

Zastosowanie formuły Robertsona do wyznaczania wielkości naprężeń w materiałach półprzewodnikowych

Jedną z metod stosowanych do wyznaczania wielkości naprężeń w materiałach półprzewodnikowych jest tzw. metoda fotometryczna [1], w której wykorzystuje się zjawisko dwójłomności, powstającej pod wpływem siły przyłożonej z zewnątrz lub w wyniku naprężeń istniejących wewnątrz materiału.

W celu wyznaczenia wielkości naprężeń, badaną próbkę umieszcza się w układzie polaryskopu liniowego [2], prostopadle do kierunku wiązki promieniowania, spolaryzowanej liniowo. Po ustawieniu osi przepuszczania polaryzatora pod kątem 45° do któregoś z kierunków naprężeń głównych w próbce, dokonuje się obrotu analizatora, mierząc ekstremalne wielkości natężeń wiązki promieniowania przechodzącej przez próbkę i analizator. Wykorzystując zmierzone wielkości natężeń można wyznaczyć względną różnicę dróg optycznych promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego w danym obszarze próbki z zależności:

$$\cos \delta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1)$$

gdzie: δ - względna różnica dróg optycznych promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego w próbce,

I_{\max} - maksymalna wielkość natężenia wiązki promieniowania,

I_{\min} - minimalna wielkość natężenia wiązki promieniowania.

Powyższa zależność, wyprowadzona przez G. Robertsona [3], jest najczęściej wykorzystywana przez różnych badaczy do wyznaczenia wielkości naprężeń w materiałach półprzewodnikowych [4+6].

Po wyznaczeniu wielkości δ naprężenia można wyliczyć ze znanej zależności [7]:

$$\delta = - \frac{\pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C \cdot \sigma}{\lambda} \quad (2)$$

gdzie: n_0 - współczynnik załamania w nienaprężonym materiale,
 d - grubość próbki,

C - współczynnik piezooptyczny,

ó - naprężenie,

λ - długość fali promieniowania użytego do pomiaru,

lub z zależności wynikającej z równań (1) i (2):

$$\acute{o} = - \frac{\lambda}{\pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C} \cdot \arccos \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3)$$

Powyższa zależność jest słuszna jedynie dla monochromatycznej wiązki promieniowania, co w wielu przypadkach jest trudne do spełnienia w konkretnym układzie pomiarowym. W celu zwiększenia czułości oraz dokładności pomiaru, autorzy niniejszej publikacji opracowali i stosują w praktyce metodę pomiaru naprężeń, będącą odmianą metody fotometrycznej, w której zamiast monochromatycznej stosuje się szerokopasmową wiązkę promieniowania [1]. W metodzie tej, przy wykorzystaniu zmierzonych ekstremalnych natężeń wiązki promieniowania, wyznacza się najpierw bezwzględną różnicę dróg optycznych promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego, np. z zależności:

$$a_2 \cdot R^2 - a_4 \cdot R^4 - \frac{I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 0 \quad (4)$$

$$R = -\pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C \cdot \acute{o} \quad (5)$$

gdzie: R - bezwzględna różnica dróg optycznych promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego w próbce

Współczynniki a_n równania (4) wyrażają się zależnością:

$$a_n = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{F(\lambda)}{\lambda^n} \cdot d\lambda}{2 \cdot (n)! \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) \cdot d\lambda}, \quad n = 2, 4, \dots \quad (6)$$

$$F(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot T(\lambda) \cdot S(\lambda) \quad (7)$$

gdzie: F(λ) - znormalizowana transmisja układu optycznego polaryskopu,

$I_0(\lambda)$ - względna gęstość monochromatyczna natężenia promieniowania wiązki pomiarowej,

T(λ) - transmisja próbki,

S(λ) - względna czułość widmowa detektora promieniowania wykorzystywanego do pomiaru natężenia promieniowania wiązki,

λ₁ - krótkofalowy próg transmisji układu polaryskopu,

λ₂ - długofalowy próg transmisji układu polaryskopu.

Korzystając z zależności (4) i (5) można wyznaczyć naprężenie:

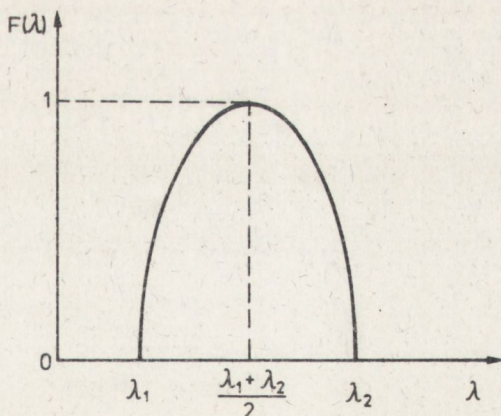
$$\sigma = - \frac{1}{\pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C} \sqrt{\frac{a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_4 \cdot \frac{I_{\min}}{I_{\min} + I_{\max}}}}{2 \cdot a_4}} \quad (8)$$

Zależność (8) jest słuszna dla układów polaryskopu liniowego o dowolnych charakterystykach transmisji $F(\lambda)$, zarówno co do kształtu jak również szerokości widmowej. Stosowanie tej zależności dla konkretnego układu polaryskopu musi być jednak poprzedzone pomiarem charakterystyki $F(\lambda)$, niekiedy przy uwzględnieniu transmisji badanych próbek [1] oraz wyliczeniem współczynników a_n z równania (6). Sposób pomiaru naprężeń przy użyciu wiązki szerokopasmowej wymaga również większego wkładu pracy analitycznej w szacowaniu błędów pomiaru.

Sposób pomiaru naprężeń przy użyciu wiązki monochromatycznej, wykorzystujący formułę Robertsona, jest mniej skomplikowany z analitycznego punktu widzenia, ale jego zastosowanie jest ograniczone do pomiaru stosunkowo dużych naprężeń [1], a także wymaga specjalistycznego oprzyrządowania, umożliwiającego ukształtowanie wąskopasmowej charakterystyki transmisji polaryskopu.

W praktyce pomiarowej, zamiast monochromatycznych wiązek promieniowania stosuje się wiązki quasimonochromatyczne o szerokościach widmowych rzędu 40 ± 100 nm, uzyskane np. za pomocą filtrów interferencyjnych, a także stosuje się wiązki szerokopasmowe. Istotnym problemem jest więc zbadanie, czy formuła Robertsona może być stosowana do wyznaczenia wielkości naprężeń w materiałach w przypadku, gdy do pomiaru używa się szerokopasmową wiązkę promieniowania.

W celu analitycznego oszacowania zakresu stosowalności formuły Robertsona, autorzy niniejszej pracy przyjęli założenie, że transmisja układu polaryskopu $F(\lambda)$ jest opisywana funkcją paraboliczną (rys. 1).



Rys. 1. Aproksymacja funkcji $F(\lambda)$ parabolą

Można wykazać, że przy założeniach:

$$F(\lambda_1) = F(\lambda_2) = 0 \quad (9)$$

$$F\left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}\right) = 1 \quad (10)$$

współczynniki a_n równania (6) wyrażą się zależnościami:

$$a_2 = \frac{1}{4 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2} \quad (11)$$

$$a_4 = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2^2}{144 \cdot \lambda_1^3 \cdot \lambda_2^3}, \quad (12)$$

a wzór stosowany do wyliczania wielkości naprężeń dla wiązki szerokopasmowej przybierze postać:

$$\sigma_R = - \frac{3}{\pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2^2}} \cdot \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \lambda_1^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2^2}{9 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2} \cdot \frac{I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}}} \quad (13)$$

Zakłada się ponadto, że długością fali promieniowania w przypadku wiązki, którą traktuje się jako monochromatyczną, jest długość fali λ_M odpowiadająca maksimum charakterystyki $F(\lambda)$, tj.:

$$\lambda_M = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (14)$$

Oznaczając przez σ_D wielkość naprężenia wyliczonego przy wykorzystaniu formuły Robertsona otrzymuje się:

$$\sigma_D = - \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2 \cdot \pi \cdot n_0^3 \cdot d \cdot C} \cdot \arccos \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (15)$$

Stosunek zależności (13) do (15) można przedstawić w postaci:

$$\frac{\sigma_D}{\sigma_R} = A \cdot G(K) \quad (16)$$

gdzie:

$$K = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} \quad (17)$$

$$G(K) = \frac{\arccos \frac{1 - K}{1 + K}}{\sqrt{1 - \sqrt{1 - B \cdot \frac{K}{1 + K}}}} \quad (18)$$

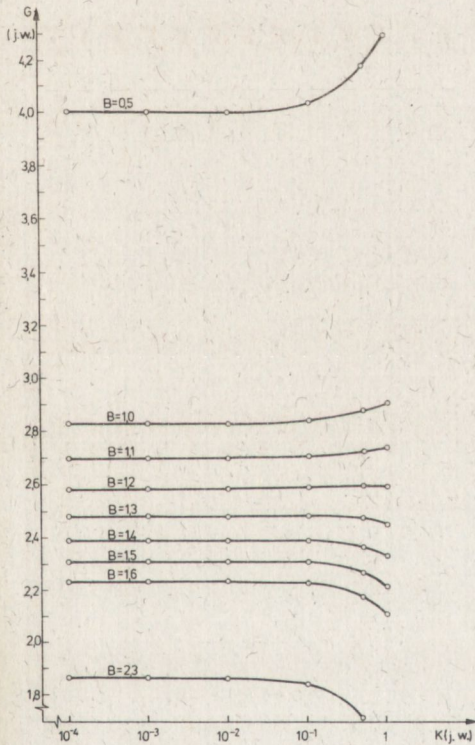
Przy czym dla przypadku aproksymacji funkcji $F(\lambda)$ parabolą:

$$B = \frac{4\lambda_1^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2^2}{9 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2} \quad (19)$$

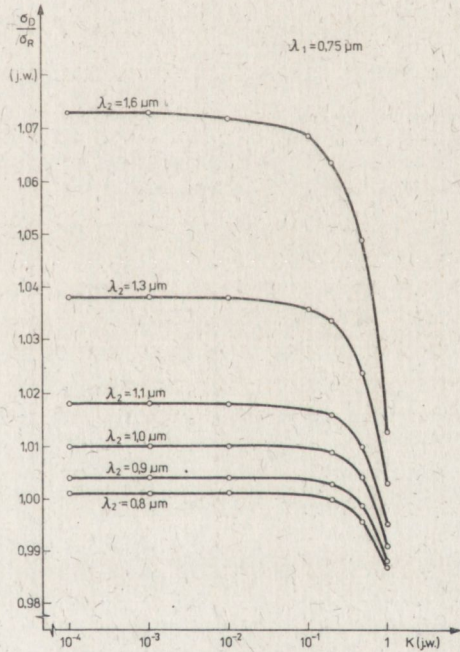
$$A = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2^2}{2}} \quad (20)$$

Jak wynika z zależności (16) do (20), wielkość stosunku σ_D/σ_R nie zależy w sposób jawny od parametrów badanej próbki. Jednakże ze względu na uzależnienie tego stosunku od parametru K , który jest w pewnym sensie miarą wielkości naprężenia (im większy K - tym większe naprężenie), stosunek wielkości σ_D/σ_R jest zależny od wielkości naprężenia w próbce.

Na rys. 2 przedstawiono wykresy funkcji $G(K)$ dla różnych parametrów B i K . Funkcja $G(K)$ charakteryzuje zmiany stosunku σ_D/σ_R przy zmia-



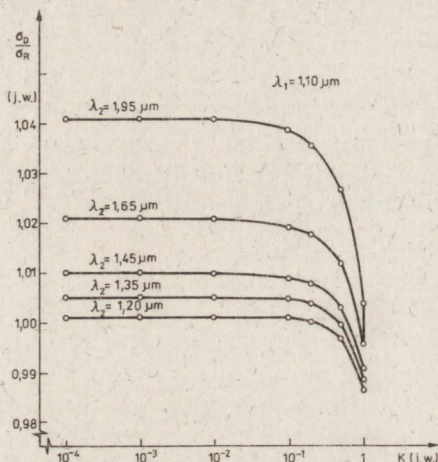
Rys. 2. Zależność funkcji $G(K)$ od wielkości parametru B



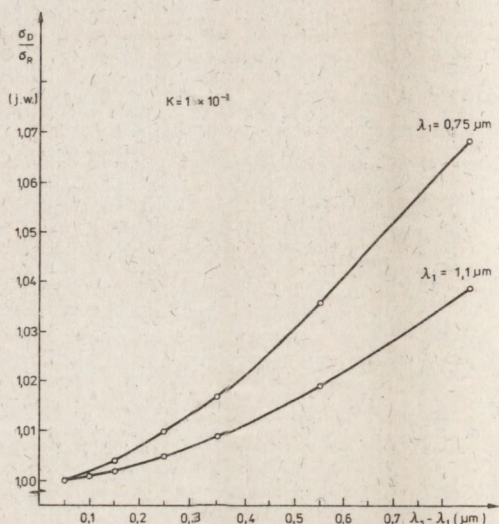
Rys. 3. Zależność stosunku σ_D/σ_R od wielkości parametru K dla $\lambda_1 = 0,75 \mu\text{m}$ i różnych szerokości widmowych transmisji układu polaryskopu

nie wielkości parametru K . Z rysunku 2 wynika, że w zależności od wielkości parametru B , przy wzroście wielkości parametru K może występować wzrost lub spadek wielkości stosunku σ_D/σ_R .

Na rysunkach 3 i 4 pokazano zależności stosunku σ_D/σ_R od parametru K dla różnych zakresów i szerokości widmowych transmisji polaryskopu, która może być opisana za pomocą funkcji parabolicznej. Natomiast na rys. 5 pokazano przykładowo dla parametru $K = 0,1$ zależność tego stosunku od szerokości widmowej transmisji polaryskopu.



Rys. 4. Zależność stosunku σ_D/σ_R od wielkości parametru K dla $\lambda_1 = 1,1 \mu\text{m}$ i różnych szerokości widmowych transmisji układu polaryskopu

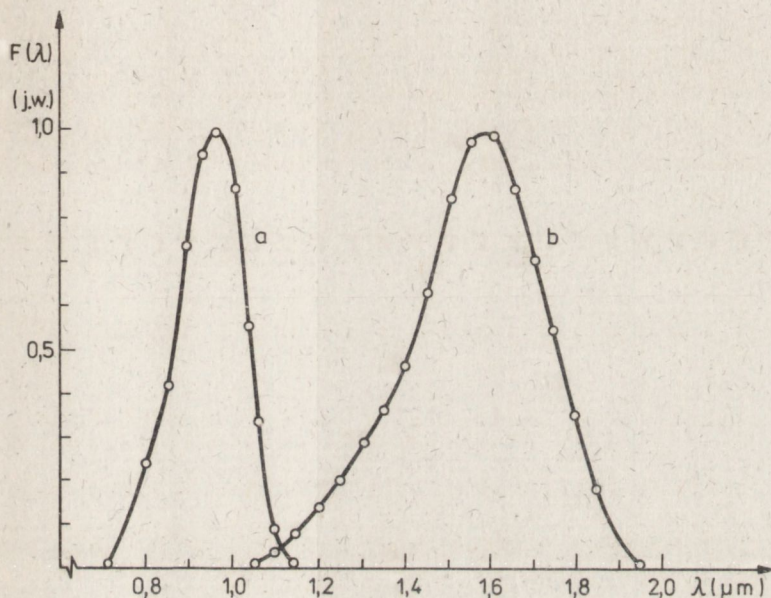


Rys. 5. Zależność stosunku σ_D/σ_R od szerokości widmowej transmisji polaryskopu dla parametru $K = 0,1$

Jak wynika z teoretycznych zależności pokazanych na rysunkach 3+5, stosunek σ_D/σ_R , a więc również błąd wyznaczenia wielkości naprężenia przy stosowaniu formuły Robertsona dla wiązki szerokopasmowej, jest uzależniony od zakresu i szerokości widmowej transmisji polaryskopu, natomiast występuje tu bardzo słaba zależność od wielkości parametru K . Co prawda stosunek ten dla parametrów K większych niż 0,2 wykazuje również silną zależność, ale taki przedział zmienności parametru K jest bardzo rzadko spotykany w praktyce pomiarowej. Ogólnie można stwierdzić, że w przypadku układów polaryskopu, których charakterystyki transmisji $F(\lambda)$ mogą być opisywane za pomocą funkcji parabolicznej, wielkość stosunku σ_D/σ_R powinna rosnąć wraz ze wzrostem szerokości widmowej transmisji polaryskopu, natomiast maleć przy przemieszczaniu się charakterystyki widmowej transmisji w kierunku fal długich oraz przy wzroście wielkości parametru K . Wielkość tego stosunku, wyznaczona teoretycznie, niewiele różni się od jedności, co jest równoznaczne

ze stwierdzeniem, iż błąd wyznaczenia wielkości naprężenia przy stosowaniu formuły Robertsona dla wiązki szerokopasmowej jest niewielki i waha się w granicach kilku procent. Jedynie dla wiązek promieniowania, kształtujących dużą szerokość widmową transmisji polaryskopu (powyżej $0,8 \mu\text{m}$), błąd ten może być bliski 10%.

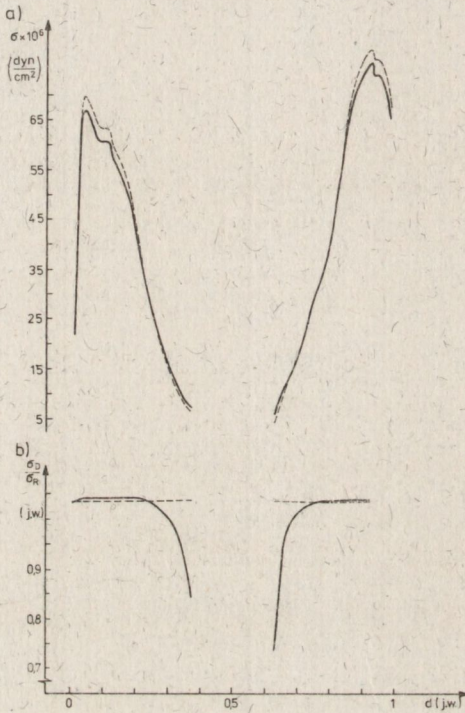
W celu doświadczalnej weryfikacji zależności (16) oraz wniosków z niej wypływających, przy wykorzystaniu metody z szerokopasmową wiązką promieniowania [1] zmierzono rozkłady wielkości naprężeń wzdłuż średnic kilkunastu płytek Si, GaP i GaAs. Na rys. 6 pokazano charakterystyki widmowe transmisji układu polaryskopu.



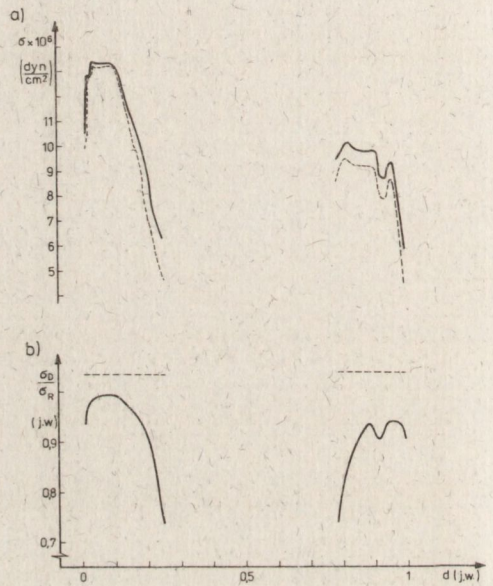
Rys. 6. Charakterystyki widmowe transmisji polaryskopu stosowane do badań: a - GaP, b - GaAs i Si

Wykorzystując zależność (15) wyliczono ponownie rozkłady tych naprężeń przy założeniu, że szerokopasmowe wiązki promieniowania mogą być traktowane jako wiązki monochromatyczne, o długości fali promieniowania równej długości fali w maksimum charakterystyki $F(\lambda)$. Założenie, że wiązka promieniowania o szerokości widmowej transmisji rzędu kilku dziesiątych części mikrometra może być traktowana jako wiązka monochromatyczna, wydaje się być na pierwszy rzut oka założeniem fałszywym. Jednakże ogólne rozważania przedstawione powyżej, zilustrowane przykładami, wykazują, że w pewnych przypadkach, przy popełnieniu akceptowalnego błędu, stosując do pomiaru naprężeń szerokopasmowe wiązki promieniowania, można korzystać z formuły Robertsona, która z założenia powinna służyć jedynie do wyliczania naprężeń, zmierzonych przy użyciu wiązek monochromatycznych.

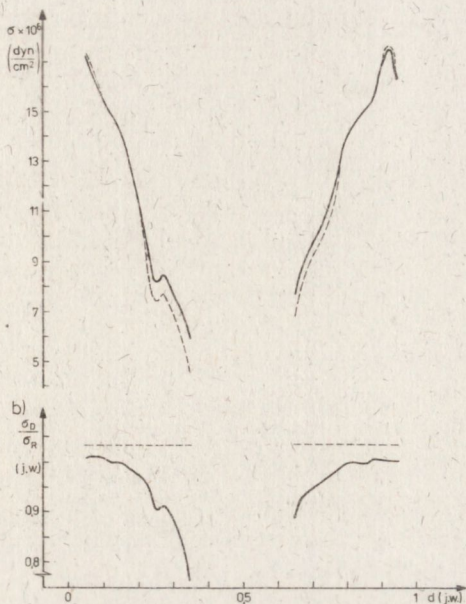
Na rysunkach 7 i 8 pokazano przykładowo rozkłady wielkości naprężeń wzdłuż średnic dwóch płytek Si, mających "duże" oraz "małe" naprężenia wewnętrzne. Natomiast na rysunkach 9-11 pokazano przykładowo rozkłady wielkości naprężeń w płytkach GaAs i GaP. Na rysunkach tych zaznaczono również stosunek wielkości naprężeń σ_D/σ_R , uzyskany doświadczalnie przy wykorzystaniu zmierzonych wielkości σ_R i wyliczonych σ_D , a także wyznaczony teoretycznie z zależności (16).



Rys. 7a. Rozkład wielkości naprężenia σ_R (linia ciągła) i σ_D (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki Si z "dużymi" naprężeniami wewnętrznymi ($1 \text{ dyn/cm}^2 = 10^{-1} \text{ Pa}$ - przeliczenie dotyczy całego artykułu)
 b. Rozkład wielkości stosunku σ_D/σ_R wyznaczony doświadczalnie (linia ciągła) i teoretycznie (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki

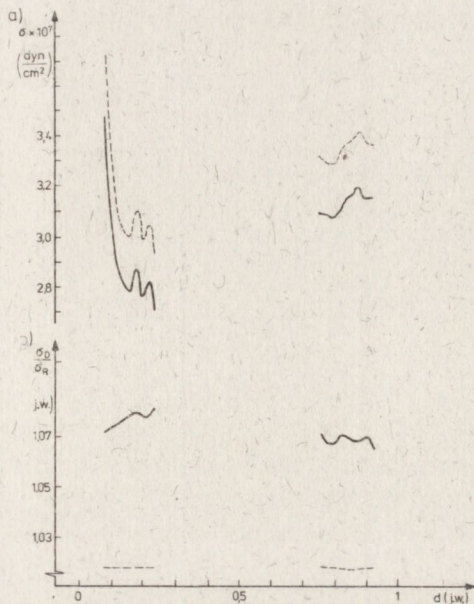


Rys. 8a. Rozkład wielkości naprężenia σ_R (linia ciągła) i σ_D (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki Si z "małymi" naprężeniami wewnętrznymi
 b. Rozkład wielkości stosunku σ_D/σ_R wyznaczony doświadczalnie (linia ciągła) i teoretycznie (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki



Rys. 9a. Rozkład wielkości naprężenia σ_R (linia ciągła) i σ_D (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki GaAs

b. Rozkład wielkości stosunku σ_D/σ_R wyznaczony doświadczalnie (linia ciągła) i teoretycznie (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki

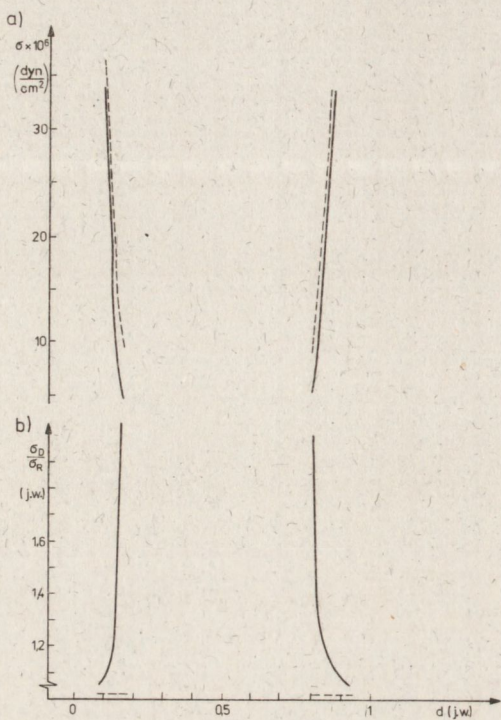


Rys. 10a Rozkład wielkości naprężenia σ_R (linia ciągła) i σ_D (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki GaP

b. Rozkład wielkości stosunku σ_D/σ_R wyznaczony doświadczalnie (linia ciągła) i teoretycznie (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki

Z zależności pokazanych na rysunkach 7+11 wynika, że naprężenie wyliczone za pomocą formuły Robertsona może być nawet w przypadku tej samej próbki zarówno większe jak również mniejsze od naprężenia zmierzzonego i wyliczonego z zależności słusznych dla wiązki szerokopasmowej. Błąd wyznaczenia wielkości naprężenia przy zastosowaniu formuły Robertsona (wielkość naprężenia wyliczoną z zależności słusznych dla wiązki szerokopasmowej należy traktować jako wielkość wzorcową) wahał się w zmierzonych próbkach: od -26,2% do +10,4% w przypadku Si, od -23,5% do +1,2% w przypadku GaAs i od +6% do +104% w przypadku GaP. W większości przypadków moduł tego błędu był większy od wielkości przewidzianej teoretycznie, przy założeniu, że charakterystyka widmowa transmisji polaryskopu jest opisana funkcją paraboliczną.

Pomimo dużego (w wielu przypadkach) względnego błędu wyznaczenia wielkości naprężenia, rozkłady wielkości naprężeń wzdłuż średnic płytek półprzewodników, wyznaczone doświadczalnie przy wykorzystaniu zależności słusznych dla wiązki szerokopasmowej lub obliczone za pomocą



Rys. 11a. Rozkład wielkości naprężenia σ_R (linia ciągła) i σ_D (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki GaP
 b. Rozkład wielkości stosunku σ_D/σ_R wyznaczony doświadczalnie (linia ciągła) i teoretycznie (linia przerywana) wzdłuż średnicy płytki

formuły Robertsona, są jakościowo zgodne. Wynika z tego, iż formuła Robertsona może być stosowana do wyliczania wielkości naprężeń w tych przypadkach, gdzie błąd pomiaru w poszczególnych punktach może być traktowany jako mniej istotny, natomiast celem pomiaru jest uzyskanie informacji o charakterze rozkładu wielkości naprężeń. Jednakże w przypadkach, gdy należy dążyć do minimalizacji błędu pomiaru (np. gdy mierzone wielkości naprężeń są wykorzystywane dla celów analitycznych lub porównawczych), powinno się stosować formułę obliczeniową słuszną dla wiązki szerokopasmowej.

Wyznaczone doświadczalnie oraz obliczone teoretycznie rozkłady stosunku σ_D/σ_R (a więc również błędu wyznaczenia wielkości naprężenia); pokazane na rysunkach 7+11, nie pokrywają się ze sobą, a w przypadku próbek, w których naprężenia zostały zmierzone za pomocą wiązki promieniowania, kształtującej charakterystykę widmową transmisji polaryskopu $F(\lambda)$, przedstawioną na rys. 6b, rozkłady te mają nawet przeciwny charakter (błąd przewidziany teoretycznie maleje ze wzrostem wielkości parametru K , a wyliczony z danych doświadczalnych wzrasta). Zdaniem autorów wynika to z faktu popełnienia znacznego błędu przy aproksymacji charakterystyki widmowej transmisji polaryskopu $F(\lambda)$ za pomocą funkcji parabolicznej. Ponadto, jak wynika z zależności pokazanych na rys. 2, charakter zmian stosunku σ_D/σ_R w funkcji parametru K jest uzależniony od wielkości parametru B . W przypadku aproksymacji

charakterystyk widmowych transmisji polaryskopu, pokazanych na rysunkach 6a i 6b, za pomocą funkcji parabolicznej, wielkości parametru B wynoszą odpowiednio 1,399 i 1,469. Łatwo zauważyć, że nawet niewielkie zmniejszenie wielkości parametru B do ok. $1,0 \pm 1,1$ spowoduje, że charakter zależności σ_D/σ_R od parametru K zmieni się.

Zdaniem autorów jest bardzo prawdopodobne, że rzeczywiste wielkości parametru B w przypadku stosowanych wiązek pomiarowych są mniejsze od wielkości przewidzianych teoretycznie. Wskazuje na to pośrednio fakt, że rozbieżność charakteru krzywych σ_D/σ_R jest mniejsza w przypadku układu polaryskopu, którego charakterystyka widmowa transmisji jest pokazana na rys. 6a, tj. układu, dla którego parametr B jest na pewno mniejszy niż w przypadku układu polaryskopu, którego charakterystyka widmowa transmisji jest pokazana na rys. 6b.

Przewidywania teoretyczne odnośnie wpływu zakresu i szerokości widmowej transmisji polaryskopu na błąd wyznaczenia wielkości naprężenia przy stosowaniu formuły Robertsona (rys. 5) zdaniem autorów są poprawne w przypadku, gdy charakterystyka ta może być dobrze aproksymowana za pomocą funkcji parabolicznej.

(Tekst dostarczono 1986.10.27.)

LITERATURA

1. Bajor A., Adamkiewicz G.; Prace ITME, 16, 1985.
2. Adamkiewicz G., Bajor A.; Materiały Elektroniczne, 3(51), 1985, 19.
3. Robertson G.; Brit. J. Appl. Phys., 16, 1965, 207.
4. Michael A.J.; J. Opt. Soc. America, 58, 7, 1968, 889.
5. Kotake H., Takatsu S.; J. Electrochem. Soc.: Sol.-St. Sc. and Techn., 127, 1, 1980, 179.
6. Wasilienko J.P., Pieliech B.L.; Osnovy elektromagnitnowo metoda issledowanija napriazhenij w enizotropnyh sriedach, Wyd. "Neukova Dumka", Kijów 1980.
7. Nye J.F.; Physical Properties of Crystals, tłum. ros., Wyd. "Mir", Moskwa 1967.