunków azymutów /naprężeń głównych/ przed dokonaniem pomiaru dwójłomności /naprężeń/.

5.1. Ustalenie wielkości dwójłomności w oparciu o rząd izochromy

W rozdziałach 4.3.2 i 4.3.3 podano warunki powstawania izochrom w układzie polaryskopu kołowego. Przypomnijmy, że w przypadku, gdy pierwszy /główny/ azymut drugiej ćwierćfalówki jest równoległy do pierwszego azymutu pierwszej ćwierćfalówki, wtedy w obrazie polaryskopowym mogą występować izochromy rzędów połówkowych. W przypadku, gdy azymuty te są prostopadłe, wtedy w obrazie polaryskopowym mogą występować izochromy rzędów całkowitych.

Podobna sytuacja może wystąpić w układzie polaryskopu liniowego. Jak wynika z równania /13/, w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora jest skrzyżowana z osią przepuszczania polaryzatora, wygaszenie wiązki promieniowania za analizatorem wystąpi zawsze wtedy, gdy zostanie spełniony następujący warunek:

$$1 - \cos \delta = 0 \quad /52/$$

tj.

$$\delta = 2 \cdot n \cdot \pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /53/$$

Warunek ten jest identyczny z warunkiem dla izochrom rzędów **całkowitych** w układzie polaryskopu kołowego /zależność /40//.

Można wykazać /np. analizując zależność /17//, że w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora jest równoległa z osią przepuszczania polaryzatora, wygaszenie wiązki promieniowania za analizatorem wystąpi zawsze wtedy, gdy zostanie spełniony warunek:

$$1 + \cos \delta = 0 \quad /54/$$

tj.

$$\delta = /2 \cdot n + 1/ \cdot \pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /55/$$

Warunek ten jest identyczny z warunkiem dla izochrom rzędów **połówkowych** w układzie polaryskopu kołowego /zależność /38//.

Izochromy mogą zostać wykorzystane w celu ustalenia wielkości dwój-
 łomności w tych miejscach próbki, w których powstają. Dotyczy to za-
 równo polaryskopu liniowego, jak i kołowego. Największym problemem
 pomiaru dwójłomności w oparciu o ustalenie rzędu izochromy jest właś-
 nie ustalenie jej rzędu /parametr n w zależnościach /38/, /40/, /53/
 i /55/'. Zwykle dąży się do ustalenia położenia izochromy tzw. rzędu
 zerowego / $n = 0$ / w układach polaryskopu, w których występują izochro-
 my rzędów całkowitych. Ustalenie izochromy rzędu zerowego, której od-
 powiada zerowa wielkość dwójłomności, umożliwia poprzez kolejne zli-
 czanie izochrom - występujących kolejno wokół izochromy rzędu zerowe-
 go - ustalenie rzędów wszystkich izochrom w obrazie polaryskopowym
 próbki. Istnieje kilka metod ustalenia położenia izochromy rzędu zero-
 wego, przy czym do najpopularniejszych należy metoda z zastosowaniem
 wiązek promieniowania o dwóch różnych długościach fal [35].

Dwójłomność Δn jest związana bowiem z względną różnicą dróg opty-
 cznych δ zależnością:

$$\delta = \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda} \quad /56/$$

lub

$$\Delta n = \frac{\delta \cdot \lambda}{2 \cdot \pi \cdot d} \quad /57/$$

gdzie:

Δn - dwójłomność

d - grubość próbki

λ - długość fali promieniowania użytego do pomiaru.

W przypadku izochrom rzędów całkowitych jest spełniony więc waru-
 nek:

$$\Delta n = \frac{n \cdot \lambda}{d}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /58/$$

Natomiast w przypadku izochrom rzędów połowkowych jest spełniony
 warunek:

$$\Delta n = \frac{(n + 1/2) \cdot \lambda}{d}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /59/$$

Z zależności /58/ wynika, że jedynie izochroma rzędu zerowego po-
 zostanie w tym samym miejscu próbki przy zmianie długości fali promie-
 niowania. Pozostałe izochromy /również izochromy rzędów połowkowych/
 będą się przemieszczać w różnych kierunkach /w zależności od charakte-
 ru zmian dwójłomności wraz z odległością w płaszczyźnie próbki/ przy
 zmianie długości fali promieniowania użytego do pomiaru.

W przypadku wyznaczania wielkości dwójłomności w oparciu o rząd
 izochromy warto jest pamiętać o kilku następujących zasadach:

- w obrazie polaryskopowym próbki półprzewodnika uzyskanym w układzie
 polaryskopu, w którym powstają izochromy rzędów całkowitych, jedra
 izochroma jest zawsze izochromą rzędu zerowego,

- jeżeli w powyższym układzie polaryskopu w obrazie polaryskopowym powstają dwie izochromy, to należy dokonać obrotu analizatora /układ polaryskopu liniowego/ lub ćwierćfalówki /układ polaryskopu kołowego/, aby uzyskać izochromę rzędu połówkowego. Jeżeli taka izochroma nie pojawi się w miejscu pomiędzy dwoma izochromami rzędów całkowitych, to oznacza, że obydwie izochromy rzędów całkowitych są rzędu zerowego,
- pojawienie się izochromy rzędu połówkowego pomiędzy dwoma izochromami rzędów całkowitych nie jest dostatecznym dowodem na to, że jedna z izochrom rzędów całkowitych jest izochromą rzędu pierwszego /może być również izochromą rzędu zerowego/. Jednakże, jeżeli badaną próbką jest np. płytka półprzewodnika wycięta prostopadle do osi wyciągania kryształu, otrzymanego metodą Czochralskiego, to zgodnie z teorią krystalizacji w metodzie Czochralskiego [36-38] można założyć, że w środku próbki, w której istnieje osiowo-symetryczny stan naprężeń, powinien się pojawić obszar o zerowej dwójłomności /różnica składowych naprężenia radialnego i stycznego równa zeru/, odpowiadający izochromie rzędu zerowego, pokrywający się jednocześnie ze środkiem krzyża izoklin. Teoria krystalizacji w metodzie Czochralskiego przewiduje, że różnica naprężeń głównych /radialnego i stycznego/ powinna wzrastać od środka kryształu w kierunku jego krawędzi. Jeżeli więc w obrazie polaryskopowym płytki w obszarze pomiędzy środkiem a jej krawędzią pojawi się pierścień izochromy rzędu całkowitego, to z dużym prawdopodobieństwem można założyć, że jest to izochroma rzędu pierwszego, natomiast w przypadku dwóch izochrom - najprawdopodobniej są to izochromy kolejno rzędu pierwszego i drugiego,
- z powyższych rozważań wynika, że pomiar wielkości dwójłomności powinien się składać z dwóch etapów: uzyskania obrazu polaryskopowego z izochromami rzędów całkowitych, a następnie obrazu polaryskopowego z izochromami rzędów połówkowych. Konieczne jest ustalenie położenia izochromy rzędu zerowego.

Po ustaleniu rzędów wszystkich izochrom w obrazach polaryskopowych próbki dwójłomności w różnych miejscach próbki można wyznaczyć bezpośrednio z zależności /58/ i /59/.

5.2. Metoda Sénarmonta

W przypadku metody Sénarmonta [33-34], kolejnymi elementami w torze wiązki promieniowania są: polaryzator, badana próbka, ćwierćfalówka i analizator. Oś przepuszczania polaryzatora ustawiona jest np. pionowo / $\alpha = 90^\circ$ /, pierwszy azymut ćwierćfalówki jest prostopadły do osi przepuszczania polaryzatora / $\gamma = 0^\circ$ /, Zakłada się, że są znane kierunki azymutów w badanej próbce i że w rozpatrywanym obszarze próbki pierwszy azymut tworzy kąt 45° z kierunkiem poziomym. Wektor Stokesa takiego układu jest opisany zależnością:

<http://rcin.org.pl>

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Ma] & [Mc_0] & [M_{d+45^\circ}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad /60/$$

gdzie:

$[Mc_0]$ - postać macierzy Muellera dla ćwierćfalówki, której pierwszy azymut jest ustawiony równoległe do poziomu.

Dokonując mnożenia odpowiednich elementów macierzy we wzorze /60/, otrzymuje się następującą zależność na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem:

$$I = 1 - \cos 2\beta \cos \delta - \sin 2\beta \sin \delta \quad /61/$$

Wygaszenie promieniowania przechodzącego przez badany obszar półprzewodnika nastąpi w przypadku, gdy zostanie spełniony następujący warunek:

$$\cos 2\beta \cos \delta + \sin 2\beta \sin \delta = 1 \quad /62/$$

lub

$$\cos /2\beta - \delta/ = 1 \quad /63/$$

stąd

$$\delta = 2\beta + 2 \cdot n \cdot \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /64/$$

W praktyce pomiarowej zwykle spotyka się niewielkie dwójłomności w badanych materiałach półprzewodnikowych, w związku z czym zależność /64/ może być przedstawiona w postaci

$$\delta = 2 \cdot \beta \quad /65/$$

lub zgodnie z zależnością /57/

$$\Delta n = \frac{\lambda}{\pi \cdot d} \cdot \beta \quad /66/$$

Tak więc dysponując analizatorem w obudowie, na której jest nanie-siona podziałka kątowna, można bezpośrednio na skali obudowy odczytać wynik pomiaru wielkości δ , która odpowiada podwójnej wartości kąta β , przy którym występuje całkowite wygaszenie wiązki promieniowania przez analizator.

Ideą metody Sénarmonta jest zastosowanie ćwierćfalówki jako elementu kompensacyjnego, której działanie - w przypadku ustawienia jej azymutów pod kątem 45° do kierunków azymutów /naprężeń głównych/ w próbce - polega na przekształceniu eliptycznie spolaryzowanej wiązki promieniowania wychodzącej z próbki na wiązkę spolaryzowaną liniowo, która może zostać wygaszona przez analizator. Dlatego metoda Sénarmonta często bywa nazywana metodą kompensacyjną Sénarmonta, a ćwierćfalówka - kompensatorem Sénarmonta.

5.3. Metoda Tardy'ego

W metodzie Tardy'ego [33], [34], stosuje się klasyczny układ polaryskopu kołowego, opisany w rozdziale 4.3.4, w którym próbka zostaje umieszczona w taki sposób, że jej azymuty są odpowiednio równoległe i prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora $\theta = 0^\circ$ w zależności /41/.

Ogólna zależność na natężenie wiązki promieniowania ze analizatorem przybierze więc postać:

$$I = 1 + \cos 2\beta \cos \delta - \sin 2\beta \sin \delta \quad /67/$$

Wygaszenie promieniowania przechodzącego przez badany obszar półprzewodnika nastąpi w przypadku, gdy zostanie spełniony warunek:

$$\cos 2\beta \cos \delta - \sin 2\beta \sin \delta = -1 \quad /68/$$

lub

$$\cos /2\beta + \delta/ = -1 \quad /69/$$

stąd

$$\delta = -2 \cdot \beta + /2n + 1/ \pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /70/$$

W przypadku, gdy analizator zostanie przed dokonaniem pomiaru skrzyżowany z polaryzatorem, kąt między osią przepuszczania analizatora a kierunkiem poziomym może zostać przedstawiony w postaci:

$$\beta = \frac{1}{2} \pi + \varepsilon \quad /71/$$

stąd

$$\delta = -2 \cdot \varepsilon + 2 \cdot n \pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad /72/$$

W przypadku niewielkich dwójłomności zależność /72/ analogicznie do zależności /65/ może zostać przedstawiona w postaci:

$$\delta = -2 \cdot \varepsilon \quad /73/$$

lub

$$\Delta n = \frac{\lambda}{\pi \cdot d} \cdot \varepsilon \quad /74/$$

Tak więc w metodzie Tardy'ego analizator może być podobnie jak w metodzie Sénarmonta umieszczony w obudowie z podziałką, umożliwiającą bezpośredni pomiar parametru δ .

6. METODY WYZNACZANIA DWÓJŁOMNOŚCI I KIERUNKÓW AZYMUTÓW W UKŁADZIE POLARYSKOPU LINIOWEGO

Pełna analiza dwójłomności /naprężeń/ w materiałach półprzewodnikowych powinna polegać na wyznaczeniu zarówno wielkości dwójłomności /naprężeń/, jak i azymutów /kierunków naprężeń głównych/ w rozpatrywanym obszarze półprzewodnika. Wyniki badań naprężeń w materiałach półprzewodnikowych opublikowane w ostatnich latach [15], [16] wykazują, że kierunkiem w jakim powinny zmierzać badania naprężeń /dwójłom-

ności/ w tych materiałach jest uzyskiwanie map rozkładu naprężeń w płaszczyźnie próbki półprzewodnika.

Procedura otrzymywania map naprężeń w płytce półprzewodnika, stosowana najczęściej w praktyce pomiarowej, przedstawia się następująco. Płytkę umieszcza się najpierw w układzie polaryskopu liniowego /analyzer skrzyżowany z polaryzatorem/, w którym dokonuje się kilkunastu lub kilkadziesiątu zdjęć obrazów polaryskopowych płytki przy obrocie osi analizatora i polaryzatora co kilka stopni względem nieruchomej płytki. Następnie ustala się, które linie w obrazach polaryskopowych są izoklinami /patrz rozdział 3.1.2/, przy czym jak wykazuje praktyka odróżnienie izoklin od występujących niekiedy w obrazach polaryskopowych izochrom może nastręczyć dodatkowych trudności [11]. Rozkład kierunków naprężeń głównych w płytce półprzewodnika można wyznaczyć z rozkładu izoklin za pomocą metody opisanej np. w pracy [33]. Ogólnie metoda ta jest metodą pracochłonną i daje jedynie wyniki przybliżone.

Po ustaleniu kierunków naprężeń głównych /mapy rozkładu kierunków naprężeń głównych/ wyznacza się wielkości naprężeń w układzie polaryskopu kołowego albo w oparciu o analizę obrazu izochrom np. [39], albo np. przy wykorzystaniu metody Tardy'ego [35].

W niniejszym rozdziale zostanie wykazane, że poprzez zastosowanie macierzowej metody Muellera można w stosunkowo prosty sposób uzyskać ogólną zależność na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego, której analiza prowadzi do rozwinięcia nowych metod badawczych, umożliwiających jednoczesne wyznaczenie dwójłomności /naprężeń/ i azymutów /kierunków naprężeń głównych/ w jednej operacji pomiaru.

Dokonując mnożenia odpowiednich macierzy Muellera dla poszczególnych elementów optycznych w układzie polaryskopu liniowego, których ogólna postać jest przedstawiona zależnościami kolejno /4/, /6/ i /5/, otrzymuje się następującą zależność na natężenie /znormalizowane/ wiązki promieniowania za analizatorem:

$$I = \cos^2/\beta - \alpha/ - \sin^2/\beta - \theta/ \cdot \sin^2/\alpha - \theta/ \cdot \sin^2\delta/2 \quad /75/$$

Stosując poniższe zależności

$$\sin^2/\alpha - \theta/ \cdot \sin^2/\beta - \theta/ = \frac{1}{2} [\cos^2/\alpha - \beta/ - \cos^2 / \alpha + \beta - 2 \cdot \theta/] \quad /76/$$

$$\sin^2\delta/2 = \frac{1}{2} [1 - \cos\delta] \quad /77/$$

zależność /75/ można przekształcić do postaci

$$I = \cos^2/\alpha - \beta/ - \frac{1}{4} /1 - \cos\delta/ \cdot \cos^2/\alpha - \beta/ + \frac{1}{4} /1 - \cos\delta/ \cdot \cos^2/\alpha + \beta - 2\theta/ \quad /78/$$

Analiza tej zależności prowadzi do wniosku, że można zastosować następujące procedury pomiarowe, które w układzie polaryskopu liniowego umożliwią jednoczesne wyznaczenie wielkości dwójłomności i azymutów.

6.1. Metoda z wirującym analizatorem sprzężonym z polaryzatorem [40]

Z zależności /78/ wynika, że jeżeli oś przepuszczania analizatora zostanie ustawiona względem osi przepuszczania polaryzatora pod stałym kątem $\alpha - \beta = \text{const.}$ a obydwa te elementy optyczne będą się obracać jednocześnie względem nieruchomej próbki, to natężenie wiązki promieniowania za analizatorem będzie się zmieniać cyklicznie wraz z ich obrotem. Pierwszy i drugi składnik we wzorze /78/ jest niezależny od aktualnych położenia osi analizatora i polaryzatora /zależy jedynie od różnicy kątów α i β , która w tym przypadku jest niezmienna/. Trzeci składnik we wzorze /78/ zmienia się cyklicznie wraz ze zmianą bieżących położenia osi przepuszczania analizatora i polaryzatora. Dlatego natężenie wiązki promieniowania za analizatorem przyjmuje następujące wartości ekstremalne:

$$I_{\max} = \cos^2 / \alpha - \beta / - \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \cdot \cos 2 / \alpha - \beta / + \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \quad /79/$$

$$I_{\min} = \cos^2 / \alpha - \beta / - \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \cdot \cos 2 / \alpha - \beta / - \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \quad /80/$$

Dokonując przekształcenia powyższego układu równań można wyznaczyć dwójłomność z następującej zależności:

$$\cos \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda} = \frac{3 \cdot I_{\min} - I_{\max} - / I_{\max} - I_{\min} / \cdot \cos 2 / \alpha - \beta /}{I_{\max} + I_{\min} + / I_{\max} - I_{\min} / \cdot \cos 2 / \alpha - \beta /} \quad /81/$$

Z zależności /81/ wynika, że jeżeli $\alpha - \beta = 90^\circ$, tj. jeżeli wirujący analizator jest skrzyżowany z polaryzatorem, to wyrażenie po prawej stronie tej zależności traci sens fizyczny. Wynik taki jest oczywisty z fizycznego punktu widzenia. Obracający się układ osi analizatora i polaryzatora w pewnej chwili musi pokryć się z układem kierunków wyznaczonych przez azymuty próbki. Zgodnie z rozważaniami przeprowadzonymi w rozdziale 3.1.2 wiązka promieniowania za analizatorem zostanie w takim przypadku całkowicie wygaszona, niezależnie od wielkości dwójłomności w danym punkcie próbki. W przypadku więc skrzyżowania analizatora z polaryzatorem wielkość I_{\min} będzie zawsze równa zero, bez względu na wielkość dwójłomności /naprężeń/. Układ polaryskopu, w którym $\alpha - \beta$ równa się 90° , nie pozwala więc na wyznaczenie wielkości dwójłomności. Dlatego oś przepuszczania analizatora musi tworzyć z osią przepuszczania polaryzatora kąt różny od 90° .

W praktyce pomiarowej wygodnie jest stosować różnicę kątów $\alpha - \beta$ równą 45° , przy której istnieje łatwość wyznaczenia wielkości I_{\min} nawet w przypadku niewielkich dwójłomności. Zależność, z której można wyznaczyć dwójłomność, redukuje się w takim przypadku do postaci

$$\cos \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda} = \frac{3 \cdot I_{\min} - I_{\max}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad /82/$$

Kierunki azymutów w danym punkcie pomiarowym można wyznaczyć w następujący sposób. Z zależności /78/ wynika, że natężenie wiązki promieniowania za analizatorem osiąga minimum wtedy, gdy:

$$\cos 2 / \alpha + \beta - 2 \cdot \theta / = -1 \quad /83/$$

tj.

$$\theta = \frac{1}{2} / \alpha + \beta - 90^\circ / + n \cdot 90^\circ, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad /84/$$

Podobnie jest w przypadku, gdy natężenie wiązki promieniowania za analizatorem osiąga maksimum:

$$\cos 2 / \alpha + \beta - 2 \cdot \theta / = 1 \quad /85/$$

i

$$\theta = \frac{1}{2} / \alpha + \beta / + n \cdot 90^\circ, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad /86/$$

Główny azymut θ można więc wyznaczyć z zależności /84/ lub /86/ ustalając sumę kątów, jakie osie przepuszczania polaryzatora i analizatora tworzą z kierunkiem poziomym w chwili, gdy natężenie wiązki promieniowania za analizatorem osiąga minimum lub maksimum. Drugi azymut jest prostopadły do pierwszego /głównego/ azymutu.

6.2. Metoda trzech natężeń [41]

Z zależności /78/ wynika, że jeżeli os przepuszczania analizatora zostanie ustawiona w stosunku do nieruchomej osi przepuszczania polaryzatora kolejno pod różnymi kątami, będącymi pełną wielokrotnością 45° /np. -45° , 0° , $+45^\circ$ lub 90° /, to natężenie wiązki promieniowania za analizatorem będzie przybierało kolejno następujące wartości:

$$I / -45^\circ / = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \cdot \sin 4 / \alpha - \theta / \quad /87/$$

$$I / 0^\circ / = 1 - \frac{1}{2} / 1 - \cos \delta / \cdot \sin^2 2 / \alpha - \theta / \quad /88/$$

$$I / +45^\circ / = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} / 1 - \cos \delta / \cdot \sin 4 / \alpha - \theta / \quad /89/$$

$$I / 90^\circ / = \frac{1}{2} / 1 - \cos \delta / \cdot \sin^2 2 / \alpha - \theta / \quad /90/$$

gdzie:

- $I/-45^\circ/$ - natężenie wiązki promieniowania za analizatorem, którego oś przepuszczania tworzy kąt -45° z osią przepuszczania polaryzatora;
- $I/0^\circ/$ - natężenie wiązki promieniowania za analizatorem, którego oś przepuszczania jest równoległa z osią przepuszczania polaryzatora;
- $I/+45^\circ/$ - natężenie wiązki promieniowania za analizatorem, którego oś przepuszczania tworzy kąt $+45^\circ$ z osią przepuszczania polaryzatora;
- $I/90^\circ/$ - natężenie wiązki promieniowania za analizatorem, którego oś przepuszczania jest skrzyżowana z osią przepuszczania polaryzatora.

Łatwo zauważyć, że natężenia te spełniają warunek

$$I/0^\circ/ + I/90^\circ/ = I/-45^\circ/ + I/+45^\circ/ \quad /91/$$

Przy wykorzystaniu trzech dowolnie wybranych, spośród czterech ww. zależności /87/ do /90/, i po dokonaniu odpowiednich przekształceń można otrzymać wzory opisujące zależność dwójłomności Δn i głównego azymutu θ od mierzonych wielkości natężeń. Np. mierząc natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w sytuacji, gdy oś przepuszczania analizatora tworzy z osią przepuszczania polaryzatora kolejno kąty: -45° , $+45^\circ$ i 90° , z zależności /87/, /89/ i /90/ otrzymuje się:

$$\cos \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda} = \frac{2 \cdot I/90^\circ/ [I/-45^\circ/ + I/+45^\circ/ - 2I/90^\circ/] - [I/-45^\circ/ - I/+45^\circ/]^2}{2 \cdot I/90^\circ/ \cdot [I/-45^\circ/ + I/+45^\circ/]} \quad /92/$$

$$\theta = \alpha - \frac{1}{4} \arcsin \frac{4 \cdot I/90^\circ/ \cdot [I/-45^\circ/ - I/+45^\circ/]}{4 \cdot I^2/90^\circ/ + [I/-45^\circ/ - I/+45^\circ/]^2} \quad /93/$$

Zależności /92/ i /93/ przy wykorzystaniu zależności /91/ można przekształcić do postaci uwzględniających dowolną kombinację trzech kątów, będących pełną wielokrotnością 45° .

W przypadku pomiaru niewielkich dwójłomności jest korzystny pomiar natężeń wiązki promieniowania za analizatorem przy następującej kombinacji trzech kątów: -45° , 0° i $+45^\circ$. Z zależności /90/ wynika bowiem, że w przypadku niewielkiej dwójłomności $|\delta|$ bliski zeru/ mogą wystąpić trudności z pomiarem wielkości $I/90^\circ/$.

Szczegółowy opis obydwu skrótowo zaprezentowanych w niniejszym rozdziale metod pomiarowych, a także rozwinięcie tych metod dla przypadku szerokopasmowej wiązki promieniowania, zostanie przedstawiony w odrębnej publikacji [42].

7. WYNIKI DOŚWIADCZALNE

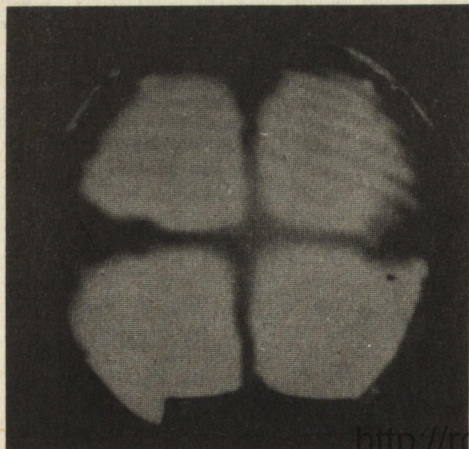
Wnioski przedstawione w rozdziałach 3 i 4 były przez autorów wielokrotnie potwierdzane w czasie przeprowadzanych badań naprężeń w mate-

riałach półprzewodnikowych. W niniejszej pracy przedstawiono przykładowo niektóre wyniki tych badań które mogą być najlepszą ilustracją dla wniosków uzyskanych na drodze teoretycznej w wyniku analizy przeprowadzonej przy wykorzystaniu macierzowej metody Muellera. Pomiaru wielkości dwójłomności /naprężeń/ przy użyciu metod Tardy'ego lub Sénarmonta /rozdział 5/ nie dokonywano. Natomiast wyniki badań uzyskanych za pomocą metod opisanych w rozdziale 6 zostaną /jak już wspomniano/ przedstawione w odrębnej publikacji.

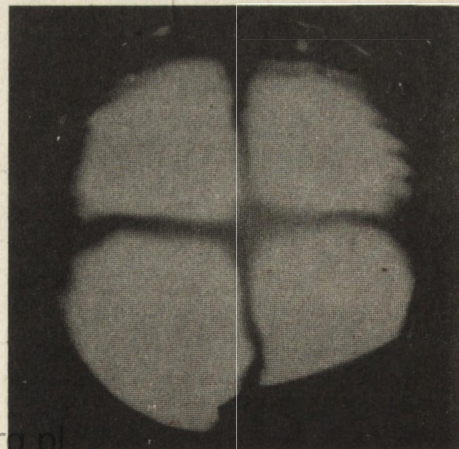
Jeżeli nie zaznaczono inaczej, to wszystkie badane półprzewodników, których wyniki badań przedstawiono poni zej, były wycinane prostopadłe do osi wyciągania kryształów otrzymywanych metod  Czocharalskiego w kierunku [111]. P łtki były obustronnie polerowane.

Na rysunku 6a pokazano polaryskopowy obraz p łtki Si, uzyskany w stosowanym przez autorów układcie polaryskopu liniowego [43], w którym oś przepuszczania polaryzatora była równoległa do kierunku poziomu / $\alpha = 0^\circ$ /, a oś przepuszczania analizatora prostopadła do poziomu /analizator skrzyżowany z polaryzatorem/. Widoczny na jasnym tle powierzchni p łtki ciemny krzyż sugeruje, iż jest on układem dwóch wzajemnie prostopadłych izoklin, o których wspomniano w rozdziale 3.1.2. W celu weryfikacji tego przypuszczenia, dokonano obrotu p łtki, przy nieruchomym polaryzatorze i analizatorze, wokół jej srodk  o kąt $+20^\circ$ i -20° . Polaryskopowe obrazy p łtki Si z obrotami są pokazane odpowiednio na rysunkach 6b i 6c. Jak wynika z tych rysunków obrót p łtki wokół jej srodk  nie wpływa na położenie krzyża względem kierunku poziomu, które jest zdeterminowane położeniem osi przepuszczania polaryzatora i analizatora. Jednakże ze względu na obrót p łtki krzyż pozornie obraca się na jej powierzchni w kierunku przeciwnym do kierunku obrotu p łtki. Przedstawione powyżej wyniki dowiadczone są zgodne z wnioskami podanymi w rozdziale 3.1.2. Ze względu na nieznaczną deformacj  ramion krzyża w czasie obrotu p łtki można stwierdzić, że w badanej p łtce Si istnieje prawie idealnie osiowo-symetryczny stan napr e .

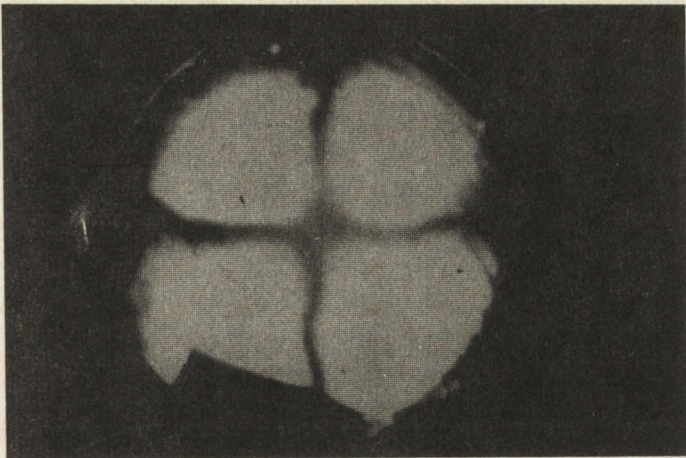
a/



b/



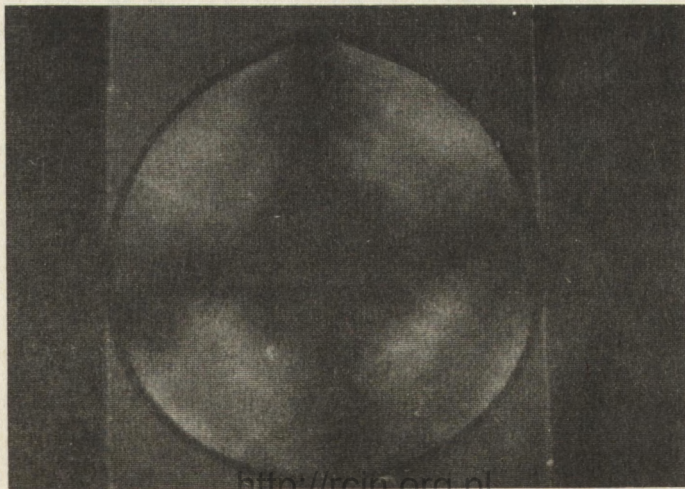
c/



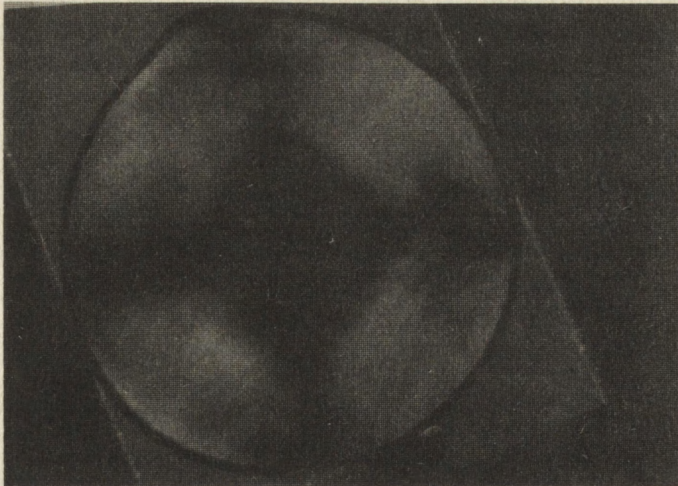
Rys. 6. Polaryskopowe obrazy płytki Si uzyskane w układzie polaryskopu liniowego podczas obrotu płytki wokół osi względem położenia a/
a/ położenie początkowe,
b/ obrót o kąt -20° ,
c/ obrót o kąt $+20^{\circ}$

Podobna symetria rozkładu naprężeń /dwójłomności/ istnieje w płytce GaP, której obrazy polaryskopowe pokazano na rysunku 7.

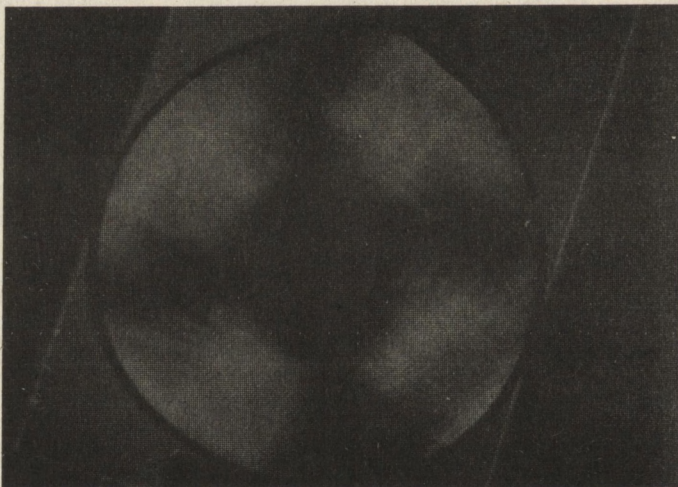
a/



b/



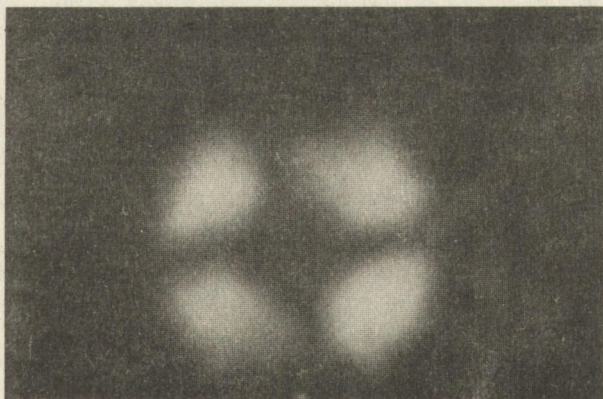
c/



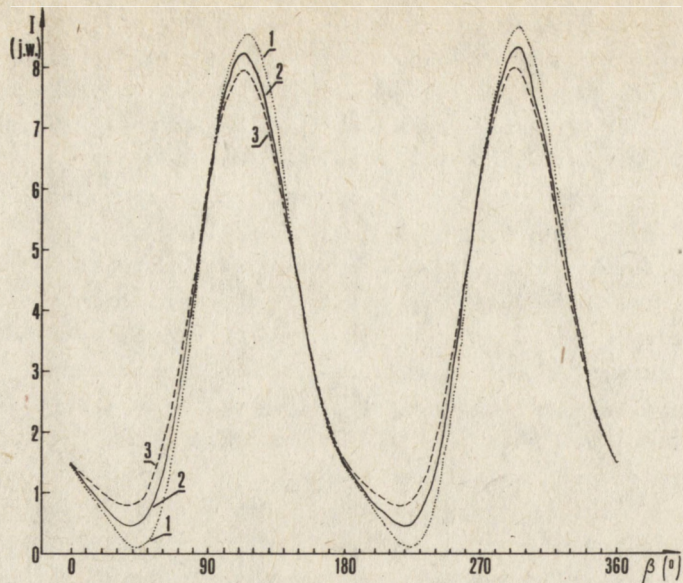
Rys. 7. Polaryskopowe obrazy płytki GaP uzyskane w układzie polaryskopu liniowego podczas obrotu płytki wokół osi względem położenia a/
a/ położenie początkowe,
b/ obrót o kąt -20° ,
c/ obrót o kąt $+20^{\circ}$

Na rysunku 8 pokazano polaryskopowy obraz płytki GaAs o orientacji $[100]$, której kształt jest zbliżony do prostokąta /lub elipsy/. Średnica duża i mała tej płytki /kierunki $[011]$ / jest odpowiednio równoległa i prostopadła do osi przepuszczania polaryzatora. Szczegółowe badania tej płytki wykazały, że wzdłuż tych kierunków krystalograficznych rozkład naprężeń /dwójłomności/ jest zbliżony do osiowego, o czym świadczy krzyż izoklin widoczny na rysunku 8. Po stwierdzeniu, że ramiona krzyża w tym obrazie się rzeczywiście izoklinami, detektor promieniowania - wykorzystywany do pomiaru natężenia wiązki promieniowania - został wycelowany w punkt leżący na izoklinie pokrywającej się ze średnicą dużą płytki. Następnie ustawiono osie przepuszczania polaryzatora i analizatora odpowiednio pod kątami -45° i 0° do kierunku poziomemu. Dokonując obrotu analizatora odnotowano co 5° wynik pomiaru natężenia wiązki promieniowania za analizatorem. Pomiarów powtarzano w różnych punktach położonych wzdłuż średnicy dużej płytki GaAs. Niektóre wyniki tych pomiarów są przedstawione na rysunku 9. Rozmieszczenie punktów pomiarowych wzdłuż średnicy dużej płytki GaAs pokazano na rysunku 10, na którym pokazano również rozkład wielkości dwójłomności zmierzony wzdłuż średnicy tej płytki za pomocą metody fotometrycznej, opisaną w rozdziale 3.2 oraz w pracy [31].

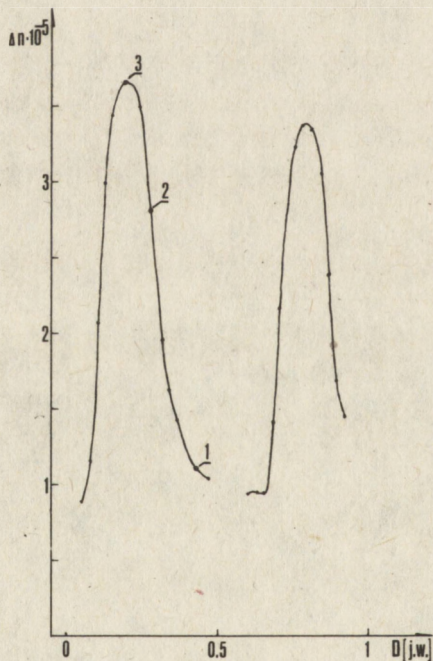
Rodzina charakterystyk I/β dla próbki GaAs, pokazana na rysunku 9, jest jakościowo zgodna z charakterystykami przedstawionymi na rysunku 4, które zostały uzyskane na drodze teoretycznej w oparciu o analizę przeprowadzoną przy użyciu macierzowej metody Muellera. Bardzo dobra zgodność obu charakterystyk występuje w przypadku położenia punktów, w których krzywe przecinają się /co 90° /. Również akceptowalna /w większości przypadków w zakresie błędu pomiaru/ jest zgodność położenia minimów, które występują co 180° . Natomiast rozbieżności obu charakterystyk występują w przypadku położenia maksimów. Wyniki zbiorcze porównania obu rodzin charakterystyk /teoretycznych i doświadczalnych/ przedstawiono w tabelicy 2.



Rys. 8. Polaryskopowy obraz płytki GaAs uzyskany w układzie polaryskopu liniowego



Rys. 9. Zależność natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego od azymutu analizatora β dla różnych punktów pomiarowych 1, 2, 3, położonych wzdłuż średnicy dużej płytki GaAs, której obraz polaryskopowy pokazano na rys. 8



Rys. 10. Rozkład wielkości dwójłomności wzdłuż średnicy dużej płytki GaAs, której obraz polaryskopowy pokazano na rys. 8. W zaznaczonych punktach pomiarowych zmierzono charakterystykę I/β przedstawioną na rys. 9

<http://rcin.org.pl>

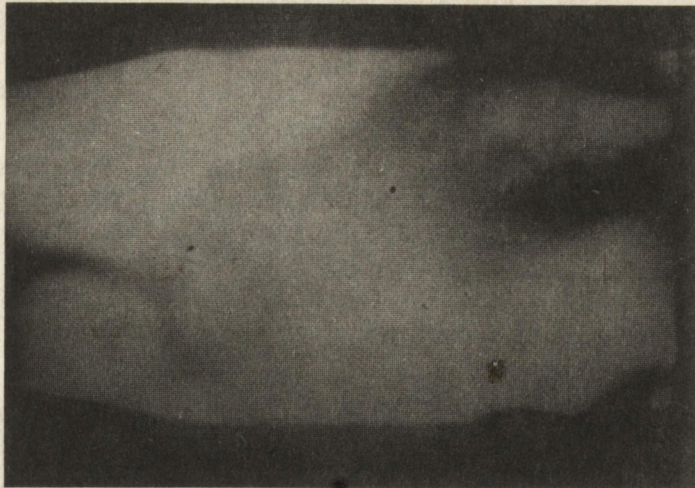
Tablica 2. Porównanie teoretycznej zależności natężenia wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu liniowego od azymutu analizatora /krzywa I/ β / - rys. 4/ z zależnością doświadczalną /krzywa I/ β / - rys. 9/ dla płytki GaAs, której obraz polaryskopowy jest pokazany na rysunku 8. Zestawiono dane odnośnie do położenia punktów charakterystycznych krzywej I/ β / . Kolejność minimów i maksimów oraz punktów przecięcia krzywej I/ β / jest liczona od początku układu współrzędnych. Pozostałe objaśnienia znajdują się w tekście.

| | Położenie | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-----------|--------|----------|--------|-------------------|-------|------|--------|------|
| | minimum | | maksimum | | punktu przecięcia | | | | |
| | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Zależność teoretyczna /krzywa rys. 4/ | 45° | 225° | 135° | 315° | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| Wyniki doświadczalne /rys. 9/ | | | | | | | | | |
| - krzywa 1 | 45° | 225° | 115° | 295° | 0° | 92,5° | 180° | 272,5° | 360° |
| - krzywa 2 | 40° | 220° | 112,5° | 295° | 0° | 92,5° | 180° | 272,5° | 360° |
| - krzywa 3 | 37,5° | 217,5° | 112,5° | 292,5° | 0° | 92,5° | 180° | 272,5° | 360° |

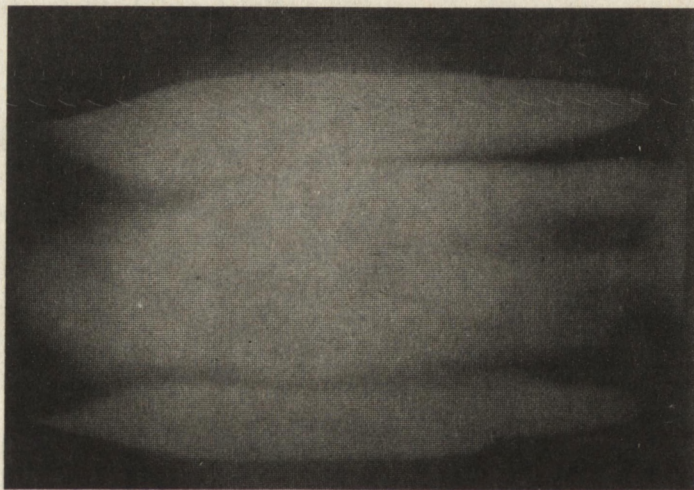
Zdaniem autorów pewna /niewielka/ rozbieżność pomiędzy obydwoima rodzinami charakterystyk może być spowodowana rozkładem wielkości i kierunków naprężeń w polu widzenia detektora promieniowania, które z konieczności nie może być polem o dowolnie małej średnicy. Średnica pola widzenia detektora promieniowania w stosowanych badaniach wynosiła ok. 1 mm. W polu o takiej średnicy następuje niewątpliwie pewne uśrednienie wielkości dwójłomności /naprężeń/, jak również może się zdarzyć, że azymuty /kierunki naprężeń/ w infinitezymalnie małych obszarach pola widzenia detektora promieniowania nie są do siebie równoległe. To ostatnie zjawisko /rozbieżność kierunków naprężeń/ w polu widzenia detektora promieniowania może mieć, zdaniem autorów, decydujący wpływ na rozbieżność obu rodzin charakterystyk, jak również może wpływać na dokładność pomiaru dwójłomności w metodach fotometrycznych [44].

Na rysunku 11 pokazano polaryskopowe obrazy płytki GaP, wyciętej równoległe do osi wyciągania kryształu /kierunek [111] /, uzyskane w układzie polaryskopu liniowego, w którym osie przepuszczania polaryzatora i analizatora tworzyły różne kąty z osią płytki, pokrywającą się z kierunkiem wyciągania kryształu. Widoczny na rysunku 11b układ dwóch

a/



b/

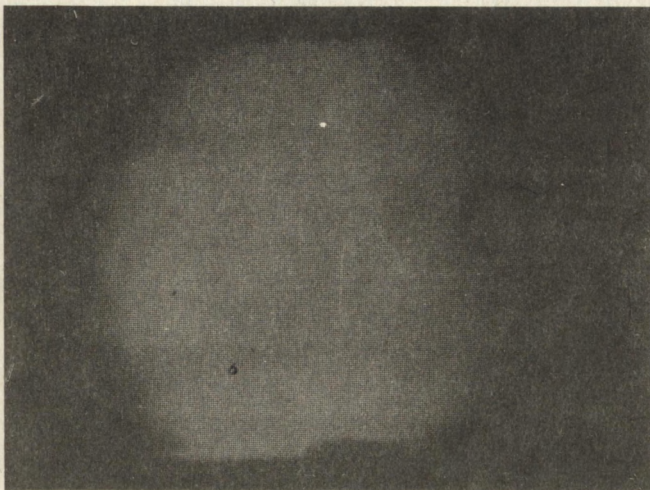


Rys. 11. Polaryskopowy obraz płytki GaP wyciętej równoległe do osi wyciągania kryształu uzyskany w układzie polaryskopu liniowego. Długość płytki 66 mm.
a/ oś przepuszczania polaryzatora równoległa do osi płytki;
b/ oś przepuszczania polaryzatora ustawiona pod kątem 45° do osi płytki

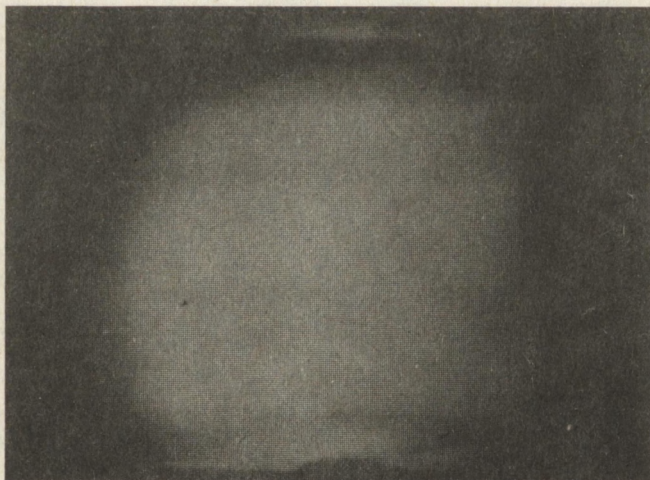
ciemnych linii - równoległych /w przybliżeniu/ do osi płytki i odzwierciedlających jej kształt, a tworzących kąt 45° z osią przepuszczania polaryzatora - sugeruje, iż jest on układem dwóch izochrom /izokliny, jak wcześniej wspomniano, są równoległe lub prostopadłe do osi przepuszczania polaryzatora/

W celu potwierdzenia przypuszczenia, że układ dwóch ciemnych linii, widocznych na rysunku 11b, jest układem dwóch izochrom, przeprowadzono badania tej płytki w układzie polaryskopu kołowego. W tym celu w stosowanym przez autorów układzie polaryskopu liniowego [43] umieszczono dwie ćwierćfalówki na długość fali promieniowania 632,8 nm. Ze względu na ograniczoną średnicę ćwierćfalówek, ograniczającą pole widzenia kamery telewizyjnej stosowanej w układzie polaryskopu /obrazy polaryskopowe rejestrowano bezpośrednio z ekranu monitora telewizyjnego/, zamieszczone poniżej zdjęcia obrazów polaryskopowych dotyczą jedynie końcowej części płytki.

a/



b/



Rys. 12. Obraz końcowej części płytki GaP uzyskany w układzie polaryskopu kołowego.

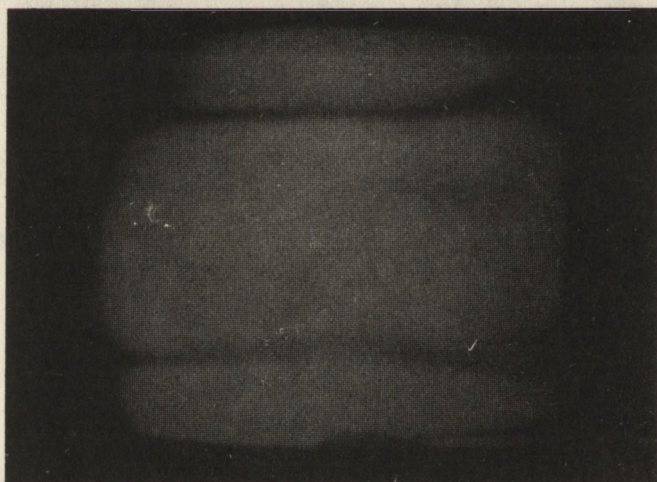
a/ ćwierćfalówki skrzyżowane;

b/ ćwierćfalówki równoległe

Na rysunku 12a pokazano polaryskopowy obraz końcowej części płytki GaP uzyskany w układzie polaryskopu kołowego, w którym oś przepuszczania polaryzatora była równoległa do osi płytki; główny azymut pierwszej ćwierćfalówki tworzył kąt -45° z osią przepuszczania polaryzatora, a główny azymut drugiej ćwierćfalówki i oś przepuszczania analizatora były skrzyżowane z odpowiednimi azymutami pierwszej ćwierćfalówki i polaryzatora. W układzie takim, zgodnie z rozważaniami przeprowadzonymi w rozdziale 4.3.3, powstają izochromy rzędów całkowitych.

Dwie ciemne linie widoczne w obrazie polaryskopowym na rysunku 12a są właśnie izochromami rzędów całkowitych. Linie te pokrywają się z liniami widocznymi w obrazie polaryskopowym przedstawionym na rysunku 13, który dla tej części płytki został uzyskany w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania polaryzatora tworzyła kąt 45° z osią płytki. Zastosowanie dwóch filtrów interferencyjnych w układzie polaryskopu liniowego /675 nm i 975 nm/ wykazało, że linie te nie przesuwają się wraz ze zmianą długości fali promieniowania. Przy założeniu, że w płytce występuje pewien rozkład wielkości dwójłomności w kierunku prostopadłym do osi płytki jest to równoznaczne ze stwierdzeniem, że obie linie są izochromami rzędu zerowego.

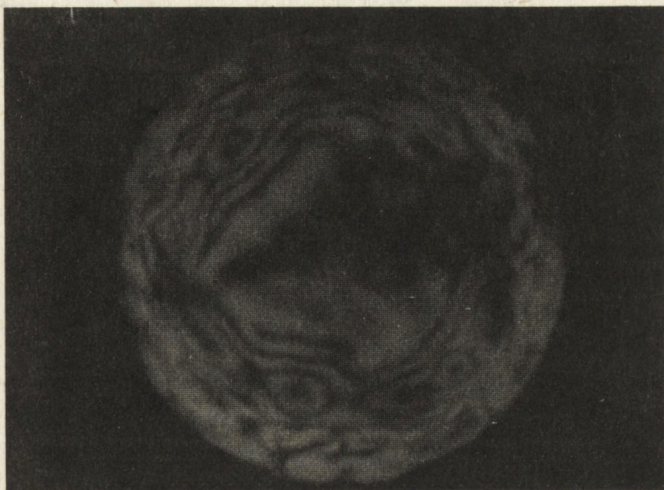
Na rysunku 12b pokazano polaryskopowy obraz końcowej części płytki GaP uzyskany w układzie polaryskopu kołowego, w którym główny azymut drugiej ćwierćfalówki był równoległy do głównego azymutu pierwszej ćwierćfalówki. W obrazie tym są widoczne nowe ciemne linie równoległe /w przybliżeniu/ do osi płytki, będące izochromami rzędu $1/2$.



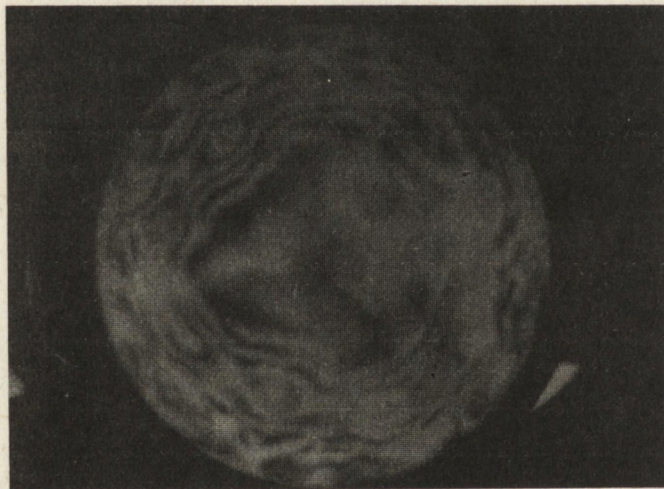
Rys. 13. Obraz końcowej części płytki GaP uzyskany w układzie polaryskopu liniowego. Oś przepuszczania polaryzatora tworzy kąt 45° z osią płytki

Wyniki badań płytki GaP, wyciętej równoległe do kierunku wyciągania kryształu, są jakościowo zgodne z wynikami opublikowanymi przez H. Kotake i współautorów [11] dla GaP, a także przez S.R. Lederhandle-
ra [2] i J. Hornstrę i P. Penninga [1] dla próbek Si, wycinanych rów-

a/



b/



Rys. 14. Polaryskopowy obraz kryształu GaP o długości 58 mm uzyskany w układzie polaryskopu liniowego.

- a/ oś przepuszczania analizatora skrzyżowana z osią przepuszczania polaryzatora,
- b/ oś przepuszczania analizatora równoległa do osi przepuszczania polaryzatora

noległe do osi wyciągania kryształów, otrzymywanych metodą Czochralskiego. Zgodnie z wynikami ich prac, a także rozważaniami teoretycznymi dotyczącymi metody Czochralskiego /publikacje dotyczące teorii krystalizacji w metodzie Czochralskiego zostały wcześniej zacytowane/, w obrazie polaryskopowym płytki półprzewodnika, wyciętej równoległe do kierunku wyciągania kryształu, powinny wystąpić dwie izochromy rzędu zerowego odpowiadające tzw. strefom neutralnym, tj. miejscom geometrycznym punktów, w których różnica wielkości naprężenia osiowego /składowa pola naprężeń równoległa do osi kryształu/ i radialnego jest równa zero. Z teorii krystalizacji, popartej wynikami doświadczalnymi, wynika bowiem, że składowa radialna pola naprężeń ma charakter naprężenia rozciągającego, malejącego od środka kryształu w kierunku jego krawędzi. Składowa osiowa ma charakter naprężenia rozciągającego w środku kryształu, malejącego w kierunku krawędzi, przy czym mniej więcej w połowie promienia składowa ta zmienia znak przechodząc w naprężenie ściskające, wzrastające w kierunku krawędzi. Różnica obu składowych pola naprężeń musi więc być równa zero w pewnym miejscu, leżącym pomiędzy środkiem kryształu a jego krawędzią.

W obrazie polaryskopowym płytki GaP, zwłaszcza na rysunku 11b, uwidaczniają się pierścienie segregacyjne, których obserwacja i analiza powinna być właśnie przeprowadzana w próbkach wycinanych równoległe do osi wyciągania kryształów [9].

Na rysunku 14 pokazano polaryskopowe obrazy kryształu GaP o długości ok. 58 mm uzyskane w układzie polaryskopu liniowego, w którym oś przepuszczania analizatora była skrzyżowana z osią przepuszczania polaryzatora /rys. 14.a/ lub równoległa do osi przepuszczania polaryzatora /rys. 14.b/. Obrazy te najlepiej ilustrują tworzenie się izochrom rzędów całkowitych i połówkowych w układzie polaryskopu liniowego ze względu na dużą liczbę izochrom. Izochromy rzędów połówkowych powstają w miejscach pomiędzy izochromami rzędów całkowitych, co ze względu na dużą liczbę izochrom daje wrażenie przechodzenia obrazu w swój negatyw przy zmianie kierunku osi przepuszczania analizatora.

8. PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy przedstawiono zasadę macierzowej metody Muellera, która jest wykorzystywana do opisu stanu spolaryzowanej wiązki promieniowania przechodzącej kolejno przez szereg elementów optycznych. Metoda ta, wykorzystywana równoległe z metodą Jonesa [26], jest szczególnie przydatna do analizy stanu wiązki promieniowania w układach polaryskopów, które są wykorzystywane do badań dwójłomności naturalnej kryształów lub w elastooptycznych badaniach naprężeń w materiałach.

Metoda Muellera może być stosowana zarówno do analizy stanu polaryzacji wiązki promieniowania za analizatorem w układzie polaryskopu, jak i do cząstkowej analizy stanu polaryzacji wiązki po jej przejściu

przez określony element optyczny. Najlepszą ilustracją takiego zastosowania metody Muellera może być analiza układu kompensacyjnego Sénarmonta dokonana przy wykorzystaniu tej metody. Można mianowicie, tak jak dokonano tego w rozdziale 5.2, dokonać mnożenia macierzy Muellera wszystkich elementów optycznych w torze wiązki promieniowania w celu uzyskania końcowej zależności na natężenie wiązki promieniowania za analizatorem. Analiza matematyczna zależności na natężenie wiązki promieniowania /zależność /61// umożliwia wysunięcie wniosków odnośnie do zasady i techniki pomiaru dwójłomności.

Te same wnioski można uzyskać analizując stan wiązki promieniowania za ćwierćfalówką /kompensator Sénarmonta/. Stosując macierzową metodę Muellera można wykazać, że ćwierćfalówka, której azymuty zostaną ustawione pod kątem 45° do azymutów /kierunków naprężeń głównych/ próbki, przekształca eliptycznie spolaryzowaną wiązkę promieniowania wychodzącą z próbki na wiązkę spolaryzowaną liniowo. Stąd już tylko krok do określenia warunków, w których wiązka ta zostanie wygaszona przez analizator. W takim ujęciu zastosowanie metody Muellera, oprócz znaczenia technicznego, ma również znaczenie dydaktyczne, gdyż umożliwia na drodze analizy matematycznej zrozumienie działania poszczególnych elementów optycznych w różnych konfiguracjach układów polaryskopów.

Liczba konfiguracji układów polaryskopów, stosowanych do badania dwójłomności /naprężeń/ w materiałach półprzewodnikowych, nie ogranicza się jedynie /jak się zwykle sądzi/ do klasycznych układów polaryskopów liniowego i kołowego. Układy polaryskopów zawierające jedną ćwierćfalówkę /np. układ kompensacyjny Sénarmonta/ zostały opisane w niniejszej pracy. W publikacji W.S. Czudakova [45] przedstawiono praktyczne zastosowania układów polaryskopów z jedną ćwierćfalówką, służących do automatycznego pomiaru względnej różnicy dróg optycznych δ , w których pomiaru dokonuje się przy obracającym się analizatorze lub polaryzatorze. Analiza stanu wiązki promieniowania za analizatorem /natężenie wiązki/ może być w takich przypadkach względnie prosto dokonana przy wykorzystaniu macierzowej metody Muellera.

Metoda Muellera może być stosowana wszędzie tam, gdzie trudno jest metodą dedukcji /a tym bardziej w wyniku intuicyjnych rozważań/ dojść do określonych wniosków. Na przykład, o ile łatwo jest na drodze analizy geometrycznej zrozumieć zasadę działania ćwierćfalówki jako elementu, który rozszczepia liniowo spolaryzowaną wiązkę promieniowania elektromagnetycznego na dwie wiązki ortogonalne i który w określonych warunkach nie zmienia stanu polaryzacji wiązki padającej lub zmienia wiązkę liniowo spolaryzowaną na wiązkę spolaryzowaną eliptycznie lub kołowo, o tyle do analizy bardziej skomplikowanych układów elementów optycznych musi być stosowany złożony aparat matematyczny np. w postaci macierzowej metody Muellera.

Zamieszczone w niniejszej pracy wyniki doświadczalne służą do zilustrowania podstawowych wniosków wynikających z analizy poszczególnych konfiguracji układów polaryskopów dokonanej za pomocą metody Muellera. W rozdziale 6 wykazano, że zastosowanie metody Muellera umożliwia stosunkowo szybkie dokonanie analizy układu polaryskopu, która prowadzi do rozwinięcia nowych metod badawczych.

- [1] Hornstra J, Penning P.: Philips Res.Rept., 14, 237 /1959/
 [2] Lederhandler S.R.: J.Appl.Phys., 30, 11, 1631 /1959/
 [3] Lederhandler S.R., Eckhard G.: Sol.St.Des., 3, 27 /1962/
 [4] Nikitienko W.M., Indenbom W.L.: Zavodsk. Lab., 2, 222 /1963/
 [5] Appel A.V. et al.: Appl. Optics, 4, 11, 1475 /1965/
 [6] Greczuszniok B.N. et al.: Polarizacyjno-opticzeskij mietod issliedowanija napriazhenij, Trudy 5-j wsiesajuznoj konf., 23-27.06.1964, Izd. Leningradzkowo Uniwiersitieta /1966/
 [7] DeNicola R.O., Tauber R.N.: J. Appl. Phys., 42, 11, 4262 /1971/
 [8] Brauer K.H. et al.: Krist. und Tech., 8, 1-3, 253 /1973/
 [9] Nygren S.F.: J. Cryst. Growth, 19, 21 /1973/
 [10] Milvidskij M.G., Osvienskij W.B.: Strukturnyje diefiekty w monokristałach połuprowadnikow, Izd. Mietałłurgija, Moskwa 1984
 [11] Kotake H. et al.: J. Cryst. Growth, 50, 743 /1980/
 [12] Adamkiewicz G., Bajor A.: Prace ITME, 18 /1986/
 [13] Adamkiewicz G., Bajor A.: Wnutriennije napriazhenija w kristałłach Si połuczionnych mietodom Czochralskowo, V Międzunarodnaja naucznotiechniczeskaja konf., 23-25.10.1986, Plovdiv, Bułgaria, sekc. V, publ. FENTO, pp. 11-17
 [14] Adamkiewicz G., Bajor A., Wierzchowski W.: Materiały Elektroniczne 4 /56/, 19 /1986/
 [15] Dobrilla P., Blakemore J.S.: Appl. Phys. Lett., 48, 19, 1303 /1986/
 [16] Dobrilla P., Blakemore J.S.: J. Appl. Phys., 60, 1, 169 /1986/
 [17] Bajor A., Adamkiewicz G.: Materiały Elektroniczne, 1 /57/, 17 /1987/
 [18] Adamkiewicz G., Bajor A., Wierzchowski W.: Photoelastic and double crystal x-ray characterization of the residual stress and crystallographic defects in GaAs crystals, The XVI International School on the Physics of Semiconducting Compounds, Jaszowiec-Ustroń, Apr. 6-12, 1987, abstr. /II/, pp. 158-159
 [19] Adamkiewicz G., Bajor A.: Naprężenia w materiałach półprzewodnikowych otrzymywanych metodą Czochralskiego, III Konferencja Naukowa Technologia Elektronowa ELTE 87, Poznań 22-25.06.1987, p. 372
 [20] Shurcliff W.A., Ballard S.S.: Światło spolaryzowane, PWN 1968
 [21] Walker M.J.: Am. J. Phys., 22, 4, 170 /1953/
 [22] McMaster W.H.: Revs Modern Phys., 33, 1, 8 /1961/
 [23] Shurcliff W.A.: Polarized light. Production and use. Harvard Univ. Press Cambridge, Mass., 1962, tłum. ros. Izd. Mir, Moskwa 1965
 [24] Priebe J.R.: J. Opt. Soc. Ame., 59, 2, 176 /1969/
 [25] Clarke D., Grainger J.F.: Polarized light and optical measurement, Pergamon Press, 1971
 [26] Theocaris P.S., Gdoutos E.E.: Matrix theory of photoelasticity, Spr. - Verlag, 1979
 [27] Długnikov L.N.: Optica Acta, 31, 7, 803 /1984/
 [28] Robertson G.: Brit. J. Appl. Phys., 16, 207 /1965/
 [29] Michael A.J.: J. Opt. Soc. Ame., 58, 889 /1968/
 [30] Holoubek J.: Czech. J. Phys., B-24, 1162 /1974/
 [31] Bajor A., Adamkiewicz G.: Prace ITME, 16 /1985/
 [32] Doroszkiewicz R.S.: Elastooptyka. Stan i rozwój polaryzacyjno-optycznych metod doświadczalnej analizy naprężeń, PWN /1975/
 [33] Orłóć Z. et al.: Doświadczalna analiza odkształceń i naprężeń, PWN 1977
 [34] Jessop H.T.: Brit. J. Appl. Phys., 4, 4, 138 /1953/
 [35] Kotake H., Takasu S.: J. Electrochem. Soc.: Solid - St. Science and Technology, 127, 1, 179 /1980/
 [36] Vakhrameev S.S. et al.: Thermoelastic stress and dislocation structures of semiconductor crystals grown by Czochralski's method, in Growth of Crystals, New York, 12, 296 /1984/

- [37] Kobayashi N., Iwaki T.: J. Cryst. Growth, 73, 96 /1985/
- [38] Indenbom W.L., Osvienskij W.B.: Theoretical and experimental studies of generation of stress and dislocations in growing crystals, in Growth of Crystals, New York, 13, 279 /1986/
- [39] Riney T.D.: J. Appl. Phys., 32, 3, 454 /1961/
- [40] Bajor A., Adamkiewicz G.: Sposób wyznaczania dwójłomności i kierunków azymutów płytki opóźniającej, zwłaszcza w zautomatyzowanych układach pomiarowych, zgł. patentowe PRL nr P-268025
- [41] Bajor A., Adamkiewicz G.: Sposób wyznaczania dwójłomności i kierunków azymutów płytki opóźniającej, zgł. patentowe PRL nr P-268026
- [42] Bajor A., Adamkiewicz G.: Wyznaczanie wielkości i kierunków naprężeń w materiałach półprzewodnikowych w układzie polaryskopu liniowego - w przygotowaniu do druku w Materiałach Elektronicznych
- [43] Adamkiewicz G., Bajor A.: Materiały Elektroniczne, 3 /51/, 1985
- [44] Bajor A., Adamkiewicz G.: Wpływ apertury detektora promieniowania na dokładność pomiaru dwójłomności metodą fotometryczną - w przygotowaniu do publikacji w Pracach ITME
- [45] Czudakov W.S.: Prib. Tech. Eksp., 1, 210 /1977/

| | |
|---|----|
| Streszczenia | 3 |
| Indeks oznaczeń | 5 |
| 1. Wstęp | 7 |
| 2. Metoda Muellera | 8 |
| 2.1. Postacie macierzy Muellera dla polaryzatora /analizatora/ | 9 |
| 2.2. Postacie macierzy Muellera dla płytki opóźniającej | 10 |
| 2.3. Płytką półprzewodnika jako optyczny element dwójłomny | 11 |
| 3. Analiza stanu polaryzacji wiązki promieniowania w układzie polaryskopu liniowego | 12 |
| 3.1. Polaryzator pod dowolnym kątem α , analizator skrzyżowany z polaryzátorem | 12 |
| 3.1.1. Polaryzator pod kątem $\alpha = 0^\circ$ | 13 |
| 3.1.2. Polaryzator pod kątem $\alpha = -45^\circ$ | 14 |
| 3.2. Polaryzator pod kątem $\alpha = -45^\circ$, analizator pod dowolnym kątem β | 15 |
| 4. Analiza stanu polaryzacji wiązki promieniowania w układzie polaryskopu kołowego | 16 |
| 4.1. Układ elementów polaryzator-ćwierćfalówka | 16 |
| 4.2. Układ polaryskopu z jedną ćwierćfalówką | 17 |
| 4.3. Klasyczny układ polaryskopu kołowego | 18 |
| 4.3.1. Azymut drugiej ćwierćfalówki pod dowolnym kątem γ , analizator pod dowolnym kątem β | 19 |
| 4.3.2. Polaryzator skrzyżowany z analizátorem $\beta = 90^\circ$, azymut drugiej ćwierćfalówki równoległy do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $\gamma = -45^\circ$ | 19 |
| 4.3.3. Polaryzator skrzyżowany z analizátorem $\beta = 90^\circ$, azymut drugiej ćwierćfalówki prostopadły do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $\gamma = +45^\circ$ | 20 |
| 4.3.4. Azymut drugiej ćwierćfalówki prostopadły do azymutu pierwszej ćwierćfalówki $\gamma = +45^\circ$, analizator pod kątem β do poziomu | 20 |
| 5. Metody pomiaru dwójłomności | 22 |
| 5.1. Ustalenie wielkości dwójłomności w oparciu o rząd izochromy | 23 |
| 5.2. Metoda Sénarmonta | 25 |
| 5.3. Metoda Tardy'ego | 27 |
| 6. Metody wyznaczania dwójłomności i kierunków azymutów w układzie polaryskopu liniowego | 27 |
| 6.1. Metoda z wirującym analizátorem sprzężonym z polaryzátorem | 29 |
| 6.2. Metoda trzech natężeń | 30 |
| 7. Wyniki doświadczalne | 31 |
| 8. Podsumowanie | 42 |
| Literatura | 45 |

